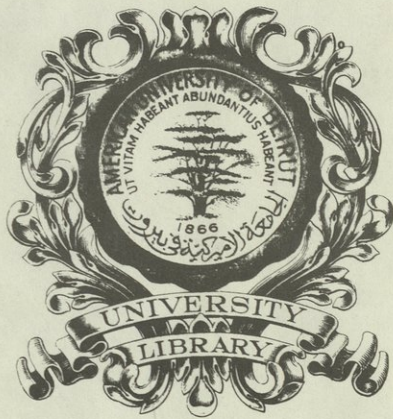
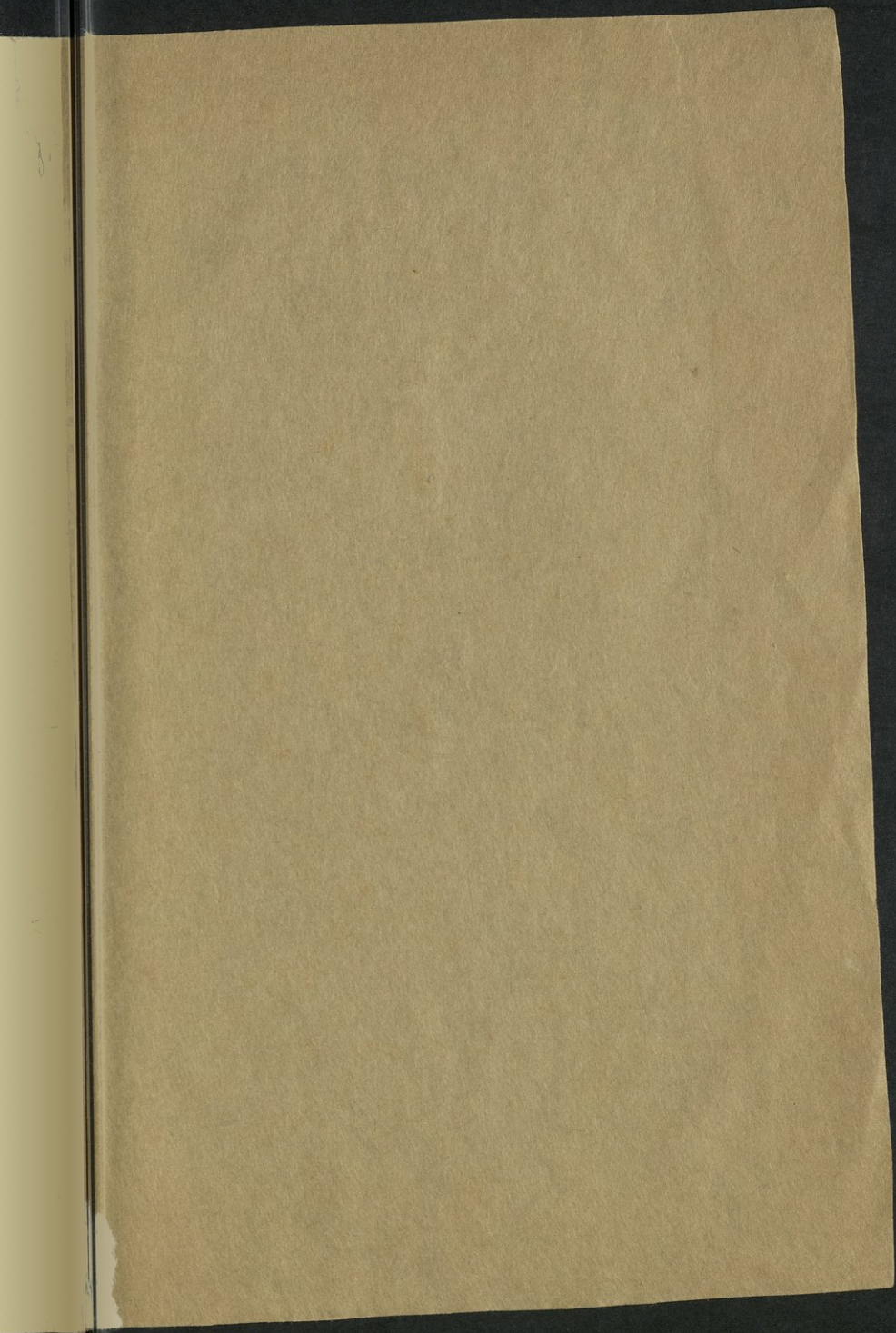


AMERICAN
UNIVERSITY OF
BEIRUT



A. O. B. LIBRARY



فهرس المواد



الفصل

الصفحة

القسم الثاني

القسم الاول

٢٥	١	الرموز والقوانين الرمزية والاعمال	١
٤٩	٢٧	الكميات السلبية والمخطوط البيانية	٢
٧٩	٦٥	المجموع والطرح	٣
١٠٥	٨٩	المعادلة البسيطة	٤
١٢٨	١١٢	الضرب والنسبة	٥
١٤٨	١٢٢	اختصارات الضرب والنسبة . السط	٦
١٦٠	١٥١	المعادلات البسيطة	٧
١٨٢	١٦٧	حل الاضلاع	٨
٢٢١	٢٠٧	الكسور	٩
٢٥٥	٢٤٢	المعادلات الكسرية والمحرفية	١٠
٢٧٩	٢٦٢	المعادلات الآتية	١١
٢٩٢	٢٨٢	المخطوط البيانية	١٢
٣٠٨	٢٩٨	الترقية والتجذير	١٣
٣٢٠	٣١٢	التجذير	١٤
٣٤٢	٣٢٧	معادلات الدرجة الثانية	١٥

المقدمة

وضعت هذا الكتاب اجابة لطلب ادارة المطبعة الاميركانية والغاية منه بسط
المبادئ والاساليب الحديثة التي تناسب متطلبات العصر المحاضر وهاك بعضها
(١) الانتقال تدريجياً وبسهولة تامة من الحساب الى الجبر
(٢) التطبيقات العمياء وخصوصاً ما كان له علاقة بالقوانين الرمزية والمخطوط

البيانية

(٣) التشديد على فهم المبادئ الاساسية والمقدرة على استخدامها كلما دعت
اليها الحاجة

(٤) ترتيب المواد واستخدام ما ينطبق منها على المعاملات ويتعلق بالعلوم
الطبيعية

وقد اسهبت في بسط القوانين الرمزية والمخطوط البيانية وقسمت مواد كل فصل
الى قسمين وجعلت القسم الاول يتضمن ابسط مبادئ الفصل والمواد السهلة الادراك
والفهم والقسم الثاني يتناول النظريات والشرح المسهب والمواد الصعبة . فيدرس
الطلبة اولاً جميع الاقسام الاولى بالتتابع وفي النهاية حين يبدأون بالمراجعة يتناولون
مع كل من الاقسام الاولى القسم الثاني الذي يليه . ومع ان هذه افضل طريقة للجري
بموجبها لكن اذا اراد الاستاذ ان يدرس كل فصل بفسله تاماً - القسم الاول والثاني
معاً - فترتيب المواد يمكّنه من القيام برغبته بكل سهولة

ولاجل التنوع اكثر من المسائل الشبهية واستخدمت اسهل الوسائط لبسط
القضايا والنظريات طبقاً لاحداث مبادئ التهذيب المعول عليها في البلدان المتقدمة

512 J 95 JA
J 95 JA
v. 1
c. 1



الكتاب الاول

تأليف

منصور حنا جرداق م.ع

استاذ الرياضيات العالية في الجامعة الاميركية عضو
في الجمعية الانكليزية الرياضية في لندن
والجمعية الرياضية الاميركانية

29152

طبعة اولى

طبع في المطبعة الاميركانية في بيروت سنة ١٩٣٥

Cat. April 1926

ومع اني قد استخدمت الاساليب والطرق السهلة المتبعة في الولايات المتحدة لكنني حافظت على الدقة والضبط المنطقي والصعوبة التي تمتاز بها مؤلفات الانكليز والفرنساويين

وقد طالمت كثيراً من كتب الغربيين القديمة والحديثة واخترت منها ما يناسب عقلية الطلبة في بلادنا الشرقية ونقلت القارين الموقنة عن استاذي وصديقي الدكتور سمث من جامعة كولومبيا وقصاً من المسائل التي تحل بمعادلات الدرجة الثانية عن مؤلفات الاستاذين هول ونابت

وارجو رجاء خاصاً من اخواني الاساتذة ان يتكروا عليّ بانتقاداتهم وملاحظاتهم ونصائحهم مما كانت لكي استمعين بها في تنقيح الطبعة الثانية ان شاء الله كاتبه

منصور جرداق

الشوهر في ٢١ آب سنة ١٩٢٥



وقع كثير من الاعلاط المطبعية بالنسبة للظروف التي جرى فيها طبع الكتاب . وهي مدونة في جدول خاص فالرجاء من الاستاذ ان يطلب من التلامذة اصلاحها لاتمام الفائدة وتسهيل العمل

الفصل الاول

الرموز : القوانين الرمزية : الاعمال

القسم الاول

١ . تمهيد . التلامذة الذين درسوا الحساب الحديث عرفوا شيئاً عن مباحث الجبر وما تشتمل عليه وعلوا اهميتها في فهم وادراك القوانين الرمزية والرسوم البيانية والمعادلات واستعمال الكميات الملمية واستخدام هذه الامور وتطبيقها على القياسات المختلفة وحل الاعمال الحسابية . فقد تعلموا مثلاً في الحساب ان العبارة " ٥ زيد عليها ٧ " تكتب بأكثر اختصار هكذا " $٧ + ٥$ " اي ان العلامة + اختصار " زيد عليها " او " جمع " او " ضم اليها "

وكذلك القاعدة لاستخراج الفاتئة البسيطة " ان تضرب الاصل في الاجل ثم تضرب حاصلها في المعدل وتقسّم الحاصل الاخير على مئة " فانه يمكن كتابتها بأكثر اختصار هكذا : $f = \frac{2 \times 3 \times 4}{100}$

هل يمكنك ان تذكر مثلاً او أكثر من هذا النوع حيث تستخدم الرموز للاختصار بدلاً من الكلام ؟

٣ . غاية الجبر . اننا ندرس الجبر حباً للاختصار وتوفير الوقت وتسهيل العمل باستخدام الرموز للحصول على نتائج عامة يصعب الحصول عليها في علم الحساب ومع ان مباحث الجبر عديدة وجديدة على الطالب لكنه يجدها مبنية على ما

درسه في علم الحساب ويشعر انها مرتكزة عليها جارية مجراها

٣. القانون الرمزي . هو عبارة جبرية نظير $F = \frac{ص \times ج \times ح}{١٠٠}$ فهو اذا اختصار القاعدة بواسطة الرموز

والقوانين الرمزية تمثل وتظهر اهم فوائد علم الجبر لانها تستخدم في الغالب للدلالة على التواعد الحسابية التي نحتاج اليها في العلوم الطبيعية والاعمال التجارية ونقدر عليها في الكتب والمجلات التي تبث في الاعمال الميكانيكية والهندسية والبناء وفن الطيران والامور الاقتصادية والاصحاحات

ولكي نظهر جلياً ان القانون الرمزي اختصار لقاعدة عامة فاننا نسط ذلك مطولاً في الفضية الآتية :

جميعنا نعلم ان "مساحة المستطيل القائم الزوايا تساوي حاصل وحدات الطول في وحدات العرض"

وبعضهم يختصرها بقوله "مساحة القائم الزوايا تساوي الطول في العرض"

وغيرهم يختصرها اكثر فيقول

$$\text{المساحة} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

وبوسعنا ان نختصرها اكثر اذا عوضنا عن الكلمات السابقة باحرفها الاولى فنقول :

$$م = ط \times ع \text{ او } ط.ع \text{ او } طع$$

٤. الدلالة على الضرب في الجبر . نستدل من المثال السابق انه اذا كان الحرفان طوع يدلان على الاعداد او الكميات فحاصل ضربهما يعبر عنه

بـ طـ لا عـ او طـ عـ او طـ عـ اي انه يدل على الضرب اما بعلامته المشهورة "X" او بنقطة
تكتب بين الحرفين او بعدم استخدام علامة ما بين المضروب والمضروب فيه وهذا
يعني اننا تتبع الحرف الثاني بالاول بدون فاصل ما

تمرين

اجب ما استطعت شفاهاً

- (١) ما هو الرمز او العلامة التي تقوم مقام "مطروح منه" ؟ استخدم ذلك
في كتابة "مطروح منها" ثم اقرأها باكثر اختصار
(٢) ما هو الرمز او العلامة التي تقوم مقام "منسوم على" ؟ استخدم ذلك في
كتابة ١٥ منسومة على ٣ ثم اقرأها باكثر اختصار
(٣) اكتب قائمة جميع الرموز والعلامات التي استخدمتها في علم الحساب للدلالة
على الكلمات التي تقوم مقامها واكتب مقابل كل منها الكلمة او الكلمات التي تدل عليها

استخدم الرموز واكتب باختصر طريقة ما يأتي :

- | | |
|---------------------|----------------------|
| (٤) تسعة مع اربعة | (٥) ٧ مع ٨ |
| (٦) ل زيد عليها ٦ | (٧) ب مع ٣ |
| (٨) ٤ الـ ٤ | (٩) ل الـ ٤ |
| (١٠) ل الـ ٤ | (١١) ٤ في ٤ |
| (١٢) ل في ٤ | (١٣) ٤ في ل في ٤ |
| (١٤) حاصل ضرب ب و ب | (١٥) ١٢ منسومة على ٤ |

(١٦) ك مقسومة على ي (١٧) خارج قسمة ب على ت

(١٨) م تساوي حاصل طوع

(١٩) ف تساوي حاصل ص وج وم

(٢٠) ك مقسومة على حاصل ب وت

اقرأ ما يأتي

$$م + ل \quad (٢٣) \quad م + ٨ \quad (٢٢) \quad ٤ + ٨ \quad (٢١)$$

$$م ٩ \quad (٢٦) \quad ل + م \quad (٢٥) \quad ل - م \quad (٢٤)$$

$$ص ج ٢ \quad (٢٩) \quad \frac{ب}{ر} \quad (٢٨) \quad ل \quad (٢٧)$$

$$م + ك - ي \quad (٣١) \quad م + ٥ + ب \quad (٣٠)$$

$$\frac{ب}{ب} \quad (٣٣) \quad ب ٢ + ب ٤ \quad (٣٢)$$

جد قيمة ما يأتي اذا كانت ب = ١، ت = ٢، ح = ٣، د = ٤، ٦ = ٦:

$$ب + ٧ \quad (٣٤) \quad ب + ت \quad (٣٥) \quad د - ب \quad (٣٦)$$

$$٥٢ \quad (٣٧) \quad \frac{١}{٢} \quad (٣٨) \quad ت \quad (٣٩)$$

$$\frac{ت}{ح} \quad (٤٠) \quad ٥ ب ت \quad (٤١) \quad ب ت د \quad (٤٢)$$

$$\frac{د + ح}{ت} \quad (٤٣) \quad ب ٢ + ب ٤ + ب ت \quad (٤٤) \quad ٥ ح - د \quad (٤٥)$$

$$\frac{د + ح ٢}{ت} \quad (٤٦) \quad \frac{٤٣ - د ٢}{ت} \quad (٤٧) \quad \frac{١}{ح} \quad (٤٨)$$

$$\frac{ب ت ٦}{ت} \quad (٤٩)$$

(٥٠) جد مساحة مستطيل طول ٩ فراربط وعرض ٨

الرموز (القسم الاول)

جد مساحة المستطيلات الآتية اذا كانت ابعادها:

(٥١) ١٠ اقدام و ٩ اقدام (٥٢) ٥ يردات و ٢ يرداً

(٥٣) ٨ امتار و ٧ امتار

(٥٤) جد قيمة ط ع اذا كانت ط = ٢٠ و ع = ١٠

(٥٥) جد قيمة ب ت اذا كانت ب = ٢٠ و ت = ١٠

(٥٦) جد قيمة ط ع اذا كانت ط = ٨٠ و ع = ٦

(٥٧) جد قيمة ص م اذا كانت ص = ٤٠٠ ابرة و م = ٨٠

(٥٨) اذا كانت ك = ٩ فكم قيمة ك ؟

استخدم القانون م = ط ع وجد قيمة م في الاسئلة الآتية:

(٥٩) ط = ٧٠ و ع = ٥ (٦٠) ط = ١٢ و ع = ٣ ١/٢

(٦١) ط = ٢٢ و ع = ١ ١/٢ (٦٢) ط = ٧ و ع = ١٣

(٦٣) ط = ٩ و ع = ٧٥ (٦٤) ط = ١٠ و ع = ٨٥

(٦٥) فواد معه ك كلة وجورج معه ثلاثة اضعاف كلل فواد فكم عدد كلل

جورج ؟ كم عدد كلل فواد وجورج معاً ؟

٥. استخراج قيمة القانون . اذا عرفنا قيمة ط و ع كما في الاسئلة السابقة

فانه يمكننا استخراج او استعمال قيمة م . وعندما نقول اننا قد استخراجنا قيمة القانون

فاذا الاستعمال قيمة قانون ما :

(١) عوض عن الاحرف بقيمتها العددية

(٢) ابسط النتيجة وضعها في اخصر شكل

مثال إذا كانت ص = ٦٠٠ ليرة و ج = سنوات وم = ١٠٪ فما قيمة القانون
 ف = $\frac{ص \times ج}{١٠٠}$

عوض عن ص وم وج بقيمتها المذكورة في السؤال

$$\text{فيتم ف} = ٦٠٠ \times ١٠ \div ١٠٠ = ٦٠ \text{ بعد الاختزال والبسط}$$

تمرين

جد قيمة التوابين* في ما يأتي:

(١) م = $\frac{١}{٢}$ ق ع إذا كانت ق = ٧ وع = ٦

إذا كانت ق = ٥ وع = $\frac{٢}{٣}$ إذا كانت ق = ٩ وع = ٢٧

إذا كانت ق = ٤٢ وع = ٢٨ إذا كانت ق = ٨ وع = $\frac{٢}{٤}$

(٢) م = $\frac{٢}{٧}$ ق إذا كانت ق = ٧ إذا كانت ق = ٢١

إذا كانت ق = ٣٥ إذا كانت ق = ٦٢

(٣) م = $\frac{٢}{٧}$ ن ن إذا كانت ن = $\frac{١}{٢}$ إذا كانت ن = ١٤

إذا كانت ن = ٤٩ إذا كانت ن = ٩٢ إذا كانت ن = ٧٠

(٤) م = $\frac{١}{٧} \times ٧ \times ٤ = ٤$ ن إذا كانت ن = ١ إذا كانت ن = ٧

إذا كانت ن = ٢١ إذا كانت ن = ٤٥ إذا كانت ن = ٤٢

٦. المقابلة بين الجبر والحساب . إذا قابلنا بين التوابين الرمزية

• ليس المقصود في هذا المقام معرفة دلالة القانون أو القاعدة التي يقوم مقامها. فالرجاء من المعلم إذا ان لا يشدد على الطلبة معرفتها وبيان ما تدل عليه مع ان بعضهم قد يذكرك ذلك لانه درسم اقبلأ

التي نستخدمها في علم الجبر والقواعد الحسابية المتقابلة لها فانه يمكننا ان نتصور ميزة وافضلية علم الجبر على علم الحساب

الجبر	الحساب
اذا كان ثمن قلم الرصاص غ غرشاً فثمن ق اقلام ق غ غرشاً	اذا كان ثمن قلم الرصاص ٥ غروش فثمن ٩ اقلام ٩ × ٥ غروش
اذا فرضنا ث ثمن اقلام الرصاص ف ث = ق غ (دائماً وابتداً)	ثمن اي عدد كان من اقلام الرصاص يعدل ثمن القلم الواحد مضروباً في عدة آحاد الاقلام المطلوب معرفة ثمنها
باخرة تقطع م ميلاً في الساعة ففي س ساعات تقطع م س ميلاً	باخرة تقطع ٢٢ ميلاً في الساعة ففي ٥ ساعات تقطع ٥ × ٢٢ ميلاً
اذا فرضنا ف جميع المسافة التي تقطعها فـ	المسافة التي تقطعها الباخرة في اي عدد كان من الساعات تعدل الحاصل من
ف = م س (دائماً وابتداً)	ضرب ما تقطعه من الاميال في ساعة واحدة في عدة آحاد الساعات

٧. الاختزال الجبري . اذا دققنا النظر في المتقابلة المارة ذكرها ظهر لنا ان القانون الجبري اخصر بكثير من القاعدة الحسابية وتعميمه اكثر جلاء ووضوحاً . فيمكننا القول ان الجبر وبالاخرى بعض مباحثه طريقة لاختزال كتابة القواعد الرياضية

ونحن نكتب القانون الرمزي باستخدام اول احرف الكلمات التي يحوم اليها

حوطاً او اية احرف غيرها نعتقدها مناسبة للقيام

تمرين

اكتب القاعدة الحسابية العامة لكل من القضايا الآتية ثم عبّر عنها بالقانون
الرمزي كما مرّ بك

(١) مساحة المستطيل القائم الزوايا
.....

(٢) مساحة ٢ مستطيلات متساوية
.....

(٣) الثمن (ث) لاي عدد كان (ع) من اذرع قماش الحرير اذا كان ثمن الذراع
غ غرشاً
.....

تنبيه : استخدم الاحرف ث وع وغ في القانون الجبري فقط واتبع ذلك في نومر ٤ و٥ و٦

(٤) ثمن ذراع الجوخ (ث) اذا كان ثمن (ع) اذرع مبلغ (م) ليرة

(٥) الثمن (ث) لعدد (ع) معين من امتار الشريط اذا كان ثمن المتر فرنگاً

(٦) ثمن كرسي (ث) اذا كان ثمن عدد (ع) معين منها مبلغ م ليرات

(٧) عدد من السنين محوّل الى اشهر

(٨) عدد من الاشهر والايام محوّل الى ايام

تنبيه : ضع اليوم وش للشهر وع لعدد الايام المطلوب واجعل الشهر ٣٠ يوماً

(٩) عدد من السنين والاشهر محوّل الى اشهر

(١٠) عدد من السنين والاشهر محوّل الى سنين وكسر السنة

(١١) عدد من الاذرع محوّل الى قراريط

(١٢) عدد من اليردات محوّل الى قراريط

(١٣) عدد من الامتار محوّل الى ستمترات

(١٤) اجرة تلفراف مؤلف من (ك) كلمات اذا كانت اجرة الكلمة غ

٨ . التعبير عن الاختزالات الجبرية . يجب ان لا يقتصر درسنا على تعلم كتابة القواعد الاعتيادية بطريقة الاختزال الجبري اي القانون الرمزي بل يجب ان نتعلم كيف نترجم او نعبر عن القانون المذكور بشكل قاعدة عامة باللغة المتعارفة
ففي التعبير ت - ج + د + س تم عمليات الضرب والقسمة اولاً وبعدئذ تجري عمليات الجمع والطرح

تمرين

عبر عن التوازنين الآتية بقواعد حسابية :

(١) ث = ع غ . ث ثمن عدة ادوات عددها ع وغ ثمن الوحدة

(٢) ع = ث + غ الاحرف كما في نومرو (١)

(٣) ك = ع + س م حيث ع عدد سكان مدينة في الوقت الحاضر م معدل زيادة السكان السنوية وك سكان المدينة بعد مضي س سنة

(٤) م = س ش . حيث سرعة رجل يسير شرقاً ش ميلاً في الساعة وس عدد الساعات وم المسافة التي يقطعها

(٥) م = س غ حيث سرعة رجل يسير غرباً غ ميلاً في الساعة وس وم كما في السؤال السابق

(٦) م = س ش + س غ . حيث س وش وغ كما في السؤالين السابقين

وم المسافة بين الرجلين بعد أن يسيرا من ساعة من ذات المكان وفي نفس الوقت
بين برسم بسيط المقصود من السؤال وعين نقطة بداية المسير وموقف الرجلين
في نهاية الوقت المعين

تمرين

مسائل مثورة

- (١) اذا كان جانب مربع ٥ امتار فكم مساحته ؟ كم محيطه ؟
- (٢) اذا كان جانب مربع م متراً فكم مساحته ؟ كم محيطه ؟
- (٣) قاعدة مستطيل ١٢ قدماً وارتفاعه ٦ اقدام فكم مساحته ؟ كم محيطه ؟
- (٤) قاعدة مستطيل ق قدماً وارتفاعه ع قدماً فما مساحته ؟ ما محيطه ؟
- (٥) طول مستطيل ضعف عرضه فاذا كان عرضه ع ذراعاً كم يكون طوله ؟ كم يكون محيطه ؟ كم تكون مساحته ؟
- (٦) عمر يوسف ثلاثة اضعاف عمر ابيه توفيق فاذا كان عمر توفيق ك سنة كم يكون عمر الاب ؟
- (٧) يوسف اكبر من ابيه توفيق بـ ٢٠ سنة فاذا كان عمر توفيق ك سنة ماذا يكون عمر الاب ؟
- (٨) طول مستطيل اكثر من عرضه بـ ٢٠ قدماً فاذا كان العرض ك قدماً كم يكون الطول ؟ كم يكون المحيط ؟ كم تكون المساحة ؟
- (٩) عرض مستطيل اقصر من طوله بـ ١٠ امتار فاذا كان العرض ك

- متراً كم يكون الطول؟ كم يكون المحيط؟ كم تكون المساحة؟
- (١٠) مجموع عددين ١٦٠ واحدهما ك فما هو الآخر؟
- (١١) الفرق بين عددين ٢٠ والاصغر منهما ك فما هو الأكبر؟
- (١٢) ما مجموع العددين ك وى؟ ما الفرق بينهما؟ ما هو حاصلها؟
- (١٣) كم تزيد ١٢٩ عن ٧٧؟ (١٤) كم تزيد ك عن ٧٩؟
- (١٥) كم تنقص ٢٧ عن ٢٥٢؟ (١٦) كم تنقص ك عن ٢٥٢؟
- (١٧) اذا كانت ك عدداً ما فما العدد الذي يليها؟ جواب ك + ١
- (١٨) اذا كانت ك عدداً ما فما هو العدد الذي يسبقها؟

٩. كيفية تحليل الاعمال وبسطها . وهذا نبسطه بالامثلة الآتية :

- (١) سلى اشتغلت عدداً معيناً من الزهرات ولكن نجلا اشتغلت ٢ اضعاف ذلك فاذا كان مجموع ما اشتغلناهُ ٨٠ زهرة كم زهرة اشتغلت كل منهما؟

الاعداد التي نبحث فيها الرموز التي تقوم مقام الاعداد

ك	=	عدد الزهرات التي اشتغلنا سلى
٢ك	=	نجلا " " " "
٨٠	=	اشتغلناها معاً " " " "

المساواة التي نجدها بين هذه الاعداد

مجموع العددين الاولين = العدد الاخير

- (٢) يملك اميل وفائق ١٢٠ كلة . ولكن كلل اميل ضعفاً كلل فائق فكم كلة

مع كل منهما؟

الاعداد التي تدخل في البحث الرموز التي تقوم مقام الاعداد

عدد كل اميل وفائق = ١٢٠

عدد كل اميل = ٣ ك

عدد كل فائق = ك

المساواة التي تربط هذه الاعداد

مجموع العددين الاخيرين = العدد الاول

(١) مال توفيق وانيس ٢٦٠ ليرة فاذا كان مال توفيق $\frac{1}{4}$ مال انيس كم يكون مال كل منهما ؟

الاعداد التي تدخل في البحث الرموز التي تمثل الاعداد

عدد ليرات توفيق وانيس = ٢٦٠

عدد ليرات توفيق = $\frac{1}{4} ل$

عدد ليرات انيس = ل

المساواة التي تربط هذه الاعداد

مجموع العددين الاخيرين = العدد الاول

تبيينه : الاساتذة متفقون على ان المسائل الخطية التي يلزمها قوة عقلية وادراك سام في اصعب الامور في الابحاث الجبرية . واعتقاد الكثيرين منهم ان الاسلوب الذي اتبعناه في تحليلها انبغ واستطاعت لهنها وادراكها وتذليل صعوبتها وعلو فالرجاء من اخواني الاساتذة ان يسطروا الاسئلة جيدا للطلبة ويشددوا عليهم ليفهموها ويقرنوا عليها طويلا حتى يصبح الاسلوب ملكة راسخة فيهم ولو اقتضى لذلك زمن طويل

تمرين

حلل الاعمال الآتية كما أجربنا في الاسئلة المشروحة واحفظها في دفترك لحين الحاجة اليها في المستقبل

- (١) اصطاد يوسف واحد ٢٦ سمكة . وكان عدد ما اصطاده يوسف ضعفي العدد الذي اصطاده احمد فكم سمكة اصطاد كل منهما ؟
- (٢) مجموع عددين ١٦٠ واكبرها ٤ اضعاف الاصغر فما العددين ؟
- (٣) جمعت لطيفة والدمها ٤٨ مد زيتون في صحراء الشويفات . فاذا كان ما جمعت والولدة ٣ اضعاف ما جمعت لطيفة فكم مداً جمعت كل منهما ؟
- (٤) اذا جمعت عددًا ما الى خمسة اضعافه كان المجموع ٢١٦ فما هو العدد ؟
- (٥) مجموع عددين ٧٢ واصغرهما $\frac{1}{4}$ الاكبر فما العددين ؟
- (٦) رجل ترك ١٢٠٠٠ ليرة لابنه وابنته وكانت حصة الابن ضعفي حصة الابنة فكم نال كل منهما ؟
- (٧) ربح رجل وولده ١٢٨٨٠ ليرة فاذا كانت حصة الوالد ضعفي حصة الابن كم كانت ارباح كل منهما ؟
- (٨) جمع ولدان ١٥٠ جوزة فاذا كان نصيب الاكبر ضعفي نصيب الاصغر كم كانت حصة كل منهما ؟
- (٩) اجرة خياطة ومعاونتها في الاسبوع ١٨٦٠ غرشاً فاذا كانت اجرة الخياطة ضعفي اجرة المعاونة كم تأخذ كل منهما ؟

- (١٠) بلغ محصول القطن احد السنين في العالم ١٦٠٠٠٠٠٠٠ باله وكان
محصوله في الولايات المتحدة ثلاثة اضعاف محصوله في سائر العالم فكم باله نتجت في
الولايات المتحدة ؟
- (١١) بلغت غلة حقل في البقاع ٦٠٠٠ ليرة فاذا كانت حصة الشريك
وعائلته ضعفي حصة صاحب الحقل كم نال كل منها ؟
- (١٢) مجموع عددين ٤٨٠ واحدهما خمسة اضعاف الآخر فما العددان ؟
- (١٣) مجموع عددين ٧٣٦ واحدهما ثلاثة اضعاف الآخر فما العددان ؟
- (١٤) اقس ٦٤ الى قسمين بحيث يكون احدهما ٧ اضعاف الآخر
- (١٥) مجموع ثلاثة اعداد ١٠٥ الاول ضعف الثالث والثاني ٤ اضعاف
الثالث فما هي الاعداد ؟
- (١٦) مجموع ثلاثة اعداد ١١٧ الثاني ٥ اضعاف الاول والثالث ٦ اضعاف
الثاني فما هي الاعداد ؟
- (١٧) مجموع ثلاثة اعداد ٤٢٤ الثاني ٥ اضعاف الاول والثالث ٦ اضعاف
الثاني فما هي الاعداد ؟
- (١٨) مجموع ثلاثة اعداد ١٠٤ الثاني ٢ اضعاف الاول والثالث يساوي
مجموع الاول والثاني فما هي الاعداد ؟
- (١٩) محيط مربع ٢٦٠ قدماً فكيف طول جانبيه ؟
- (٢٠) محيط مستطيل ٢٥٦ متراً فاذا كان طوله ٢ اضعاف عرضه كم يكون
طوله وعرضه ؟
- (٢١) وفر رجل ٦٠٠٠ ليرة في ٢ سنوات فاذا وفر في السنة الثانية ضعف ما

وقرء في الاولى وفي الثالثة ٢ اضعاف ما قرء في الاولى فكم المبلغ الذي قرء كل سنة ؟
 ١٠ . حل الاعمال واستخراج اجوبتها . وهذا نملة محل الاسئلة التي
 حللناها وبسطناها في نومرو ٩ واننا نكرر نشرها هنا لاهمية الاسلوب والطريقة
 ولزيادة الفائدة

(١) سلمى اشغلت عددًا معينًا من الزهرات ولكن نجلا اشغلت ٢ اضعاف
 ذلك فاذا كان مجموع ما اشغلتاه ٨٠ زهرة كم زهرة اشغلت كل منهما ؟

الاعداد التي تدخل في البحث الرموز التي نستخدمها بدلاً من الاعداد

عدد الزهرات التي اشغلتها سلمى	=	ك
" " " " " "	=	٢ ك
" " " " " "	=	٨٠

المساواة التي تربط هذه الاعداد

مجموع العددين الاولين = العدد الاخير

وباستخدام الرموز : $ك + ٢ ك = ٨٠$

اي $٤ ك = ٨٠$

فاذا $ك = ٢٠$ عدد الزهرات التي اشغلتها سلمى

$٦٠ = ٢ ك$ عدد الزهرات التي اشغلتها نجلا

الامتحان : $٦٠ = ٢ اضعاف ٣٠$ وكذلك $٦٠ = ٢٠ + ٤٠$

(٢) يملك اميل وفائق ١٢٠ كلة ولكن كل اميل ضعف كل فائق فكم

كلمة مع كل منهما ؟

الاعداد التي تدخل في البحث الرمز التي تقوم مقام الاعداد

عدد كل اميل وفائق = ١٢٠

" " " = ٢ك

" " فائق = ك

المساواة التي تربط هذه الاعداد

مجموع العددين الاخيرين = العدد الاول

وباستخدام الرمز : $١٢٠ = ك + ٢ك$

اي $١٢٠ = ٣ك$

فاذا $٤٠ = ك$ عدد كل فائق

$٨٠ = ٢ك$ " " اميل

الامتحان : $٨٠ = ٤٠ \times ٢$. وكذلك $١٢٠ = ٤٠ + ٨٠$

تمرين

اجب ما استطعت شفاهاً

حلل وابسط الاعمال في التمرين السابق ثم حلها

حلل وابسط ثم حل الاسئلة الآتية

(١) رجل اعطى ولده ٦٦ ليرة ليشتري بها طاقماً وبالطو وبرنيطة فاذا كان

ثمان الباطو ضعف ثمن البرنيطة . والطاقم ٢ اضعاف البرنيطة . كم يكون ثمن

كل منها؟

(٢) رجل وهب ابنة ضعف ما وهب ابنته ووهب زوجته ٤ اضعاف ما وهب الابنة فاذا كانت تركته ٤٢٠٠٠ ليرة كم يتال كل منهم ؟

(٣) يتركب السميت من الرمل والحصى والتراب الافرنجية بحيث يكون الرمل ضعف التراب . والحصى ٥ اضعافها . فما مقدار كل منها في ١٢٠٠ ذراع مكعبة من السميت ؟

(٤) يصنع نوع من الزجاج مزج واذا به جزء من الكلس و٥ اضعافه من التلي و٢ اضعاف التلي رملاً فكم مقدار كل منها في ١٢٠٠ كيلوزجاج ؟

(٥) سافر رجل وزوجته وولدها وعمره ٨ سنوات في الباخرة من بيروت الى نيويورك باجرة ٩٠٠ ريال فكم تكون اجرة الراكب ؟

(٦) اقس ٤٨٠ الى ٢ اعداد ليكون الثاني ضعف الاول والثالث ثلاثة اضعافه (اضعاف الاول)

(٧) مجموع ثلاثة اعداد ٦٠٠ . الثاني ضعف الاول والثالث ٣ اضعاف الثاني . فما هي الاعداد ؟

(٨) مجموع عددين ١٧٦٠ واحدهما $\frac{1}{10}$ الآخر فما العددان ؟

(٩) ما العدد الذي اذا جمعت ٧٠ الى ٩ اضعافه كانت النتيجة ١٠٦٠ ؟

(١٠) الفرق بين عددين ١٥٣٠ واحدهما ١٠ اضعاف الآخر فما العددان ؟

١١ . المقدار الجبري . ويقال له العبارة الجبرية هو ما تألف من رمز واحد او مجموع رموز تمثل الاعداد وتقوم مقامها

مثال ك و ٤ ل و ل - م + ٢ ن

١٢ . الحد . حيا لتسهيل العمل وبسطه بكل جلاء فاننا ننظر الى العلامتين

”+“ و”-“ ونحسبها ما يفرق حدًا عن آخر فالحد اذا مقدار او عبارة ليس بين اقسامها + او - مثلاً $٤ك + ٢م$ و $٨ك + ٢م$ ونحسب المقدار $٥ب + ٢ت - ٢س$ مؤلفاً من الحدود $٥ب + ٢ت + ٢س$

١٣. المسمى . ولجل سهولة العمل والبحث فاننا نخصص احد اقسام الحد او اضلاعه ونفرزه لنتم العمل عليه فندعوه **مبتدئ** مسمى مثل ٥ في $٥ك$ التي تدل كم مرة جمعت الكمية الحرفية (ك) الى نفسها

فالمسمى اذا هو الضلع العددي لاي كمية حرفية

تنبيه : اذا كان المسمى واحداً فانه لا يكتب بل يقدر تقديراً فاننا لا نكتب مثلاً $١ل$ بل نكتب $ل$ فقط

١٤. الدليل . هو رقم صغير بوضع فوق الكمية قليلاً مع ميل الى اليسار منها فيدل على عدة تكرارها كضلع

$$\text{مثالة } ل^٥ = ل \times ل \times ل \times ل \times ل$$

تمرين

اجب ما استطعت شفاهاً

بين كم حدًا في المقادير الآتية واقراها حدًا حدًا

(١) $٥ب + ٢ت$ (٢) $٢ك - ٧ي + ٥م$

(٣) $٢ب + ٥ب - ٢س - ٢ك + ٢ي$ (٤) $٢م - ٢ك + ٢ي + ٥ل$

(٥) اكتب مقداراً مؤلفاً من حدين واستخدم اعداداً مع الاحرف ب و ت وك و ي

العدد الذي يزيد على ك ب ٢
(٢٩) ل الأ . ك سلب . ك ناقص . الممدد الذي ينقص عن

ك ب

(٤٠) مضاعف ك مع ثلاثة اضعاف م

(٤١) حاصل مجموع ٦ و ٧ في ل (٤٢) ثلث مجموع م ول

(٤٣) مجموع ٢ اضعاف ب و ٥ اضعاف ح

(٤٤) زيادة ٥ اضعاف ب على ٢ اضعاف م

(٤٥) مربع ك مطروح من مربع ل

(٤٦) خارج قسمة ك على ل (٤٧) حاصل ضرب ك في مجموع ل وم

(٤٨) جورج معه ك كلة ورجح ١٠ فوقها . فكم جملة ما معه ؟

(٤٩) جورج معه ك كلة ورجح ل كلة فوقها . فكم جملة ما معه ؟

(٥٠) فؤاد معه غ غرشاً واعطاء والده ٢٠ غرشاً . فكم غرشاً معه الآن ؟

(٥١) فؤاد معه غ غرشاً واعطاء والده ل غرشاً فكم جملة ما معه ؟

(٥٢) كلل فؤاد ضعف كلل سامي (ك) وزيادة ٥ كلل فكم عددها ؟

(٥٣) عمر سلى الآن س سنة فكم يكون عمرها بعد مضي ٢ سنوات ؟

٥ سنوات ؟ ك سنة ؟

(٥٤) اي عدد اكثر من ٥ بواحد ؟ اكثر من ك بواحد ؟ اكثر من

ع بواحد ؟ من ك + ١ (بواحد) ؟ من ك + ٢ ؟ من ع - ١ ؟ من ك - ٢ ؟

الاعداد المتواليه او المتتابعة هي الاعداد التي يكون الفرق بينها واحداً مثل

٦ و ٧ ومثل ١٠٠٠ و ٩٩٩

(٥٥) ما هما العددان المتتابعان اذا كان اقلها "ك" ؟ اكتب ٣ اعداد متتابة اقلها ك . اربعة اعداد . خمسة اعداد

(٥٦) الفرق بين عددين ٤ واصغرها ك فما هو الاكبر ؟

(٥٧) ثلاثة اعداد اصغرها ك فاذا كان الثاني يزيد ب ٧ والثالث ب ١١ ما هو الثاني والثالث ؟

(٥٨) ثلاثة اعداد اصغرها ك والثاني يزيد ب ٦ والثالث يزيد الثاني ب ٨ فما هو الثاني والثالث ؟

(٥٩) ما مربع مجموع ك وى مع مربع فرقها ؟

١٥ . حلّ الاعمال

(١) مدرسة فيها ٢١٦ ولداً فاذا كان عدد البنات يزيد على عدد الصبيان ب ١٦ كم بنتاً وكم صبيّاً في المدرسة ؟

الاعداد التي نبحث فيها

الرموز التي نقوم مقام الاعداد	=	عدد الطلبة في المدرسة
٢١٦	=	عدد البنات
ك + ١٦	=	عدد الصبيان
ك	=	

المساواة التي تربط هذه الاعداد

مجموع العددين الاخيرين = العدد الاول

او باستخدام الرموز $ك + ك + ١٦ = ٢١٦$
 اي $٢ك + ١٦ = ٢١٦$
 وبطرح ١٦ من الجانبين المتساويين $١٦ = ١٦$

$٢ك = ٢٠٠$
 $ك = ١٠٠$ عدد الصبيان
 $ك + ١٦ = ١٦٦$ عدد البنات

الاجمعا : ١٦٦ تزيد على ١٠٠ ب ١٦ . وكذلك $١٦٦ + ١٠٠ = ٢١٦$
 فالاعداد ١٦٦ و ١٠٠ تم جميع شروط السؤال

(٢) اجرة توفيق وعادل وامين ٢٨ ليرة في الاسبوع وكانت اجرة توفيق تزيد اجرة عادل ب ٥ ليرات و اجرة امين تزيد اجرة عادل بليرتين فكم تكون اجرة كل منهم ؟

الرموز التي تقوم مقام الاعداد	الاعداد التي نبحث فيها
٢٨ ليرة	= اجرة توفيق وعادل وامين
ك	= اجرة عادل
ك + ٥	= اجرة توفيق
ك + ٢	= اجرة امين

المساواة التي تربط هذه الاعداد

مجموع الثلاثة الاعداد الاخيرة = العدد الاول

٢٨	=	٢ + ك + ٥ + ك + ك	او باستخدام الرموز
٢٨	=	٧ + ك	اي
٧	=	٧	وبطرح ٧ من الجانبين المتساويين
٢١	=	ك	
٧	=	ك	اجرة عادل
١٢	=	٥ + ك	اجرة توفيق
٩	=	٢ + ك	اجرة امين

(ليعتق الطالب العمل)

وبهذه المناسبة نكرر الانتماس من الاستاذ ان يشدد على الطالب ليعتق هذه الطريقة ويتجدى الاسلوب الذي بسطناه ليصبح ملكة راسخة في عقله فيسهل عليه العمل والدرس والتقدم فيملك ناصية اهم سر من اسرار النجاح في العلوم الرياضية التي تقوي فيه مزايا التفكير والقياس والتحليل والاستنتاج المنطقي

(١) دجاجات انيس اكثر من دجاجات يوسف بـ ١٦ ومجموع دجاجاتها ٩٤ فكم دجاجة عند كلٍ منها ؟

(٢) مجموع كل جورج وفؤاد ١٢١٠ ولكن كل جورج تزيد على كل فؤاد بـ ٢٥٠ فكم كلة لجورج وفؤاد ؟

(٣) ثلاث بنات خطن ٤٠ قطعة ثياب وقد خاطت الاولى ٥ قطع اكثر من الثالثة وخاطت الثانية ٨ قطع اكثر من الثالثة فكم قطعة خاطت كل منهن ؟

(٤) وضع رجل ٢١٠٠ ليرة في ٢ مصارف . فاذا وضع في الثاني ٢٠٠ ليرة اكثر مما وضع في الاول ووضع في الثالث ٢٠٠ ليرة اكثر مما وضع في الثاني كم وضع في كل منها؟

(٥) اقس ٢٤٨٠ ليرة الى قسمين . بحيث يكون احدها اكثر من الآخر

ب ٤٦٠

(٦) وديع واميل عندهما ٦٠ طائر حمام فكم حمامة اكل منها اذا كانت حمامات وديع اكثر من حمامات اميل ب ١٠؟

(٧) كان في احد انتخابات يروت ١٢٧٨٤ صوتاً فاذا نال الفائز الاكثرية

ب ١٧٢٢ فكم صوتاً نال؟

(٨) يكون الليل في مدينة نيويورك في ٢١ اكتوبر اطول من النهار ب ٥

ساعات و٢٢ دقيقة فكم يكون طول النهار؟

(٩) مجموع عددين متتابعين ١٤١ فما العددان؟

(١٠) مجموع ثلاثة اعداد متتالية ٢٤٣ فما هي الاعداد؟

(١١) اقس ٥٠٠٠ ليرة بين سلى ولبلى ونيبه بحيث تنال سلى ٨٠٠ ليرة اكثر

من نيبه ولبلى ٢٠٠ ليرة اكثر من نيبه

(١٢) اقس ٥٠٠٠ ليرة بين اديب وتوفيق وفارس بحيث ينال اديب

٢٠٠ ليرة اكثر من توفيق وفارس ٨٠٠ ليرة اكثر من اديب

(١٣) اربع بنات خطن ٤٨٧ قيصاً . الاولى خاطت قدر الثانية والثالثة

١٢ قيصاً اكثر من الاولى والرابعة ١٥ قيصاً اكثر من الثالثة فكم قيصاً خاطت

كل منهن؟

(١٤) رجع ٤ تلامذة من مدرسة "عاليه" ٣٠ نقطة يوم الالعاب وكان مارمجة

الاول نقطة واحدة أكثر من الثاني والثالث ٢ نقط أكثر من الثاني والرابع نقطتين أكثر من الثاني فكم نقطة ربح كل منهم ؟

(١٥) مجموع علامات وديع وشفيق ومحمد ٢٦٤ في علم الجبر فاذا كان وديع يزيد محمد ب ١٦ وشفيق يزيد (يزيد محمداً) ب ٧ كم تكون علامة كل منهم ؟

القسم الثاني

١٦ . الجبر . فرع من العلوم الرياضية لدرس انفع الطرق واقعلها في استعمال الاعداد والكميات واستخلاصها بواسطة الاحرف والرموز على اختلاف انواعها وهو كالحساب يُبحث فيو عن الكميات ولكن بطريقة اعم لان الكميات في العمليات والابحاث الحسابية يدل عليها بالارقام التي لها قيمة واحدة محدودة لا تتغير ابداً . اما في الجبر فالكميات يدل عليها برموز تعطي لها اي قيمة كانت . وتلك الرموز هي حروف الهجاء ومع انه لا حد ولا قيد للقيمة العددية التي تمثلها الرموز الا ان قيمتها في العملية الواحدة او في نفس العملية تبقى واحدة ولا تتغير

مثلاً اذا قيل لتكن ب = ٥ فليس المراد ان ب = ٥ دائماً بل انها تساوي ٥ في نفس العملية التي نحن بصدد ما فقط . وفضلاً عن ذلك يحق لنا ان نستعمل هذه الرموز بدون وضع قيم خاصة لها وهما في الحقيقة من اهم مباحث علم الجبر

١٧ . فائدة علم الجبر . والنوائد التي ظهرت لنا ما درسناه قبلاً باستعمال الرموز والمحروف الهجائية للدلالة على الكميات هي (١) تقصير الشغل وتسهيله واخصاره اثناء حل الاعمال

(٢) نمكنا من حلّ اعمال ومساائل لا يمكن ان تحلّ الا بواسطتها وسوف يظهر لنا فوائد اخرى اثناء درسنا في المستقبل لاجمال لذكرها الآن

١٨ . الحد . هو مقدار جبري (او عبارة جبرية) ليس بين اقسامه " + " او " - " مثلاً ه ك ا ي و ا كل م ا و ه ب ت + م ح و ا (ك + ي)

تنبيهه : علامات الضرب والقسمة والمحاصر تربط الكميات وتجعلها حدًا واحدًا لانها تذكرها في كتاب الحساب الحديث

١٩ . العبارة الجبرية . ويقال لها المقدار الجبري تتألف من اعداد وحروف تنوم مقام الاعداد وتنقسم الى قسمين بسيطة ومركبة

٢٠ . العبارة البسيطة . ويقال لها المقدار البسيط هي ما تركبت من حد واحد مثل ه ك ا ل و ي

٢١ . العبارة المركبة . ويقال لها المقدار المركب هي ما تألفت من حدين فاكتر مثل ٢ ب ت - ي + ٢ ك + ٥ ي

٢٢ . العبارة ذات المحدثين . هي ما تألفت من حدين فقط مثل ٢ ب - ٢ س ويقال لها ثنائية

٢٣ . العبارة ذات الثلاثة الحدود . هي ما تألفت من ثلاثة حدود مثل ٥ ب - س + ك ويقال لها ثلاثية

واذا زادت العبارة على ثلاثة حدود قيل لها كثيرة الحدود وقد تسمى العبارة البسيطة ذات حد واحد

٢٤ . المسمى . يدعى الضلع العددي لاي كمية حرفية مسمى مثل ه في ه ل و ا في ال م ن

اما المسمى فهو ذلك العدد الذي يدلنا كم مرة جمعت الكمية الحرفية الى نفسها وقد توسع البعض في تحديده فعرّفوه بقولهم : انه اذا وجد حاصل ضرب عدة اضلاع فمسمى ضلع او اكثر منها هو حاصل باقي الاضلاع

ففي الحاصل ه كل م من مسمى ن هو ه كل م ومسمى كل هو ه ن م

في المثال السابق ما هو مسمى ك ؟ ل ن ؟ ك م ؟ ك ن ؟

٣٥ . المسمى كما رأيت نوعان عددي وحرفي . فالعددي ما تركيب من الارقام

فقط والحرفي ما تركيب من حروف ففي ا ه ب ت المسمى العددي ا ه وفي ب س ك ه المسمى الحرفي ل ك ه و ب س

٣٦ . الضلع . ضلع الحاصل ويقال له العامل هو احد الكميات التي

ضربت بعضها في بعض لتكوين الحاصل

مثاله : ه ب ل ن معناه ه \times ب \times ل \times ن فاذا كل من ه وب

ول ون هو ضلع الحاصل ه ب ل ن

٣٧ . القوة . هي حاصل ضرب كمية في نفسها مرة او مرتين او اكثر وتكرر

تلك الكمية كضلع . مثاله $٧^٢ = ٧ \times ٧$ اي ٧ مرفاة الى القوة الثانية وه $٥ \times ٥ = ٥^٢$

اي ه مرفاة الى الدرجة الثالثة وم $٣^٣ = ٣ \times ٣ \times ٣$ اي م مرفاة الى الدرجة الخامسة

وهلم جرا

واستعمال الدليل اخصر طريقة للدلالة على القوة

٣٨ . الدليل . ويقال له الاس هو عدد او رقم صغير يكتب فوق الكمية

مع ميل الى اليسار منها فيدل على مرات تكرارها كضلع

- (٣) ما المسمى العددي في ٥ ا ب ك ؟ ما المسمى الكامل لـ ك ل ب ؟
 (٤) ما نوع المسمى ب ت س لـ ك في ب ت س ك ؟
 (٥) ركب حدًا واحدًا بوضع مسمى عددي للحرف ل . بوضع مسمى حرفي لـ ن . بوضع مسمى مختلط (ارقام واحرف) لـ ك
 (٦) اكتب القوة التي اصلها ٧ ودليلها ٥ . اكتب القوة التي اصلها ٥ ودليلها ٥
 (٧) اكتب القوة التي اصلها ٤ ودليلها ٤ . اكتب القوة التي اصلها ٥ ودليلها ٥

ع-١

إذا كانت $\frac{1}{2} = \text{ب}$ و $\frac{1}{3} = \text{س}$ و $\frac{1}{4} = \text{ك}$ و $\frac{1}{5} = \text{ت}$ جد قيمة ما يأتي :

(٨) $٢ت + ٦ب$ (٩) $٥ت ك - ٢ب$

(١٠) $٣س + ٢ب ك$ (١١) $\frac{1}{2} ب ك + ٢ت ك$

(١٢) $\frac{1}{2} ب (س + ك)$ (١٣) $٢ب ك - ٢س$

(١٤) $٥ت ب س ك$ (١٥) $\frac{1}{4} ت س ك$

(١٦) $٦ت ب ك س$ (١٧) $٤ت - \frac{1}{2} س$

(١٨) $٢س - ٢ت$ (١٩) $ك - ٥ت س$

(٢٠) $٦ت ك + ٢س$ (٢١) $٦ت ب ٦س$

(٢٢) $ب ك ٦٤ ك + ٢ت$

إذا كانت $\frac{1}{2} = \text{ب}$ و $\frac{1}{3} = \text{س}$ و $\frac{1}{4} = \text{ك}$ و $\frac{1}{5} = \text{ت}$ و $\frac{1}{6} = \text{و}$ جد قيمة ما يأتي

جد قيمة ما يأتي

(٢٣) $٢ت - ٥ب$ (٢٤) $\frac{٢ت + ٢س}{٥}$

(٢٦) $\frac{ت + ب}{ي}$	(٢٥) ت ب س ي
(٢٨) ١٠ ت ك - ٢ ب ي	(٢٧) س ك - ب ي
(٣٠) $\frac{٦ \dots ١٠٠٠ ب + ي}{٦}$	(٢٩) ت ^٢ - ب ^٢
(٣٢) ٥ ت ب س	(٣١) $\frac{ت٢ - س٢}{ي}$
(٣٤) $\frac{ك + ي}{ب}$	(٣٣) $\frac{ب + ت + س}{ك ي}$
	(٣٥) $\frac{٥ ت س}{ب}$

١١١. استخدام الأقواس . مر معنا في علم الحساب انه اذا وجد عددان او اكثر مرتبطان بعلامات العمليات الحسابية مها كانت ووضعت تلك الاعداد داخل قوسين فانها تعتبر بحملتها كمية واحدة غير متجزئة كأنها رمز لعدد مفرد
 مثالة : $(٤ + ٦)٢$ يراد بها $١٠ \times ٢ = ٢٠$; $(٢ - ١٧)$; $(٢ - ٨) +$ يراد بها $٥ + ١٠ = ١٥$; $(٧ + ٥)$ يراد بها ١٢ ; $١٤٤ = ٦(ك + ي)$ يراد بها ٦ اضعاف مجموع ك و ي

٣٣. جذر المربع لكمية ما (وقال له الجذر الثاني او المالي او التربيعي) هو احد ضلعي الكمية المتساويين . اي هو كمية اذا ضربت في نفسها حصلت الكمية الاولى . فالجذر المالي ل ٦٤ هو ٨ لان $٨ \times ٨ = ٦٤$ والجذر المالي ل ٨١ = ٩
 ٣٣. يدل على ارادة تجذير الكمية بوضعها تحت هذه العلامة $\sqrt{\quad}$ وتسمى "الجذرية" ورقم دليل الجذر فوق زاويتها مثالة $\sqrt[٦٩]{٦}$ اي الجذر الثاني من ٦٩
 و $\sqrt[١٢٥]{٦}$ الجذر الثالث من ١٢٥ وهم جراً
 ٣٤. وكما انه بقدر دليل القوة اذا كان واحداً "١" ولا يكتب هكذا دليل الجذر اذا كان اثنين "٢" فلا يكتب كما رأيت

٣٥ . نظام اجراء عمليات الحساب الاساسية . اذا قرأنا السؤال الآتي :
 $6 + 4 \times 12 - 2$ واجرينا العمليات بالتتابع مبتدئين من اليمين كان لنا ١٠ ;
 ٩٠ ; ٧٨ ; والنتيجه النهائية ٢٦ . ولكن اذا اجرينا عمليات الضرب والقسمة اولاً كما
 ابنا ذلك في علم الحساب حصل لنا $6 + 4 \times 12 - 2 = 68$ وهذا الامر يظهر لنا جلياً ان
 قيمة الموال توقف على النظام الذي نتخذه ونتبعه . ومنعاً للخطأ اثناء العمل
 والتداول بالعلامات قد اتفق الرياضيون على ما يأتي وجعلوه قانوناً للجري بموجب :

١ . سلسلة العمليات التي تشتمل فقط على الجمع والطرح فانها تتم حسب
 النظام الذي ترد فيه ويبدأ فيها من اليمين الى اليسار

$$\text{مثالة : } 8 + 12 - 10 = 6 + 10 - 20 = 17 = 6 + 10$$

ومن الخطأ ان نشغل هكذا : $8 + 12 - 20 = 6 + 10 - 17 = 4$

٢ . سلسلة العمليات التي تشتمل فقط على الضرب والقسمة فانها تتم حسب
 النظام الذي ترد فيه ويبدأ فيها من اليمين الى اليسار

$$\text{مثالة : } 8 \times 12 + 4 \times 6 = 96 = 4 \times 6 + 12 \times 8 = 72$$

ومن الخطأ ان نشغل هكذا : $8 \times 12 + 96 = 4 \times 6 + 12 \times 8 = 32 = 4$

٣ . سلسلة العمليات التي تشتمل على الجمع والطرح والضرب والقسمة
 وتكون خالية من الاقواس والمحاصر تتم باجراء عمليات الضرب والقسمة اولاً قبل
 ثم عمليات الجمع والطرح (حسب منطوق نومرو ٢) وبعدها يتناول العمل
 عمليات الجمع والطرح بموجب مبدأ نومرو ١

$$\text{مثالة : } 6 + 4 \times 12 - 2 = 68 = 6 + 4 \times 12 - 2$$

٤ . سلسلة العمليات التي تشتمل على الجمع والطرح والضرب والقسمة وتضمن

$$(22) \quad 5 - ك - 2(ب + س) \quad (23) \quad 2(ك - 2) - 3(ت) + 4(س)$$

$$(24) \quad 3(ك - 2) - 4(س)$$

$$(25) \quad (ك - 1)(ك - 2) + (ك - 3)(ك - 4)$$

$$(26) \quad \frac{7س + 2ك}{ك} \quad (27) \quad \frac{2ك - 3س}{2س + 3ك} \quad (28) \quad \frac{(ك - 1)(ب + 1)(س - 5)}{ت ب ك}$$

٣٦ . ملاحظات توجه اليها ذهن الطالب

(١) كل قوة للواحد تساوي واحداً مثالة $١ = ١$

(٢) نتيجة الحاصل لا تتغير بتغيير ترتيب الاضلاع وبكلام آخر

اذا قدمنا او آخرنا بعض الاضلاع فالنتيجة لا تتغير

(٣) جرت العادة ان ترتب الاحرف التي يتألف منها المبدأ الجبري حسب

ورودها على ترتيب حروف المعجم ولكن هذا ليس من الامور الجوهرية بل هو مجرد

استحسان فقط

(٤) اذا كان احد اضلاع الحاصل صفراً او يساوي صفراً فالحاصل جميعه

يساوي صفراً مهما بلغت قيمة سائر الاضلاع وبسبب هذا الضلع ضلعاً صفرياً

مثالة : اذا كانت م صفراً فالكمية $ك^٢ ل^٢ م$ = صفراً مهما كانت قيمة ك ول و م

(٥) كل قوة للصفر تساوي صفراً . مثالة : اذا كانت ل = صفراً تكون

ل = صفراً ايضاً

(٦) يجب مراعاة حسن الترتيب واحكام الوضع فان ذلك يساعد كثيراً على

صحة العمل في حل التعاريف الجبرية

(٧) لا يجوز مطلقاً استعمال علامة = الا بين الكميات المتساوية

(١) يجب نبيان كيفية التدرج اثناء الحل والعمل بحيث تظهر كيفية استنتاج كل شيء من الذي قبله

مسائل مشورة

- (١) ما نتيجة جمع ٥ اضعاف ك الى حاصل ضرب ل في ٣؟
- (٢) كم ثمن ٣٠ اقة بن اذا كان ثمن الاقة غ غرشاً؟
- (٣) ثمن ب كتاباً غ غرشاً فما ثمن الكتاب الواحد؟ ما ثمن ك كتاباً؟
- (٤) كم جزءاً من ل ليرة الليرة الواحدة؟ ب ليرة؟
- (٥) كم جزءاً من ل ليرة الغرش الواحد؟ ٦٠ غرشاً؟ غ غرشاً؟
- (٦) احد ضلعي ك ٥ فما هو الضلع الآخر؟ احد ضلعي ك م فما هو الضلع الآخر؟
- (٧) عبر عن مجموع س ساعات ود دقائق كدقائق. كساعات
- (٨) باع تاجر ذ ذراعاً وق قيراطاً من ثوب طول كل ذراعاً عبر عن الباقي بقيراط. عبر عنه باذرع
- (٩) المسافة بين بيروت ودمشق ٩٠ ميلاً فاذا سار قطار من بيروت س ساعة بسرعة م ميلاً في الساعة فاصداً دمشق كم يكون بعده عنها؟
- (١٠) ثمن ذراع الجوخ غ غرشاً فكم يكون ثمن ٥ اذرع؟
- (١١) غرفة طولها ١٢ ذراعاً وعرضها ١٠ كم بلاطة يلزم لرصف ارضها اذا كانت مساحة البلاطة $\frac{1}{4}$ الذراع المربعة؟
- (١٢) حاصل ضرب عددين ك واحدهما ل فما هو الآخر؟

- (١٣) احد جزئي ك ل فما هو الجزء الآخر ؟
- (١٤) نزل نونيق الى السوق وفي جيبه ل ليرة واشترى طاقماً بـ ت ليرة
فكم بقي معه ؟
- (١٥) اذا كان ثمن ل ليمونة غرشاً فكم ثمن الدزينة ؟
- (١٦) مجموع عددين ٤ وأكبرها ك فما هو الآخر ؟ ما نسبة الاكبر الى
المجموع ؟ الى الاصغر ؟
- (١٧) ما زيادة ل عن ٥ ؟ زد على ل مياً . زد على ف نوناً
- (١٨) اي عدد يأتي بعد ف ؟ اي عدد يأتي بعد ذلك ؟
- (١٩) اي عدد اكبر من م ب ٤٢ ؟ بـ ل ؟
- (٢٠) اي عدد اقل من ل ب ٢ ؟ بـ ن ؟
- (٢١) لو وزع رجل ك كهناً على اولاده الاثني عشر فكم ينال الواحد ؟
- (٢٢) لو وزع غني ١٠٠ ليرة بين ف فقيراً فكم حصة الفرد ؟
- (٢٣) اكتب ثلاثة اعداد متتابعة يكون وسطها ل
- (٢٤) لرجل غ غرشاً انفق منها ر غرشاً فكم بقي عنده ؟
- (٢٥) باع احد م حصاناً بـ غ غرشاً فخرس ل غرشاً فكم كان ثمنه الاصيلي ؟
- (٢٦) كان لولدك كلل ورج فوقها ن فكم اصبح لديو ؟ واذا كانت ك ١٢٠
ون ٩٥ فكم صار عنده اخيراً ؟
- (٢٧) ابتاع لحام خ خروفاً وذبح منها في شهر م وباع ل فما الباقي ؟
- (٢٨) اشترى لحام د خروفاً وبعد مرور شهر وجد ان لديور خروفاً فقط
فكم ذبح ؟
- (٢٩) عندي ل ليرة فكم يبني عندي لو انفتت ف ليرة ؟

- (٣٠) عمر ولد ١٢ سنة فكم يكون عمره بعد م سنة ؟ وم كان عمره منذ م سنة ؟
- (٣١) باع احدهم حصاناً ببلغ ل ليرة ورجح ب ليرة فكم كان ثمنه الاصلي ؟
- (٣٢) ثلاث مدن في خط مستقيم تبعد الثانية عن الاولى ف ميلاً وتبعد الثالثة عن الاولى م ميلاً فكم المسافة بين الثانية والثالثة ؟
- (٣٣) ابي عدد اكثر من م ب ل ؟ كم تزيدك عن ن ؟
- (٣٤) اذا كانت ل قصفاً من م فما هو القسم الآخر ؟
- (٣٥) كم يجب ان تجمع الى م حتى تصبح بقدر ل ؟



الفصل الثاني

الكميات السلبية . الخطوط والرسوم البيانية

القسم الاول

٣٧ . الاعداد الايجابية والسلبية . يحدث احياناً ان تكون الاعداد المعبر عنها متباينة او متناقضة كما في الامثلة الآتية :

معدل حرارة شهر آب في بيروت ٢٩° فوق الصفر ومعدل شهر كانون الثاني في الشوير ٢° تحت الصفر

فواد يملك ١٢٠٠ ليرة ولكن سامي مديون بقيمة ٩٠٠ ليرة

يوسف سار ١٠٠ ميل شرقاً وخطيل ٢٠٠ ميل غرباً

عرض بيروت ٣٤° الى الشمال من خط الاستواء وعرض ريو جانيرو ٢٣° الى الجنوب منه ؟

فلاعداد ٢٩° و ٣° ; ١٢٠٠ ليرة و ٩٠٠ ليرة ; ١٠٠ ميل و ٢٠٠ ميل ; ٢٣° و ٢٤° زوجاً زوجاً تختلف في نوع دلالتها ولجل التمييز بينها نسي الفئة الاولى اعداداً ايجابية وعكسها المخالف لها اعداداً سلبية

٣٨ . العدد السليبي هو العدد الذي باعتبار الظروف يخالف عدداً آخر اتخذناه ايجابياً كما في الامثلة السابقة

٣٩. العلامات . وليبان نوع الاعداد نسبق الايجابية منها بالعلامة "+"
فيقال لها "ايجاب" والسلبية تنقدها العلامة "-" ويقال لها سلب . فاذا قرأت
درجة الحرارة يوم ما + ٢٣ ° فللمال فهم انها فوق الصفر وبالعكس اذا قرأتها - ٨ °
فانك فهم انها تحت الصفر

٤٠ . اما الاعداد التي لا تكون مسبوقه باحدى العلامتين فهي ايجابية ويكون
ترك العلامة علامة لها . وهذا الترك جائز لا بل واجب في بداية السطراو العمل
اما الكميات السلبية فيجب ان تكون دائماً مسبوقه بعلامة السلب

تمرين

- (١) ما معنى : حرارة - ١٢ ° ؟ عرض بلد - ٣٥ ° ؟ بني الاسكندر مدينة
الاسكندرية سنة - ٣٣١ للمسيح (تكون الثوار يخرج بعد ميلاد المسيح ايجابية) ؟
- (٢) مقياس الحرارة الآن + ١٠ ° فادرجتها اذا هبطت ٥ ° ؟ ١٠ ° ؟ ١٥ ° ؟
- (٣) مقياس الحرارة الآن - ١٥ ° فادرجتها اذا ارتفعت ٨ ° ؟ ١٥ ° ؟ ٣٥ ° ؟
- (٤) اذا كانت درجة الحرارة ١٥ ° وقت الظهر و - ٦ ° نصف الليل فما
مقدار هبوطها ؟
- (٥) اذا كانت درجة الحرارة - ٣ ° وهبطت الى - ١٥ ° فما مقدار هبوطها ؟
- (٦) اذا كان المسافر في عرض - ٥ ° وسار شمالاً ١١ ° ؟ فكم يكون عرضه ؟
كم يكون عرضه لو سافر جنوباً ١١ ° ؟
- (٧) ثروة رجل - ٥٠٠٠ ليرة واستطاع ان يوفّر ١٥٠٠ ليرة سنوياً فكم
كون ثروته في نهاية ٦ سنين ؟

(٨) سافرت باخرة من عرض $+12^\circ$ الى عرض -7° فكم تكون المسافة اذا كانت الدرجة 7.9 ميلاً ؟

(٩) سافرت باخرة جنوباً من عرض $+20^\circ$ بسرعة 4° في اليوم فأي عرض تصل في نهاية ٦ ايام ؟ في كم من الوقت تصل عرض -17° ؟

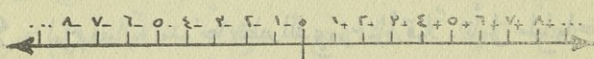
(١٠) اذا اتخذنا الجهة الشرقية ايجابية والجنوبية سلبية فاذا ذكر مدينتين في الجهة الايجابية من بيروت ومدينتين في الجهة السلبية

(١١) اذا اتخذنا الجهة الشمالية ايجابية والجنوبية سلبية فاذا ذكر مدينتين بعد كل منها عدد ايجابي من بيروت ومدينتين بعدها سلبية

(١٢) اذكر مدن ابعادها من خط الاستواء اعداد سلبية و مدن ابعادها ايجابية

(١٣) بين اي الثغورات الآتية ايجابية وايها سلبية :

من 4° الى 10° ; من -12° الى -5° ; من 4° الى -11° ; من -10° الى 11°
 من 9° تحت الصفر الى 2° تحت . من 11° فوق الصفر الى 3° تحت . من 7° تحت الصفر الى 25° فوق



مقياس مدرج

(١٤) ارسم مقياساً مدرجاً كما في الرسم اعلاه ودل على النقطة التي تقابل

الاعداد الآتية : $3+$; $4-$; $5+$; $7+$; $1-$; $3-$; $25+$; $15-$; $65-$
 صفراً

(١٥) استخدم العلامات + و- لتكتب باخصر طريقة : ٤٥ درجة فوق الصفر و ٢٥ تحته

(١٦) اذا دلت ميزان الحرارة على -٢٢ فكم يجب ان ترتفع الحرارة ليدل على -٢٥ اي عدد تضيفه الى -٢٢ ليكون المجموع -٢٥

(١٧) اذا كانت درجة الحرارة -٢٥ فكم يجب ان ترتفع لتصبح ١٠ ؟
كم تضيف الى -٢٥ لتصبح ١٠ ؟

(١٨) تحسب التواريخ قبل ميلاد المسيح سلبية وبعده ايجابية . فاذا ولد اوغسطس قيصر سنة -٦٢ وتوفي سنة ١٤ كم سنة عاش ؟ كم تضيف الى -٦٢ لتصبح ١٤ ؟

(١٩) ولد اسكندر الكبير (المكدوني) سنة -٣٥٦ وتوفي سنة -٣٢٣ فكم سنة عاش ؟ كم تضيف الى -٣٥٦ لتصبح -٣٢٣ ؟

(٢٠) رجل مديون بـ ٨٠٠ ليرة (اي ثروته -٨٠٠ ليرة) ثم ربح مبلغاً فاصبحت ثروته ١٠٠ ليرة فامقدار ربحه ؟ كم يجب ان يربح لتصبح ثروته ١٧٠٠ ليرة ؟

٤١ . ارسم مقياساً مدرجاً نظير الذي رسمناه قبلاً . تأمل ملياً واحفظ مواضع الاعداد النسبية . ولا تنس ان جهة اليمين منه (وبدايتها الصفر) تخصص بالاعداد الايجابية وجهة اليسار تخصص بالاعداد السلبية وزيادة على ذلك اذا سرت نحو اليمين فالحركة ايجابية واذا سرت نحو اليسار فهي سلبية والان نستخدم هذا المقياس لبيان عمليات الجمع والطرح فنقول :

اذا جمعنا ٥ و ٣ مثلاً فاننا نعد (على المقياس) الى اليمين ٣ ثم نعد ٥ ونتبعها

بالنقطة ٨ التي تدل على مجموع ٥ و ٢ ولا فرق في النتيجة اذا عدنا اولاً ٥ ثم ٢ لاننا في الحالتين ننتهي بـ ٨

ولمهم في المثال السابق ان الحركة كانت "تقدمية" من اليسار الى اليمين فلينتبه الطالب جيداً الى هذا الامر

اما اذا قلنا نطرح ٤ من ٧ فاننا نعد (على المتناسق ٧) الى اليمين ثم نعد منها اى من السبعة الى اليسار ٤ حيث ننتهي بـ ٣ التي هي باقى طرح ٤ من ٧ ونرى هنا ان الطرح تم بالسير الى اليسار اى اننا اتبعنا حركة رجعية او تفهيرية التي كانت عكس حركة الجمع

تمرين

استخدم المتناسق المدرج للجمع والطرح في الاسئلة الآتية:

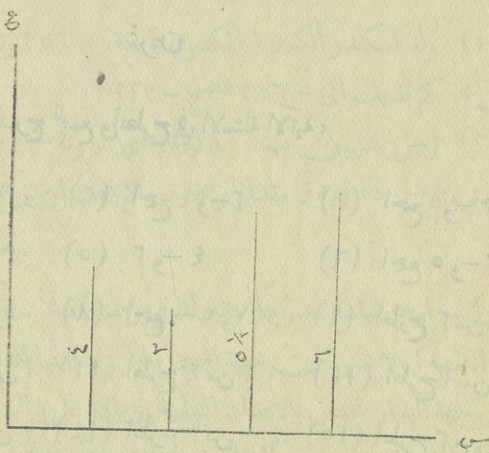
- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| (١) اجمع ٢ و ٤ | (٢) اجمع ٤ و ٢ | (٣) اجمع ٥ و ٢ |
| (٤) اجمع ٢ و ٤ | (٥) ٢ و ٤ | (٦) اجمع ٥ و ٧ |
| (٧) اجمع ٢ و ٤ | (٨) اجمع ٥ و ٧ | (٩) اطرح ٢ من ٥ |
| (١٠) اطرح ٥ من ٢ | (١١) اطرح ٤ من ٦ | (١٢) اطرح ٦ من ٤ |
| (١٣) اطرح ٤ من ٢ | (١٤) ٢ من ٤ | (١٥) اطرح ٢ من ٢ |

٤٢ . الرسم والنخطوط البيانية . اذا احببنا ان نتقابل بين كميتين ونفهم حقيقة نسبة كل منهما الى الاخرى باجلى بيان فاننا نفضلها بنخطوط دقيقة في الرسم البياني .

وقد اصبت هذه الطريقة - طريقة الرسم بالخطوط البيانية - اشهر الطرق العلمية
 لاجل المقابلة بالنسبة لمهولتها وحسن دلالتها ومن امثلتها رسم حرارة المرضى يوماً
 وحرارة الهراء وضغط وقوى الآلات في الميكانيكا ونتائج الاحصاءات
 العديدة المختلفة وخصوصاً في علم الاقتصاد

مثال : طول جورج ٤ اقدام وفؤاد ٣ وعارف $\frac{5}{2}$ واديب ٦ واذا مثلنا
 القدم بخط طولها ١ سنتيمتر فاننا نقول ٤ اقدام ب ٤ سنتيمترات و٣ اقدام ب ٣
 سنتيمترات و $\frac{5}{2}$ قدم ب $\frac{5}{2}$ سنتيمتر و٦ اقدام ب ٦ سنتيمترات . ثم نرسم خطين
 عموديين احدهما افقي والاخر قائم عليهما وعلى ابعاد متساوية على الخط الافقي نرسم
 خطوطاً عمودية طولها ٤ سنتيمترات و٣ و $\frac{5}{2}$ و٦ على التوالي كما ترى ادناه

ومن الرسم يمكنك
 ان ترى بلحمة بصر
 المقابلة النسبية بين
 طول الاربعة
 الاشخاص المذكورين
 ٤٣. الخط البياني.
 عبارة عن جمع عدد
 من الحقائق المبرعنها
 بالاعداد ووضعها
 بشكل خط هندي

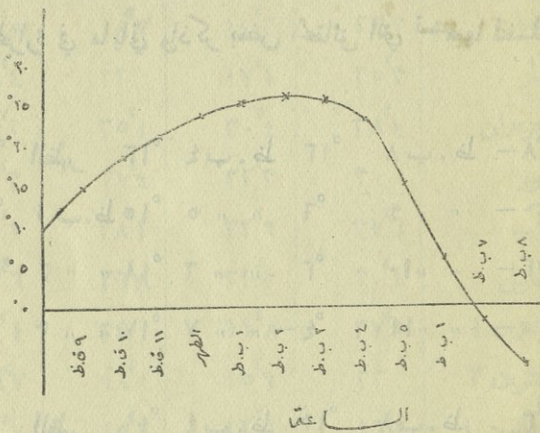


مثال : بلغ قياس الحرارة في مكان معين لاحد الايام من الساعة ٨ قبل الظهر
 (ق. ظ) الى الساعة ٨ بعد الظهر كما يأتي :

٢٧ ظ	٢٢ ظ	١٠ ظ
٢٧ " "	٢٤ الظهر	١٥ " "
٢٤ " "	٢٥ ظ	١٨ " "
٢ ب.ظ	١٥ ب.ظ	
٦ " "	٧ " "	

المطلوب رسم خط بياني القياسات المذكورة

نستخدم لاجل
سهولة العمل الورق
المقسم الى مربعات
ثم نرسم خطين
عموديين احدهما
افقي (ويقال له
المحور الافقي)
والآخر قائم عليه
(ويقال له المحور



الرأسي) ونجعل كل قسم من المحور الافقي يمثل ساعة واحدة وكل قسم من المحور الرأسي يمثل ٥ درجات ثم نعين على خط النقطه التي تمثل ساعة نقطه تدل على عدد درجات حرارة تلك الساعة وهذه النقطه تكون فوق الخط الافقي اذا كانت درجة الحرارة ايجابية والأفحطه اذا كانت سلبية. واخيراً نرسم خطاً متصلاً يمر بالنقط المعينه هو المنحط البياني المطلوب

تمرين

(١) انظر الرسم السابق جيداً وعين:

(ب) وقت معظم الحرارة (ت) مقدار الحرارة الساعة $1\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$

(ث) اي وقت بعد الظهر كانت الحرارة مساوية لما كانت عليه الساعة ٩

قبل الظهر

ارسم خطاً يبيناً للحرارة في ما يأتي واذكر بمض الحقائق التي تستنتجها لنفسك

من الرسم

٨ ق.ظ - ٢°	الظهر	١٢°	٤ ب.ظ - ١٢°	٨ ب.ظ - ٨°
٩ " " ٥°	١ ب.ظ - ١٥°	٥ " " ٦°	٩ " " ٩°	١٠ - " " ١٠°
١٠ " " ١٠°	٢ " " ١٨°	٦ " " ٢°	١٠ " " ١٠°	١٢ - " " ١٢°
١١ " " ٨°	٣ " " ١٧°	٧ " " ٤°	١١ " " ١١°	١٥ - " " ١٥°

٨ ق.ظ - ٥°	الظهر	١٠°	٤ ب.ظ - ١٢°	٨ ب.ظ - ٢°
٩ " " ٢°	١ ب.ظ - ٨°	٥ " " ٩°	٩ " " ٩°	١٠ - " " ١٠°
١٠ " " ٧°	٢ " " ١٢°	٦ " " ٧°	١٠ " " ١٠°	١٢ - " " ١٢°
١١ " " ١٢°	٣ " " ١٥°	٧ " " ٤°	١١ " " ١١°	١٥ - " " ١٥°

المعدلات الآتية في الجدول ادناه مأخوذة من سجل مرصد الجامعة الامبركية
ومدتها ٣٠ سنة

اسم الشهر	معظم الحرارة	اقل الحرارة	متوسط الحرارة	الرطوبة %	المطر ٢٢
كانون ٢	١٦٦	٩٨	١٢١	٦٨٦	١٨٤٩
شباط	١٦٨	٩٨	١٤٢	٧٠٨	١٥١٩
اذار	١٩٤	١١٧	١٥٥	٧٠٨	٩٢٣
نيسان	٢٢٣	١٤٢	١٨٧	٧١٥	٥١
ايار	٢٥٣	١٧١	٢٢	٧٠٤	١٦٨
حزيران	٢٨٤	٢٠٤	٢٥١	٦٨٣	١٢٧
تموز	٣١	٢٢٣	٢٧٤	٦٧٣	-
آب	٣١٦	٢٢٩	٢٨١	٦٥٩	-
اليلول	٣٠١	٢٢٣	٢٦٨	٦٢٦	١٠٩
تشرين ١	٢٧٥	١٩٨	٢٤	٦٦١	٤٨٩
تشرين ٢	٢٢	١٥٩	١٨٩	٦٦٧	١٣٥١
كانون ١	١٩٢	١١٦	١٥٢	٦٨٧	٢٠٥٥

مثل برسم بياني دقيق

- (٤) عمود معظم الحرارة (درجة الحرارة بمقياس سنتراد)
 (٥) " اقل الحرارة (٦) عمود متوسط الحرارة
 (٧) " الرطوبة (٨) " المطر (المقياس مليمترات)

تنبيه : يستنسب اتخاذ عددًا مناسبًا من وحدات قياسات الجداول وتمثيله بقسم على العمود
الرأسي توفيراً للورق ففي عمود الرطوبة نقخذ ١٠ وحدات وتمثلها بقسم وفي عمود المطر ١٠ ميليمترات
او ٢٠ ميليمتراً (او اي عدد آخر) تمثل بقسم

(٩) كمية المطر الساقطة في بيروت كانت كما يأتي : سنة ١٩٠١ ٣٦

فبراطاً ١٩٠٢ . ٣٦ . ١٩٠٣ . ٤٥ . ١٩٠٤ . ٣١ . ١٩٠٥ . ٤٠

١٩٠٦ . ٢٢ . مثل الكمية الساقطة سنة فسنة برسم لاجل المقابلة بينها وارسم الخط البياني

(١٠) موسى الاول في صيفه ومعدله السنوي ٩٢ . حنا الثاني ومعدله ٩٠ .

فارس الثالث ومعدله ٨٤ . سليم الرابع ومعدله ٨٠ . بطرس الخامس ومعدله ٧٦ .

مثل ذلك برسم بياني

(١١) كان معدل الحرارة في اليوم الاول من اشهر السنة في مدينة نيويورك كما

يأتي :

ك ٣١ ° . شباط ٢١ . آذار ٣٥ . نيسان ٤٢ . ايار ٥٤

حزيران ٦٤ . تموز ٧١ . آب ٧٣ . ايلول ٦٩ . ت ١ ٦١ .

ت ٢ ٤٩ . ك ١ ٣٩ مثل ذلك برسم بياني

(١٢) كان معدل الحرارة في اليوم الاول من اشهر السنة في مدينة لندن

كما يأتي :

ك ٢٧ ° . شباط ٢٨ . آذار ٤٠ . نيسان ٤٥ . ايار ٥٠

حزيران ٥٧ . تموز ٦٣ . ايلول ٥٩ . ت ١ ٥٤ . ت ٢ ٤٦

ك ٤١ . مثل ذلك برسم بياني

(١٣) عرض نهر ١٠٠ متر . وعمقه على ابعاد متساوية كل منها ١٠ امتار كما يأتي :

٥ امتار و ٨ و ٢٠ و ٢٢ و ١٥ و ١١ و ٨ و ٦ و ٤ مثل ذلك برسم بياني لظهار خط القاع

ملاحظة : اجعل خط سطح الماء المحور الأفقي ومثل كل قسم منه بعشرة امتار فيكون خط القاع تحت المحور الأفقي وهو المخط الذي يصل نقط القياس ويمر بها

(١٤) عرض نهر ٢٤٠ قدماً وعمقه على ابعاد متساوية كل منها ٢٠ قدماً كما يأتي : ٢ و ٤ و ٧ و ١ و ٩ و ١٦ و ٢٢ و ٣٥ و ٤٠ و ١٢ قدماً على التتابع . مثل ذلك برسم بياني

(١٥) لو فرضنا عدد سكان قرية مدة ٦ سنوات متوالية : ٤٢٠٠ و ٤٣٠٠ و ٤٤٠٠ و ٤٥٠٠ و ٤٦٠٠ و ٤٧٠٠ فمثل ذلك برسم بياني

(١٦) معدل وزن الولد من السابعة الى الثانية عشرة من عمره كما يأتي : ٤٨ و ٥٢ و ٥٧ و ٦٢ و ٦٩ و ٦٨ ليرة على التتابع . مثل ذلك برسم بياني

٤٤ حل الاعمال مثال : ربح اربعة شركاء ٤٥٠٠٠ ليرة فاصاب الاول ٣٠٠٠ ليرة اكثر من الثاني . والثالث ضعف الثاني . والرابع ٢ اضعاف الثاني . فكم ربح كل منهم ؟

رموز الاعداد	الاعداد المذكورة في السؤال
ك + ٣٠٠٠	عدد الليرات التي ربحها الاول
ك	" " " "
٢ ك	" الثالث
٢ ك	" الرابع
٤٥٠٠٠	" الاربعة

العبرة التي تربط الاعداد برموزها

مجموع الاربعة الاعداد الاولى = العدد الاخير

اطلب من التلميذ تكملة العمل

(١) ركش رجل وولد حنلاً مساحة ٦٠٠٠ ذراعاً مربعة فاذا ركش الرجل
٤ اضعاف ما ركشة الولد كم ذراعاً ركش كل منها ؟

(٢) يبلغ ارتفاع تمثال الحرية في ميناء نيويورك ٣٠٦ اقدام فوق سطح الماء .
وعلو القاعدة اكثر من علو التمثال ب ٤ اقدام فاعلو كل منها ؟

(٣) لعل البارود تأخذ كميات متساوية الوزن من الفحم ومن الكبريت
وثقلها من ملح البارود فكم يجب ان تأخذ من كل منها للمل ١٠٠ كيلوكرام بارود ؟

(٤) اصطاد حسن وسليم ٤٠٠ افة سمك . وكان ما اصطاده سليم ضعفي ما
اصطاده حسن فكم افة اصطاد كل منهما ؟

(٥) رجل يملك ٦٦٠ ليرة مودعة في بنكين فاذا كان اودع ١٢٠٠
ليرة في احدهما اكثر مما اودع في الآخر ما المبلغ الذي اودعه في كل منها ؟

(٦) اقس ٢٨٠٤ ليرات بين رجلين بحيث ينال احدهما ٨٠٠ ليرة اكثر
من الآخر

(٧) اقس ٧٠٠٠٠ بين ٢ شركاء حتى ينال الاول ٦٠٠٠ ليرة اكثر من
الثاني والثالث ضعفي الثاني

(٨) جد ثلاثة اعداد متتابعة مجموعها ٧٢

(٩) جد اربعة اعداد متتابعة مجموعها ٣١٨

(١٠) محيط حقل ٢١٨ متراً وطوله اكثر من عرضه ب ٩ امتار فكم
طوله وعرضه ؟

(١١) مجموع زوايا المثلث ١٨٠°. فاذا كانت الزاوية ب اكثر من الزاوية
ت ب ١٠° والزاوية ت اكثر من الزاوية ج ب ٢٥° كم درجة في كل من
الثلاث زوايا ؟

(١٢) احدى زوايا مثلث 90° . فاذا كانت احدى الزاويتين الباقيتين (المحاذتين) ٥ اضعاف الثانية فما مقدار كل منهما ؟

القسم الثاني

٤٥ . الاعداد الجبرية اسم عام للاعداد الايجابية والسلبية

٤٦ . القيمة المطلقة لعدد ما هي قيمة ذلك العدد بقطع النظر عن العلامة التي تسبقه لتدل على نوعه

مثال : اذا سار رجل ٧ اميال شرقاً وآخر ٧ اميال غرباً فالمسافة المطلقة التي قطعها كل منهما هي هي نفسها اي ٧ اميال . ولكن اذا نظرنا اليها من الوجهة الجبرية فاننا نجد انها تختلف باختلاف الجبهة لان المسافة الى الشرق غير المسافة الى الغرب فالاولى $+ 7$ اميال والثانية $- 7$ اميال
وبالاجمال فالقيمة المطلقة للعدد $+ 7$ و $- 7$ هي ٧ وللكتبتين $+ 7$ و $- 7$ هي ب دون اعتبار العلامات

تمرين

ما القيمة المطلقة لـ : $- 19$ اميال ؟ $+ 19$ اميال ؟ $- 7$ امطار ؟ $- 5^\circ$ ؟
— ٥٠٠ ريال ؟

ارسم خطاً طوله ٢٠ سنتيمتراً واقسمه الى سنتيمترات . خذ نقطة نصف الخط واجعلها نقطة الصفر او نقطة البداية واحسب المسافات الى يمينها ايجابية وإلى يسارها

سلبية والسير الى جهة اليمين ايجابياً وإلى اليسار سلبياً كما مرّ بك

(٢) دلّ على ما يأتي: ٥ ستمترات . - ٢ ستمترات . + ٩ ستمترات
- ٥ ستمترات . - ٧ ستمترات

(٢) اجمع ٢ ستمترات وستمترين . اجمع للنتيجة - ٤ ستمترات .
ثم ١ ستمتراً . ثم - ٧ ستمترات . ثم + ٥ ستمترات . ثم - ٢ ستمترات

(٤) ما المراد بقواننا سطح البحر الميت يعلو عن سطح بحر الروم - ١٢٠٠ قدم ؟
سطح بحيرة طبرية يعلو - ٦٠٠ قدم ؟

٤٧. فائدة الاعداد السلبية . نستخدم العلامة "سلب" كما مرّ بنا للدلالة على الخالصة او التناقض فيصبح لدينا نوعان متضادان من الكميات وهذا يسهل علينا التعبير والعمل في كثير من الامور العملية التي نجدها في العلوم الطبيعية . واقرب مثال لذلك مقياس الحرارة الذي نجد فيه نقطة معينة ممدودة في الصفر والدرجات فوقها وتحتها والفاارق بينها العلامات فاذا قلنا الحرارة ١٨° عرفنا انها فوق الصفر ولكن اذا قلنا - ١٨° ادركنا حالاً انها تحت الصفر
وكما نندم الطالب يرى ويدرك جلياً فائدة استخدام الاعداد السلبية واهميتها في الابعاث الرياضية

ملاحظة مهمة : السير على المقياس المدرج من اليسار الى اليمين . والاعداد الايجابية الصغيرة تسبق الكبيرة اي اننا نمرّ عليها اولاً . والنقط التي تمثل الاعداد السلبية تسبق ما يمثل الصفر والاعداد الايجابية . فالاعداد السلبية اذاً اقل من الصفر وكذلك اقل من اي عدد ايجابي مما كان صغيراً . وعلو - ٧ اقل من - ٦ و - ١ اقل من ٠ وهلمّ جراً

٤٨. طرح الاعداد السلبية والايجابية . جفا نطرح ٧ من ١٢ نسال ما

العدد الذي نجمعه الى ٧ ليكون المجموع ١٢. وهذا ما فعلته حينما نطرح ٨ من ٥ او ٢٥ من ٤٣ او اي عدد كان ب من اى عدد آخرت. فهذه الامثلة تظهر جلياً العلاقة الاساسية بين الطرح والجمع. واذا حفظنا هذا المبدأ وجرينا به وجوه سهل علينا طرح الاعداد السلبية والايجابية ولاجل ذلك نضرب الامثلة الآتية:

(١) اذا كان رجل مديوناً ب ٥ ليرات فكيف يجب ان يحصل ليبي الدين ؟

(٢) ما العدد الذي تضيفه الى -٥ لتكون النتيجة صفرًا ؟ واحداً ؟

(٣) خذ المقياس المدرج وانظر كم قسماً بين -٥ و ٥

(٤) ماذا تضيف الى -١ ليكون المجموع +٦ ؟ ما الفرق بين +٦ و -١ ؟

فجواب هذه الامثلة يثبت جلياً ان الفرق بين عددين هو عدد اذا اضيف الى

احدهما نتج الآخر كما فعلنا في الاعداد الايجابية

(ت) اذا قلنا اطرح -٤ من +٥ فاننا نسأل ماذا نضيف الى -٤ لتكون

النتيجة صفرًا ؟ ٥ ١ ٠ ؟

وبما ان $-٤ + ٥ = ١$

فاذا تبيخه طرح -٤ من +٥ هي ١ ؟

اي ان $١ - (-٤) = ٥$

(ث) واذا قلنا اطرح +٥ من -٤ فاننا نسأل ماذا نضيف الى +٥ لتكون

النتيجة صفرًا ؟ ١ - ٤ ؟

وبما ان $٥ + (-١) = ٤$

فاذا تبيخه طرح +٥ من -٤ هي ١ ؟

اي ان $١ - (+٥) = -٤$

(ج) واذا قلنا ما الفرق بين -٦ و -٢ فاننا نسأل ماذا نضيف الى -٦ لتكون

النتيجة - ٢؟ او كم درجة ترتفع الحرارة اذا سارت من - ٦ درجات حتى تبلغ سلب درجتين ؟ والجواب يدل على ان

$$- 2 - (- 6) = 4$$

وبذات الطريقة نهران - ٦ - (- ٢) = - ٤

فنستنتج من جميع الامثلة المارة انه لطرح اي عدد كان من اي عدد آخر

يجب تغيير علامة المطروح وجمعه الى المطروح منه

مثالة: $7 - (- 2) = 7 + 2 = 9$ اي اننا غيرنا - ٢ الى ٢ +

$12 - (+ 8) = 12 - 8 = 4$ اي اننا غيرنا ٨ الى - ٨

وهذا القانون يرتكز ويتوقف على المبدأ الاساسي المتضمن في السؤال ماذا يجب

ان نجتمع الى المطروح ليكون المجموع المطروح منه †

تمرين *

(١) $11 - 4 = ?$ $11 - (- 4) = ?$ $11 - 4 = ?$ $11 - (- 4) = ?$

$11 - (- 4) = ?$

† توسع الطالب ان يطبق امثلة الطرح على اقياس المدرج اذا تذكر وحفظ ان يعين عدد المطروح على اقياس اولاً ثم يعين عدد المطروح منه ويجد الفرق بين النقطتين كما مر معنا في الجمع ويجب ان لا ينسى ان الحركة من اليسار الى اليمين ايجابية والعكس بالعكس

* ننصح الطالب ان يرسم مقياساً مدرجاً يستعمله في حل الامثلة حيث يجد لزوماً لذلك

ونرجو من الاستاذ ان يطلب من الطلبة رسم خطوط للدلالة على فهم الاهمال والاستعانة بها على حلها وشرحها لانها تسهل العمل وتزيد رسوخ الطريقة في الذهن وتقرّب القياس والاستنتاج وتعمل على توسيع المدارك

- (٢) ماذا نجمع الى -10 ليكون المجموع 10 ؟ $10 - (-10) = ?$
- (٣) ماذا نضيف الى 20 ليكون المجموع -20 ؟ $20 - 20 = ?$
- (٤) كم نتيجة : $9 - 5 = ?$ $5 - 9 = ?$ $9 - 0 = ?$ $0 - 9 = ?$
- (٥) كم نتيجة : $7 - 7 = ?$ $7 - (-7) = ?$ $(-7) - 7 = ?$ $7 - (-7) = ?$
- (٦) $14 - (-19) = ?$ $(7) - 12 = ?$ $(-2) - (-3) = ?$ $(-2) - (-3) = ?$
- (٨) $12 - (-3) - (-3) - (-3) = ?$
- (٩) $12 - (-3) - (-3) - (-3) = ?$ $(10) - 18 - (-5) = ?$
- (١١) ما الفرق بين مبيع سيارة بمخسارة 50 ليرة ومبيعا بربح 30 ليرة ؟
- (١٢) ارسال تاجر 8750 ليرة فاذا خسر 6875 ليرة كم يبقى له ؟
- (١٣) خرج قطاران من محطة واحدة وسارا بذات الوقت في جهتين مختلفتين فكم تكون المسافة بينها بعد مضي 4 ساعات اذا كانت سرعة الاول $52\frac{1}{2}$ ميلاً في الساعة والثاني $42\frac{1}{2}$ ميلاً ؟
- (١٤) كانت درجة الحرارة في صباح احد ايام الشتاء في مدينة شيكاغو -12 ° وبلغت بعد الظهر 47 ° فكم درجة ارتفعت ؟
- (١٥) سار قطاران في جهة واحدة على خطوط متوازية بسرعة 60 ميلاً و 42 ميلاً في الساعة . ما الفرق في سرعتها ؟ فكم مندار اقتراب الواحد من الآخر ؟
٤٩. ضرب الاعداد السالبة والاصحائية . نستطيع ان نكتب كلمة "دمشق" ثلاث مرات ولكن ليس بوسعنا ان نكتبها $\frac{3}{2}$ مرات ، واذا طلب منا ذلك فاننا نخرج العبارة ونحوها ونقول مطلوب كتابة الكلمة ثلاث مرات ثم نصفها اي نصف احرفها . وهكذا اذا طلب منا ان نضرب 100 في $\frac{3}{2}$ فانه لا يجوز ان نقول "نأخذ

المئة $\frac{1}{2}$ مرات " اذ لا معنى لذلك ولكننا نحوّر العبارة ونقول نأخذ المئة ٢ مرات ثم نأخذ نصفها واخيراً نجمع التيجنين . اي اننا نتفق اولاً على المعنى المنصود من عبارة " $\frac{1}{2}$ مرات " وبعدها نستخدمها حسب الاتفاق

وعلى نفس المبدأ نقول انه اذا طلب منا ان نضرب عدداً ما في " -٥ " فالعبارة لا معنى لها . فيجب اذاً تحويلها والاتفاق على المراد بها قبل استعمالها

نعلم جيداً ان $2 \times 2 = 2 \times 2$ وبعدها القياس والتبثيل نتفق على ان

$$2 \times (2-) = (2-) \times 2$$

ولكننا نعلم ان $(2-) \times 2 = * (2-) \times 2 = (2-) + (2-) = 6-$ اي ان $(2-)$

مأخوذة او مجموعة مرتين

$$6- = 2 \times (2-)$$

فترى اذاً انه اذا ضربنا عدداً ايجابياً في عدد سلمي فاننا نضرب كما لو كان

المضروب فيه عدداً ايجابياً ثم نغير علامة الحاصل كما رأيت

واخيراً نضرب $(2-) \times (2-)$ هكذا : $(2-) \times 2 = 6-$ ثم نغير علامة

الحاصل كما ذكرنا سابقاً فتصبح ٦

ولاجل التعميم نقول

$$ب + \times = ت +$$

$$ب - \times = ت -$$

$$ب - \times = ت +$$

$$ب + \times = ت -$$

• لا فرق البتة من وضع المضروب فيه قبل علامة الضرب او بعدها ولكنني مجازة للمؤلفات الحديثة في اللغات الاجنبية اصطفت على كتابي قبلها فارجو الانتباه الى ذلك

فالتانون إذا اذا اتفقت علامتا المصروبين كانت علامة المحاصل "+" وإذا اخلفتا كانت "-" فاخذ ذلك جيداً

تمرين

جد حاصل ضرب الاعداد الآتية :

$$(1) \quad 3-XY-; 8XY-; 7-X7; 4X0-; 12X4; 4X2$$

$$10-X0; 7-X7-; 4-X7; 9X12-$$

$$(2) \quad 7-X0-X4-; 7-X0-X4; 7X0-X4$$

$$0X2-X2; 0-X2-X2-; 7-X2X4-$$

(3) اذا قبضت 10 ليرات من كل من 4 رجال فكم المبلغ الذي قبضته ؟

$$? = 10 \times 4$$

(4) اذا دفعت 10 ليرات لكل من 4 رجال فكم ليرة دفعت ؟

$$? = (10-) \times 4$$

(5) ترك 4 رجال البلاد قبل ان يدفعوا ديونهم لك . وكان كل مديوناً

$$س 10 ليرات فما مبلغ خصامتك ؟ $(-4) \times 10 = ?$$$

(6) سافر 4 رجال قبل ان تستوفوا ديونهم منك فاذا كنت مديوناً لكل

س 10 ليرات فما مقدار زيادة ثروتك حينئذ عما لو كنت دفعت ديونك ؟

$$? = (10-) \times (-4)$$

٥٥ . قسمة الاعداد السلبية والاييجابية . اذا كان الطالب قد فهم جيداً

الضرب في الاعداد السلبية فالقسمة تصبح بسيطة جداً لان القسمة عكس الضرب

مثال $٥ = ٦ + ٢٠$ و $٦ = ٥ + ٢٠$ و $٢٠ = ٥ \times ٦$

وبما ان $٢٠ - = (٥ -) \times ٦$

فإذا $٦ = (٥ -) + (٢٠ -)$

وبما ان $٢٠ = (٥ -) \times (٦ -)$

فإذا $٦ - = (٥ -) + ٢٠$

وهناك اربع حالات في قسمة الاعداد الايجابية والسلبية :

$٦ = ٥ + ٢٠$ (١)

$٦ - = ٥ + (٢٠ -)$ (٢)

$٦ - = (٥ -) + ٢٠$ (٣)

$٦ = (٥ -) + (٢٠ -)$ (٤)

نجد علامات المتسوم والمتسوم عليه متفنته في الاولى والرابعة حيث علامة الخارج ايجابية ولكن علامات المتسوم والمتسوم عليه مختلفة في الثانية والثالثة حيث علامة الخارج ايجابية . وعليه نقول :

اذا اتفقت علامتا المتسوم والمتسوم عليه كانت علامة الخارج ايجابية واذا اختلفتا كانت سلبية

تمرين

$٨ = (٨ -) + (٣٤ -)$ $? = ٢ + (٣٤ -)$ $? = (٨ -) \times ٢$ (١)

$? = (٩ -) + (٤٥ -)$ $? = ٥ + (٤٥ -)$ $? = (٩ -) \times ٥$ (٢)

$? = (٨ -) + ٥٦$ $? = (٧ -) + ٥٦$ $? = (٨ -) \times (٧ -)$ (٣)

$$(٤) \quad ت \times (-ب) = ؟ \quad (-ب ت) + ت = ؟ \quad (-ب ت) + (-ب) = ؟$$

$$(٥) \quad \text{كم خارج قسمة : } ٢٩ + ٢ = ؟ \quad ٢٩ + (-٢) = ؟ \quad (-٢٩) + (-٢) = ؟$$

$$(٦) \quad \text{كم خارج قسمة } ٧٢ + ٨ = ؟ \quad ٧٢ + (-٨) = ؟ \quad (-٧٢) + (-٨) = ؟$$

$$(٧) \quad \text{كم خارج قسمة : } (-٦٢) + (-٩) = ؟ \quad (-٩٩) + (-١١) = ؟ \quad (-٨١) + (-٩) = ؟$$

٥١. تمارين موقّنة . يجد الطالب في هذا الكتاب تمارين موقّنة والغاية منها معرفة عدد الاسئلة السهلة التي يستطيع حلّها في وقت معين . فليتمرن عليها ويحسّن نتائجه من مرة الى اخرى وليتذكر الامور الآتية :

(١) الضبط التام والدقة لازمتان . السرعة مستحبة ومرغوبة

(٢) لا تنقل التمارين الا اذا طلب منك ذلك

(٣) اشغل على الورق عند اللزوم فقط

(٤) احفظ نتيجة كل تمرين في دفتر خاص وجرب ان تحسنها

٥٢. الوسيط . يقال للحلّ الصحيح اصابة . ولا بدّ في كل صف من الحصول على عدد من الاصابات عندها يتفق ان يقع عدد التلامذة الذين كانت اصاباتهم اكثر منها قدر عدد الذين كانت اصاباتهم اقل منها . فيدعي هذا العدد من الاصابات متوسط الصف او وسطه

مثالة : اذا كان عدد اصابات ساي ٣ اصابة وكان في صفه ٩ من كان عدد اصاباتهم اكثر من عدد اصاباته (ساي) و ٩ من كان عدد اصاباتهم اقل من عدد اصاباته فالعدد ٣ هو متوسط الصف

تنبيه : ليس النصد من التمرين الموقت ان يتمكن احد الطلبة او بعضهم من حل جميع الاسئلة في الوقت المعين

تمرين موقت للمباراة

(الوقت دقيقة واحدة)

اجمع ما يأتي :

$\frac{8-}{9+}$ (٥)	$\frac{8-}{9-}$ (٤)	$\frac{8+}{9-}$ (٢)	$\frac{8+}{9+}$ (٣)	$\frac{9+}{8+}$ (١)
$\frac{7-}{6-}$ (١٠)	$\frac{7+}{0-}$ (٩)	$\frac{7+}{8+}$ (٨)	$\frac{7+}{4+}$ (٧)	$\frac{9-}{8-}$ (٦)
$\frac{7-}{7-}$ (١٥)	$\frac{1-}{7+}$ (١٤)	$\frac{0-}{2-}$ (١٤)	$\frac{8-}{0-}$ (١٣)	$\frac{4-}{7+}$ (١١)
$\frac{7+}{7+}$ (٢٠)	$\frac{0+}{2+}$ (١٩)	$\frac{7+}{2+}$ (١٨)	$\frac{7+}{4+}$ (١٧)	$\frac{4-}{9-}$ (١٦)
$\frac{7+}{7-}$ (٢٥)	$\frac{7-}{4-}$ (٢٤)	$\frac{2-}{0+}$ (٢٣)	$\frac{1-}{7-}$ (٢٢)	$\frac{1+}{8-}$ (٢١)
$\frac{7+}{2+}$ (٣٠)	$\frac{4+}{7+}$ (٢٩)	$\frac{4+}{7-}$ (٢٨)	$\frac{2-}{2-}$ (٢٧)	$\frac{1+}{7-}$ (٢٦)
$\frac{2-}{1+}$ (٣٥)	$\frac{1-}{1-}$ (٣٤)	$\frac{7+}{2+}$ (٣٣)	$\frac{1+}{2-}$ (٣٢)	$\frac{0+}{1+}$ (٣١)

(متوسط الاصابات ٢٥)

تمرين موقت للمباراة

(الوقت ٣ دقائق)

خذ اعمال التمرين السابق واشرح من الاعداد العالية ما هو دورها . انتبه جيداً للعلامات

(متوسط الاصابات ٢٧)

تمرين موقت للمباراة

(الوقت دقيقتان)

خذ الاعمال المذكورة سابقاً واضرب الاعداد بعضها في بعض

(متوسط الاصابات ٢٦)

تمرين موقت للمباراة

(الوقت دقيقة واحدة)

اقسم ما يأتي :

$\frac{٢٥}{٥}$ (٤)	$\frac{٢٥}{٥}$ (٣)	$\frac{٢٥}{٥}$ (٢)	$\frac{٢٥}{٥}$ (١)
$\frac{٤٢}{٧}$ (٨)	$\frac{٢٥}{٧}$ (٧)	$\frac{٢٥}{٧}$ (٦)	$\frac{٢٥}{٥}$ (٥)
$\frac{٤٠}{٨}$ (١٢)	$\frac{٤٢}{٧}$ (١١)	$\frac{٤٢}{٧}$ (١٠)	$\frac{٤٢}{٧}$ (٩)
$\frac{٦٣}{٩}$ (١٦)	$\frac{٦٣}{٩}$ (١٥)	$\frac{٤٠}{١٠}$ (١٤)	$\frac{٤٠}{٣٠}$ (١٣)
$\frac{٨١}{٩}$ (٢٠)	$\frac{٨١}{٩}$ (١٩)	$\frac{٦٣}{٧}$ (١٨)	$\frac{٢}{٧}$ (١٧)
$\frac{١}{١}$ (٢٤)	$\frac{١}{١}$ (٢٣)	$\frac{١}{١}$ (٢٢)	$\frac{١}{٩}$ (٢١)
$\frac{٦٤}{٨}$ (٢٨)	$\frac{٦٤}{٨}$ (٢٧)	$\frac{٦٤}{٨}$ (٢٦)	$\frac{١}{١}$ (٢٥)
$\frac{٧٢}{٩}$ (٢٢)	$\frac{٧٢}{٩}$ (٢١)	$\frac{٧٢}{٩}$ (٢٠)	$\frac{٧٢}{٩}$ (٢٩)
	$\frac{٥٧٢}{٩}$ (٣٥)	$\frac{٧٢}{٩}$ (٢٤)	$\frac{٧٢}{٩}$ (٣٣)

(متوسط الاصابات ٢٥)

٥٢ . خواص الصفر . يمكننا ان نتصور الصفر غير مسبوق بعلامة او مسبوقة بالعلامتين وهذا يعني

$$+ \quad - \quad .$$

ونقرأ " ايجاب او سلب صفر يساوي صفرًا "

وبما ان الصفر لا قيمة له فلا تزيد قيمة العدد اذا اضيف (الصفر) اليه ولا تقل اذا طرح منه اي ان $0 + 0 = 0$ و $0 - 0 = 0$ ت

واذا كررنا الصفر او جمعناه الى نفسه قدر ما نشاء فال مجموع صفر وعليه $0 \times 0 = 0$ ومن المعلوم ان $0 \times 0 = 0$ فاذا $0 \times 0 = 0$ ايضا

واذا عددنا ثلاثة اعداد على التماس المدرج من الصفر الى اليسار لبلغنا النقطة $0 - 0 = 0 - 0 = 0$ فاذا $0 - 0 = 0 - 0 = 0$

اي جزء كان من الصفر صفر وبكلام آخر جزء الصفر صفر فاذا $0 + 0 = 0$

ولا معنى للعبارة $0 + 0$ لمخالفتها المتعارف لان الصفر لا يوجد في العدد كجزء قائم بنفسه ولا يمكن وجدان عدد ما مها كان كبيراً وعظيماً كخارج للقسمة حتى اذا ضربته في الصفر نتج المقسوم ب

فالقسمة على صفر مستثناة في علم الجبر ايضاً ولا يسمع باستعمالها لانها تسبب كثيراً من المغالطات فضلاً عن عدم انطباقها على القوانين المعروفة والمسلم بها خذ المغالطة الآتية :

$$0 = 0 \times 0$$

$$0 = 100 \times 0$$

$$100 \times 0 = 0 \times 0 \quad \therefore$$

ونقسمه الجانبيين على $0 = 100$ وهذا مستحيل

والخواص التي ذكرناها تلخص بما يأتي :

$$\begin{array}{l} \cdot = \cdot \times \text{ ت} \quad \cdot - = \text{ ت} - \cdot \quad \cdot + = \text{ ت} \\ \cdot = \text{ ت} + \cdot \quad \cdot = \text{ ت} \times \cdot \quad \cdot - = \text{ ت} \\ \text{ت} + \cdot \quad \text{لا يجوز استعمالها} \end{array}$$

تمرين شفهي

$\cdot + ٢٧$ (٢)	$\cdot \times ٢٥$ (٣)	$\cdot \times (٢-)$ (١)
$٢٧ \times \cdot$ (٦)	$\cdot - ٦\frac{١}{٨}$ (٥)	$٢\frac{١}{٢} - \cdot$ (٤)
$٩\% \times \cdot$ (٩)	$٩\% - \cdot$ (٨)	$٩\% + \cdot$ (٧)
$\cdot - ٩\%$ (١٢)	$\cdot + ٩\%$ (١١)	$٩\% + \cdot$ (١٠)
$١٢ + \cdot$ (١٥)	$\cdot \times ١٢$ (١٤)	$\cdot + ٧$ (١٣)
$\cdot + ١٨$ (١٨)	$\cdot + ١٢$ (١٧)	$١ + ١٢$ (١٦)
$\cdot \times ١٥$ (٢١)	$\cdot \times ٨٠$ (٢٠)	$\cdot \times \cdot$ (١٩)
$\cdot \times ٢$ (٢٤)	$\cdot \times ٢$ (٢٣)	$\cdot \times ٢٢$ (٢٢)

اسئلة مشورة

اجب ما استطعت منها

(١) كانت درجة الحرارة احد ايام الصيف :

٩ ق . ظ ٧٢	١ ب . ظ ٨٢	٥ ب . ظ ٧٧	٩ ب . ظ ٧٢
١٠ " " ٧٥	٢ " " ٨٥	٦ " " ٨٠	١٠ " " ٦٧
١١ " " ٧٧	٢ " " ٨٢	٧ " " ٧٩	١١ " " ٦٢
الظهر ٨٠	٤ " " ٧٤	٨ " " ٧٧	نصف الليل ٥٨

ارسم الخط البياني

(٢) كان عدد سكان قريتين كما يأتي:

السنة	١٨٩٠	١٨٩٢	١٨٩٤	١٨٩٦	١٨٩٨	١٩٠٠	١٩٠٢
القرية الاولى	٤٠٨	٤٨٠	٤٢٧	٤٠٢	٤٦٧	٤٢٩	٦٧٤
القرية الثانية	٦١٢	٦٢٧	٥٨٢	٦٢٢	٥٥٠	٥٣٠	٤٨٠

(ب) ارسم الخط البياني لكل قرية على حدة

ت " " " " " " ذات الورقة واجمل احد الخطين

منفصلاً او مجبراً احمر لاجل الفرق بين الخطين

ملاحظة خذ عدد النسبين على المحور الافقي وعدد السكان على المحور الرأسي

(٢) كم زيادة: ١٧ على ٧ ؟ ١٧ على ١٧ ؟ ك على ١٧ ؟

(٤) كم زيادة: ك على ٩ ؟ ك على ١٧ ؟

(٥) حوّل : غ غرشاً الى ليرات . ي يرداً الى قراريط . س سنتيمتراً

الى امتار . س ساعة الى دقائق

(٦) ما نسبة س ساعة الى اليوم ؟ كم جزء من المئة .

(٧) ثمن ث تفاحة غ غرشاً فكم ثمن التفاحة الواحدة ؟

(٨) الفرق بين عدد بين ١٢ واحدها ٢٨ فما الآخر ؟

(٩) الفرق بين عدد بين ف واحدها ع فما الآخر ؟

(١٠) ما العدد المزدوج الذي يلي ١٢ ؟

(١١) مطلوب ١٢ اعداد زوجية متوالية: اصغرها ١٢ . اكبرها ١٢ .

وسطها ١٢

- (١٢) ما العدد المفرد الذي يلي ١٥ ؟
- (١٣) مطلوب ١٢ أعداد فردية متوالية : اصغرها ١٥ . أكبرها ١٥٠ .
وسطها ١٥
- (١٤) ما العدد المزدوج الذي يلي ٢ ك ؟
- (١٥) ك عدد صحيح فهل تكون ٢ ك عدداً مفرداً ؟
- (١٦) ك عدد صحيح فهل تكون ٢ ك + ١ عدداً زوجياً ؟
- (١٧) مطلوب ٢ أعداد زوجية متوالية : اصغرها ٢ ك . أكبرها ٢ ك .
وسطها ٢ ك
- (١٨) مطلوب ٢ أعداد مفردة متوالية : اصغرها ٢ ك + ١ . أكبرها ٢ ك + ١
وسطها ٢ ك + ١
- (١٩) كانت درجة الحرارة - ٤ الساعة ٧ ق . ظ ثم ارتفعت ٥° و ٤°
فما الدرجة التي بلغتها ؟
- (٢٠) ما المراد بالفارنج - ٤٥٠ سنة ؟ + ١٩٢٥ ؟ ما الفرق بين
التاريخين المذكورين ؟
- (٢١) سرعة قارب بخاري في الماء الساكن ٨ أميال في الساعة وسرعة نهر ١٥
في الساعة . فكيف تعبر عن سرعة القارب اذا صعد في النهر او اذا نزل فيه
واستخدمت الأعداد السلبية والإيجابية ؟
- (٢٢) سارت الباهرة من بيروت نحو الاسكندرية بسرعة ١٥ ميلاً في الساعة
وكان احد المسافرين يمشي على ظهرها ذهاباً وإياباً بسرعة ٢ أميال في الساعة فما
سرعة اقتراؤهما نحو الاسكندرية اذا كان متجهاً نحو مقدم السفينة ؟ وما سرعته اذا
اتجه نحو مؤخرها ؟

(٢٣) كسر قيمته ٤ اضعاف قيمة كسر آخر ومجموعهما $\frac{1}{4}$ فما الكسران ؟

(٢٤) عدد اربعة اضعاف عدد آخر ومجموعهما ٠.٠٤. فما العددان ؟

(٢٥) اقسام ١٦٠ الى قسمين ليكون احدهما ٢ اضعاف الآخر ؟

(٢٦) اقسام ٢٢٠ الى ٤ اقسام كنسبة ١ و١ و٢ و٤

(٢٧) اقسام ٧٦٠ الى ٣ اقسام ليكون الثاني ٢ اضعاف الاول والثالث ٥

اضعاف الثاني

(٢٨) مجموع عددين ٢٠٠ واحدهما يزيد ٤ اضعاف الآخر بـ ٢٠ فما

العددان ؟

(٢٩) محيط مثلث ٤٨ قدماً والجانب الثاني يزيد الاول بـ ٤ اقدام والثالث

يزيد بـ ٨ اقدام فكم يكون كل جانب من جوانبه ؟

(٣٠) ما ثلاثة اعداد مفردة متوالية اذا كان مجموعها ١١١ ؟

(٣١) ثقل المواد الجامدة في الحليب ٣ اضعاف ثقل دهن الزبدة . وثقل

المواد السائلة ٧ اضعاف ثقل المواد الجامدة فكم ثقل كل من المواد المذكورة في ٣

قناطير حليب ؟



الفصل الثالث

الجمع والطرح

القسم الاول

٥٣ . اذا جمعنا ٢ ليرات و ٤ ليرات فالجميع ٧ ليرات ومثله ٢ عشرات و ٤ عشرات = ٧ عشرات وعلى ذات المبدأ نجمع

٢ افلام	٢×٢	٢ ل	$٢(ل+ع)$
٤ افلام	٢×٤	٤ ل	$٤(ل+ع)$
٧ افلام	٢×٧	٧ ل	$٧(ل+ع)$

وما مرّ نستنتج اننا نجمع حدوداً متشابهة اي ما كان ضلعها الحرفي مشتركاً مثل
 ل او (ل+ع)

٥٤ . الحدود المتشابهة في الحدود التي تتساوى فيها الحروف وقوات الحروف

مثال: ٧ ل^٢ ع - ٤ ل^٢ ع حدود متشابهة . لماذا ؟

٨ ل^٢ ع - ٥ ل^٢ ع حدود غير متشابهة . لماذا ؟

٥٥ . لجمع الحدود المتشابهة نكتب الضلع الحرفي ونجعل مسماه مجموع مسيات

المحدود المختلفة ومذا يقال له "اصلاح" الحدود

مثال: $٤ ك٢ + ٢ ك٢ - ٥ ك٢ = (٥ - ٢ + ٤) ك٢ = ٢ ك٢$

تمرين شفهي

اجمع سريعاً:

(١) $٥ دزينات + ٩ دزينات$ (٢) $٥ ربالات + ٩ ربالات$ (٣) $٥ ب٢ + ٩ ب٢$

(٤) $٥ ك٢ + ٧ ك٢$ (٥) $٩ ي٢ + ٨ ي٢$ (٦) $٢ م٢ + ٣ م٢$

(٧) $٤ ك٢ ي٢ + ١٠ ك٢ ي٢$ (٨) $٢٦ ك٢ ي٢ + ١٠ ك٢ ي٢$ (٩) $٦ ك٢ ي٢ + ٩ ك٢ ي٢$

(١٠) $٨ \times ٦ + ٨ \times ٩$ (١١) $٦ ك٢ - ٣ ك٢$ (١٢) $٥ ك٢ س٢ + ٤ ك٢ س٢$

(١٣) $٨ ل٢ - ٤ ل٢$ (١٤) $٨ ك٢ ي٢ - ٣ ك٢ ي٢$ (١٥) $١٢ ك٢ ي٢ - ٨ ك٢ ي٢$

	٨ ك -	(١٦)
	٦ ك -	
	٥ ل -	(١٧)
	٧ ل -	
٢ (٢٠) ٢ ى	٨ م -	(١٩)
٥ ى	٤ م -	
١٢ ى	٢ م -	
	٢ ليمونات	(١٨)
	٤ ليمونات	
	٢ ليمونات	

$$\begin{array}{l} ٤٢ (ب + ت) \quad (٢٢) \quad ٢٢ (١ - م) \quad (٢٤) \quad ٢٩ (م - ل - ح) \\ ٢٩ (ب + ت) \quad (٢٣) \quad ١٤ (١ - م) \quad ١٢ (م - ل - ح) \end{array}$$

٥٦ . الجمع . اذا طلب منا ان نجمع عدداً من العبارات الجبرية فاننا تتبع الترتيب الآتي:

ب . نضع العبارات في صفوف حتى تقع الحدود المتشابهة في عمود واحد

ت . ثم نصلح اي نضم مسميات العمود الواحد الى بعضها

مثاله : اجمع $٤ ك + ٢ ك + ٢ و ٢ ك - ٤ ك - ٢ و - ٢ ك - ١ ك - ٥$

ضع العبارات صفوفاً واجعل الحدود المتشابهة تقع في ذات العمود ثم اصلح

$$٤ ك + ٢ ك + ٢$$

$$٢ ك - ٤ ك - ٢$$

$$- ٢ ك - ١ ك - ٥$$

$$٥ ك - ٢ ك - ٦$$

تنبيه : امنح العمل بجميع المسميات عكس الطريقة التي جمعتها بها قبلاً

$$(١٥) \text{ ك} + \text{ي} - \text{ص} + \text{ك} - \text{ي} + \text{ص} + \text{ص} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ص} + \text{ص}$$

$$(١٦) \text{ ك} - \text{ك} + \text{ك} + \text{ك} - \text{ي} + \text{ي} - \text{ي} + \text{ي} - \text{ك} + \text{ك} + \text{ي} + \text{ي}$$

ك - ك

$$(١٧) \text{ ت} - \text{ب} + \text{ب} + \text{ب} + \text{ب} - \text{ب} + \text{ب} - \text{ب} + \text{ب} - \text{ب} + \text{ب} - \text{ب} + \text{ب}$$

٥ + ي

$$(١٨) \text{ ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك}$$

٥ + ي + ي

$$(١٩) \text{ ب} - \text{ب} + \text{ب} - \text{ب} + \text{ب} - \text{ب} + \text{ب} - \text{ب} + \text{ب} - \text{ب} + \text{ب} - \text{ب}$$

٢ + ب

$$(٢٠) \text{ ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك} + \text{ك} - \text{ك}$$

٥٧. ملاحظات . (١) الحدود المتشابهة تجمع وتضم فتجعل حدًا واحدًا

باصلاحها اي يجمع مسمياتها كما رأيت

(٢) لا يمكن جمع الحدود الغير المتشابهة وجعلها حدًا واحدًا ولكنها تربط

وتجعل عبارة او مقداراً جبرياً

مثال مجموع $\text{أ} + \text{ب}$ و $\text{ك} + \text{د}$ يكتب $\text{أ} + \text{ب} + \text{ك} + \text{د}$

(٢) جرت العادة ان نرتب الحدود حسب درجاتها وذلك اما صاعدة او

نازلة بالنظر الى حرف خاص

الطرح

٥٨. كما ان ٩ ليرات - ٥ ليرات = ٤ ليرات هكذا ٩ ل - ٥ ل = ٤ ل

وكما ان ٩ عشرات - ٥ عشرات = ٤ عشرات هكذا ٩ ع - ٥ ع = ٤ ع

اي اننا نطرح حدًا من حدٍ آخر مشابه له بطرح المسميات وجعل الباقي مسمي للضلع الحرفي

مثالة: $٦ ك - ٥ ك = ٤ ك$ فالمسمي ٤ هو باقي طرح المسمي ٥ من المسمي ٦

لاحظ جيداً امثلة الطرح الآتية وامتنعها بجمع المطروح الى الباقي:

٨ ليرات	٨ (ب + ت)	٨ ل
٢ ليرات	٢ (ب + ت)	٢ ل
٥ ليرات	٥ (ب + ت)	٥ ل

لاحظ جيداً امثلة الطرح الآتية وانتبه للعلامات

٨ -	٨ -	٨ -	٨	٨ -	٨ -
٢ -	٢ -	٢ -	٢ -	٢	٢ -
٥ -	٥ -	٥ -	٥	٥ -	٥ -

نذكر ان احسن طريقة للطرح وخصوصاً في الاعداد السلبية هي ان تفكر لتجد العدد الذي اذا جمعتة الى المطروح نخرج المطروح منه

ففي $(٨ -) - (٢ -)$ العدد الذي يجب جمعه الى $٢ -$ ليكون المجموع $٨ -$ هو $٥ -$

وهذا ثبت صحة المبدأ المشهور انه اذا اردت ان تطرح فغير علامات المطروح واجمع وليكن التغيير في الذهن وليس كتابة

تمرين شفهي

ماذا تضيف الى المطروح ليكون المجموع معادلاً للمطروح منه في ما يأتي:

٧	٧	٧ ك	٧ ك	٧	٧
<u>٢</u>	<u>٢</u>	<u>٢ ك</u>	<u>٢ ك</u>	<u>٢</u>	<u>٢</u>
١٢ كى	٩ ك	٨ ك	٨ ك	٧ ك	٦ ك
<u>٢ كى</u>	<u>٢ ك</u>	<u>٤ ك</u>	<u>٤ ك</u>	<u>٢ ك</u>	<u>٢ ك</u>
٩ غ	٧ ك	١٢ ك	٨ م	٢ م	١٤ ك
<u>٢ غ</u>	<u>٤ ك</u>	<u>٧ ك</u>	<u>٢ م</u>	<u>٨ م</u>	<u>٥ ك</u>
٥ ك	٢٢ م	٤ م	٧ د	٢ م	٢ كى
<u>١٤ ك</u>	<u>٤ م</u>	<u>٢٢ م</u>	<u>٢ د</u>	<u>٤ م</u>	<u>٤ كى</u>
٥٠ ت	٢	٢ م	٢ م	٧ ج	٥٠ ت
<u>٢ ت</u>	<u>٥</u>	<u>٢ م</u>	<u>٢ م</u>	<u>٤ ج</u>	<u>٢ ت</u>
٦ ك	٢	٢	١٦ ن	٨ ت	٦ ت
<u>٦ ك</u>	<u>٥</u>	<u>١٢</u>	<u>٢ ن</u>	<u>٢ ت</u>	<u>٤ ت</u>

تمرين

اجب ما استطعت شناها

اطرح واغتن ما باقى :

(١) م٢١	(٢) ٢٧- ت	(٣) ٧م٢ ن
١٥-	١٢ ت	٢م٢ ن

(٤) ١١ ق	(٥) ٥٢ ل	(٦) ٤٣ ب ت
٤٤ ق	١٨ ل	١٧ ب ت

(٧) ٩ ب ت ي	(٨) ٨ ب ت	(٩) ٢م٢ ل
٤ ب ت ي	١٤ ب ت	٢م٢ ل

(١٠) ٥٧ ك	(١١) ٦ قر ٧ ذر	(١٢) ٦ ق ٧ ذر
٢٢ ك	٢ قر ٢ ذر	٢ ق ٧ ذر

(١٤) ٢م٢ - ٤م	(١٤) ٢ + ب	(١٥) ٤ - ب
٢م٢ + ٢م	٢ + ب	٢ - ب

(١٦) ٢ - ٢	(١٧) ٢ + ب ٧	(١٨) ٤ - ب
٢ + ب ٥	١ - ب ٤	٢ - ب ٤

$$(٢٠) \quad ٥ - ٢ ك$$

$$٦ + ٢ ك$$

$$(١٩) \quad ٢ ب ت - ٥ هـ$$

$$٥ هـ$$

$$(٢٢) \quad ٤ ك - ٥ هـ + ٢ ص$$

$$٤ ك - ٨ ي - ٢ ص$$

$$(٢١) \quad ٢ ك - ٢ آ + ٢ ص$$

$$ك - ٢ آ + ٢ ص$$

$$(٢٤) \quad ٢ هـ ك + ٤ ك - ٢$$

$$ك - ٢ ك + ٥$$

$$(٢٣) \quad ٤ ب - ت + ٢ آ$$

$$٢ ب - ٢ آ$$

$$(٢٦) \quad ٢ ك - ٢ ك + ٥$$

$$٥ ك - ٢ ك - ١$$

$$(٢٥) \quad ٢ ب + ٥ ب - ٥ هـ ت$$

$$٤ ب + ٢ ب ت + ٢$$

رتب واطرح :

$$(٢٧) \quad ١٥ - ٤ ك - ٥ ك من ٧ - ٢ ك + ٢ ك$$

$$(٢٨) \quad ك - ٢ آ + ٢ ص من ٢ ك - آ + ٢ ص$$

$$(٢٩) \quad ٤ ك - ٨ ي - ٢ ص من ٤ ك - ٥ هـ + ٢ ص$$

$$(٣٠) \quad ٢ ب - ٢ ت من ٤ ب - ت + ٢ آ$$

$$(٣١) \quad ٥ ب - ٤ ت - ٢ ث من ٢ ب - ٥ هـ$$

$$(٣٢) \quad ب - ك - ي من ب - ك + ي$$

$$(٣٣) \quad ٢ ب - ٢ ت - ٢ ث من ٤ ب - ت + ٥ هـ$$

$$(٣٤) \quad ٢ ب - ٢ ت - ٢ ث من ٢ ب - ٢ ت$$

$$(٣٥) \quad ب + ت - ٢ ث من ٢ ث - ٢ ت + ٢ ح$$

(٢٦) ك^٢ ي - ك^٣ ي من ي^١ ك^١ + ي^٢ ك^١ + ل

(٢٧) ب - ث من ب^٢ + ث^٢ (٢٨) ث من ك^٢ - ا

(٢٩) ك - ث من ك^٣ (٤٠) ك^٤ - ٤ من ك^٥ - ك^٢ + ك^١ + ك^٢

(٤١) ص - ك من ك^٦ + ك^٢ ي

تمرين موقت

الوقت دقيقتان

اجمع ما يأتي:

(١) ك^٧ (٢) ب^٥ - (٣) ي^٨ (٤) م^٥ -

ك^٢ ب^٢ - ي^٧ م^٢ -

(٥) ي^٧ ك^١ (٦) ك^{١٥} (٧) ي^{٢٣} - (٨) م^{٢٧}

ك^٩ - ك^{٢٢} - ي^{١٢} م^{٢٠} -

(٩) ب^{١٤} - (١٠) ب^{٨١} - (١١) ب^{٤١} - (١٢) ب^{٧٢} -

ب^{٥٧} - ب^{٤٣} - ب^{٤٨} - ب^{٤٩} -

(١٣) م^{١٧} - (١٤) ب^{٥٤} - (١٥) م^{٦٤} -

م^{٥٢} - ب^{١٧} - م^{٨١} -

(١٨) - (٧+م+ن)	(١٧) - (٥+ل+م)	(١٦) - (٢+ك+ى)
<u>(٥+م+ن)</u>	<u>(٥+ل+م)</u>	<u>(٢+ك+ى)</u>
	(٢٠) - (٢+ل+م)	(١٩) - (٤+ب+ت)
	<u>(٨+ل+م)</u>	<u>(٦+ب+ت)</u>

متوسط الاصابات في هذا التمرين ١٤

تمرين موقت

غير في التمرين السابق العلامات السلبية الى ايجابية والايجابية الى سلبية ثم اجمع كما فعلت قبلاً

تنبيه : الوقت والمتوسط كما في التمرين السابق

تمرين موقت

الوقت ٢ دقائق

خذ الاسئلة في التمرينين السابقين واطرح العدد الاسفل ما فوثة

متوسط الاصابات ١٨

الاقواس والمحاصر

٥٩ . نعمل الاقواس والمحاصر في الجبر كما نستعملها في الحساب للدلالة على

انه يجب ان تعامل الكميات التي تقع ضمنها ككمية واحدة

ابسط ما يأتي :

- (١) (ب+ت)+ث (٢) ب+(ت+ث)
 (٣) ب-(ت+ث) (٤) ب-(ت-ث)
 (٥) ب-(-ت+ث) (٦) ب-(-ت-ث)
 (٧) ب+(ك-ي) (٨) ب-(ك-ي)
 (٩) ب-(٢-٣) (١٠) ب+(٢-١)
 (١١) ك-(١+٢) (١٢) ك-(٢-١)
 (١٣) ٢ك-(٢-٤) (١٤) ٥ك-(٥+٣)
 (١٥) ك-(-ك-٢) (١٦) ٧ك^٢-(-١-٣ك^٢)
 (١٧) ٥ك+[-١-(٢-٤ك)] (١٨) ١١ب-(-٤ب-٩ب)
 (١٩) ب^٢-[-ب^٢-(-١-٢ك)] (٢٠) ٢ك+٢ي-(-٢ك-١)
 (٢١) ك-[-٢ك+(-١-١)] (٢٢) ٢ك-[-ك-(-١-١)]
 (٢٣) ٢ي+[-ك-(-٢ي-١)]
 (٢٤) ب+[-٢ب-(-٢ب-٢ت)]+[-٢ب-٢ت]
 (٢٥) ٢ب+٢ت+٥ث مطروحة من ٧ب-٦ت
 (٢٦) ٢ك+٢ك+١مطروحة من ٢ك^٢-٢ك-٥
 (٢٧) مجموع ك وى مطروح من فرقها
 (٢٨) ب^٢-٢ب+٢ت+٢مطروحة من ب^٢+٢ب+٢ت
 (٢٩) ٢ك-٥ك+٦مطروحة من ٤-٨ك^٢
 (٣٠) ٢ك-٤ك+٤ي+٤مطروحة من ٢ك^٢+٤ك+٤ي

مسائل مشورة

- (١) كيف تجد حجم الغرفة ؟ العلة او الصندوق ؟ عبر عن ذلك بلغة جبرية
ما هو القانون الرمزي العام ؟
- (٢) استخدم القانون ح = ط ع ر وجد حجم غرفة طولها ١٢ ذراعاً وعرضها
٨ وارتماها ٦
- (٣) استخدم القانون وجد حجم صندوق طوله ٢٠ ستمتراً وعرضه ٥٠
وارتفاعه ٤٠
- (٤) حجم حوض ماء قائم الزوايا ٥٦٠ قدماً مكعب طوله ١٦ قدماً وعرضه
١٤ فك عمقه ؟ استخدم القانون
- (٥) اكتب القانون لمعرفة فائدة رأس مال معين لعدد من السنين على معدل
معين (الفائدة بسيطة)
- (٦) في قانون الفائدة ف = رس م ماذا تمثل ف ؟ ر ؟
س ؟ م ؟
- (٧) استخدم القانون لمعرفة المعدل اذا كان رأس المال ١٥٠٠ ليرة والوقت
٦ سنين والفائدة ٤٥٠ ليرة
- (٨) اذا كانت سرعة النطار ٥٠ ميلاً في الساعة فك تكون سرعته في ٧
ساعات ؟ في س ساعة ؟
- (٩) اذا كانت سرعة السيارة م ميلاً في الساعة فك تكون سرعتها في س ساعة ؟
- (١٠) خذ احدى قطع العملة او اى شيء آخر مستدير وقس قطره ثم اجعله

يدور على حرفه على قطعة ورق (او سطح مستوي) وعين طول محيطه اقسام طول المحيط على القطر لتجد نسبة الواحد الى الآخر

(١١) كم طول نصف القطر الذي وجدته ؟ ما القانون الذي يحدد العلاقة بين المحيط ونصف القطر حسب الارقام التي استخرجتها ؟ قابل ذلك مع $m = 2 \times$ ب ش حيث محيط الدائرة وب نسبة المحيط الى القطر $(\frac{2}{\pi})$ وش شعاع الدائرة او نصف قطرها

القسم الثاني

٦١. المجمع هو في الجبر كما في الحساب عبارة عن ضم عدة كميات وجعلها كمية واحدة وافضل طريقة للمجمع هي ان ترتب الكميات صفوفاً وتكتب الحدود المتشابهة في عمود واحد ثم تجمع كما مرّ بك ولا تنس ان ترتب الكميات حسب قوة حرف خاص وذلك اما صاعداً او نازلاً

والمجمع في الجبر يشبه جمع الاعداد المركبة في الحساب كما ترى من المثال الآتي :

$$٢ \text{ ث} + ٧ \text{ د} + ٢ \text{ س} \quad . \quad ٢ \text{ سا} .$$

$$٥ \text{ ث} + ٢ \text{ د} + ٢ \text{ س} \quad . \quad ٢ \text{ سا} .$$

$$٨ \text{ ث} + ٩ \text{ د} + ٥ \text{ س} \quad . \quad ٩ \text{ د} + ٥ \text{ سا} .$$

٦٢. امتحان المجمع . يتعين المجمع عادة بمراجعة العمل عكس الطريقة التي

جرينا عليها قبلاً اي اذا كنا جمعنا من الاعلى الى الادنى ففي الامتحان نجمع من الادنى الى الاعلى ولكن يوجد طريقة بسيطة لكشف الخطأ وهي ان يعوض عن الحروف بنيم خصوصية بختارها الطالب حسب ارادته واسهلها ان تجعل قيمة كل حرف ١ (واحداً) كما ترى في المثال الآتي :

الامتحان	العملية
$٢ - = ٧ - ٢ + ٢$	$٢ ك + ٢ ي - ٧ ص$
$٤ - = ١ - ٨ - ٥$	$٥ هـ - ٨ ي - ص$
$١٦ = ٩ + ٢ + ٤$	$٤ ك + ٢ ي + ٩ ص$
$١٠ = ١ + ٢ - ١٢$	$١٢ ك - ٢ ي + ١ ص$

ففي المثال اعلاه عوضنا عن الحروف ك و ي و ص ب ١ ووجدنا النتيجة ١٠ في المثالين وهذا يدل على صحة الجواب

تنبيه : طريقة التعويض ليست عامة مطلقة لانه قد يتفق (ولو كان ذلك اندر من النادر) وقوع خطابين او اكثر متعاكسين فيبطل احدهما عمل الآخر

تمرين

اجمع وامتحان ما يأتي :

$(١) ٢ ب - ٢ ت$	$(٢) ٢ (ب + ت)$	$(٣) ٦ (ك - ي)$
$٣ ب - ٢ ت$	$٤ (ب + ت)$	$٤ (ك - ي)$
$٥ ب + ٥ ت$	$٤ - (ب + ت)$	$٥ - (ك - ي)$

(٥) ٧ص + ٢ك + ٦ك

٣ك - ٩ي - ٢ص

٤ك + ٢ي - ٥ص

(٤) ٦٥ب + ٦ك

٦٦ب + ٦ك -

٦٢ب + ٦ك

(٧) ٢ك^٢ - ٢ك + ٥

٥ك^٢ - ١٢ك + ١٠

٢ك^٢ + ٢٢ك - ١٠

(٦) ٦ب - ٢ت + ٢ث

٥ب - ٨ت - ٢ث

٤ب + ٧ت + ٥ث

(٩) ٦ب - ١٥ت - ١٠ث

٤ب + ٨ت + ١٥ث

ب + ٧ت - ٢ث

٢ب + ٥ت - ٧ث

(٨) ٢ب + ٢ت + ٤ث

٥ب - ٦ت - ٧ث

٤ب + ٥ت + ٨ث

٢ب - ٥ت - ٢ث

(١١) ٢ب + ٢ت (ل)

(٥ب - ٢ت) (ل)

(-٢ب + ٤ت) (ل)

(١٠) ٦ل + ٢م + ٧ك

١٢ل - ١٥م - ٥ك

٥ل + ٢م - ٦ك

٧ل + ٨م - ٢ك

(١٢) ب^٢ + ك^٢ (ب^٢)

ت^٢ + ك^٢ (ب^٢)

٣ث^٢ - ك^٢ (ب^٢)

(١٢) ٥ (ب^٢ - ت^٢)

٤ب (ب^٢ - ت^٢)

٦ت (ب^٢ - ت^٢)

مثالة : درجة ك^٢ ي^٢ ٥+٢ او ٨ ودرجة ٧ ب ت^٢ م^٢ ١+٢+٥ او ٩
 فدرجة ك^٢ ي^٢ الثامنة ودرجة ٧ ب ت^٢ م^٢ التاسعة

٦٤ . درجة الكمية المركبة . الكمية المركبة تُألف من حدين او أكثر ودرجتها هي اعظم درجة حدٍ فيها فدرجة ك^٢ + ٧ ك^٢ - ٢ هي الخامسة لان درجة اعظم حدٍ فيها اي ك^٢ هي الخامسة ودرجة ك^٢ ي^٢ - ك^٢ ي^٢ + ٢ هي السابعة لان درجة اعظم حدٍ فيها اي ك^٢ ي^٢ هي السابعة

والجواب على الاسئلة الآتية يظهر جلياً ما المراد بدرجة الكمية

١ . ما درجة ك^٢ - ٩ ك^٢ + ٢ ؟

٢ . ما درجة ك^٢ ي^٢ - ٧ ك^٢ ي^٢ + ٢ ك^٢ ي^٢ ؟ ما درجتها بالنظر الى ك ؟ بالنظر

الى ي ؟

٣ . ما قيمة ن لتكون درجة الكمية الثنائية ك^٢ ي^٢ - ك^٢ ي^٢ + ١ الثامنة ؟

لتكون درجتها الثامنة بالنظر الى ك ؟ بالنظر الى ي ؟

٦٥ . ترتيب الكمية المركبة . مرتباً انه يستنسب ترتيب الاحرف في الحد

الواحد حسب نظام ورودها في احرف الهجاء وتزيد الآن انه يستنسب ترتيب الكمية بالنظر الى درجة حرف خاص فنضع الحد الذي يشتمل اعظم درجة لذلك المحرف اولاً ثم ما يليو ثانياً وهلمّ جراً وهذا يعرف بالترتيب النازل . ويمكن لنا ان نعكس الترتيب المشار اليه فنضع الحد الذي يشتمل اقل درجة للمحرف المذكور اولاً وما يليو ثانياً وهلمّ جراً وهذا يعرف بالترتيب الصاعد . والتصد منه سهولة العمل وتوفيق الوقت وتجنب الوقوع في الخطأ

مثال: ك^٢ - ك^٢ ك^١ ي + ك^٢ ك^١ ي - ك^١ ي^٢ مرتبة ترتيباً نازلاً بالنظر الى الحرف ك وصاعداً بالنظر الى الحرف ي . او مرتبة باعتبار قوة ك "المتناقضة" وقوة ي "المتزايدة"

تمرين

اجب ما استطعت شفاهاً

مادرجة الحدود الآتية ؟ وما درجتها بالنظر الى كل حرف فيها :

ب^٧ ت^٩ ؟ - ب^٤ ؟ - ك^٤ ؟ ب^٢ ت^٥ ؟ ب^٥ ت^٢ ؟ ب^٢ ت^٨ ؟
ب^٥ ت^٨ ؟ هـ ك^٤ ل^٢ م^٢ ؟ ١٧ ب^١ ك^٤ ي^٢ ؟

مادرجة الكميات الآتية :

(١) ك^٢ - ك^٢ ك^١ ي + ك^١ ي^٢ ؟ (٢) ك^٢ + ك^٢ ي + ك^١ ي^٢ ؟

(٣) ك^٢ - ك^٢ ك^١ ي + ك^١ ي^٢ ؟ (٤) ك^٢ + ك^٢ ي + ك^١ ي^٢ ؟

رتب الكميات الآتية بالنظر الى قوة ك النازلة واجمع ثم امتحن بالتعويض عن

ك = ٢ و ي = ٣

(٥) ك^٢ + ك^١ ي + ك^١ ي^٢ - ك^١ ي^٢ - ك^١ ي + ك^١ ي^٢ + ك^١ ي^٢ ؟

(٦) ك^١ ي^٢ + ك^١ ي^٢ + ك^١ ي^٢ - ك^١ ي^٢ + ك^١ ي^٢ + ك^١ ي^٢ ؟

٦٦. الطرح . عبارة عن وجدان عدد يقال له الباقي اذا ضم الى المطروح

نجم المطروح منه

مثال: اذا طرحنا ٤ ب ت من ٩ ب ت كان الباقي ٥ ب ت . لان ٥ ب ت و ٤ ب ت

(المطروح) تساوي ٩ ب ت المطروح منه

ولاجل سهولة العمل يشترط في طرح الكميات المركبة ان ترتب اولاً صاعداً او
نازلاً حسب قوة حرف خاص

مثال: اطرح $٧ك٢ + ٧ي٢$ من $٢ك٢ + ٤ك٢$ وامنح
العمل بالتعويض عن $ك = ٢$ و $ي = ٢$

الامتحان	العلية
$٧ = ٤ + ٢٤ - ٢٧$	$٢ك٢ - ٤ك٢ + ٧ي٢$
$٥ = ٢٨ + ٤٢ - ٩$	$٢ك٢ - ٧ي٢ + ٧ي٢$
$١٢ = ٢٤ - ١٨ + ١٨$	$٢ك٢ + ٢ك٢ - ٧ي٢$

تمرين

رتب واطرح وامنح ما يأتي:

(١) $٥(ب + ت)$ (٢) $٩(ك + ي)$ (٣) $٦٧ب + ك$

(٤) $٢(ب + ت)$ (٥) $٤(ك + ي)$ (٦) $٢٢ب + ك$

(٧) $٥(٢ك - ٢ب)$ (٨) $٨ب - ٢٨ي$

(٩) $٢(٥ب - ت)$ (١٠) $٢ك - ١٤ي$

(١١) $٧(ب + ك)$ (١٢) $٢(٢ب - ت)$

(١٣) $٢(ك + ي)$ (١٤) $٢(٢ب - ت)$

(٨) ١٥ (ك + ي) (٩) (-٢ ب + ت) ك

١١ - (ك + ي) (-٢ ب - ث) ك

(١٠) ٢ ك - ٢ ي + ك ي من - ٥ ك ي + ٢ ك

(١١) م - ١ + م ٢ من ٤ - م + ٧ م

(١٣) ك ي + ب ا ت - ك ي من ب ا ت + ك ي + ٩ ك ي

(١٢) ك - ك + ك - ٢ ك + ٢٧ من ١٧ - ك - ك + ك + ٢ ك

(١٤) ١ + م - ٢ م + م - ٤ م ٢ من ٤ م ٢ + ٢ م ٧ - ٢ م - ٢ م

(١٥) ٨ م ٢ + ٢ م - ٤ م ٢ + م ٢ - ١٧ من ١٧ - ١ م ٧ + م ٢ + ٢ م ٢

(١٦) ماذا تصيف الى ٤ ب - ٤ ب ث + ٤ ث لينتج ٢ ب + ٤ ب ث

٢ ث + ؟

إذا كانت ب = م - ٢ م + ١ ا و ت = م ٢ - م - ٢ و ث = م ٢ + م

٢ م فاقية :

(١٧) ب + ت + ث ؟ (١٨) ت - ب + ث ؟

(١٩) ب + ت - ث ؟ (٢٠) ب - ت + ث ؟

٦٧ . دلالة العلامتين "+" و "-" . للعلامتين + و - دلالتان . الاولى

للدلالة على العمل (اي الجمع والطرح) والثانية للدلالة على النوع او الماهية (اي الايجاب والسلب) . ومع ذلك لا يقع التباس لانهما جميعها خاضعة لذات القوانين

مثال : ٩ - (ب - ٤) فعلاقة السالب التي تسبق القوس يراد بها عملية الطرح اي ان الكمية المصورة يجب طرحها من ٩ فالعلامة اذا للدلالة على العمل . ولكن العلامة التي هي داخل القوس قد يمكن ان تكون للدلالة على العمل اي الطرح او للدلالة على النوع اي ان ٤ كمية سلبية مجموعة الى ب

٦٨ . ادخال الحواصر ونزعها . ذكرنا سابقاً ان الحواصر تستعمل للدلالة على ان الكميات التي داخلها مرتبطة معاً ويجب ان تعامل ككمية واحدة . وذكرنا ايضاً انه اذا كانت الكمية مسبوقه بالعلامة "+" فانه يمكن رفع الحواصر (نزعها) وابقاء وضع الكمية على ما كان عليه قبلاً دون تغيير قيمتها اما اذا كانت مسبوقه بعلامة "-" فانه لا يمكن رفع الحواصر مع ابقاء القيمة ما لم تتغير علامات كل حدٍ من حدودها فالاجاب يصبح سلباً والسلب ايجاباً . واذا تذكرنا هذه المبادئ سهل علينا العمل وهان الامر

اذا اردنا ان نحصر كمية فاننا ندخل الحواصر وهذا عكس نزعها وعليه ننظر اذا كانت الحواصر مسبوقه بعلامة "+" ام بعلامة "-"

فاذا كانت مسبوقه بعلامة "+" بقيت اجزاء الكمية المحصورة على وضعها السابق دون تغيير قيمتها اما اذا كانت مسبوقه بعلامة "-" فانه لا يمكن وضع الحواصر مع ابقاء القيمة ما لم تتغير علامات كل حدٍ من حدودها

مثالة : $b - t + d - s = b - t + (d - s)$

او $b - t - (-d + s)$

تمرين

ابسط ما يأتي :

(١) $t - (5 - 4t)$ (٢) $t - (-2t - 3)$

(٣) $r - (-s - 2r)$ (٤) $9q - [4q - 1]$

(٥) $10 - \{3n + 5m\}$ (٦) $[4s + d] - [2s - d]$

$$(٧) [ك - ي] - [٢ - ي - ك] (٨) (٨ - ك) - (٤ + ك)$$

$$(٩) ١٨ - [٢ + (ك - ٧)] [(١٠) ك + ٧ - ك] - [١ + ك]$$

$$(١١) ٩ + [٢ - (٤ - ٨ - ي)]$$

$$(١٢) ١١ + [٤ - ص] + [٢ - ٥]$$

$$(١٤) ٦ + [١٥ - (٩ - م)] - [١٣ (١٤) (٦ + ك) - (٤ - ٥ - ك)]$$

$$(١٥) ٤ - [٢ + (١ + م)] - [٦ (١٦) (٨ - ٥) - ٤]$$

$$(١٧) (٧ - ٥) - [٢ - (١ + ت)]$$

$$(١٨) ٢ - [(٦ + م) + (٤ - م)]$$

$$(١٩) ٢ - [(٦ + م) - (٤ - م)]$$

احصر الثلاثة حدود الاخيرة واسبق القوس بـ "+"

$$(٢٠) ك - ي + ص - ل (٢١) د + ص - ت + ف$$

$$(٢٢) م - ن + ب - ح (٢٣) ب - ت - ث - د$$

$$(٢٤) ك + ك - ٥ - ي (٢٥) ب - ا - ت - ا - ت - ث - ث$$

$$(٢٦) ك + ي - ٢ - ي - ل + ل (٢٧) ك - ٤ - ب - ب - ا - ٤ - ت - ا$$

(٢٨ - ٢٥) احصر الثلاثة الحدود الاخيرة واسبق القوس بـ "-" في الامثلة

السابقة (٢٧ - ٢٠)

(٢٦ - ٢٤) احصر الحدين الاخيرين واسبق القوس بـ "-" في الامثلة

السابقة (٢٧ ٢٠)



(٢) ضع ١٥ غرشاً في يدك اليمنى و١٥ في اليسرى . خذ ٥ غروش من كل يد ثم قابل بين الكيتين الباقيتين . ايها اكبر ؟ كمل الجملة الآتية : اذا طرحت كميات متساوية من كميات متساوية فالباقي

(٢) ضع ٥٠ غرشاً في يدك اليمنى و٥٠ في اليسرى . ثم ضاعف المبلغين وقابل بين التيجين . ايها اكبر ؟ كمل الجملة الآتية : اذا ضربت كميات متساوية في ذات العدد فالخواصل
.....

(٤) مقياسان متساويان في الطول فاذا كان طول احدهما ٣٠ متراً ما مقابلة طول $\frac{1}{10}$ كل منها ؟ كمل الجملة الآتية : اذا قسمت كميات متساوية على ذات العدد فالخارج
.....

وعليه نقول : ان التغيير الذي نحدثه في احد جانبي المعادلة يجب اجراؤه في الجانب الآخر لحفظ الموازنة والآن نحل

٧١ . عندما نحل معادلات نمتعل هذه الاولات الاربع . والاولية حتمية لا تحتاج الى برهان :

(١) اذا جمعت كميات متساوية الى كميات متساوية فالتأخر متساوية

(٢) اذا طرحت كميات متساوية من كميات متساوية فالباقي متساوية

(٣) اذا ضربت كميات متساوية في كميات متساوية فالخواصل متساوية

(٤) اذا قسمت كميات متساوية على كميات متساوية فالخارج متساوية

٧٣ . جانباً المعادلة . المعادلة هي التساوي بين عبارتين . وتعرف العبارة

التي تسبق علامة المساواة (=) بالجانب الايمن والتي تلي العلامة باليسر

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شفاهاً

- (١) ماذا تجمع الى ٢٥ حتى تصير ٤٠ ؟ الى ك حتى تصير ٤٠ ؟
 (٢) ماذا تطرح من ١٠٠ فيبقى ٤٠ ؟ من ١٠٠ فيبقى ك ؟
 (٣) مجموع عددين ٢٥ واحدهما اكثر من الثاني ب ٣ فماها ؟
 (٤) ابي عدد بطرح منه ٢٠ فيبقى ٧٠ ؟ ٣٠ فيبقى ك ؟
 (٥) اذا قسمت ١٨٠ الى تسمين وكان الاول ١٦٠ فما الثاني ؟ الاول ك فما

الثاني ؟

- (٦) حاصل عددين ٤٨٠ واحدهما ٢٤ فما الآخر ؟ احدهما ك فما الآخر ؟
 (٧) الفرق بين عددين ٢٤ الصغير ٢٦ فما الآخر ؟ الصغير ك فما الآخر ؟
 (٨) اذا كانت م تكرر ٧ مرات في ٢١٠ فما قيمتها ؟ م ٧ = ٢١٠ فما قيمة م ؟
 (٩) م ٢٥ = ١٢٥٠ فما قيمة م ؟
 (١٠) ما قيمة ل اذا كانت ١١٧ = ٦٢٩ ؟

جد قيمة الحرف في ما يأتي :

١٤ = ل٧	٢٤ = م٨	١٢ = ك٢	١٦ = ك٢
٣٥ = ٥٠	٤٢ = ع٦	٨١ = ن٩	٨٠ = ن٨
١٠ = م٢٠	٢٦ = اب٢	٦٤ = ك٢٤	٤٠ = ص٤
٨ = ١/٥	٢ = ك١/٢	٧ = ع١/٢	٩ = ن١/٢

$21 = \frac{1}{4}ك$	$10 = \frac{1}{4}ك$	$6 = \frac{1}{6}ك$	$18 = \frac{5}{3}$
$20 = \frac{1}{8}ك$	$12 = \frac{1}{7}ع$	$42 = \frac{1}{7}ن$	$22 = \frac{2}{8}$
$1 = \frac{1}{10}ع$	$70 = \frac{1}{10}ك$	$60 = \frac{1}{6}ك$	$26 = \frac{1}{2}ك$
$12 = \frac{1}{12}ع$	$30 = \frac{1}{24}ع$	$20 = \frac{1}{12}ع$	$10 = \frac{1}{10}ع$

٧٣ . الأعمال الاخيرة امثلة يرى منها كيف تعرف قيمة الحرف من علاقته مع الكميات المعروفة ونحن عادة نستهل الاحرف الاخيرة ك ول وم لتكون مجاميل والطريقة التي تعرف بها قيمة المجهول تعرف "بجمل المعادلة"

٧٤ . جذر المعادلة . تدعى قيمة الحرف التي نجدها "جذر" المعادلة . وهي لو عوض بها عن المجهول صيرت المعادلة مساوية

مثال: $5ك - 4 = 2ك + 17$ فجذر هذه المعادلة ٧ لاننا لو عوضنا عن ك ب ٧ اصبحنا:

$$17 + 7 \times 2 = 4 - 7 \times 5$$

$$21 = 21$$

تمرين شفهي

جد قيمة الحرف المجهول في ما يأتي :

(١) $9 = 4 + ك$ (٢) $8 = 2 + ك$ (٣) $10 = 2 + ك$

(٤) $9 = 4 + ك$ (٥) $7 = 2 + ك$ (٦) $10 = 2 - ك$

(٧) $20 = 4 - ك$ (٨) $12 = 5 - ك$ (٩) $2 = 4 - ك$

$$١٦ = ٤ - ك \quad (١٢) \quad ١١ = ٥ + ك \quad (١١) \quad ٧ = ٤ + ك \quad (١٠)$$

$$٢١ = ٩ + ك \quad (١٥) \quad ٤٠ = ٢ + ك \quad (١٤) \quad ٢٢ = ٧ + ك \quad (١٣)$$

$$٩٩ = ٢ + ل \quad (١٨) \quad ٥٨ = ٦ + ك \quad (١٧) \quad ٤٩ = ٨ + ك \quad (١٦)$$

$$٢٤ = ٧ + ل \quad (٢١) \quad ٩٧ = ٤ + ل \quad (٢٠) \quad ٧٨ = ٥ + ل \quad (١٩)$$

$$٥٠ = ٤٧ + ل \quad (٢٤) \quad ٢٢ = ٢٢ + ل \quad (٢٣) \quad ٤٩ = ٨ + ل \quad (٢٢)$$

(٢٥) عدد كلل فارس ك وكلل نبيه ضعفا لكلل فارس فكم كلة مع نبيه ؟
كم كلة مع الاثنيين ؟

(٢٦) مع يوسف ل كلة فاذا خسر منها ١٠ كم يبقى لديه ؟

(٢٧) امين اشترى حصاناً ب ١٢٠ ليرة فبكم بيعة ليرجح ٢٩ ليرة ؟ بكم بيعة ليرجح ل ليرة ؟

(٢٨) فؤاد اشترى سيارة ب ٥٦٠ ليرة وباعها بمخسارة ٥٦ ليرة فبكم باعها ؟ بكم باعها اذا كانت خسارته ل ليرة ؟

(٢٩) عمر يوسف س سنة فكم كان عمره منذ ٢٠ سنة ؟ منذ م سنة ؟ كم يكون عمره بعد مضي ١٠ سنوات ؟ بعد مضي ب سنة ؟

(٣٠) سيارة جورج تسير م ميلاً في الساعة فكم ميلاً تسير في س ساعة ؟

(٣١) شكري يركض ذراعاً في ث ثانية فما سرعته في الثانية ؟ في س ثانية ؟

(٣٢) مع توفيق وريالاً ومع احمد ثلاثة اضعاف ذلك الا ٥٠ ريالاً فكم مع احمد ؟

(٣٣) وهب رجل ل ليرة لانيل و٢ اضعاف ذلك مع ١٢٠ ليرة لوديع فكم ليرة وهب وديعاً ؟ وكم لانيل ووديع معاً ؟

(٣٤) الفرق بين عدددين ٢٥ واصغرها ص فما هو الاكبر ؟ ما مجموعها ؟

اكتب ما يأتي بشكل معادلة جبرية

(٢٥) م الأ ١٩٥ تساوي ٢٢٠ ل مع ١٧ تساوي ٥٦

(٢٧) ن مع ٤٠ تساوي ٦٠ الآن (٢٨) ل الأ ١٧ الأ ل تساوي ٢٦

(٢٩) ٧ ل تساوي ٢٩ الأ ل

(٤٠) حاصل ضرب ل X ٤ الأ ٥٠ تساوي ١٧٠

(٤١) اشتغلت سلى ز زهرة واشتغلت نجلا أكثر منها ب ٢٠ زهرة فكم زهرة

اشتغلت نجلا ؟ كم زهرة اشتغلت سلى ونجلا ؟

(٤٢) المسافة بين ب وت م ميلاً وبين ح ود اربعة اضعاف ذلك الأ ٦٠

ميلاً فما المسافة بين ح ود ؟

(٤٤) اذا اضفت ٢٦٠ الى ٢٧ ضعف ل فما النتيجة ؟

تمرين موقت

الوقت دقيقتان

جد قيمة المجهول في المعادلات الآتية:

(١) ٢ ك = ٦ (٢) ٢ ك = ٩ (٣) ٢ ك = ٨

(٤) ٥ ك = ١٠ (٥) ٤ ك = ٤ (٦) ٣ ك = ١٥

(٧) ٧ ك = ٢١ (٨) ١١ ك = ٤٤ (٩) ٢٢ ك = ٦٦

(١٠) ١٧ ك = ٥١ (١١) ٤٣ ك = ٨٦ (١٢) ٢٨ ك = ٥٦

(١٣) ٧٢ ك = ١٤٤ (١٤) ١٨ ك = ٥٤ (١٥) ١٩ ك = ٥٧

(١٦) ٢٥ ك = ٧٥ (١٧) ٤٢ ك = ٨٤

$$(18) \quad 17'1 \text{ ك} = 21'2 \quad (19) \quad 10 = 7 \text{ ك} \quad (20) \quad 12'1 = 6 \text{ ك}$$

$$(21) \quad 12 \text{ ك} = 144$$

متوسط الاصابات ١٩

$$(22) \quad 5 - 7 = 2$$

$$(23) \quad 5 - 8 = 3$$

تمرين موقت

الوقت دقيقتان

$$(1) \quad 6 = 2 + \text{ك} \quad (2) \quad 7 = 2 + \text{ك} \quad (3) \quad 9 = 0 + \text{ك}$$

$$(4) \quad 12 = 7 + \text{ك} \quad (5) \quad 10 = 1 + \text{ك} \quad (6) \quad 23 = 12 + \text{ك}$$

$$(7) \quad 27 = 10 + \text{ك} \quad (8) \quad 0 = 20 + \text{ك} \quad (9) \quad 41 = 27 + \text{ك}$$

$$(10) \quad 7'9 = 4'9 + \text{ك} \quad (11) \quad 4'0 = 2'8 + \text{ك} \quad (12) \quad 8'1 = 4'3 + \text{ك}$$

$$(13) \quad 17'4 = 12'2 + \text{ك} \quad (14) \quad 77 = 19 + \text{ك}$$

$$(15) \quad 96 = 22 + \text{ك} \quad (16) \quad 100 = 48 + \text{ك}$$

$$(17) \quad 100 = 96 + \text{ك} \quad (18) \quad 212 = 72 + \text{ك}$$

متوسط الاصابات ١٥

تمرين موقت

الوقت دقيقة

$$(1) \quad 2 = 2 - \text{ك} \quad (2) \quad 7 = 4 - \text{ك} \quad (3) \quad 10 = 6 - \text{ك}$$

$$(4) \quad 2 = 0 - \text{ك} \quad (5) \quad 1 = 7 - \text{ك} \quad (6) \quad 12 = 12 - \text{ك}$$

(٧) ك - ١١ = ٢٢ (٨) ك - ٩ = ١٨ (٩) ك - ٧٢ = ٣٤

(١٠) ك - ١٥ = ٢٨ (١١) ك - ١٧ = ٣٣ (١٢) ك - ٤١ = ٥٢

(١٣) ك - ١٢٢ = ١٣٧ (١٤) ك - ١٤٧ = ١٨٩

(١٥) ك - ٤٠ = ٢ (١٦) ك - ٧٠ = ٥

(١٧) ك - ٥٥ = ٧٨ (١٨) ك - ٨٢ = ٤

متوسط الاصابات ١٢

٧٥. تطبيق الاوليات . ذكرنا سابقاً ان المعادلة الصحيحة نسبة الميزان تماماً . فكما اننا لو زدنا بطريقة المجمع او الضرب او انقصنا بطريقة الطرح او القسمة من كلا الكفتين المتوازتين كمية واحدة او كميات متساوية تبقى الكفتان متوازيتين هكذا لو جمعنا الى كلا جانبي المعادلة او طرحنا منها او ضربناها او قسمناها على كمية واحدة او كميات متساوية يبقى جانبا المعادلة متساويين

فلو كانت $٧٢ = م٩$
 كانت $٢٠ + ٧٢ = م٩ + ٢٠$
 " $١٧ - ٧٢ = م٩ - ١٧$
 " $٧٢ \times ٦ = م٩ \times ٦$
 " $٢ + ٧٢ = م٩ + ٢$

وعليه نجد قيمة م في ما يأتي:

(١) $٧٢ = م٩$ بقسمة الجانبيين على ٩ (الاولية ٤)

$٨ = م$

(٢) $٢ \frac{١}{٧} = \frac{٢}{٧}$

بضرب كلا الجانبيين بـ ٧ (الاولية ٣) $٢٢ = م$

$$(٣) \quad ٧م + ٤م - ٥٥ = ١١٥ - ١٠$$

أولاً أصلح كلا الجانبيين أي ضم حدودها

$$١٥٠ = ٦م$$

$$٢٥ = م \quad (\text{الأولية } ٦)$$

$$(٤) \quad ٥ك + ١٢ = ٤٠ - ٢ك \dots\dots (١)$$

أولاً أجمع ٢ك إلى الجانبيين

$$(٢) \quad ٥ك + ٢ك + ١٢ = ٤٠ - ٢ك + ٢ك \dots\dots$$

ثانياً اطرح ١٢ من الجانبيين

$$(٣) \quad ٧ك + ١٢ - ١٢ = ١٢ - ٤٠ - ١٢ \dots\dots$$

$$٢٨ = ٧ك$$

$$٤ = ك$$

٧٦. المقابلة . لو تأملنا ملياً الأسطر المرفومة (١) و(٢) و(٣) في العمل

الآخر (نومرو ٤) لوجدنا أننا لما جمعنا ٢ك إلى كلا الجانبيين تنتقل ٢ك من الجانب الواحد إلى الجانب الآخر مع تغيير علامتها. وأنا لما طرحنا ١٢ من الجانبيين انتقلت ١٢ من جانب إلى جانب بتغيير علامتها

فإذاً يجوز لنا أن ننقل أي حد من جانب إلى جانب بشرط أن نغير علامته ويعرف هذا النقل "بالمقابلة". وعليه عندما تحل معادلة عليك أن تتبع هذا النسق " أولاً : انزع الحواصر (إذا وجد منها شيء)

ثانياً : قابل أي Anteil كل الكهيات المجهولة إلى الجانب الأيمن والكهيات المعلومة إلى الأيسر

ثالثاً : أصلح أي ضم حدود كل جانب

رابعاً: اقم الجانب الأيسر الكمية المعلومه على مسي الجهوله
ملحوظة: اياك ان تنسى تغيير علامه المحد حينما تنقله بالمقابله من جانب الى جانب

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شافياً

جد قيمة الحرف المجهول في المعادلات الآتية:

$$(1) 11 = 0 + ك \quad (2) 12 = 4 - ك \quad (3) 28 = 10 + ك$$

$$(4) 5 = 6 - ك \quad (5) 19 = 6 - ك \quad (6) 6 = 12 - ك$$

$$(7) 6 = ك + 20 \quad (8) 9 = م - 40 \quad (9) 14 = م - 26$$

$$(10) 12 = م + 4 \quad (11) 8 + 2 = 3 + 5$$

$$(12) 2 = ك + 10 \quad (13) 2 = ك - 2$$

$$(14) 2 = ك + 4 = 0 (ك - 2) \quad (15) 2 = ك + 4 = 16 - (ك - 2)$$

$$(16) 10 = (ك - 1) + 4 + (ك + 7) = 2$$

$$(17) 7 = (ك - 20) - (ك - 2) = 25$$

$$(18) 97 = 5 - (ك + 20) = 8 - (ك + 2)$$

$$(19) 0 = ك - \{ 3 + [(ك + 2) - ك] \}$$

$$(20) 179 = 18 - (ك - 10) = 108 - 2(ك - 17)$$

$$(21) 26 = 8 - 6 + ك + 12 + 10 = ك$$

$$(22) 116 = 18 + ك + 2 + ك + 18 + ك + 2 = ك$$

$$(23) 54 = ك - 4 - 2 + 8 - ك - 17 = 40 + 6 - ك$$

٧٧. حل الاعمال . الامثلة الآتية تظهر جلياً كيفية حل الاعمال بالمعادلات ولاجل الحصول على المهارة والسرعة يجب الانتباه للنصائح الآتية بيانها :

ب : ادرس السؤال باعنتاه تام حتى تفهمه جيداً وتعلم ما المطلوب تماماً

ت : اجعل المحرف ك اوى يمثل الكمية المجهولة المطلوب وجدانها

ث : مثل كل عبارة بالرمز المساوي لما ولا تنس ما المراد به

ج : ضع الرموز بشكل معادلة وحلها كما تعلمت سابقاً

(١) ما هو العدد الذي تضيقه الى ٥ اضعافه ليكون المجموع ٩٦٠ ؟

الاعداد التي نجست فيها رموز الاعداد

العدد المطلوب = ك

٥ اضعاف العدد المطلوب = ٥ ك

مجموع العدد وه اضعافه = ٩٦٠

المعادلة بين هذه الاعداد

مجموع العدد وه اضعافه = ٩٦٠

اي ٥ ك + ك = ٦ ك = ٩٦٠

٦٠ = ك . وهو الجواب

(٢) ١٢٨٠ غرشاً مؤلفة من مجهديات وبشالك وعددها ١٦٠ قطعة . فاذا

كان المجهدي ٢٢ غرشاً وبشالك ٢ غروش فكم عدد كل منها ؟

الاعداد التي نبحث فيها رموز الاعداد

ك	=	عدد المجدييات
١٦٠ - ك	=	عدد البشالك
٢٣ ك غرثا	=	قيمة المجدييات
٢ (١٦٠ - ك) غرثا	=	قيمة البشالك

المعادلة بين هذه الاعداد

١٢٨٠ غرثا	=	قيمة المجدييات والبشالك
١٢٨٠	=	اي ٢٣ ك + ٢ (١٦٠ - ك)
٤٠ ريال مجدي	=	ك وبالحل
١٢٠ بشلكا	=	و ١٦٠ - ك

تمرين كتابي

- (١) ما عددان مجموعهما ١٢٦ واحدهما ضعف الآخر ؟
- (٢) ما العدد الذي اذا طرحته منه ١٩ يبقى ٢٧ ؟
- (٣) ما العدد الذي اذا زدت عليه ضعفه و ٢٤ يصير ١٤٤ ؟
- (٤) ما عددان مجموعهما ٢١٥ واحدهما اربعة اضعاف الآخر ؟
- (٥) ما العدد الذي اذا زدت عليه ٢ اضعافه و ٤ يصير ١٨٠ ؟
- (٦) ما العدد الذي اذا طرحته ٤٠ من ثلاثة اضعافه يبقى ١٤٠ ؟

- (٧) عدد يزيد الآخر ب ١٨ ومجموعها ١٦٨ فماها ؟
- (٨) طول مستطيل ٥ اضعاف عرضه ومحيطه ١٥٦ متراً فكم طوله وعرضه ؟
- (٩) لدى فؤاد ١٠ كلال اكثر من عارف ومجموع كللها ١٢٠ فكم كلة مع كل منها ؟
- (١٠) عدد طلبة مدرسة ١١٢ ولداً والصبيان اكثر من البنات ب ١٢ فكم عدد الصبيان والبنات ؟
- (١١) كان عدد الناخبين لرياسة بلدية يمدوت ١٦٤٨٠ ففاز محمد باكثرية ٩٨٠ صوتاً على منافسه يوسف فكم صوتاً نال كل منهما ؟
- (١٢) حلّ وديع عدداً معيناً من اعمال الجبر وحلّ اميل ضعفي ذلك الا ١٦ عملاً فاذا حلّ ٥٠ عملاً كم عملاً حلّ كل منهما ؟
- (١٣) اي عدد اذا اضفت اليه ٢٢٠ يكون المجموع ٥ اضعاف العدد الاصلي ؟
- (١٤) طول قسم ترعة بناما الذي يمر في الارض الساحلية ٨ اضعاف طول القسم الذي يمر في الارض الجبلية فكم هو طول كل من قسميها اذا كان طول الترعة ٤٩ ميلاً ؟
- (١٥) مساحة حقلين ٢٢٥ فداناً واحدهما ٤ اضعاف الاخر فكم مساحة كل منهما ؟
- (١٦) مع نجلا وسلي ٨٤ كارت بوسنتال فاذا كانت حصصه سلمي تنقص ١٢ عن ضعفي حصصه نجلا فكم كارتاً مع كل منهما ؟
- (١٧) ربح يوسف ونجيب ٨٢٠٠ ليرة وكانت حصصه يوسف ٢٠٠ ليرة اكثر من ضعفي حصصه نجيب فكم نال كل منهما ؟
- (١٨) مجموع ثلاثة اعداد ٤٨٠ وكان الثاني ٤ اضعاف الاول والثالث ٥

- اضعاف الاول فكم كان كل منها ؟
 (١٩) مجموع ثلاثة اعداد ٢٦٠٠ والثاني ٢ اضعاف الاول والثالث ٢
 اضعاف الثاني فكم كان كل منها ؟
 (٢٠) عمر رجل ٢ اضعاف عمر والده ومجموع عمرهما ٨٤ سنة فكم عمر الاب
 وعمر الابن ؟
 (٢١) ثلث عدد مع ٨ يساوي ربع العدد مع ١٦ فما هو ؟
 (٢٢) ثمن بيت وجبينة ٢٤٠٠ ليرة وثمان الجبينة ثلث ثمن البيت فكم ثمن كل
 منها ؟
 (٢٣) مجموع ثلاثة اعداد متتالية ١٢٨ فما هي ؟
 (٢٤) الفرق بين عددين ٢٢ واحدها ٩ اضعاف الآخر فماها ؟
 (٢٥) الفرق بين ٨ اضعاف العدد و٢ اضعافه ١٩٥ فما هو العدد ؟
 (٢٦) نهر النيل اطول من الامازون بـ ٥٠٠ ميل واقصر من نهر المسيسيبي
 الذي هو اطول انهار العالم بـ ٢٠٠ ميل وطول الثلاثة الانهر ١١٥٠٠ ميل فكم طول
 كل منها ؟

تمرين للمراجعة

- (١) اذا كانت $b = 5$ و $t = 2$ و $l = 1$ فاقية $b + 2t - l = ?$
 (٢) $m = 2s + \frac{1}{2}j$ فاقية m اذا كانت $s = 10$ و $j = 48$
 و $t = 6$ ؟
 (٣) اذا كانت $m = 6$ فاقية m^2 ؟ (m^2) ؟
 (٤) لعب سليم ورجح اول يوم عددًا من الكلال وثاني يوم ١٨ كرة اكثر من

(١٨) ارسم الخط البياني لتموعد سكان الولايات المتحدة:

١٧٩٠ = ٤ ملايين	١٨٢٠ = ١٢ مليوناً	١٨٧٠ = ٢٩ مليوناً
١٨٠٠ = ٥ "	١٨٤٠ = ١٧ "	١٨٨٠ = ٥٠ "
١٨١٠ = ٧ "	١٨٥٠ = ٢٣ "	١٨٩٠ = ٦٣ "
١٨٢٠ = ١٠ "	١٨٦٠ = ٢١ "	١٩٠٠ = ٧٦ "
١٩١٠ = ٩٢ مليوناً	١٩٢٠ = ١١٠ ملايين	

تنبيهه : ضع عشرات السنين على نقط المحور الافقي وعشرات الملايين على المحور الرأسي

عين بواسطة الرسم عدد السكان لسنة ١٨٢٥ و ١٨٤٥ و ١٨٨٥ و ١٩١٥
 عين بواسطة الرسم السنة التي كان فيها عدد السكان ١٥ مليوناً و ٢٥ مليوناً .

٧٠ مليوناً ١٠٠ مليون

(١٩) حلّ وامنح : $٣ - (٢ - م) = ٥ - ٧$ م

(٢٠) حلّ وامنح : $٤ ك + (١ - ك) = ٢ ك - (٢ + ك)$

(٢١) اطرح : $٥ م - ٣ ب - ٢ ب - من - ٣ م + ٢ م - ٢ م - ب$

(٢٢) اذا كانت $ب = ٤$ و $م = ١$ فما قيمة $٣ م - ٢ ب + (٢ م - ٢ ب) + ٢ ب$ ؟

(٢٣) ابسط : $٥ م - [٣ م - (٢ م - ٢ ب) + ٢ م - ٢ م - ٢ ب]$

امنح صحة العمل بفرض $ب = ١$ و $م = ٢$

(٢٤) معدل المسافة بين الارض والشمس $٩٢,٨٠٠,٠٠٠$ ميل وهي تزيد على

١٠٧ اضعاف قطر الشمس ب ٩٥٢٠٠ ميل فكم ميلاً يكون قطر الشمس ؟

(٢٥) معدل المسافة بين الارض والقمر ٢٢٨٨٥٠ ميلاً وهي تزيد على ١١٠

اضعاف قطر القمر ب ١٠٢٠ ميلاً فكم ميلاً يكون قطر القمر ؟

القسم الثاني

٧٨. المعادلة البسيطة هي التي تتم فيها الشروط الآتية:

- (١) ان تخوي بالاقبل على مجهول واحد
- (٢) ان يكون دليل المجهول واحداً "١"
- (٣) ان لا يتضمن احد الحدود أكثر من مجهول واحد
- (٤) ان لا يكون الحرف المجهول دليلاً
- (٥) ان لا يكون المجهول في مخرج الكسر

وهذه الشروط متوفرة في جميع المعادلات التي مرت بك في جميعها إذا معادلات بسيطة ولكن $٣ = ٨ - ك$ و $٨ - ك = ٣$ و $٣ = ١ + \frac{٢}{١ + ك}$ ليست معادلات بسيطة والمقام الاول في علم الجبر للمعادلة حتى ان بعض الرياضيين يحسبونه علم المعادلات ولهذا السبب قد اسهنا في بسطها وأكثرنا من ايراد الامثلة المتنوعة . وسوف نعود اليها كلما سمحت الفرصة

٧٩. امتحان المعادلة يتم بالتعويض عن الحرف المجهول بقيمته فاذا تساوى الجانبان كان العمل صحيحاً وإلا فلا

والأفضل لامتحان العمل ان نعوض عن المجهول بقيمته في السؤال وليس في المعادلة فاذا كانت القيمة مطابقة لمنطوقه كان العمل صحيحاً وإلا فلا وقد يعتمد على الطالب ان يفهم منطوق العمل لانه يتناول الكليات وليس على ذلك عليه فليقبله بعمل حساني على نسق وبقصر فهو على الاعداد الصغيرة التي يسهل العمل فيها والتلاعب بها

تمرين شفهي

- (١) مجموع عددين م واحدهما ن فما الآخر؟
- (٢) لامل ل ليرة وماله اكثر من مالك ب ن ليرة فكم مالك؟
- (٣) سار وديع س ساعة بمعدل م ميلاً في الساعة فكم سار؟
- (٤) عمر عادل س سنة فكم كان عمره منذ ٦ سنوات؟ كم يكون عمره بعد ٩ سنوات؟ اذا كان عمر اخيه سلى ضعفا عمره الآن فكم يكون عمرها بعد ٦ سنوات
- (٥) زد ٤ على صورة ومخرج الكسرت $\frac{1}{7}$
- (٦) حاصل عددين ح واحدهما ب فما مجموعهما؟
- (٧) ما زيادة ل عن ن؟ ما نقص م عن ب؟
- (٨) كم مرة تكرر ٩ في ٥٤؟ ب في ج؟
- (٩) ٨ اي جزء من ٥٦؟ ك اي جزء من ٥١؟
- (١٠) سلى معاغ غرشاً ونجلاً معهما ضعفاها الا ١٥١ غرشاً فكم غرشاً مع نجلاً؟
- (١١) طول نهر م ميلاً وطول نهر آخر ٢ اضما فيه الا ١٥١ ميلاً فكم طوله؟
- (١٢) عدد مؤلف من ٢ آحاد و ٩ عشرات فما هو؟ من ب آحاد وت عشرات فما هو؟ (جواب: ب + ١٠ ات)
- (١٣) لولد خ خوخة أكل منها ل فكم بقي له؟
- (١٤) سرعة النظر م ميلاً في الساعة ففي كم من الوقت يتطلع م ميلاً؟
- (١٥) ما العدد الشفهي الذي يلي ٢٤؟ ٢ ع؟
- (١٦) ما العدد المؤلف من متريين آحاده ك وعشراته ي؟

- (١٧) سار سبع م ميلاً في س ساعة فكم ميلاً يسير في س ساعة ؟
 (١٨) كم الفرق بين مربع ل وضعفها ؟
 (١٩) كان لولدك كلة ورج فوقها ن فكم اصبح لديو ؟
 (٢٠) ابتاع لحام خ خروفاً وذبح منها في شهر م فما الباقي ؟
 (٢١) عمر ولد ل سنة فكم يكون عمره بعد م سنة ؟ منذ ن سنة ؟
 (٢٢) اعطيت ل ليمونة لكل من ص صبياً فكم ليمونة اعطيت ؟
 (٢٣) يسور رشيد م متراً في ث ثانية ففي كم ثانية يسور ل متراً ؟
 (٢٤) معدل سرعة القنبلة م متراً في الثانية ومعدل سقوط الحجر د متراً في الساعة فما نسبة معدل سقوط الحجر الى سهر القنبلة ؟
 (٢٥) الفرق بين عددين ف واحد هـ ل فما الآخر ؟ (جوابان)

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شفاهاً

- (١) اذا اضفت ٢٢ الى عدد كان المجموع ٥٠ فما هو العدد ؟
 (٢) اذا طرح ٢٧ من عدد ما بقي ٣٧٥ فما هو العدد ؟
 (٣) اذا ضاعفت عدداً وطرح ٢٧ بقي ٤٩ فما هو العدد ؟
 (٤) اذا ضربت عدداً في ٤ وزدت عليه ٢٠٥ لساوي ٣ اضعاف العدد مع ١٦٠ فما هو العدد ؟
 (٥) محيط مستطيل ٢٨ متراً وطولها اكثر من عرضها ب ٣ امتار فكم طولها
 وكم عرضها ؟

- (٦) مجموع عدد بين ٤٤ واحدها يزيد ١٢، عن ٤ اضعاف الآخر فماها؟
- (٧) محبط مستطيل ١٠٤ اذرع وطوله يزيد ٧ اذرع عن ضعفي عرضه فكم طوله وكم عرضه؟
- (٨) مجموع ثلاثة اعداد ٥٠. الاول ضعف الثاني. و ٢ اضعاف الثاني تزيد ١٦ عن الثالث فما هي الاعداد؟
- (٩) ربح ٣ اولاد ٩٨ غرشاً. وكانت حصة الثاني تزيد ١١ غرشاً عن حصة الاول. وحصة الاول والثاني تزيد ٢٨ عن حصة الثالث فكم كانت حصة كل منهم؟
- (١٠) طول ترعة السويس ١٠٠ ميل وهو يزيد ميلين عن ٨ اضعاف طول اطول نفق (نفق سمبلون) فكم طول النفق؟
- (١١) درجة حرارة الفوس الكهربائية ٥٤٠٠ بمقياس فارنهایت وهي تزيد ٤٦٤ عن درجة حرارة ذوبان الرصاص فما درجة ذوبانها؟
- (١٢) معدل سرعة الصوت ١٠٩٠ قدماً في الثانية وهذا يزيد ١٠ اندام عن ٩ اضعاف سرعة الشعور العصبي قابل هذا مع سرعة الطيارة التي تسير ٢٠٠ ميل في الساعة
- (١٣) اقصم ١٧٥ ليرة بين ٣ رجال بحيث تزيد حصة الاول ٢٠ ليرة عن حصة الثاني وتنقص حصة الثالث ١٠ ليرات عن حصة الثاني
- (١٤) عمر اديب ضعفاً عمر بطرس وسليم اكبر من اديب ب ٧ سنوات ومجموع اعمارهم ٦٧ سنة فكم عمر كل منهم؟
- (١٥) عمر انيس ٣ اضعاف عمر نسيم وسامي اكبر من نسيم ب ١٠ سنوات وبعد ٥ سنوات يكون مجموع اعمارهم ٦٠ سنة فكم عمر كل منهم الآن؟
- (١٦) امين اكبر من وديع ب ١٠ سنوات وفريد اصغر من وديع ب ٦

- سنوات ومنذ ٤ سنوات كان مجموع اعمارهم ٤٦ سنة فكم عمر كل منهم الآن ؟
- (١٧) المشتغلون بالزراعة في الولايات المتحدة يزيدون ١٢ % عن الذين يشتغلون بالصناعة وهؤلاء يزيدون ٨ % عن الذين يتعاطون التجارة . والباقيون ٢٤ % يتعاطون اموراً مختلفة فكم جزءاً في المئة يشتغلون في الزراعة والصناعة والتجارة ؟
- (١٨) ينقص طوبرج اينل في باريس ١٢٠ قدماً عن ضعفي علو تذكراك وشنتن . وهذا الاخير يزيد ١٠٥ اقدام عن علو الهرم الكبير في مصر و ١٠٧ اقدام عن قبة كاتدرائية مار بطرس في رومية . ومجموع ارتفاع الجميع ٢٤٤٣ فكم ارتفاع كل منها ؟
- (١٩) تنقص مساحة قارة اسيا ١٨١٨٠٠٠ ميل مربع عن ضعفي مساحة اميركا الشمالية واميركا الجنوبية تزيد ٢٩١٠٠٠ ميل مربع عن اميركا الشمالية و ٢٢٨٢٠٠٠ عن اوربا ومجموع الاربع قارات ٣١٥٤٨٠٠٠ ميل مربع فكم مساحة كل منها ؟
- (٢٠) تزيد سعة كاتدرائية مار بطرس ٢٩٠٠٠ عن كاتدرائية مار بولس (لندن) و ١٧٠٠٠ عن كاتدرائية ميلان و ٢٢٠٠٠ عن كاتدرائية مار بولس (رومية) وسعة الاربع كاتدرائيات ١٤٨٠٠٠ فكم سعة كل منها ؟
- (٢١) ما عددان مجموعهما ٧٢٠٠ و ٣ اضعاف الاكبر تساوي ٥ اضعاف الاصغر ؟
- (٢٢) اذا اضفت ٢ الى ضعفي عدد ما وضربت المجموع في ٦ يكون المحاصل ٦١٨ فما هو العدد ؟
- (٢٣) دراهم وديع ٣ اضعاف دراهم توفيق واذا اعطي توفيقاً ١٩ غرضاً بقي معه ضعفه فكم يكون دراهم كل منهما ؟

- (٢٤) رجل يصرف $\frac{1}{4}$ دخله على الأكل والسكن و $\frac{1}{8}$ على اللبوس و $\frac{1}{16}$ على الإحسان ويبقى معه ١٢٧٢٠ غرشاً فكم دخله ؟
 (٢٥) ما العدد الذي تجمعه إلى صورة ومخرج الكسر $\frac{1}{4}$ ليصير $\frac{1}{8}$ ؟

تمرين للمراجعة

- (١) اجمع: $\frac{1}{2}ل - \frac{1}{4}ل + \frac{1}{8}ل, \frac{1}{4}ل + \frac{1}{8}ل - \frac{1}{16}ل - \frac{1}{2}ل$
 $\frac{1}{8}+$
 (٢) اطرح: $\frac{1}{8}ك - \frac{1}{2}ك + \frac{1}{8}ك$ من $\frac{1}{4}ك - \frac{1}{2}ك - \frac{1}{8}ك$
 (٣) اجمع: $٢(ك + ي) - ٢(ك + ص) + ٢(ي + ص) + ٤(ك + ص)$
 $٢(ك + ي) - ٥(ي + ص) + ٤(ك + ي) - ٤(ك + ص) + ٤(ي + ص)$
 (٤) اطرح مجموع $٤ب$ من $٢ب$ - $٢ب + ٢ب$ - $٢ب$ - $٢ب$ - $٢ب$
 $+ ب$ من مجموع $ب$ - $٧ب$ + $٢ب$ و $٢ب$ - $٦ب$ + $٧ب$ من $٢ب$
 (٥) ماذا تضيف إلى $ك$ - $ك + ١$ لتصبح $٣ك$ ؟ $٥ك$ ؟ ٢٥ ؟ ٠ ؟
 (٦) ماذا تطرح من $٥ب$ - $٤ب + ٢ب$ ليكون الباقي $٥ب$ ؟ $٥ب$ ؟
 ٢٠٠ ؟ ١٢ ؟ $٢ - ٤ + ١$ ؟
 (٧) اقسّم ١٠٠٠ إلى ٣ أقسام ليكون الثاني ٢ أضعاف الأول والثالث يزيد ١٠٠ عن الأول

- (٨) ٥ أميال تزيد ١٥٣ قدماً و ٤ قراريط عن ٨ كيلومترات فكم برداً في الكيلومتر ؟
 (٩) يقدر في ثمن البضاعة ٤٠ قدماً مكعبة للطن . جد النانون للثمن ل ط (اطلاق) إذا اردت ان تشمن صندوق سيارة طوله ل قدماً وعرضه ع وعلوه ر

$$(٣) \quad ٢ = ٢ \times ٤ - ٢$$

بما أن $٢ \times ٤ = ٤ \times ٢$ أي أنه لا فرق إذا غيرنا ترتيب الأضلاع

$$٤ - ٢ = ٢ \times ٤ - ٤ \times ٢$$

$$\text{ولكن } ٤ - ٢ = (٤ -) + (٤ -) + (٤ -) = ٤ - ٢$$

$$\text{فإذا } ١٢ - = ٢ \times ٤ -$$

$$(٤) \quad ٢ = (٢ -) \times (٤ -) \quad \text{وليبيان النتيجة نجد } (٢ - ٧)(٤ - ٧)$$

$$\text{بما أن } ٢ - ٧ = ٤ - ٧ \text{ و } ٢ = ٤ - ٧ \text{ فإذا } (٢ - ٧)$$

$$(٤ - ٧) \text{ تساوي } ٢ \times ٤ \text{ أو } ١٢. \text{ وإذا ضربنا}$$

$$(٢ - ٧)(٤ - ٧) \text{ عددًا عددًا فمحصّل - ٤ و - ٢}$$

$$\text{يجب أن يكون } ١٢ + \text{ ليصح العمل}$$

$$٢٨ - (?) ١٢$$

$$١٢ + ٤٦ - ٤٩$$

ومما مرّ نستنتج من (١) و (٤) أن $++X+$ و $-X-$ و $+=$ و $+$ ومن

(٢) و (٣) أن $-++X-$ و $-X+$ و $-=-$

أي أن حاصل العلامات المتشابهة ايجابي وحاصل العلامات المختلفة سلبى وهذا

يعرف بقانون العلامات

تمرين شفهي

$$\text{ب. ب} \quad \text{ب. ب} \quad \text{ب. ب} \quad \text{ب. ب}$$

$$\text{ب. ب} \quad \text{ب. ب} \quad \text{ب. ب} \quad \text{ب. ب}$$

$$\text{ب. ب} \quad \text{ب. ب} \quad \text{ب. ب} \quad \text{ب. ب}$$

(٢٣-ب) (٣-ث) (٧-ب) (٢٢-ث) (ب-ث) (٢-ب) (٢-ث)
 (٢-ب) (٢-ث) (٢-ب) (٢-ب) (٢-ب) (٢-ب) (٢-ب) (٢-ب)
 (٢٧-ب) (٢٧-ب) (٢٧-ب) (٢٧-ب) (٢٧-ب) (٢٧-ب) (٢٧-ب) (٢٧-ب)
 (٥-ب) (٢-ب) (٢-ب) (٢-ب) (٢-ب) (٢-ب) (٢-ب) (٢-ب)
 (٧-ك) (٤-ك) (٢-ك) (٢-ك) (٢-ك) (٢-ك) (٢-ك) (٢-ك)

تمرین کتابی

اجب ما استطعت شنافاً

- (١) ٤ك (٢-ك)
- (٢) (٥-ك) (٢-ك)
- (٣) (٤ك) (٢-ك)
- (٤) (١٤ك) (٤-ك)
- (٥) (٧-ك) (٢-ك)
- (٦) (٢-ك) (٢-ك)
- (٧) (٢-ك) (٢-ك)
- (٨) (٢-ك) (٢-ك)
- (٩) (٤-ك) (٢-ك)
- (١٠) (٨-ك) (٢-ك)
- (١١) (٢-ك) (٢-ك)
- (١٢) (٥-ك) (٢-ك)
- (١٣) (٦-ك) (٢-ك)
- (١٤) (٩-ك) (٢-ك)
- (١٥) (٦-ك) (٢-ك)
- (١٦) (٢-ك) (٢-ك)
- (١٧) (٢-ك) (٢-ك)
- (١٨) (٢-ك) (٢-ك)
- (١٩) (٢-ك) (٢-ك)
- (٢٠) (٢-ك) (٢-ك)
- (٢١) (٢-ك) (٢-ك)

- (٢٣) (ب ت) (٢ ب ك) (٢ ت ي) (٤ ك ي) ?
 (٢٤) ما هو مربع الكمية ?
 (٢٤) ما قيمة : (ك^٢) (٥ ك) (٢ ك ي) (٢ ك^٢) ?
 (٢٥) ما قيمة : (ك^٢) (٢ ك) (٢ ب ك) (٢ م^٢) ?
 (٢٦) كم مرة تتكرر ك ضلع في ٢٠.٢ ?
 (٢٧) كم مرة تتكرر م ك ضلع في ٢٠.٠ م ?
 (٢٨) كم مرة تتكرر ب ك ضلع في ب ك . ب ك ? كم مرة تتكرر ك ?
 (٢٩) ما العدد الذي تضربه في نفسه ليحصل : ٢٥ ? ٦٤ ? ٦٤ ب ?
 (٣٠) ما الجذر المائل ل : ٢٥ ? ٦٤ ب ? ٤ م ? ٢٦ ب ت ?
 (٣١) ما قيمة : ٦٦ ? ٢٥٦ ب ? ٨١ ك ? ٤٩٦ ب ت ?
 (٣٢) قاعدة مستطيل ٥ ك متراً وارتفاعه ٢ ك فما محيطه ومساحته ?
 (٣٣) قاعدة مثلث ٨ م متراً وارتفاعه ١٥ م فما مساحته ?

٨٣ . الضرب في حد واحد بنسبة بالامثلة الآتية :

$$\frac{4 \text{ قير } 2 \text{ قدم}}{4 \text{ ك} + 2 \text{ ي}} = \frac{4 \text{ ك} - 2 \text{ ي}}{2}$$

$$\frac{8 \text{ قير } 6 \text{ قدم}}{8 \text{ ك} + 6 \text{ ي}} = \frac{8 \text{ ك} - 6 \text{ ي}}{2}$$

$$\frac{4 \text{ ك} - 1}{2 \text{ ك} - 2 \text{ ب ت}} = \frac{4 \text{ ك} + 2 \text{ ب ت} - 2 \text{ ب ت}}{2 \text{ ك} - 2 \text{ ب ت}}$$

$$\frac{4 \text{ ك} - 1}{2 \text{ ك} - 2 \text{ ب ت}} = \frac{4 \text{ ك} + 2 \text{ ب ت} - 2 \text{ ب ت}}{2 \text{ ك} - 2 \text{ ب ت}}$$

ففي الامثلة المار ذكرها ضربنا كل حد من حدود المضروب في الحد (المضروب فيه) وراعينا قوانين التسميات والعلامات والدلائل

تمرين كتابي

- (١) $٢ب(٥ب - ٨)$ (٢) $٢ك(ك - ٤ك + ٥)$
- (٣) $٧ك(ك - ٤)$ (٤) $٦(ك - ١/٢ك)$
- (٥) $٢ب(٢ب + ٤ك)$ (٦) $٥ك(٢ك - ٤)$
- (٧) $٢ك(٤ك - ١ك)$ (٨) $٤(٣ك + ٥)$
- (٩) $٥(٧ب - ٣)$ (١٠) $٥ب(٨ب - ٢م)$
- (١١) $٧م(٣م - ٢م)$
- (١٢) $٢ك(٨ك - ٥ك)$ (١٣) $٢ب(٣ب + ٥س)$
- (١٤) $٢ب(٢ب - ٥ب + ٢ك)$
- (١٥) $٢ك(ك - ١)$ (١٦) $٤ك(٢ك + ٣ك - ١٠)$
- (١٧) $٥ب(٢ب - ٥ب + ٧)$
- (١٨) $٢ك(٦ك - ٤ك + ٧ك + ٥ك)$
- (١٩) $٢ك(٣ك - ٢ك + ٤ك)$
- (٢٠) $٢ك(ك - ٥ك + ٤ك)$
- (٢١) $٢م(٤م - ٢م + ٣ن)$
- (٢٢) $٢م(٤م - ٢م + ٣ن)$
- (٢٣) $٢ك(٢ك - ٤ك + ٥ك)$

$$(24) \quad 5ب - 2ب - 7ب$$

$$(25) \quad 5ك - 2ك + 4ك - 2ك$$

٨٤. الضرب في كمية ثنائية بسيط لأنه نظير ضرب الأعداد المؤلفة من رقمين كما في الأمثلة الآتية :

$2 + 1$	$20 + 1$	21
$2 + 2$	$20 + 2$	22
$2 + 3$	$20 + 3$	23
$2 + 6$	$20 + 20$	22
$2 + 7$	$20 + 20 + 2$	222

وهو يتم بضرب كل حد من المضروب في كل حد من المضروب فيه وكتابة الحدود المتشابهة بعضها تحت بعض ثم اصلاحها

$$(1) \quad \begin{array}{r} 2ك - 4ك - 5ي \\ 2ك - 5ي \\ \hline 6ك - 8ك - 5ي \\ 2ك - 5ي \\ \hline 10ك - 20ك + 5ي \\ 6ك - 22ك + 18ك + 5ي \\ \hline 2ك + 5ي \end{array}$$

نستنتج من (١) ان مربع مجموع حدين يساوي مربع الحد الاول مع مضاعف حاصل الحدين مع مربع الحد الثاني. فاتبه له جيداً

تمرين كتابي

اجب ما استطعت ثناها

- ما مربع :
- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| (١) ك + ي ؟ | (٢) ب + ك ؟ | (٣) ت + ي ؟ |
| (٤) م + ن ؟ | (٥) م + ا ؟ | (٦) م + ج ؟ |
| (٧) ب + ا ؟ | (٨) ب + ج ؟ | (٩) ب + د ؟ |
| (١٠) ١ + ٢٠ ؟ | (١١) ٢ + ٢٠ ؟ | (١٢) ١ + ٢٠ ؟ |
| (١٣) ك + ج ؟ | (١٤) ك + د ؟ | (١٥) ب + د ؟ |
| (١٦) ٢ + ب ؟ | (١٧) ٢ + ب ؟ | (١٨) ٤ + ك ؟ |
| (١٩) ٢ + ب ؟ | (٢٠) ١٠ + ل ؟ | |

اضرب ما يأتي :

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| (٢١) (٢ + ب)(٢ + ب) | (٢٢) (٢ + ب)(٢ - ب) |
| (٢٣) (٢ - ب)(٢ + ب) | (٢٤) (٢ - ب)(٢ - ب) |
| (٢٥) (٢ - ب)(٢ - ب) | (٢٦) (٢ - ب٢)(٢ - ب٢) |
| (٢٧) (ك + ١١)(ك + ١٤) | (٢٨) (٧ - ي)(٧ - ي) |
| (٢٩) (٨ - ص)(١٠ - ص) | (٣٠) (٤ + م)(٤ - م) |
| (٣١) (٥ + م٢)(٢ + م٢) | (٣٢) (٤ - م٦)(٤ + م٦) |
| (٣٣) (٥ - ل٢)(٢ - ل٢) | (٣٤) (٤ - ك٢)(٤ - ك٢) |

- (٢٥) $(٥٠ - ٢٠) (٦٠ + ٢٠)$
- (٢٦) $(٢٠ - ٥٠) (٤٠ + ٢٠)$
- (٢٧) $(٥٠ - ٦٠) (٢٠ + ٤٠)$
- (٢٨) $(٢٠ - ٤٠) (٦٠ - ٢٠)$ (٢٩) $(١ - ٢) (٢ + ١)$
- (٤٠) $(١ - ٢) (٢ + ١)$
- (٤١) $(١ - ٢) (٢ + ١)$
- (٤٢) $(٢ - ١) (١ - ٢)$ (٤٣) $(٢ + ١) (١ - ٢)$
- (٤٤) $(٢ - ١) (١ - ٢)$
- (٤٥) $(٢ + ١) (١ - ٢)$
- (٤٦) $(٢ + ١) (١ - ٢)$
- (٤٧) $(١ + ٢) (٢ - ١)$
- (٤٨) $(١ - ٢) (٢ + ١)$
- (٤٩) $(١ + ٢) (٢ - ١)$
- (٥٠) $(٥ - ١) (١ + ٥)$
- (٥١) $(٤ - ٢) (٢ - ٤)$
- (٥٢) ما مساحة مستطيل طول (٥ + ٢) متر وعرض (٢ - ٥) متر؟
- (٥٣) ما حجم برّ مكعب حجمها (٢ - ١) ذراعاً؟
- (٥٤) ما ثمن (٢ + ١) كرسيّاً اذا كان سعر الكرسي (١ - ٢) غرشاً؟
- (٥٥) سار رجل (١ + ٢) ساعة بسرعة (٢ + ١) ميلاً في الساعة. فكم
لمسافة التي قطعها؟

القسمة

٨٥ . درستنا في الحساب ان $١٢ = ٤ \times ٣$ وان $٤ = ٢ + ١٢$

$٣ = ٤ + ١٢$

ومكذا في الجبر فان $(-٢ب٢) (-٤ب٤) = ١٢ب١٢$ وعليه $١٢ب١٢$
 $(-٢ب٢) + (-٤ب٤) = ١٢ب١٢$ و $(-٢ب٢) = (-٤ب٤) + ١٢ب١٢$
 وكذلك $(٢ب٢) (-٧ب٧) = (-٢١ب٢١)$ فإذا $(-٢١ب٢١)$
 $(٢ب٢) = (-٧ب٧) + (-٢١ب٢١)$ و $(٢ب٢) = (-٧ب٧) + (-٢١ب٢١)$

فإذا قانون العلامات في القسمة مثل قانون العلامات في الضرب اي اذا اتفقت العلامات فالخارج ايجابي وان اختلفت فهو سلمي

٨٦ . القسمة على حد واحد . اذا قسمنا حدًا على حد آخر فاننا

- (١) قسم مسمى المقسوم على مسمى المقسوم عليه
- (٢) نجعل دليل كل حرف في الخارج الباقي من طرح دليله في المقسوم عليه من دليله في المقسوم
- (٣) نضع علامة الخارج " + " اذا اتفقت علامتا المقسوم والمقسوم عليه والـ " - " اذا اختلفتا اي ان

$++ + = +$ و $- + - = -$

$- + - = -$ و $- + + = +$

مفاله : $٢٨ ك٢ ي٢ ص٢ + - ١٤ ك١ ي١ ص١ = - ٢ ك١ ي١ ص١$

تمرین کتابی

اجب ما استطعت شناها

اقم:

- (١) ی^٦ + ی^٤ (٢) م^٧ + م^٢ (٣) ر^٨ + ر^١
- (٤) ت^١ + ت^٤ (٥) ب^٢ ت^١ + ب^١ ت^١ (٦) ك^١ ی^٢ + ك^٢ ی^١
- (٧) م^٤ ن^٦ + م^٤ ن^٤ (٨) ك^٥ ی^٠ + ك^٤ ی^١ (٩) ب^١ ب^٢ + ب^٢ ب^١
- (١٠) ا^١ ك^٤ + ا^١ ك^٦ (١١) م^٢ م^٢ ن^٢ + م^٢ م^٢ ن^٢ (١٢) ل^٢ ل^٢ م^٢ + ل^٢ ل^٢ م^٢
- (١٤) ا^١ ب^١ ث^١ + ا^١ ب^٢ ث^١ (١٥) ا^١ ك^١ ی^١ + ا^١ ك^٦ ی^١ (١٦) ا^١ ب^٢ ت^١ + ا^١ ب^٨ ت^١
- (١٧) م^٢ م^٢ ن^٢ + م^٢ م^٢ ن^٢ (١٨) ك^٤ ی^١ + ك^٨ ی^١ (١٩) ب^٢ ت^١ ی^٤ + ب^٤ ت^٤ ی^٤
- (٢٠) ك^٥ ی^١ ص^٢ + ك^٧ ی^١ (٢١) ب^٤ ك^٤ ی^١ + ب^٤ ك^٤ ی^١
- (٢٢) ك^٧ ی^٤ ص^٢ + ك^{١٠} ی^١ (٢٣) ك^٦ ی^١ ا^١ + ك^٨ ی^٧
- (٢٤) ب^٤ ت^١ ی^٠ + ب^٧ ت^١ ی^٤ (٢٥) ك^٦ ی^٤ ص^١ + ك^{١٢} ی^١ ص^٤

$$(٢٦) \quad ٨٤ \text{ ى } ١^\circ \text{ ل } + - ١٢ \text{ ى } ١^\circ \text{ ل}$$

$$(٢٧) \quad ٢ + ٤ \quad (٢٨) \quad ٢ + ٦ \quad (٢٩) \quad ٦ + ١٢$$

لقسمة كمية على حدٍ واحدٍ تقسم كل حدٍ من حدودها على المقسوم عليه مع ملاحظة العلامات

$$\text{مثاله:} \quad ١٢ \text{ ك } - ٦ \text{ ك } + ٢ \text{ ك } - ٢ \text{ ك}$$

$$١٢ \text{ ك } - ٦ \text{ ك } + ٢ \text{ ك } - ٢ \text{ ك}$$

$$- ٤ \text{ ك } + ٢ \text{ ك } - ١$$

تمرين خطي

اقسم:

$$(١) \quad ٥ \text{ ب } - ١٠ \text{ ا } \text{ على } ٥$$

$$(٢) \quad ١٥ \text{ ك } - ١٨ \text{ ى } \text{ على } ٢$$

$$(٣) \quad ٩ \text{ ك } - ٧ \text{ ك } \text{ على } ٢$$

$$(٤) \quad ٦ \text{ ك } - ٤ \text{ ك } \text{ على } ٢$$

$$(٥) \quad ١٨ \text{ م } - ١٢ \text{ م } \text{ على } ٢$$

$$(٦) \quad ١٢ \text{ م } - ١٨ \text{ م } \text{ على } ٦$$

$$(٧) \quad ٣٢ \text{ ب } - ٤٤ \text{ ب } + ١١ \text{ ا } \text{ على } ١١$$

$$(٨) \quad ٢٠ \text{ ك } - ٨ \text{ ك } \text{ على } ٤$$

$$(٩) \quad ٤ \text{ ب } - ٦ \text{ ب } \text{ على } ٢$$

$$(١٠) \quad ٦ \text{ ك } + ١٢ \text{ ك } + ٢ \text{ ك } \text{ على } ٢$$

$$(١١) \quad ٤ \text{ ب } + ٨ \text{ ب } + ١٨ \text{ ب } \text{ على } ٢$$

٨٨. القسمة على كمية ثنائية . وهذا مثله بما يأتي :

$$(1) \quad (٥ ك + ١٥) + (٢ + ك) = ٥ \quad (2) \quad (٤ ك - ١٦) + (٤ - ك) = ٤$$

$$(3) \quad (٨ ك - ٨) + (١ + ك) = ٨ ك$$

$$(4) \quad (٢ ك + ٦) + (٦ + ٢) = ٢$$

$$(5) \quad (٦ ك + ١٧) + (١٦ ك + ٦) + (٢ + ٢) = ٢$$

$$٢ ك + ٤ + ٢ ك$$

$$٢ ك + ٦ + ١٦ ك + ٦ + ٢ ك$$

$$٢ ك + ١٢ ك$$

$$٨ ك + ١٦ ك$$

$$٨ ك + ١٢ ك$$

$$٤ ك + ٦$$

$$٤ ك + ٦$$

في نومرو ٥ وما هو على شاكلتو ننظم حدود المقسوم والمقسوم عليه باعتبار قوات كمية واحدة فيها ثم نقسم الحد الأول من المقسوم ٦ ك على الحد الأول من المقسوم عليه فيخرج اول حد من الخارج ٢ ك . ثم نضرب ٢ ك في كل حد من المقسوم عليه ونطرح المحاصل من المقسوم ونجعل الباقي مقسوماً جديداً ولملم جراً

تمرين كتابي

اقسم ما يأتي :

$$(1) \quad (٧ ك + ١٠) + (٢ + ك) \quad (2) \quad (٥ ك + ٦) + (٢ + ك)$$

تمرين شفهي

- (١) اجرة بيت في الشهر ليرة فكم تكون اجرة في السنة؟
- (٢) كيف نكتب حاصل ضرب كهتين مثل ب و ت ؟
- (٣) كيف نكتب خارج قسمة كهية على اخرى ؟
- (٤) عمر رجل س سنة فمذ كم سنة كان عمره نصف عمره الآن ؟
- (٥) ما هو مجموع $\frac{1}{2}$ ب و $\frac{1}{2}$ ا ت ؟
- (٦) حنفية فلما حوضاً بسعج جرة في د دقيقة فكم جرة نصب بين الدقيقتين
- (٧) اعداد متتالية اكبرها ٢٠٤ فما العددان الباقيان ؟
- (٨) سارت دراجة س ساعة بسرعة م ميلاً في الساعة فكم المسافة التي قطعها ؟
- (٩) ثمن ٢ كتب غ غرشاً فكم يكون ثمن ك كتاباً ؟
- (١٠) محوط مربع م متراً فكم هو طول جانبيه ؟
- (١١) طول مستطيل ي برداً وعرضه ل برداً فكم محطته ؟
- (١٢) ما حجم صندوق طوله ط قدماً وعرضه ع وعرضه ل ؟
- (١٣) كم قدماً مربعة في ي برداً مربعاً ؟
- (١٤) كم برداً مكعباً في ق قدماً مكعباً ؟

تمرين موقت

الوقت دقيقتان

اكتب حاصل ضرب الكميات الآتية:

- (١) (ب + ت) (ب + ت)
- (٢) (ك + ي) (ك + ي)

- | | |
|-------------------|-------------------|
| (٤) (ب+ى)(ب+ى) | (٢) (ب+ك)(ب+ك) |
| (٦) (٢+ك)(٢+ك) | (٥) (١+ك)(١+ك) |
| (٨) (٢+ك)(٢-ك) | (٧) (٢+ك)(٢+ك) |
| (١٠) (١+ب)(٢+ب) | (٩) (٢-ك)(٢-ك) |
| (١٢) (١+ك٢)(١+ك٢) | (١١) (١+ك٢)(١+ك٢) |
| (١٤) (١-ك٢)(١-ك٢) | (١٣) (١+ك٢)(١-ك٢) |

متوسط الاصابات ١٠

تمرين موقت

الوقت دقيقتان

اكتب خارج قسمة الكميات الآتية :

- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| (٢) $\frac{٤ك}{٢ك}$ | (٣) $\frac{٢ك}{٢}$ | (١) $\frac{٢ك}{ك}$ |
| (٤) $\frac{٤ك}{ك}$ | (٥) $\frac{٤ك}{٢ك}$ | (٦) $\frac{٢٠ب}{ب}$ |
| (٧) $\frac{٢٨٦}{٢}$ | (٨) $\frac{ب+ب}{ب}$ | (٩) $\frac{٤ب+٤ب}{٢ب}$ |
| (١٠) $\frac{٦ك+٩ى}{٢}$ | (١١) $\frac{٨ك-٤ى}{٢}$ | (١٢) $\frac{٨ك-٦ك}{٢ك}$ |

$$(12) \quad 16 \text{ ك}^2 \quad (14) \quad 16 \text{ ب}^2 - 4 \text{ ب} \quad (15) \quad 4 \text{ ك} - 28$$

$$\text{ك} - 2 \quad \text{ب} - 2 \quad \text{ك} - 7$$

$$(16) \quad 21 - 4 \text{ ك} \quad (17) \quad 5 \text{ ك}^2 - 20 \text{ س} \quad (18) \quad 5 \text{ ك}^2 - 20 \text{ س}$$

$$7 - \text{ك} \quad \text{ك}^2 - 4 \text{ س} \quad \text{ك}^2 - 4 \text{ س}$$

القسم الثاني

٨٩. الضرب طريقة او عملية لمعرفة النتيجة (الحاصل) اذا كررنا عدداً (المضروب) بقدر اعداد عدد آخر (المضروب فيه). وهذا التحديد خاص وليس عاماً ولكنه كافٍ في هذا المقام

٩٠. ضرب الكميات المركبة . يقضي تنظيم الكميات قبل الضرب تسهيلاً لاصلاح الحواصل المشابهة وهذا يتم بترتيب الحدود باعتبار قوت احد احرفها مبتدئاً من الاعلى فادونه او بالعكس ثم نضرب كل حد من المضروب في كل حد من المضروب فيوضح الحدود المتشابهة

ما حاصل : $5 \text{ ك}^2 - 3 \text{ ك} + 1 + \text{ك}^2 + 2 \text{ ك} + 4 \text{ ك}^2 - 3 \text{ ك}^2$ ؟

$$5 \text{ ك}^2 + 2 \text{ ك} - 3$$

$$4 \text{ ك}^2 - 3 \text{ ك} + 2$$

$$5 \text{ ك}^2 + 2 \text{ ك} - 3 + 4 \text{ ك}^2 - 3 \text{ ك} + 2$$

$$9 \text{ ك}^2 - 1 \text{ ك} + 10 \text{ ك} + 9 \text{ ك} - 3$$

$$2 \text{ ك}^2 + 10 \text{ ك} - 1 \text{ ك} + 6 \text{ ك} + 2$$

$$4 \text{ ك}^2 + 17 \text{ ك} - 4 \text{ ك} - 3 \text{ ك} + 2 \text{ ك} + 9 \text{ ك} - 3 \text{ ك} + 2$$

تمرين كتابي

اضرب ما يأتي:

(٧١) $(٥٠+٤٠+٣٠)$ $(٥٠+٤٠)$

(٧٢) $(٥٠+٤٠-٣٠)$ $(٥٠+٤٠)$

(٧٣) $(٥٠+٤٠+٣٠)$ $(٥٠+٤٠+٣٠)$

(١) $٢(ب+ت)$ (٢) $٤(ل+م٢)$

$٢(ب+ت)$ $٩-(ل+م٢)$

(٢) $٥-(ب-ت)$ (٤) $٧-(ك-ي)$

$٤-(ب-ت)$ $٢(ك-ي)$

(٥) $(٢ب-ل٢)(٤ب-ل٢)$ (٦) $(٤م-ل٢)(٢م-ل٢)$

(٧) $(ل+م+ن)$ $(ل-م-ن)$

(٨) $(ك+٤ك+٤)$ $(ك-٤ك+٤)$

(٩) $(م+ص-ن)$ $(م-ص+ن)$

(١٠) $(٢ب-٢ت+٢)$ $(٢ب-٢ت-٢)$ $(٢ب-٢ت-٢)$

(١١) $(ب-ت)$ $(ب+ت)$ (١٢) $(ك+ل)$ $(ك-ل)$

(١٣) $(٢م+٤)$ $(٢م-٤)$

(١٤) $(٥ب-٢ت)$ $(٢ت+٢ب)$ $(٢ت-٤ب)$

(١٥) $(٤ك-٢ك)$ $(٢ك+٥)$ $(٤ك+٢)$

(١٦) $(٢ك-٥)$ $(ك+٤ك-٢)$

(١٧) (ك + ي + ب) (ك + ي - ت)

(١٨) (ك + ب - ت) (ك - ب + ت)

(١٩) (م - ن + ن^٢) (م + ن + ن^٢)

(٢٠) (ب + ت + ي) (ب - ي - ت ي) (ب + ت + ي)

٩١. القسمة طريقة لمعرفة احد ضلعي المحاصل اذا وجد المحاصل والضع

الآخر

٩٢. المقسوم هو حاصل الضلعين فهو الكمية التي يجب قسمتها على

الضع المفروض

٩٣. المقسوم عليه هو الضلع المفروض (٦) (٦ - ٦) (٥)

٩٤. الخارج هو الضلع المجهول او نتيجة القسمة (٧) (٧ + ٧) (٧)

مثال: ٥ ك^٢ م^٢ ÷ ٥ ك^٢ م^٢ = ١ ك^٢ م^٢ هنا ٥ ك^٢ م^٢ المقسوم و ٥ ك^٢ م^٢

المقسوم عليه و ١ ك^٢ م^٢ الخارج (٨) (٨ - ٨) (٨)

تكتب قسمة م على ل باحدى الطرق الآتية: م ÷ ل . م : ل . ل / م .

(٩) (٩ + ٩) (٩) (١٠) (١٠ - ١٠) (١٠) (١١) (١١ + ١١) (١١)

٩٥. قسمة الكميات المركبة . نظم الكميات بموجب قوة احد الحروف

المتناقصة واقسم كما مرّ بك (١٢) (١٢ + ١٢) (١٢) (١٣) (١٣ - ١٣) (١٣) (١٤) (١٤ + ١٤) (١٤)

مثال: اقس م^٤ + م^٣ ل^٢ + ل^٤ على م^٢ - م^٢ ل^٢ + ل^٢ (١٥) (١٥ - ١٥) (١٥)

(١٦) ك-ي على ك+ي (١٧) ك-٤ ١٦-ي على ك-٢ ي

(١٨) ك+ي على ك+ي (١٩) ك-ي على ك+ي

(٢٠) م+٢ ل على م+٢ ل

(٢١) ك+ك+١ على ك+ك+١

(٢٢) ك+ك+م+٢ على ك+ك+م+٢

(٢٣) م-ب-٢ ب ت-ت على م-ب-ت

(٢٤) ب-٢ ب ت+ت-٢ ل على ب-ت+ل

(٢٥) ب-٢ ك+٢ ك-ي-٤ ي على ب+ك-٢ ي

(٢٦) م+٢ م ن+ن-٢ ل على م+ن-ل

(٢٧) ب+ت+ت-٢ ب ت ت على ب+ت+ت

(٢٨) ...

(٢٩) ...

(٣٠) ...

(٣١) ...

(٣٢) ...

(٣٣) ...



(٣٤) ...

(٣٥) ...

(٣٦) ...

(٣٧) ...

(٣٨) ...

(٣٩) ...

الفصل السادس

اختصارات الضرب والقسمة - البسط

القسم الاول

٩٦ . حفظنا جيداً جدول الضرب في الحساب لاهيته في عمليات الضرب والقسمة وحل الاضلاع

مثال: نعلم ان $٤٢ = ٧ \times ٦$ و $٦ = ٧ \div ٤٢$ و $٤٢ = ٧ \times ٦$ وكثيراً ما يرد في الجبر كميات يجب ان نضربها او نقسمها او نخلها الى اضلاع بالذهن او شفاهاً وعليه يجب على الطالب ان يدرسها جيداً لكي يسهل عليه كتابة نتائجها فوراً بدون تردد ويحفظها جيداً كما حفظ جدول الضرب

٩٧ . تربيع الحد . ما معنى ك^٢ ؟ (ك^٢) ؟ (م^٢ ن^٢) ؟
جد مربع ما يأتي بالضرب : (١) (٢ ك^٢) (٢) (٣ ب^٢ ت^٢)
(٢) (-٥ م^٢ ل^٢)

قابل دليل كل حرف في الجواب مع دليله في الحد المفروض . ماذا تجد ؟
برع الحد بتربيع معاه وضرب دليل كل حرف في ٢

تمرين شفهي

(١) ماذا تكون علامة مربع الحد ؟ (٢) احفظ جيداً مربع الاعداد من ١ - ٢٠

تمرين شفهي وكتابي

اكتب لاول نظرة مربع ما يأتي:

- (١) $ب + ك + ٦$ (٢) $٦ + ب$ (٣) $٤ + م + ن$ (٤) $٩ + ت$ (٥) $٧ + ل$ (٦) $ب - ك$ (٧) $ب - ٦$ (٨) $م - ن$ (٩) $ت - ٩$ (١٠) $٧ - ل$ (١١) $ك - ي$ (١٢) $ك + ي$ (١٣) $س + د$ (١٤) $٢ + ل٢$ (١٥) $٥ - ل٢$ (١٦) $٧ + ب٢$ (١٧) $٤ + ٥$ (١٨) $٨ - م$ (١٩) $٤ + م٢$ (٢٠) $٢ - م٢$ (٢١) $٢٢ + ل٢$ (٢٢) $٢ + ك٢ + ٥ + ك٢$ (٢٣) $٦ + م٢ - ل٢$ (٢٤) $١٠ + ك٢ + ي٢$ (٢٥) $١٠ + ك٢ + ي٢$ (٢٦) $٤ - د٢$ (٢٧) $١٠٠ + ١$ (٢٨) ٢٠٢ (٢٩) ٦٨ (٣٠) $١٠٠٠ + ١$

اقسم سريعاً ما يأتي:

- (٣١) $ب٢ + ٢ب + ت٢ + ت٢ + ٢ب + ت٢$ (٣٢) $ب٢ - ٢ب + ي٢ + ي٢ + ٢ب + ي٢$ (٣٣) $ب٢ - ٢ب + ٤ + ب٢ + ٤ + ٢ب + ٤$ (٣٤) $٢ - م٢ + م٢ - ١ + م٢ + ١ - م٢$ (٣٥) $٢٠ + ي٢ + ٤٠ + ي٢ + ٤٠ + ي٢ + ٢٠$ (٣٦) $٢٢ - م٢ + ل٢ + ٤ + ل٢ + ٤ + م٢ - ٢٢$ (٣٧) $ب٢ - ٢ب + ٢٠ + ب٢ + ٢٠ + ٤ + ب٢$

$$(٤٨) \quad ٤ل - ١٢ل + م + ٩م \text{ على } ٢ل - م٢$$

جد المقسوم عليه الثنائي لكل من الكميات الآتية:

$$(٤٩) \quad ٢ب - ٢ب + ت + ٢ \quad (٤٠) \quad ١ + ٢ب + ٢ + ١$$

$$(٤١) \quad ٤س + ٢س + ٤ + ٤ \quad (٤٢) \quad ٤ + ٢ك + ٤ + ٤$$

$$(٤٣) \quad ١٦ك - ٨ + ١ \quad (٤٤) \quad ١٦م - ٨م + ١ + ٢ن$$

$$(٤٥) \quad ١ + ٢م - ٤م + ١ \quad (٤٦) \quad ١٦ل - ٤٠ل + ٢٥$$

جد الكميتين الثنائيتين اذا كان حاصل ضربهما ما يلي:

$$(٤٧) \quad ٢س + ٢س + ص + ٢ص \quad (٤٨) \quad ١ + ٢د - ٢د + ١$$

$$(٤٩) \quad ٢٥ + ١٠ل - ٢ل \quad (٥٠) \quad ١ + ٢م - ٢م + ١$$

$$(٥١) \quad ٤ص + ٢ص + ١٢ص + ١ + ٢ \quad (٥٢) \quad ١ + ٢ب - ٢ب + ١ + ٢$$

$$(٥٣) \quad ١٦ل - ٢م + ٢ل + ٢م + ١ + ٢$$

$$(٥٤) \quad ٢٥ك - ٦٠ك + ١٢س + ٢٦س + ٤$$

١٠٠ . مَرَبَّنَا ان الكمية المحصورة نظير المجدّ تعامل معاملة . فاذا عوضنا

عن ب في العبارة (ب + ت) (ب + ت) = ب + ٢ب + ت + ٢ب + ٢ت + م + م

كان لنا [(ب + ت)] [(ب + ت)] = [(ب + ت)] [(ب + ت)] = [(ب + ت)] [(ب + ت)]

وبترع الحواصر وبسط الكميات يحصل ل + ٢ل + م + ٢م + ٢ل + ٢ت + م + ت

+ ت

والهم اننا اذا جعلنا (ب + م) حداً واحداً وجربنا بموجب قانون تربيع الكميات

الثنائية امكننا ان نربيع الكمية الثلاثية ل + م + ت فوراً بالذهن دون كتابتها وبذات

الطريقة نربع $(ل + م - ب) = [(ل + م) - ب]$ $[(ل + م) - ب] = [ل + م - ب]$
 $(ل + م) - ب = (ل + م) + (-ب)$
 $(ل + م) - ب = ل + م + (-ب)$

(١) $(١ + ٢) (١ - ٢) = ١ - ٢$
 (٢) $(١ + ٣) (١ - ٣) = ١ - ٩$
 (٣) $(١ + ٤) (١ - ٤) = ١ - ١٦$

تمرين كتابي

ربع ماتي:

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| (١) $[١٠ + (٤ + ٥)]$ | (٢) $[٥ - (٣ + ٤)]$ |
| (٣) $[١٠ + (٣ + ٤)]$ | (٤) $[٥ + (٣ - ٤)]$ |
| (٥) $[٤ - (٣ + ٤)]$ | (٦) $[٥ + (٣ + ٤)]$ |
| (٧) $[١٠ + (٣ + ٤)]$ | (٨) $[٥ + (٤ - ٣)]$ |
| (٩) $[١٠ - (٤ + ٣)]$ | (١٠) $[٥ - (٣ + ٤)]$ |
| (١١) $[١٠ - (٤ + ٣)]$ | (١٢) $[٤ - (٣ - ٤)]$ |
| (١٣) $ب + ث + ث$ | (١٤) $ب + ث - ث$ |
| (١٥) $ب + ث - ١٠$ | (١٦) $ب + ث + ١٠$ |
| (١٧) $ب - ث + ٥$ | (١٨) $ب - ث - ٥$ |
| (١٩) $ب - ث + ٥$ | (٢٠) $ب - ث - ٥$ |
| (٢١) $١٠ - م - ٤$ | |

١٠١. حاصل مجموع حدين في فضلتهما . اضرب ما يأتي وضع الحاصل

كافي (١)

(١) $(٣ + ك) (٣ - ك) = ٩ - ك^٢$ (٢) $(٧ + م) (٧ - م) = ٤٩ - م^٢$

$$(٢) (١٠ + ج)(١٠ - ج) = ؟ \quad (٤) (٩ + د)(٩ - د) = ؟$$

جد حاصل ما يأتي بذهنك . اكتب الجواب ثم اضرب وقابل النتائج

$$(١) (٦ + ب)(٦ - ب) = (٢) (٨ + ح)(٨ - ح)$$

$$(٣) (٤ + ج)(٤ - ج) = (٤) (٥ + م)(٥ - م)$$

$$(٥) (م + ج)(م - ج) = ؟$$

وما مرر نستنتج ان حاصل مجموع حدين في فضلتهما يساوي فصلة مربعهما اي مربع الحد الاول الا مربع الحد الثاني . فاذا لمعرفة الجواب ربع الحد الاول ثم ربع الثاني وضع بينهما ” - “

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شفاهاً

جد حاصل ما يأتي :

$$(١) (٢ + ك)(٢ - ك) \quad (٢) (٥ + م)(٥ - م)$$

$$(٣) (٤ + ح)(٤ - ح) \quad (٤) (٦ + ج)(٦ - ج)$$

$$(٥) (١ + م)(١ - م) \quad (٦) (١٠ + م)(١٠ - م)$$

$$(٧) (٤ + ج)(٤ - ج) \quad (٨) (٥ + ن)(٥ - ن)$$

$$(٩) (٢ + م)(٢ - م) \quad (١٠) (٤ + ح)(٤ - ح)$$

$$(١١) (٢ + ح)(٢ - ح) \quad (١٢) (٤ + ب)(٤ - ب)$$

$$(١٣) (٢ + ح)(٢ - ح) \quad (١٤) (٦ + ك)(٦ - ك)$$

- (١٥) $(٤+٢م)(٤-٢م)$ (١٦) $(١+٢م٧)(١-٢م٧)$
- (١٧) $(١٠ك-٢ي)(١٠ك+٢ي)$ (١٨) $(٤ت+٤ب)(٤ت-٤ب)$
- (١٩) $(٢ت+٢ب)(٢ت-٢ب)$ (٢٠) $(١١ك+١)(١١ك-١)$
- (٢١) $(١ك-١)(١ك+١)$ (٢٢) $(٢ك-٢ي)(٢ك+٢ي)$
- (٢٣) $(٤بب-٢ب)(٤بب+٢ب)$
- (٢٤) $(١+٧مل م ن)(١-٧مل م ن)$
- (٢٥) $[٢+(م+ل)][٢-(م+ل)]$

عوض عن $(م+ل)$ ب $ك$ فيكون : $(ك+٢)(ك-٢) = ك^٢-٢$

أي $[٢+(م+ل)][٢-(م+ل)] = ٢-٢(م+ل)$

$٢-٢(م+ل) = ٢-٢م-٢ل$ وهو الجواب

- (٢٦) $[٥+(ب+ت)][٥-(ب+ت)]$
- (٢٧) $[٤+(م+ن)][٤-(م+ن)]$
- (٢٨) $[٢+(ب+ت)ي][٢-(ب+ت)ي]$
- (٢٩) $[٢+(م٢+ل٢)ن][٢-(م٢+ل٢)ن]$
- (٣٠) $[٢+(ب-ك)][٢-(ب-ك)]$
- (٣١) $(٢+ب+ك)(٢-ب+ك)$
- (٣٢) $(٢-ل م-ن)(٢+ل م-ن)$
- (٣٣) $(٥+م+ل)(٥-م+ل)$ (٣٤) $(٧+ك+ي)(٧-ك+ي)$
- اقسم بذهنك ما يأتي :

- (٣٥) $(٢ت-٢ب) + (٢ب+٢ت)$ (٣٦) $(٢س-٢د) + (٢س+٢د)$

$$(٢٧) (٩ - ب) + (٢ + ب) \quad (٣٨) (ل - ٢٦) + (٦ - ل)$$

$$(٣٩) (١٦ - م) + (٤ + م) \quad (٤٠) (١ - ك) + (١ - ك)$$

جد المقسوم عليه والثانوي لكل من الكميات الآتية:

$$(٤١) ك - ي \quad (٤٢) م - ١ \quad (٤٣) ٤ل - ٩$$

$$(٤٤) ٢٥ - ١٦م \quad (٤٥) ٤ - ي \quad (٤٦) ٢٥ - ي$$

$$(٤٧) م - ٤٩ \quad (٤٨) ٩س - ٦٤$$

جد كميتين ثنائيتين حاصلهما ما يأتي:

$$(٤٩) ب - ت \quad (٥٠) س - د \quad (٥١) م - ١$$

$$(٥٢) ل - ٤ \quad (٥٣) ص - ١٦ \quad (٥٤) ٩ - ٤ن$$

$$(٥٥) ب - ٩ \quad (٥٦) ١٠٠ - م$$

جد باخسر طريقة:

$$(٥٧) طول مستطيل ١٠٢ ذراعاً وعرضه ٩٨ فكم مساحته؟$$

$$(٥٨) كم ثمن ٤٢ ذريرة بيض اذا كان سعر الذريرة ٣٨ غرشاً؟$$

$$(٥٩) كم ثمن ٨٣ برد فماش اذا كان ثمن البرد ٧٧ غرشاً؟$$

$$١٠٣. المواصل التي تكون اضلاعها بشكل (ك + ب) (ك + ت)$$

اذا ضربنا ما يأتي كان لنا

$$٣ - م$$

$$ك + ب$$

$$٥ + م$$

$$ك + ت$$

$$\frac{٣ - م}{٥ + م}$$

$$\frac{ك + ب}{ك + ت}$$

$$٥ + م - ١٥$$

$$ك + ب$$

$$\frac{٥ + م - ١٥}{٣ + م - ١٥}$$

$$ك + (ب + ت) + ك + ب$$

نستخرج من الامثلة المارة ان حاصل كيهتين ثنائيتين فهما حد واحد مشترك هو
 كمية ثلاثية مؤلفة من:

- (١) مربع الحد المشترك
 - (٢) مجموع الحدين المختلفين الجبري في الحد المشترك
 - (٣) حاصل الحدين المختلفين الجبري
- فحاصل (ك - ١) (ك + ٧) = (١) مربع الحد المشترك اي ك^٢ و (٢)
 مجموع الحدين المختلفين الجبري في الحد المشترك اي (-٧ + ١ - ٢). ك و (٣)
 حاصل الحدين المختلفين الجبري اي (١ - ٧) او -٦٢
 فهو اذا ك^٢ - ٦٢

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شفاها

ابسط:

- (١) (٢ + ب)(١ + ب)
- (٢) (٢ + ب)(٢ + ب)
- (٣) (٤ + ب)(٢ + ب)
- (٤) (٤ + ب)(٤ + ب)
- (٥) (٥ + ب)(٥ + ب)
- (٦) (٦ + ب)(٢ + ب)
- (٧) (٦ + ك)(٤ + ك)
- (٨) (٥ - م)(٢ - م)
- (٩) (٨ - ح)(٤ - ح)
- (١٠) (١١ - ب)(١٤ - ب)
- (١١) (٢ - ل)(١ + ل)
- (١٢) (٢ + ل)(٢ - ل)
- (١٣) (٤ + ل)(٤ - ل)
- (١٤) (٤ + ل)(٢ - ل)
- (١٥) (٦ + ل)(٥ - ل)
- (١٦) (٤ + ل٢)(٢ + ل٢)

- (١٧) $(٢+ل٢)(٢+ل٢)$ (١٨) $(١+ح٢)(١+ح٢)$ (١٩) $(٢+ى٢)(٢+ى٢)$ (٢٠) $(٢+ى٢)(٢+ى٢)$ (٢١) $(١+ب٢)(١+ب٢)$ (٢٢) $(٢+ب٢)(٢+ب٢)$ (٢٣) $(١+م٢)(١+م٢)$ (٢٤) $(٢-ب٢)(٢-ب٢)$ (٢٥) $(م+ك)(م+ك)$ (٢٦) $(ى+ل)(ى+ل)$ (٢٧) $(ك-ل)(ك-ل)$ (٢٨) $[٢+(ت+ب)][٢+(ت+ب)]$

عوض عن $(ب+ت)$ ب $ك$ فينتج $(ك+٢)(ك+٢)$
 $= ك^٢ + ٨ك + ١٢$ اي $[٢+(ت+ب)][٢+(ت+ب)] = ١٢ + (ت+ب)^٢ =$

$= ب^٢ + ٢ب + ٢ت + ٨ + ب + ٨ + ت + ١٢$ وهو الجواب
 (٢٩) $[٧+(ت+ب)][٥+(ت+ب)]$

- (٣٠) $[٤-(ى+ب)][٥+(ى+ب)]$
 (٣١) $[٤-(ن+م)][٦-(ن+م)]$
 (٣٢) $[٧+(ن+م)][١١+(ن+م)]$

اقسم بالذهن:

- (٣٤) $ك^٢ + ٢ك + ٢ على ك + ١$ (٣٥) $ل^٢ + ٦ل + ٥ على ل + ١$
 (٣٦) $ب^٢ + ٧ب + ١٢ على ب + ٢$ (٣٧) $ل^٢ + ٧ل + ١٢ على ل - ٢$
 (٣٨) $م^٢ + ٦م + ٥ على م - ٢$ (٣٩) $ل^٢ + ٧ل + ٦ على ل - ٦$
 (٤٠) $م^٢ + ٤م + ٥ على م - ١$

$$(٤١) \text{ ي}^{-٢} - ٧\text{ ي} + ١٢ \text{ على } ٥ - \text{ب} \quad (٥) \quad (٦ - ٥) \quad (٦)$$

جد المقسوم عليه الثنائي العام لكل من الكميات الآتية:

$$(٤٢) \text{ ل}^{-٢} + ٥\text{ ل} + ٦ \quad (٤٣) \text{ م}^{-٢} + ٢\text{ م} + ٢$$

$$(٤٤) \text{ ن}^{-٢} + ٧\text{ ن} + ١٢ \quad (٤٥) \text{ م}^{-٢} + ٦\text{ م} + ٨$$

$$(٤٦) \text{ ل}^{-٢} + ٧\text{ ل} + ١٠ \quad (٤٧) \text{ ن}^{-٢} - ٢\text{ ن} + ٢$$

$$(٤٨) \text{ م}^{-٢} + ٢٥\text{ م} + ٦ \quad (٤٩) \text{ ل}^{-٢} - ٦\text{ ل} + ٨$$

$$(٥٠) \text{ ن}^{-٢} + ٨\text{ ن} + ١٥ \quad (٥١) \text{ م}^{-٢} + ٨\text{ م} + ١٢$$

$$(٥٢) \text{ ل}^{-٢} + ٩\text{ ل} + ١٤ \quad (٥٣) \text{ ن}^{-٢} - ٩\text{ ن} + ٨$$

جد الكميتين الثنائيتين اذا كان حاصلها:

$$(٥٤) \text{ ي}^{-٢} + ٨\text{ ي} + ٧ \quad (٥٥) \text{ ب}^{-٢} + ٩\text{ ب} + ٨$$

$$(٥٦) \text{ د}^{-٢} + ١٠\text{ د} + ٩ \quad (٥٧) \text{ ي}^{-٢} + ١١\text{ ي} + ١٠$$

$$(٥٨) \text{ ب}^{-٢} + ١٠\text{ ب} + ١٦ \quad (٥٩) \text{ د}^{-٢} + ١١\text{ د} + ٢٠$$

$$(٦٠) \text{ ي}^{-٢} + ٩\text{ ي} + ١٨ \quad (٦١) \text{ ب}^{-٢} + ٩\text{ ب} + ١٤$$

$$(٦٢) \text{ د}^{-٢} + ٩\text{ د} + ١٤ \quad (٦٣) \text{ ي}^{-٢} + ١٢\text{ ي} + ٢٢$$

$$(٦٤) \text{ ب}^{-٢} + ١١\text{ ب} + ١٠ \quad (٦٥) \text{ د}^{-٢} + ١١\text{ د} + ٢٤$$

تمرين للمراجعة

جد قيمة ما يأتي باختصر طريقة واسرع وقت:

$$(١) (٥ + \text{ل}) \quad (٢) (٥ - \text{ل}) \quad (٣) (٢ - \text{م}) \quad (٤) (٥ - \text{ل})$$

- (٤) (٥-٢) (٤) (٥) (٣+٤) (٦) (٦) (٢-٤)
- (٧) (٢-١) (٨) (١) (١+٨) (٩) (٩) (٥+٦)
- (١٠) (١٠-٢) (١١) (١١) (ك-٥) (١٢) (١٢) (٢+٢)
- (١٢) (٥+٢) (١٣) (١٤) (٥+٦) (١٤) (١٤) (٢-٦)
- (١٥) (٢-٦) (١٦) (١٦) (٥+٦) (١٦) (١٦) (٢-٥)
- (١٧) (٥+٢) (١٨) (١٨) (٥+٦) (١٨) (١٨) (٦+٧)
- (١٩) (١-٤) (٢٠) (٢٠) (٤+٤) (٢٠) (٢٠) (٤-٤)
- (٢١) (٥+٦) (٢٢) (٢٢) (٢-٤) (٢٢) (٢٢) (٦-٦)
- (٢٣) (٢-٦) (٢٤) (٢٤) (٢-٢) (٢٤) (٢٤) (١-٢)
- (٢٥) (٢-٦) (٢٦) (٢٦) (٢+٦) (٢٦) (٢٦) (٤-٦)
- (٢٧) (٤٧-٥) (٢٨) (٢٨) (٤٧+٥) (٢٨) (٢٨) (٥-٢)
- (٢٩) (٧+٦) (٣٠) (٣٠) (٢-٦) (٣٠) (٣٠) (٢+٦)
- (٣١) (٥+٦) (٣٢) (٣٢) (٢-٦) (٣٢) (٣٢) (٢-٦)
- (٣٣) (٢-٦) (٣٤) (٣٤) (٥+٦) (٣٤) (٣٤) (٥+٦)

١٠٢ . يتم بسط العبارات الجبرية بضرب الكميات المحصورة اذا وجدت ونزع الحواصر او رفعها واصلاح الحدود المتشابهة حتى يكون الجواب في أبسط شكل

مثال: ايسط : $٥(٢-٦)(٢+٦) - ٤(٢-٦)(٢)$

$$= ٥(٢-٦)(٢+٦) - ٤(٢-٦)(٢)$$

$$= ٥(٢٦-١٢) - ٤(٤-١٢)$$

$$= ٥(١٤) - ٤(-٨)$$

$$= ٧٠ + ٣٢$$

(١) (٦+٥)

$$ل = ٢٤م - ٨١$$

ولا يتخافون فرض ل = ٢ وم = ١ فلنا

$$٥ = (ل - ٢م)٤ - (ل + ٢م)$$

$$= (٢ - ٢)٤ - (٢ + ٢)٥ =$$

$$= -٢٥ - ٢٤ = -٤٩$$

$$ل + ٢٤م - ٨١ = ٤٩ - ٤٨ + ٤ = ٨١ - ٤٨ + ٤$$

تمرين

أبسط واتمخ:

$$(١) \quad (٢+١)٤+٤٥ \quad (٢) \quad (٥+٧)(٢٥+١٥)$$

$$(٣) \quad (٧+١٢)٥-١٠٤ \quad (٤) \quad (٤+٦)(٤-٦٤)$$

$$(٥) \quad (٢+ب)٤-١٥ \quad (٦) \quad (٩-١٦)(٥-ب)$$

$$(٧) \quad (٦+ك)٥-٢٥ \quad (٨) \quad (٢+ك)٢-ك٢$$

$$(٩) \quad (٢+ل)(١-ل) \quad (١٠) \quad (٤+ب٥)(٧-ب٢)$$

$$(١١) \quad (٥-م٤)٥+م١٢ \quad (١٢) \quad (٢+ب٢)٢-ب٧$$

$$(١٣) \quad (٤+ك٢)٥-١٩ك \quad (١٤) \quad (٤+ن٢٦)٤-(٤-ن١٤)$$

$$(١٥) \quad (٢+م)٢+(٢-م)٢ \quad (١٦) \quad (٢+م)٢-(٢-م)٢$$

$$(١٧) \quad (م٢+ل)٢+(م٢-ل)٢ \quad (١٨) \quad (م٢+ل)٢-(م٢-ل)٢$$

$$(١٩) \quad (٢-ل٢)٢+(٢+ل٢)٢$$

$$(٢٠) \quad (٢-ل٢)٢-(٢+ل٢)٢$$

- (٢١) $٢(ب+ت) - ٢(ب-ت)$
 (٢٢) $٥(ك+٢ي) + ٢(ك-٢ي)$
 (٢٣) $٧(ب+ت) - ٥(ب-ت)$
 (٢٤) $٧(٢-٤) - ٥(٢+٤)$
 (٢٥) $(٢+٤) - (٢-٤)$
 (٢٦) $(٩+ك) - (٤-ك)$
 (٢٧) $(٥ب-٢ت) - (٢ت+٥ب)$
 (٢٨) $(٢-٤) - (٢+٤)$
 (٢٩) $٢(٢-٤) + (٢-٤)$
 (٣٠) $٢(٢-٤) - (٢-٤)$
 (٣١) $٥ - ٤(٢-٤) - ٢(٢-٤)$
 (٣٢) $٢(٢-٤) - (٢-٤)$
 (٣٣) $(٢-٤) - (٢-٤)$

تمرين خطي

اجب ما استطعت ثناها

- (١) ما زيادة ٣٠ عن ١ ؟
 (٢) اشترى يوسف ذ ذراع صوف شعر الذراع ٣ ليرات وم متر حرير
 سعر المتر ٤ ليرات فكم ليرة دفع ؟
 (٣) عمر سليم ٥٠ سنة فكم كان عمره منذل سنة ؟ كم يكون عمره بعد ٥ سنة ؟

- (٤) سارت سيارة س ساعة بسرعة م ميلاً في الساعة فكم المسافة التي قطعتها ؟
كم برداً ؟
- (٥) كم شلماً في ل ليرة ؟ كم بنساً ؟
- (٦) كم سنتياً في ٧ فرنكات ؟ في ف فرنكات ؟
- (٧) اشترى علي خ خروفاً بـ غ غرشاً فكم ثمن الخروف ؟
- (٨) اذا وفر خادم غ غرشاً في الاسبوع ففي كم اسبوع يوفر ٢٥ ليرة ؟
- (٩) كم ساعة في ٢٤٠ دقيقة ؟ في د دقيقة ؟
- (١٠) اذا قسمت ب الى قسمين احدهما ل فكم هو الآخر ؟
- (١١) اذا وزعت غ غرشاً على ف فقيراً بالتساوي فكم يصيب الفقير الواحد ؟
- (١٢) مجموع عددين م واحدهما ل فما هو الآخر ؟
- (١٣) فصلة عددين ف واكبر المدين ك فما الآخر ؟
- (١٤) محيط دوائر عرية ق قدماً فكم دورة يدور اذا سار مسافة ي برداً ؟
- (١٥) اذا كان يلزم الطالب ٢٠٠ قدم مكعبة من الهواء فاستخرج الدستور لعدد الطلبة "ع" الذين يمكن وضعهم في غرفة طولها ط قدماً وعرضها ل وعلوها م
- (١٦) جد بواسطة الدستور ع في العمل السابق عدد الطلبة الذين يمكن وضعهم في غرفة طولها ٥٠ قدماً وعرضها ٢٦ وعلوها ٢٠
- (١٧) جد بواسطة الدستور ع كم يجب ان يكون علو الغرفة التي تسع ١٢٠ طالباً اذا كان طولها ٥٠ قدماً وعرضها ٢٠
- (١٨) ما العدد الذي يتركب من ٣ ارقام م مئة وع عشرة وح واحداً ؟
- (١٩) سار يوسف وسليم بسيارتهما من ذات المكان في جهتين مختلفتين وفي

ذات الدقيقة وكان يوسف يقطع م ميلاً في الساعة وسليم ل ميلاً ففي كم من الوقت تصعب المسافة بينهما ك ميلاً ؟

(٢٠) اذا سار يوسف وسليم في ذات الجهة ففي كم من الوقت تصعب المسافة بينهما م ميلاً ؟

القسم الثاني

١٠٤ . اختصارات في الضرب

(١) اضرب باختر طريقة م + ل + ن في م - ل - ن

$$(م + ل + ن)(م - ل - ن) = [م + (ل + ن)] [م - (ل + ن)]$$

$$= م^2 - (ل + ن)^2$$

$$= م^2 - ل^2 - ن^2 - ٢لن$$

(٢) (ب + ت - س) (ب - ت + س) وهو الجواب

$$= [(ب + ت) - س] [(ب - ت) + س]$$

$$= ب^2 - (ت - س)^2$$

$$= ب^2 - ت^2 + س^2 - ٢تس$$

(٣) رتب (ل + م - ن) بالضرب وانظر اذا كان الجواب ينطبق على :

$$ل^2 + م^2 + ن^2 - ٢لم - ٢لن - ٢من$$

اي ان مربع كمية كثيرة الحدود يساوي مجموع مربع كل حد من حدودها مع مضاعف المحاصل الجبري للحد الواحد في كل حد من الحدود التي تليو في الكمية

تمرين خطي (٧٦) (٥٤ - ٥٣ + ٥٢ + ٥١)

اجب سريعاً على ما يأتي:

(١) $(٣ + ت + ب)^2$ (٢) $(ب + ت - ٣)^2$ (٣٦)

(٤) $(ب + ت + س)^2$ (٥) $(٤ - ل - م + ن)^2$ (٦٦)

(٦) $(٥ + ب + ت)^2$ (٧) $(٦ - ل - م - ن)^2$ (٨٦)

(٨) $(٢ + ب - ت + س)^2$ (٩) $(٣ - ت + س - د)^2$ (١٠٦)

(١٠) $(١ + ب + ك + ي - ح)^2$ (١١) $(ل - م - ن + ي)^2$ (١٢٦)

(١٢) $(٤ + ك + ي - ح)^2$ (١٣) $[(ب + ت + ٥) + (٢ + ٥)]$ (١٤٦)

(١٤) $[(ب + ت + ٥) - (٢ - ٥)]$ (١٥) $(ب + ت + ٥)(٢ - ٥)$ (١٦٦)

(١٦) $(٢ + ب + ت + ٥)(٥ - ٢)$ (١٧) $(٢ + ل + م + ن)(٤ - ل - م + ن)$ (١٨٦)

(١٨) $(٤ + ل + م + ن)(٥ - ل - م - ن)$ (١٩) $(ب + ت + ٥)(٥ - ٢)$ (٢٠) $(ل + م + ن)(ل + م - ن)$ (٢١٦)

(٢١) $(٢ + ك - ١ - ي)$ (٢٢) $(٤ + ك + ي)$ (٢٣) $(٥ + ك - ٢ - ي)$ (٢٤) $(٥ + ك + ٢ - ي)$ (٢٥) $(٨ + م + ن)$ (٢٦) $(٨ - م - ن)$ (٢٧) $(٤ + ل + ٢)(٤ + ل - ٢)$ (٢٨) $(٤ - ل + ٢)(٤ - ل - ٢)$ (٢٩) $(ل + م + ن)(ل + م - ن)$ (٣٠) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٣١) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٣٢) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٣٣) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٣٤) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٣٥) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٣٦) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٣٧) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٣٨) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٣٩) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٤٠) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٤١) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٤٢) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٤٣) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٤٤) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٤٥) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٤٦) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٤٧) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٤٨) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٤٩) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٥٠) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٥١) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٥٢) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٥٣) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٥٤) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٥٥) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٥٦) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٥٧) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٥٨) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٥٩) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٦٠) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٦١) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٦٢) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٦٣) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٦٤) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٦٥) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٦٦) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٦٧) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٦٨) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٦٩) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٧٠) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٧١) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٧٢) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٧٣) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٧٤) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٧٥) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٧٦) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٧٧) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٧٨) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٧٩) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٨٠) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٨١) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٨٢) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٨٣) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٨٤) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٨٥) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٨٦) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٨٧) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٨٨) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٨٩) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٩٠) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٩١) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٩٢) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٩٣) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٩٤) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٩٥) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٩٦) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٩٧) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (٩٨) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$ (٩٩) $(ل + م + ن)(ل - م + ن)$ (١٠٠) $(ل + م + ن)(ل - م - ن)$

(٢٧) (ب + ت - ل) (ب - ت + ل)

(٢٨) (م + ن + ا١٠) (م + ن - ا١٠)

(٢٩) (ل - م - ن) (ب - ت - م - ن)

(٣١) (ل - ب - ٤ + ١٠) (ل + ب + ٤ + ١٠)

(٣٢) (ب - ت + ٢ + ٥) (ب + ت - ٥)

ابسط: (١) (٢) (٣) (٤) (٥) (٦) (٧) (٨) (٩) (١٠)

(٣٣) (ب - ت - س) - (ب - ت + ٢ + ٥)

(٣٤) ٢ (ل - م) - ٢ [(ل + م) - (ل - م)] + ٢ ل

(٣٥) (ل - م + ٧) (م - ٧ + ٤) - (ل - م + ٢) + (ل - م)

(٣٦) (ب - س + ١) (ب + س - ١) - (ب - ١) + ٢ (س - ١)

١٠٥ . جد بالضرب قيمة (١) (ب + ت) و (٢) (ب - ت)

وقابل ما تجده مع ما يأتي:

(١) (ب + ت) = ب + ٢ + ٢ ب + ٢ ت + ٢

(٢) (ب - ت) = ب - ٢ - ٢ ب + ٢ ت - ٢

انتبه لذين الدستورين وقس عليهما ما يأتي:

(١) (ك + ي) (٢) (ك - ي) (٣) (ك + ١)

(٤) (ك - ١) (٥) (ك + ٢) (٦) (ك - ٢)

(٧) (ك - ٣) (٨) (ك + ٤) (٩) (ل + م)

(١٠) (ل - م) (١١) (١ - م) (١٢) (٢ + م)

(١٣) (ل - م) (١٤) (ل + م) (١٥) (ل - م)

(١٦) (ل - م) (١٧) (ل + م)

الفصل السابع

المعادلات البسيطة

القسم الأول

١٠٦. حدّ المعادلة . يقال للعبارة الجبرية التي تسبق علامة المساواة الجانب الأيمن أو الحدّ الأول والتي تلي العلامة الجانب الأيسر أو الحدّ الثاني. والاثنتان معاً جانباً للمعادلة أو حدّاً لها

ففي المعادلة $٥ - ك = ١ + ٣ ك + ٧$ $٥ - ك$ الجانب الأيمن و $٣ ك + ٧$ الجانب الأيسر وحدّ المعادلة مثل كفتي الميزان متوازنتان ويجب ان تظلاً كذلك

١٠٧. المقابلة هي نقل حدّ من جانب المعادلة الى الجانب الآخر مع تغيير

علامته

مثال: حل المعادلة . $ك - ٢ = ٦$

طريقة الحل بدون النقل

$$ك - ٢ = ٦$$

$$ك = ٦ + ٢$$

$$ك = ٨ \quad (= ٦ + ٢) \quad (\text{جمعنا } ٢ \text{ الى كل من الجانبين المتساويين})$$

طريقة الحل بالنقل (المقابلة)

$$\begin{aligned} \text{ك} - ٢ &= ٩ \\ \text{ك} &= ٢ + ٩ = ١٢ \end{aligned}$$

وذلك بنقل ٢ من الجانب

اليمين الى اليسر وتغيير علامتها

تمرين شفهي

حل ما يأتي :

$$(١) \text{ ك} - ١ = ٢ \quad (٢) \text{ ك} - ٢ = ٢ \quad (٣) \text{ ك} - ٢ = ٥$$

$$(٤) \text{ ك} - ٤ = ٥ \quad (٥) \text{ ٥} - ٧ = ٤ \quad (٦) \text{ ك} - ١١ = ٣$$

$$(٧) \text{ ك} + ١ = ٥ \quad (٨) \text{ ك} + ٢ = ٥ \quad (٩) \text{ ك} + ١١ = ٥$$

$$(١٠) \text{ ك} + \text{ب} = ١٠ \quad (١١) \text{ ك} + \text{ب} = ٥ \quad (١٢) \text{ ك} - \text{ب} = ٥$$

$$(١٣) \text{ ك} + ٦ = ١٢ \quad (١٤) \text{ ك} - ٤ = ١٢ \quad (١٥) \text{ ٢} - ٤ = ٦$$

$$(١٦) \text{ ٢} - ٢ = ١٠ \quad (١٧) \text{ ٢} + \text{ك} = ١٦ \quad (١٨) \text{ ١٨} = ٢ - \text{ك}$$

$$(١٩) \text{ ١٢} - \text{ك} = ٢ \quad (٢٠) \text{ ١٢} + \text{ك} = ٢$$

$$(٢١) \text{ ٥} - \text{ك} = ٦ \quad (٢٢) \text{ ٦} - \text{ك} = ١٢$$

$$(٢٣) \text{ ٤} + \text{ك} = ١٢ \quad (٢٤) \text{ ٢٠} + \text{ك} = ٢٢$$

$$(٢٥) \text{ ٥} + \text{م} = ٥ \quad (٢٦) \text{ ٢} - \text{ك} = ٨$$

$$(٢٧) \text{ ٤} - \text{ك} = ١٨ \quad (٢٨) \text{ ٤} + \text{ك} = ١٦ + ٢$$

$$(٢٩) \text{ ٥} - \text{ك} = ١٨ \quad (٣٠) \text{ ٢٥} + \text{ك} = ٦$$

$$(٣١) \text{ ٢} + \text{ب} = ٩ \quad (٣٢) \text{ ٢} - \text{ك} = ٤ + \text{ب}$$

(٢٣) إذا كانت $ك = ٢$ فهل $٨ = ٥ + ك$ ؟ (١١)

(٢٤) إذا كانت $ك = ٣$ فهل $٥ = ١ - ك$ ؟ (١٠)

(٢٥) إذا كانت $ك = ٢$ فهل $٥ = ٧ + ك$ ؟ (١٦)

(٢٦) إذا كانت $ك = ١$ فهل $٧ - ك = ٣ - ٥$ ؟ (٢٢)

تمرين كتابي

حل بالمقابلة:

(١) $٨ - ك = ٢ + ك$ (٢) $٤ - ك = ٥ - ك$

(٢) $٦ - ي = ٥ - ٩$ (٤) $١٣ + ك = ٥ + ١٢$

(٥) $١٤ - ك = ١٠ - ١٢$ (٦) $٦ - ك = ٧ - ٨$

(٧) $٤ + ٦ - ك = ١٥ - ١٥$ (٨) $٥ + ك = ٢ - ٢ - ١٧$

(٩) $٥ - ك = ٢ + ١٨$

(١٠) $٢ - ك = ٦ - ٣٤$ (١١) $٢ - ك = ١٤ - ٥ + ٤$

(١٢) $٢ = ١/٢ + ٨ + ٥ + ك$

(١٣) $٦ + ٧ - ١٥ = ١٩ + ٢ - ١٢$

(١٤) $٧ + ٢ + ٢ = ٢ + ٦ - ٤$

(١٥) $٢ - ٨ - ١٠ = ٢ + ٢ + ٥ + ٢$

(١٦) $١٤ - ١٤ = ٦ - ١٧ + ٢٢$

(١٧) $٥ - ٢٧ - ٨ + ١٢ = ٧$

(١٨) $٦٠ = ١١ + (٢ - ي)٧$

$$(19) \quad 4(2 - y) + 10 = (y + 10)$$

$$(20) \quad y - (y + 5) = 12 + y$$

$$(21) \quad (2 - y)(2 + y) = (5 - y)$$

$$(22) \quad 40 = (y + 2)^2 - (y + 5)^2$$

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شفاهاً

- (1) سيارة تقطع م ميلاً في الساعة ففي كم من الوقت تقطع ل ميلاً ؟
- (2) ما العدد الذي ينقص 100 عن ك ؟ ما العدد الذي ينقص ك عن 100 ؟
- (3) ما زيادة ب + ت عن ل ؟
- (4) لدى رجل ل ليرة وقبض غ غرشاً فاذا صرف ب ب غرشاً كم يبقى له ؟
- (5) ما فائدة ل ليرة على معدل م % لمدة س سنة ؟
- (6) عبر عما يأتي بالرموز الجبرية: اذا قسمت ل على م كان الخارج ت والباقى ب
- (7) ضع بشكل معادلة: 4 اضعاف ل تزيد 10 عن 20
- (8) اذا كان طول المستطيل ط + 20 متراً وعرضه ع - 12 فا محطه ومساحته ؟
- (9) اقسام 24 الى 2 اقسام لكي يكون الاول ضعف الثاني . والثاني ضعف الثالث

- (١٠) وزن الليرة الذهبية ٢٥٨ قمحة وفي تركب من ٩ اجزاء ذهباً والباقي نحاساً فما وزن الذهب والنحاس فيها ؟
- (١١) الفرق بين مربعي عددين متتابعين ١٠١ فما العددان ؟
- (١٢) عدد يزيد عن آخر ١٥ ومجموعهما ٥ اضعاف فرقهما فما العددان ؟
- (١٣) يلزم لصهر ٨ شاحنات من معدن الحديد ٧ شاحنات فحم حجري وشاحنة من الحجارة الكلسية فكم شاحنة يلزم من كل نوع اذا وضعنا في الاتون ٨٠٠ شاحنة من الانواع الثلاثة معاً ؟
- (١٤) اذا انقصت عدداً ٢٥ وضربت الباقي في ٣ كان المحاصل ١٠٥ فما هو العدد ؟
- (١٥) الفرق بين عددين ٢ والفرق بين مربعيهما ١٢٦ فما العددان ؟
- (١٦) محيط مستطيل ٢٥٢ ذراعاً وطولاً يزيد عن عرضه ٦ اذرع فكم طولاً وعرضه ؟
- (١٧) تماوى مستطيل ومربع في المساحة وكان طول المستطيل اكثر من جانب المربع ٥ امتار وعرضه اقل ٤ فكم طول جانب المربع ؟
- تنبيه : ارسم مستطيلاً ومربعاً ومثل جوانبها بالاعداد والرموز اللازمة ثم ابدأ بالعمل
- (١٨) ربع اصغر عددين متتابعين يزيد عن خمس الاكبر ١ فما العددان ؟
- (١٩) خمس اكبر عددين متتابعين يزيد ٢ عن سبع الاصغر فما العددان ؟
- (٢٠) اذا زدنا جانب المربع ٦ اذرع والجانب المجاورة ذراعين تكون مستطيل مساحته تزيد ٢٥٢ ذراعاً مربعاً عن مساحة المربع فكم طول جانب المربع ؟

(٢١) المسافة بين نيويورك وشيكاغو ١٠٠٠ ميل فاذا خرج قطار من نيويورك فاصداً شيكاغو بسرعة ٥٥ ميلاً في الساعة وخرج آخر بذات الوقت من شيكاغو الى نيويورك بسرعة ٤٥ ميلاً في اي وقت يلتقيان

ملاحظة : اطلب من التلميذ ان يرسم رسماً يمثل المسافة بين المدينتين ويضع الرموز

على

الرموز الاعداد التي تبحث فيها

ك	عدد الساعات التي تلتزم لقطار نيويورك
ك	" " " " شيكاغو
٥٥ ك	عدد الاميال التي يقطعها قطار نيويورك
٤٥ ك	" " " " شيكاغو
١٠٠٠	النطاران معاً

(٢٢) سيارتان تقطع احدهما ٢٠ ميلاً في الساعة والاخرى ٢٥ فبعد ان

سارت الاولى مدة ساعتين تبعتهما الثانية فكم ميلاً يجب ان تسير حتى تدرك الاولى ؟

(٢٣) مركبان بينهما ٢٤ ميلاً . والمتأخر منهما يجري ٢٤ ميلاً في الساعة

والمتقدم ١٨ فكم ميلاً يجري المتقدم قبل ان يدركه المتأخر

(٢٤) بين اميل وفواد ٢٦٠ ميلاً فصاروا حتى التقيا وكانت سرعة فواد ٥٠

ميلاً في الساعة واميل ٤٠ فكم قطع كل واحد من المسافة قبل ان التقيا ؟

(٢٥) طول غرفة اكثر من عرضها ب ٢ اذرع ولكن اذا زيد ٢ اذرع على

طولها وانقص ذراعان من عرضها لما تغيرت مساحتها فكم طولها وكم عرضها ؟

تمرين للمراجعة

- (١) أبسط: $٥ب - ٧ك + ٤ت - ١٠ا - ١٤ب + ١٢ا - ٨ك + ١٢ب - ١١ك + ت$
- (٢) أبسط: $٢ث - د - ب + ت + ٧س - د - ١٢ب + ١٧ب - د - س + د + ٤س + د$
- (٣) أبسط: $٦ك - ٢ب + ٤ك - ٢ب + ٧ب - ٢ب + ٧ب - ٢ب + ٧ب + ٢ب - ٥ك + ١٠ب - ٢ب - ٤ك + ٨ك$
- (٤) اطرح: $٢ك - ٤ك + ١٠ك - ٩ك - ٥ك + ١٠ك - ٢ك + ٤ك - ١٠ك + ١٠ك - ٩ك - ٥ك$
- (٥) اطرح: $٢ب - ٧ب + ٤ب - ٥ب + ٢ب - ٧ب + ٤ب - ٥ب + ٢ب - ٧ب + ٤ب - ٥ب$
- ١٢ب - ٤ب - ١٥
- (٦) أبسط: $٧ - \{ ٥ - (ب - ت - ٢) + ٤ - ٢ب \}$
- (٧) أبسط: $(ب + ت) - (ب - ت) + ٤ب - (ب + ٢ت) + س$
- (٨) أبسط: $٢(٢ل + م) - ٢(٢ل - م) - ٥م$
- (٩) حل: $٢م - ٢(٢ + م) - ٩ = ٢م - ٤ - ٢م - ٩$
- (١٠) ربح سليم ويوسف ٢٧٥٠٠ ليرة واقسماها بحيث كانت حصة يوسف أكثر من ضعف حصة سليم بـ ٢٠٠٠ ليرة فكيف كانت حصة كل منهما؟
- (١١) اضرب $٢ل - ٢$ في $٥ + ٢ل - ٢$
- (١٢) اقسم $١٢م - ١٤م - ١٩م + ١٥م$ على $٢م - ٥$

(١٢) جد قيمة س ق + $\frac{1}{2}$ ج ق اذا كانت س = ٢٠٠ وق = ٨ وج = ٢٢

(١٤) مساحة معسكر مستطيل الشكل ١٢ ميلاً مربعاً فاذا كان طوله $\frac{1}{2}$ ميل

اميال فكم عرضه؟ (استخدم القانون م = ط × ع)

(١٥) ما العدد الذي تضيف اليه ٢٥٠٠ ليكون المجموع ٣ اضعافه؟

(١٦) كان محصول الحنطة في الولايات المتحدة كما يأتي :

السنة	مليون كبل	السنة	مليون كبل
١٨٧٥	٢٩٢	١٩٠٠	٥٢٢
١٨٨٠	٤٩٩	١٩٠٥	٦٩٢
١٨٨٥	٢٥٧	١٩١٠	٦٢٥
١٨٩٠	٣٩٩	١٩١٥	١٠٢٦
١٨٩٥	٤٦٧	١٩٢٠	٨٢٢

اجعل وحدة العمود الرأسي تمثل ٥٠ مليون كبل

(١٧) املا المراكز الفارغ في الجدول الآتي :

الموضوع	القاعدة	القانون الرمزي
مساحة المستطيل	مساحة المستطيل تساوي حاصل الطول في العرض	$م = ط \times ع$
حجم الجسم	القاعدة البسيطة تساوي ضرب الاصل في المعدل ثم في الاجل	$ح = ط \times ع \times ر$
محيط الدائرة	محيط الدائرة يساوي حاصل ٢×١٤١٦ في القطر	
الحجم المتحرك		$م = س \times د$
مساحة المثلث	مساحة المثلث تساوي نصف حاصل القاعدة في الارتفاع	
الضرب		$ح = ٢٢$
القسمة	المقسوم يساوي حاصل ضرب الخارج في المقسوم عليه مع الباقي	
حجم الكرة		$ح = \frac{٢}{٣} \times ٢١٤١٦ \times \frac{٤}{٣}$ $\times (\frac{ق}{٢})^٢$

(١٨) ضع ما يأتي بشكل معادلة وحلها: ثلاثة اضعاف ك تزيد ٨ عن ٦١

القسم الثاني

١٠٨ . المتطابقات والمعادلات . لو اخذنا العبارة $(y+2)$ $(y-2)$ $=$ $y^2 - 4$ وعوضنا عن y بـ 1 او 2 او 3 او 4 ... الخ لوجدنا الجانين متساويين دائماً وابدأ فذه العبارة او المساواة يقال لها معادلة ذاتية او عينية او "متطابقة"

١٠٩ . المتطابقة هي معادلة يصح فيها تساوي الطرفين مهما فرضت قيمة حروفها . اي ان الطرفين متساويان تحت كل الظروف

١١٠ . المعادلة الشرطية . لو اخذنا العبارة $3k + 1 = 13$ وعوضنا عن

عن k بـ 4 كان الجانين متساويين اي $2 \times 4 + 1 = 13$ او $13 = 13$ ولكن لو عوضنا عن k بأي عدد آخر (ما عدا 4) انتزعت المساواة واختلفت المعادلة والتوازن .

وبكلام آخر بشرط صحة المعادلة ان تكون قيمة k اربعة (٤) فقط فالمعادلة الشرطية وعليها في الغالب يطلق "لنظرة معادلة" في مساواة لا يصح

فيها تساوي الطرفين الا بتعيين قيمة خصوصية او اكثر للكمية المجهولة

١١١ . علامة المساواة . يدل على تساوي الجانين في المعادلة بالعلامة

"=" والشائع الآن في الرياضيات العالية ان نستقدم "≡" في المتطابقة

تمرين

اجب ما استطعت شنأماً

(١) هل يتساوى جانبا العبارة $(m-2)(2+m) = m^2 - 4$ اذا عوضنا عن m بـ: 1 ؟ 2 ؟ 5 ؟ 10 ؟ فانوع العبارة اذاً

(٢) هل يتساوى جانباً العبارة $(١-م)(٢+م) = ٢-م٢+م٢$ إذا عوضنا
عن م بـ: ٢١ ٢٢ ٢٥ ٢١٠ ؟ فإجابة م إذا ؟

(٣) ما قيمة ك التي تجعل جانبي $(ك-٥) = ١٠-ك$ متساويين ؟

(٤) ما قيمة ك في $(ك-٤) = ٢ك$ ؟

بين في ما يأتي أيها متطابقة وأيها معادلة :

(٥) $(٢+م)(٣-م) = ٦-م٢$

(٦) $(٢+م)(٤-م) = ١٢-م٢$

(٧) $(٤+م) = ١٦+م٨+م٢$ (٨) $١١+م = ٢+م٤$

(٩) $ك-١٦ = (ك+٤)(٤-ك)$ (١٠) $٢-م٥ = ١١+م٢$

(١١) $(٦+ك)(٦-ك) = ٣٦-ك٢$ (١٢) $١+م٦ = ٥-م٤$

برهن ان :

(١٣) فضلة مربع عددين متتابعين يساوي مجموع العددين

(١٤) مجموع ٢ أعداد متتابعة تساوي ٢ اضعاف العدد المتوسط

(١٥) كم مرة تتكرر ب في م ؟

(١٦) ماذا تضيف الى ب ليكون المجموع ك ؟

(١٧) كم طول جانب المربع اذا كان محيطه م متراً ؟

(١٨) عمر يوسف س سنة وعمر ابنته الس أكثر من ثلث عمره بستين فكم

عمر الس ؟ كم كان عمرها منذ ١٠ سنوات ؟ كم يكون عمرها بعد مضي ١٠ سنوات ؟

(١٩) مدخول رجل ل ليرة في الشهر ومصروفة م فكما المقدار الذي يوفره

في ٥ سنوات ؟

(٢٠) لدى انيس ك كلة واميل ل كلة فاذا تشاركا واقتما كلهما بالسوية فكم تكون حصة الواحد منها ؟

(٢١) بماذا تمثل العدد الزوجي ؟ العدد الفردي ؟

(٢٢) رجل يتم عملاً في ٥ يوماً فاما المقدار الذي يتمه في ٦ يوماً ؟

(٢٣) سار بهيج ٧ ساعات ثم تبعه جورج على دراجته وادركه بعد ١ ساعة

فكم ساعة سار بهيج ؟

(٢٤) سافر بهيج وعارف من ذات المكان وفي نفس الوقت الى جهتين مختلفتين

وكان معدل سير بهيج ٦ ميلاً في الساعة وعارف ٤ ميلاً فاذا سارا ٥ ساعات فكم

تكون المسافة بينهما ؟

|||. الحركة المنتظمة . اذا سارت سيارة ١٠ ساعات بمعدل ٣٠ ميلاً

في الساعة فانها تقطع مسافة ١٠ × ٣٠ او ٣٠٠ ميل . وهذا يمثل الحركة المنتظمة

التي تشمل :

١ الوقت الذي يقاس بالثواني او الدقائق او الساعات ... الخ

٢ معدل السير او السرعة او المسافة التي تقطع في وحدة من وحدات الوقت

كالثانية او الدقيقة او الساعة او اليوم

٣ . المسافة (جميعها) التي تقاس بوحدة من وحدات الطول كالنبراط والذراع

والتر والكيلومتر والميل

فالوقت (ق) والمعدل (ع) والمسافة (م) ترتبط بعضها في بعض بالقانون :

$$م = ع \times ق$$

وعلى هذا القانون يرتكز عدد كبير من الاسئلة في الجبر والطبيعيات مثال (١) :

ترك ساع المدينة بسرعة ٤ اميال في الساعة وسار ١٦ ساعة قبل ان ادركه فارس
جرى وراه بعد تركه المدينة بـ ١٠ ساعات فكم كانت سرعة الفارس ؟

ق = الوقت ساعات	ع = المعدل اميال في الساعة	المسافة م = ع ق
١٦	٤	$16 \times 4 = 64$
$6 = (10 - 16)$	ك	٦ ك

فأذا $6 ك = 64$

$ك = 10 \frac{2}{3}$

الامتحان : $64 = 6 \times 10 \frac{2}{3}$; $64 = 16 \times 4$

تمرين كتابي

سار امين وبدر من ذات المكان وفي ذات الوقت في جهتين مختلفتين :

(١) وكانت سرعة امين ٨ اميال في الساعة وبدر ١٠ ففي كم من الوقت تصبح المسافة بينها ١٨ ميلاً ؟

(٢) وكانت سرعة امين مضاعف سرعة بدر والمسافة بينها ١٢٥ ميلاً بعد ان سارا ٥ ساعات فكم سرعة كل منها ؟

(٣) وكان امين اسرع من بدر بميلين في الساعة . وبعد مضي ٨ ساعات اصبحت المسافة بينها ٩٦ ميلاً فكم سرعة كل منها ؟

- (٤) وكانت سيارة امين اسرع من سيارة بدر ب ١٢ ميلاً في الساعة وبعد مضي ٥ ساعات اصبحت المسافة بينهما ٢٤٠ ميلاً فكم سرعة كل منها ؟
- (٥) وكان بدر ابطاً من امين ب ٤ اميال في الساعة وسرعته تساوي $\frac{1}{4}$ سرعة امين ففي كم من الوقت يكون الفرق بينهما ٢٨٨ ميلاً ؟
- (٦) فصار امين ٥ ساعات ووقف وبدر ٦ ساعات ووقف واصبح الفرق بينهما ١٥٢ ميلاً فاذا كانت سرعة بدر $\frac{1}{4}$ سرعة امين فكم سرعة كل منها ؟
- العدد بين احمد وسليم ٢٦٠ ميلاً فسار في ذات الوقت الواحد نحو الآخر حتى التقيا فكم سرعة كل منها :
- (٧) اذا التقيا بعد ١٢ ساعة وكانت سرعتها متساوية ؟
- (٨) اذا التقيا بعد ؟ ساعات وكان احمد اسرع من سليم ب ٤ اميال في الساعة ؟
- (٩) اذا التقيا بعد ٨ ساعات وكانت سرعة احمد ضعف سرعة سليم ؟
- (١٠) اذا التقيا بعد ٦ ساعات وكان احمد اسرع من سليم ب ١٠ اميال في الساعة ؟
- (١١) اطلق جورج بندقيته على هدف يبعد ٥٥٠ يرداً عنه وبعد مضي $\frac{1}{2}$ ثانية سمع وقع الرصاصة عليه فكم معدل سرعة الرصاصة اذا كان الصوت يسير ١١٠٠ قدم في الثانية ؟

تمرين كتابي

- (١) ما خمسة اعداد متتابعة مجموعها ينقص ٢ عن ٦ اضعاف اصغرها ؟
- (٢) مجموع ثلاثة اعداد مفردة متتابعة ١٧١ فاهي ؟

- (٢) مجموع عددين ٤١ وإذا طرح ٧ من مضاعف الأكبر كان الباقي ٢
اضعاف الأصغر إلا ٥ فما العددين ؟
- (٤) مجموع عددين ١٢١ وإذا زيد ٨ على ٤ اضعاف أحدهما كان المجموع ٢
اضعاف الآخر فما العددين ؟
- (٥) فضلة مربعي عددين متتابعين ٧٥ فما العددين ؟
- (٦) فضلة مربعي عددين مفردين متتابعين ١٠٤ فما العددين ؟
- (٧) مشي رجل ١٥ ميلاً وركب سيارة مسافة معلومة وسار في باخرة ضعفي
كل ما قطعه قبلاً وبلغت رحلته ١٨٠ ميلاً فكم المسافة التي قطعها في البخرة ؟
- (٨) إذا طرحت ١٥ من عدد معلوم ثم طرحت الباقي من ٢١٠ كانت النتيجة
٢ اضعاف العدد فما هو العدد ؟
- (٩) طول ساحة ضعفا عرضها وإذا زدت ٣٠ على الطول وانقصت ١٠ من
العرض زادت المساحة ٢٠٠ متر مربع فكم طول الساحة وعرضها ؟
- (١٠) طول ملعب التنس أكثر من ضعفي عرضه ب ٦ أقدام ومحيطه ٢٢٨
قدماً فكم طوله وعرضه ؟
- (١١) طول ملعب تنس أكثر من عرضه ب ٤٢ قدماً فإذا زيد على
موازاة عرضه ممران عرض كل منها ١٥ قدماً وعلى موازاة طول ممران عرض كل
منها ١٠ أقدام لزادت مساحة ٢٢٤٠ قدماً مربعة فكم طوله وعرضه ؟
- (١٢) محيط ملعب "كرة القدم" ١٢٠٠ قدم وطوله يتقص ٤٠ برداً عن
ضعفي عرضه فكم طوله وعرضه ؟
- (٢) طول ملعب "كرة القدم" أكثر من عرضه ب ١٢٠ قدماً وإذا

- احطناه بمر عرضة ٢٠ قدماً زادت مساحتها ٢٥٦٠٠ قدماً مربعة فكم طولها وعرضها ؟
 (١٤) عمر احمد ٢ اضعاف عمر يوسف وبعد ٥ سنوات يصير عمره ضعفي
 عمر يوسف فكم عمر كل منهما ؟
- (١٥) اميل اكبر من بطرس بـ ٢ سنة وبعد عشر سنوات يصير عمره ضعفي
 عمر بطرس فكم عمر كل منهما ؟
- (١٦) عمر امين ٤ اضعاف عمر فارس وبعد ٢٠ سنة يصبح عمره ضعفي عمر
 فارس فكم عمر كل منهما ؟
- (١٧) عمر حسن ٤٨ سنة وعزيز ١٨ فنذ كم سنة كان عمره ٤ اضعاف عمر
 عزيز ؟ بعد كم سنة يصبح عمره ضعفي عمر عزيز ؟
- (١٨) كم كيلو بن ما سعرة ٢٠ غرشاً تختلط مع ١٢ كيلو ما سعرة ٢٠ غرشاً
 ليكون لك مزيج سعرة ٢٤ غرشاً ؟
- (١٩) كم لبيبة شاي ما سعرة ٦٠ غرشاً تختلط مع ٢٥ لبيبة ما سعرة ٤٠ غرشاً
 ليكون لك مزيج سعرة ٤٥ غرشاً ؟
- (٢٠) اطلق رجل بندقيته على هدف بعده ١٠٠٠ متر فمرت الرصاصة فوق
 راس ولد الذي سمع صوت الطلق ووقع الرصاصة على الهدف بذات الوقت فاذا
 كان معدل سير الرصاصة ١٦٥٠ قدماً في الثانية فكم بعد الولد من الهدف ؟



$$٥ك + ١٥ك (٥ك)$$

$$٥ك + ١٥ك = ٥ك(٢ + ٣)$$

مثال ٢ جد اضلاع: $٦م^٢ - ٩م^٢ - ٢م^٢ + ٢م^٢$

$$\frac{٦م^٢ - ٩م^٢ - ٢م^٢ + ٢م^٢}{١ + ٢}$$

$$٢م^٢ - ٣م^٢$$

$$٦م^٢ - ٩م^٢ - ٢م^٢ + ٢م^٢ = (٢م^٢ - ٣م^٢)(١ + ٢)$$

وبعد التمرين والمزاولة يمكن للطالب ان يقسم بذهنه بدلاً من الكتابة توفيراً للوقت . ولا بدّ له من امتحان النسبة بالضرب ليكون على ثقة من صحة العمل
فينصح لنا من الامثلة المذكورة انه يجب قسمة كل حدّ على الاعداد الاكبر المشترك ويكون المنقسم عليه والخارج الاضلاع المطلوبة . وبكلام آخر نؤخذ القوة المشتركة بين جميع الحدود ضلعاً وما يخرج من النسبة عليها ضلعاً آخر

تمرين

جد اضلاع الكميات الآتية :

$$(١) ٦ك + ٥ك (٢) ٥ك + ٥ك (٣) ٢ك - ٢ك$$

$$(٤) ٥ب + ١٥ات (٥) ٨ك - ٢ك$$

$$(٦) ٢ب + ٢ب (٧) ٢م + ٢م (٨) ٢س - ٢س$$

$$(٩) ١٥اب - ٢ب (١٠) ٦ب - ١٢ب (١١) ١٨ال - ١٥م (١٢) ١٢ك - ٦ك$$

$$(١٣) ٢ل + ٢ل (١٤) ١٢ب + ٢٠ب (١٥) ٢ك + ٢ك$$

$$(١٦) ٢ب + ٢ل (١٧) ٢ال - ٢ال (١٨) ٢ب + ٢ب$$

(١٩) $١٨ ك - ٥٤ هـ$ (٢٠) $٢٥ ل م ن + ٢٠ ل م ن$

(٢١) $٢ ك + ٥ ل م$ (٢٢) $٧ ب + ٢١ ب$

(٢٣) $ك - ك + ك$ (٢٤) $س - س + س$

(٢٥) $س + ٢ ب س - س$ (٢٦) $٢ ل - ١٥ ل + ٦ ل$

(٢٧) $١٠ ب ت - ١٤ ب س - ٨ ب$

(٢٨) $ب ك + ب ي + ب ل$ (٢٩) $ب ت + ب س - ب د$

(٣٠) $ل + ل - ل + ل$ (٣١) $ل - ل - ل + ل$

(٣٢) $٢٣ ل م ن - ٢٢ ل م ن + ٤٤ ل م ن$

جد قيمة ما يأتي باختر طريقة:

(٣٣) $٩١٤ \times ٨٤٧ - ٩١٥ \times ٨٤٧$

(٣٤) $٥١٤٧٥ \times ٨٥ - ٨٩ \times ٥١٤٧٥$

(٣٥) $ن ق + ن د$ اذا كانت $ن = \frac{٢}{٧} و ق = ٨ و د = ٦$

(٣٦) $ن ق - ن د$ اذا كانت $ن = \frac{٢}{٧} و ق = ١٠٠ و د = ٦٠$

الحالة الثانية

١١٤. اذا كانت العبارة الثلاثية مربعاً تاماً . فلنا سابقاً ان الكمية الثلاثية مربع تام وذلك اذا نظمت بحيث يكون حدّها الاول وحدّها الثالث مربعين تامين موجبين وحدّها الاوسط ضعفا حاصل جذر حدّها الاول الممالي في جذر حدّها الثالث

مثال: $ك + ٨ + ١٦$ مربع تام لان الحد الاول والحد الثالث مربعان تامان

والاوسط ضمنا حاصل جذر الحد الاول المالي وجذر الحد الثالث المالي ولكن م^٢ + ١٦ م + ٨١ ليست مربعاً تاماً . ما الخلل ؟

١١٥ . اضلاع الكمية الفلانية التامة التربيع ما كميّتان متساويتان كل منها مؤلفة من جذر الحد الاول المالي وجذر الحد الثالث المالي مربوطان بعلامة الحد الاوسط

مثال ١ . جد اضلاع : $ب^٢ + ٤ب + ٤ت^٢ = (ب + ٢ت)$

مثال ٢ . جد اضلاع : $ل^٢ - ٤ل + ٦م + ٩م^٢ - ل(ل - ٦) = (٩م + ل)^٢ - (ل - ٦م)^٢$

تمرين

املاً الفراغ بالحد اللازم لتكون الكمية مربعاً تاماً وجد اضلاعها:

- | | |
|----------------------|------------------------|
| (١) $٤ + () + ل^٢$ | (٢) $٩ + () + ب^٢$ |
| (٣) $٩ + () + ن^٢$ | (٤) $١ + () + ٤ب^٢$ |
| (٥) $٩ + () + ٦ك^٢$ | (٦) $١٦٦ + () + ١٦٦٦$ |
| (٧) $٩ + () + ٩ل^٢$ | (٨) $٢٥ + () + ٤ك^٢$ |
| (٩) $٦ - () + ٦٦$ | (١٠) $١٢ - () + ١٢ك$ |
| (١١) $٢٦ - () + ١$ | (١٢) $٦ + () + ٦ب$ |
| (١٣) $٤٠ - () + ٤$ | (١٤) $٩ - () + ٢٦٦$ |

- (١٥) ٢٥ب - () + ٩ت^ر (١٦) ٦ي^ر - () + ٩
 (١٧) ٢٥ + ٠ي^ر - () (١٨) ١٦ك^ر + () + ٤
 (١٩) ٨١ب^ر - () + ١٦ات^ر (٢٠) ١٠٠ل^ر - ١٨٠ل^ر + ()
 (٢١) () - ٨٠ل^ر م^ر + ٦٤م^ر (٢٢) ٤٩د^ر - () + ٤٤م^ر

جد اضلاع ما يأتي ثم امنحن العمل :

- (٢٤) ٢س^ر + ٢د^ر + د^ر (٢٤) ٢ك^ر + ٢م^ر + م^ر
 (٢٥) ١ + ٢ل^ر + ل^ر (٢٦) ٩ + ٦ب^ر + ب^ر
 (٢٧) ٢٥ + ١٠ل^ر - ل^ر (٢٨) ١٦ + ٨م^ر + م^ر
 (٢٩) ٤ك^ر + ٤ك^ر + ١ (٣٠) ٩ - ٦ك^ر + ك^ر
 (٣١) ٢٥ك^ر + ١٠ك^ر ي^ر + ي^ر (٣٢) ١٦ب^ر + ٨ب^ر + ١ب^ر
 (٣٣) ١٦ك^ر + ١ - ٨ك^ر (٣٤) ٩ + ١٢م^ر - ٤م^ر
 (٣٥) ٤ك^ر + ١ + ٢ك^ر (٣٦) ٩ + ٦ك^ر - ٦ك^ر
 (٣٧) ٢ب^ر - ٢٠ب^ر ل^ر + ٢٥ل^ر (٣٨) ٢ك^ر - ٢٠ك^ر ي^ر + ١٠٠ي^ر
 (٣٩) ٢ك^ر + ٢ك^ر ي^ر + ك^ر (٤٠) ٢م^ر ن^ر - ٤م^ر ن^ر + ٢ن^ر
 (٤١) ٢ك^ر + ٢ك^ر ي^ر + ي^ر (٤٢) ٢ك^ر - ٤ك^ر + ٤ك^ر
 (٤٣) ١٠ب^ر - ٢٠ب^ر + ١٠

الحالة الثالثة

١١٦ . فضلة مربعين

بما ان حاصل (ب + ت) (ب - ت) = ب^٢ - ت^٢

$$\text{فاذا } \text{ب}^{\text{ر}} - \text{ت}^{\text{ر}} = (\text{ب} + \text{ت})(\text{ب} - \text{ت})$$

اي ان حاصل ضرب مجموع كيتين في فضلتهما يساوي فرق مربعها وبالعكس فان فصلة مربعي كيتين تساوي حاصل ضرب مجموعها في فضلتهما. وعلو يمكننا ان نجد اضلاع فصلة مربعين لاول وهله وذلك باستخراج الجذر المالملي لكل من المربعين ثم ربطها بالعلامة "+" لمعرفة مجموعها وبالعلامة "-" لمعرفة فضلتهما

مثال ١. جد اضلاع: $\text{ل}^{\text{ر}} - \text{م}^{\text{ر}}$

$$\text{ل}^{\text{ر}} - \text{م}^{\text{ر}} = (\text{ل} + \text{م})(\text{ل} - \text{م})$$

مثال ٢. جد اضلاع: $\text{ل}^{\text{ر}} - \text{م}^{\text{ر}}$

$$\text{ل}^{\text{ر}} - \text{م}^{\text{ر}} = (\text{ل} + \text{م})(\text{ل} - \text{م}) = (\text{ل} + \text{م})(\text{م} + \text{ل}) - (\text{ل} + \text{م})(\text{ل} - \text{م})$$

تمرين

جد اضلاع الكميات الآتية وامنع العيل

$$(1) \text{ك}^{\text{ر}} - 1 \quad (2) \text{ك}^{\text{ر}} - 4 \quad (3) \text{ل}^{\text{ر}} - \text{م}^{\text{ر}}$$

$$(4) \text{ل}^{\text{ر}} - \text{م}^{\text{ر}} \quad (5) 16 - \text{ي}^{\text{ر}} \quad (6) \text{ب}^{\text{ر}} - 25$$

$$(7) \text{ل}^{\text{ر}} - 49 \quad (8) \text{م}^{\text{ر}} - 64 \quad (9) 121 - \text{ك}^{\text{ر}}$$

$$(10) 1 - \text{ل}^{\text{ر}} \quad (11) 4 - \text{ل}^{\text{ر}} \quad (12) \text{ل}^{\text{ر}} - 81$$

$$(13) 16 - \text{ك}^{\text{ر}} \quad (14) \text{ل}^{\text{ر}} - \text{م}^{\text{ر}} - 36$$

$$(15) 25 - 16 - \text{ل}^{\text{ر}} \quad (16) \text{م}^{\text{ر}} - 81 - \text{ل}^{\text{ر}}$$

$$(17) 144 - 100 - \text{م}^{\text{ر}} \quad (18) 16 - \text{ب}^{\text{ر}} - \text{ت}^{\text{ر}}$$

- (١٦) $٤م^٦ - ب^٦$ (٢٠) $١٦ك^٤ - ع^٤$
- (٢١) $١ - ك^٤$ (٢٢) $٦٤ب^٤ - ع^٤$ (٢٣) $١ - ل^٨$ (٢٤) $١٢١ - ب^٤$
- (٢٥) $٣٦س^٨ - ٤٩د^٨$ (٢٦) $١٢١ - ب^٤$ (٢٧) $١٠٠ - ل^٨$ (٢٨) $١ - ١٦ك^٤$ (٢٩) $١ - ٩ب^٤$
- (٣٠) $٢٤٢ - ٢ل^٤$ (٣١) $٢ك^٢ - ٥٧٥ل^٧$ (٣٢) $ب^٧ك^٢ - ب^٧$
- (٣٣) $ب^٨ك - ك$ (٣٤) $٢٢٥ل^٢ - م^٢$
- جد قيمة ما يأتي:
- (٣٥) $١٢٨ - ٦٢$ (٣٦) $٥١٢ - ٤٨٨$ (٣٧) $٢١٤ - ١٨٦$

الحالة الرابعة

١١٧ . الكميات التي من نوع $ك + ب + ل$

- مرّ معاً ن: $(٣ + ل)(٥ + ل) = ل + ل٨ + ١٥ + ل$ (١)
- $(٣ - ل)(٥ - ل) = ل - ل٨ - ١٥ + ل$ (٢)
- $(٣ + ل)(٥ - ل) = ل - ل٢ - ١٥ - ل$ (٣)
- $(٣ - ل)(٥ + ل) = ل + ل٢ - ١٥ - ل$ (٤)

إذا دققنا النظر في الاسئلة المارّة ذكرها فاننا نجد أنّ:

- (١) حاصل كميتين ثنائيتين في الغالب كمية ثلاثية
- (٢) الحدّ الاول في كل من المضروبين ل
- (٣) حاصل ضرب الحدّ الثاني من المضروب في الحدّ الثاني من المضروب هو الحدّ الثالث في الحاصل او الكمية الثلاثية اي $١٥ = ٥ \times ٣$ (يقطع النظر عن العلامة)

(٤) نتيجة الجمع الجبري للحدين الثانيين في المضروبين هو مسمى ل في المحاصل
 فمثلاً في (٢) نتيجة جمع $٣ +$ و $٥ -$ و $٢ -$ وهو مسمى ل في الكمية الثلاثية
 والآن سنعمل هذه الاستنتاجات في تحليل الكميات الثلاثية فنقول ان لكل
 كمية ثلاثة ضلعين في الغالب ثنائيتين ومتى كانت علامة الحد الثالث ايجابية كانت
 علامتا الضلعين متفتحتين وهما نفس علامة الحد الثاني. اما كمنية حل الكمية الثلاثية
 فاننا نبسطة بالامثلة الآتية:

مثال ١. جد اضلاع ل $١٢ +$ ل $٢٥ +$

١. ضع اربعة اقواس متتالية () () () ()

٢. ضع في كل منها الجذر المالي للحد الاول مع العلامة التي تليها

(ل +) (ل +)

٣. جد ضلعين للحد الثالث ٢٥ مجموعها ١٢ وضعها بعد العلامة . وهما

٧ و ٥ (ل + ٥) (ل + ٧)

٤. انمغن بالضرب (ل + ٥) (ل + ٧) = ل $١٢ +$ ل $٢٥ +$

مثال ٢. جد اضلاع ل $١٢ -$ ل $٢٥ +$

بما ان الحد الثالث ايجابي فعلامتا الضلعين متفتحتان وبما ان الحد الثاني سلمي

بالعلامتان كذلك اي سلبيتان. فعلينا اذا ان نجد عددين حاصلهما ٢٥ ومجموعهما ٧ و

فلاضلاع اذا (ل - ٥) (ل - ٧)

مثال ٣. جد اضلاع ل $٢ +$ ل $٢٥ -$

بما ان الحد الثالث سلمي فالعلامتان مختلفتان وعلو يكون احد الحدين الثانيين

في المضروبين ايجابياً والآخر سلبياً. وبما ان الحد الثاني (ل) ايجابي فاكبرها

ايجابي. والآن علينا ان نجد عددين حاصلها -٢٥ ومجموعها الجبري +٢ وها
٧+٥-

فالاضلاع اذاً $(٧+ل)(٥-ل)$

مثال ٤. جد اضلاع ل^٢-٢ل-٢٥

جد عددين حاصلها -٢٥ ومجموعها الجبري -٢ فهما -٧ و+٥ وطبق

فالاضلاع هي $(٧-ل)(٥+ل)$

فتأمل هذه الامور مأبياً واحفظها جيداً وقس عليها

تمرين

املأ الفراغ بالاضلاع وامنحن:

$$(١) \quad ل^٢ + ٥ل + ٦ = (ل + \quad)(ل + \quad)$$

$$(٢) \quad ل^٢ - ١١ل + ٢٤ = (ل - \quad)(ل - \quad)$$

$$(٣) \quad ل^٢ + ٤ل - ٢٢ = (ل - \quad)(ل + \quad)$$

$$(٤) \quad ل^٢ - ٧ل - ١٨ = (ل - \quad)(ل + \quad)$$

$$(٥) \quad ل^٢ + ٢ل - ٢٨ = (ل - \quad)(ل + \quad)$$

$$(٦) \quad ل^٢ - ١٠ل - ٦ = (ل - \quad)(ل + \quad)$$

جد اضلاع ما يأتي وامنحن العمل:

$$(٨) \quad ل^٢ + ٤ل + ٢$$

$$(٧) \quad ل^٢ + ٢ل + ٢$$

$$(١٠) \quad ل^٢ + ٦ل + ٥$$

$$(٩) \quad ل^٢ + ٥ل + ٦$$

(١١) $١٣ + م٧ + ر١$ (١٢) $١٦ + ك١٠ + ر١$

(١٣) $٢٧ + ل١٢ + ر١$ (١٤) $٤٠ + م١٤ + ر١$

(١٥) $٢٤ + ك١٤ + ر١$ (١٦) $١٠ + ل٧ - ر١$

(١٧) $٢١ + م١٠ - ر١$ (١٨) $٢٠ + ك٩ - ر١$

(١٩) $٢٥ + ل١٢ - ر١$ (٢٠) $١٨ + م٩ - ر١$

(٢١) $١٤ + ك٩ - ر١$ (٢٢) $١٢ + ل٧ - ر١$

(٢٢) $٢٢ + م١٢ - ر١$ (٢٤) $٩ + ك١٠ - ر١$

(٢٥) $١٢ - ل٤ + ر١$ (٢٦) $١٥ - م٢ + ر١$

(٢٧) $١٤ - ك٥ + ر١$ (٢٨) $١٨ - ل٢ - ر١$

(٢٩) $٢٨ - م٣ - ر١$ (٣٠) $٤٥ - ك٤ - ر١$

(٣١) $٤٢ - ل - ر١$ (٣٢) $٢٧ - م٦ + ر١$

(٣٣) $٥٠ - ك٥ - ر١$ (٣٤) $٢٦ - ل٩ + ر١$

(٣٥) $٥٥ - م٦ - ر١$ (٣٦) $١٨ - ك٧ + ر١$

(٣٧) $٢٤ - م١٥ - ر١$ (٣٨) $٤٠ - م١٦ + ر١$

(٣٩) $٧٧ - ك٤ + ر١$ (٤٠) $٩٠ - م١٧ + ر١$

(٤١) $٦٣ - م١٢ - ر١$ (٤٢) $٢٠ - ك١ - ر١$

(٤٣) $٥٦ - ل١ - ر١$ (٤٤) $١٢ - م١٢ + ر١$

(٤٥) $٤٠ - ك٢ + ر١$

تمرين - (اسئلة متنوعة)

جد اضلاع ما يأتي وامنحن العمل

- (١) ه ب + ه ت (٢) ل - ر ل + ١٥ (٣) م - م - م - ٨
 (٤) ب - ر - ٢٥ (٥) ل - ر - ٢ (٦) م - م - ٦ + ٦
 (٧) ي + ر - ٨٠ (٨) ل - ر - ٦ - م - ٦ + م
 (٩) ل + ر - ٤ + م - ٤ (١٠) م - ل - ٦ - م
 (١١) ك - ر - ٧ - ل + ٢١ س (١٢) ك + ر - ٢ - ٢٨
 (١٣) ل + ١٠ - ٢٥ (١٤) ك - ر - ٦ - ٥
 (١٥) ل - ر - ٦ - ٤ + ٦ (١٦) ل - م - ١٢ - م
 (١٧) ك - ٦ - ٤ (١٨) م - ر - ٤ - ٢
 (١٩) ي - ر - ٦ - ي (٢٠) ك - ر - ١٦ - ك
 (٢١) ك + ر - ٨ + ١٦ - ك (٢٢) ب - ر - ٩ - ك - ي
 (٢٣) ب - ر - ٤ - ك + ب - ٤ - ك
 (٢٤) ١ - م (٢٥) ك + ر - ٥ - ل - ٦ - ك - ل
 (٢٦) م - م (٢٧) ل - ر - ٧ - ١٢ + ل
 (٢٨) ك - ر - ٦ - ٦ (٢٩) ل - ر - ١٦ - م
 (٣٠) ل + م - ٢ + ل - م (٣١) ك + ر - ٢ - ٢٨
 (٣٢) ل - ر - ٢ - ٤ - ٨ - ل (٣٣) ك - ر - ٨ - ي - ٤٨ - ي
 (٣٤) م + ر - ١٤ - م - ٤٨ - م (٣٥) م - ل - ٤ - م - ٢ + م
 (٣٦) ل - ر - ٢ - ١٨ - ل (٣٧) م - ل - ٨ - م

- (٤٨) $ل^٢م^٢ + ل^٢م^٢ + ل^٢م^٢$ (٤٩) $ل^٢ + ل^٢ + ل^٢$
 (٤٠) $١٦٣ - ١٢$ (٤١) $ل^٢م^٢ + ل^٢م^٢ - ل^٢م^٢$
 (٤٢) $ل^٢ - ل^٢ + ل^٢$ (٤٣) $١٠٠ - ٤$
 (٤٤) $ل^٢٧ + ل^٢٨ + ل^٢٨$ (٤٥) $ل^٢ - ل^٢ - ل^٢$
 (٤٦) $ك^٢ - ك^٢ - ك^٢$ (٤٧) $ك^٢ - ك^٢ + ك^٢$
 (٤٨) $ل^٢ - ل^٢ + ل^٢$ (٤٩) $ك^٢ - ك^٢ - ك^٢$
 (٥٠) $ل^٢ - ل^٢ + ل^٢$

العاد الأكبر

١١٨. العاد اسم آخر لضع الكمية او قاسمها لانه بعدها او يتكرر فيها
 ١١٩. العاد المشترك هو الضلع او العاد الذي يشترك بين كميتين
 او أكثر
 ١٢٠. يقال لكميتين او لعدة كميات انها اولية بعضها مع بعض اذا لم يكن
 لها ضلع مشترك
 ١٢١. العاد الأكبر ويقال له العاد الأكبر المشترك لكميتين او أكثر
 هو أكبر مقدار يقسمها بدون باق
 وبما ان العاد الأكبر المشترك هو أكبر ضلع مشترك بين الكميات المفروضة
 فيجب ان يشتمل جميع الاضلاع الاولية المشتركة ويكون مسارياً لحاصلها
 مثال ١. جد العاد الأكبر لـ $١٢ك$ و $١٨ك$ و $٢٤ك$

١٣ ك - ١٢ ك × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ ك

١٨ ك^٢ - ١٧ ك × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ ك × ٢

٢٤ ك^٣ - ٢٣ ك × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ ك × ٢

فإذا العاد الأكبر - ٢٣ ك × ٢ × ٢ - ١٦ ك

الامتحان
 ١٣ ك + ١٦ ك - ٢
 ١٨ ك^٢ + ١٦ ك - ١٦ ك^٢
 ٢٤ ك^٣ + ١٦ ك - ١٦ ك^٢
 ليس لها ضلع مشترك

مثال ٢. جد العاد الأكبر لـ $٢٢ - ٢٣ م + ١٦ ل$ و $٢٢ - ٢٣ م + ١٦ ل + ٢٤ م$

$٢٢ - ٢٣ م - ١٦ ل$ (ل - م) $٢٢ - ٢٣ م - ١٦ ل$ (ل + م) (ل - م)

$٢٢ - ٢٣ م + ١٦ ل + ٢٤ م$ (ل - م) $٢٢ - ٢٣ م + ١٦ ل + ٢٤ م$ (ل - م) (ل - م)

فإذا العاد الأكبر - ٢٣ م (ل - م)

الامتحان: $٢٢ - ٢٣ م + ١٦ ل + ٢٤ م$ (ل - م) - $٢٢ - ٢٣ م + ١٦ ل + ٢٤ م$

$٢٢ - ٢٣ م + ١٦ ل + ٢٤ م$ (ل - م) - $٢٢ - ٢٣ م + ١٦ ل + ٢٤ م$ (ل - م)

والخارجان (ل + م) و (ل - م) اوليان

تمرين

اجب ما استطعت شناها

جد العاد الأكبر لـ

- (١) ١٨ و ١٢
- (٢) ٥٦ و ٢٤
- (٣) ٩٦ و ١٤٤
- (٤) ١٩٦ و ٨٤
- (٥) ١٢٥ و ٢٢٥
- (٦) ٦٤ و ٩٦ و ٢٥٦

(٧) ٩٠ و ١٠٨ و ٣٢٤ (٨) ٢١٨ و ٢١٨

(٩) ١٨ و ٢٧ (١٠) ١٢ و ٢٠

(١١) ١٠ و ٢٥ كى (١٢) ٢٠ و ٧

(١٣) ١٤ و ٢٢ ل م (١٤) ٨ كى و ١٤ كى و ١٤ كى

(١٥) ٦ ن و ٥ م ن و ٢٤ م ن

(١٦) ٧ ل ص و ١٢ ص و ٤٩ ل ص

(١٧) ١٦ ل م و ٤٠ ل م و ٦٤ ل م

(١٨) (ك + ح) و ٣ ك (ك + ح)

(١٩) ٢ (ر - ص) و ٤ ل (ر - ص) (ر + ص)

(٢٠) ٨ ل (ل + م) و ٤ ل (ل + م) (ل - م)

(٢١) ك - حى و ك + ٢ كى + حى

(٢٢) ك - ١ و ك - ٥ + ٦

(٢٣) ك + ٢ ك - ١٠ و ك + ٦ ك + ٥

(٢٤) ك - ٤ ك و ك - ٨ ك + ١٢ ك

(٢٥) ٨ + ل و ٤ + ل + ٤

(٢٦) ك - ٢ ك - ٢٥ و ك + ٢ ك - ١٠

(٢٧) ك - ٤ ك + ٢ ك - ١ + ك + ١

(٢٨) ٦ ل - ل - ٢ ل + ٧ ل - ٦

(٢٩) ٢ ل + ٢ م - ٥ م و ٢ ل + ٧ ل م + ٥ م

(٣٠) ٢ - ٢ - ١٢ م - ٦ م + ٨ م + ٢ م - ٢٨

(٣١) ٤ - ٤ م - ٤ ل + ٢ ل + ٢ م + ٤ ل + ٢ م

المعدود الاصفر

١٢٢. معدود الكمية هو حاصل ضربها في كمية اخرى او ما ينقسم على
على الكمية المفروضة بدون باقٍ

١٢٣. المعدود الاصفر ويقال له المعدود الاصفر المشترك لكميتين او
جملة كميات هو اصغر كمية تنقسم على كل من الكميات المفروضة بدون باقٍ

١٢٤. يجب ان ينبه ذهن الطالب الى ان المعدود الاصفر يتضمن جميع
الاضلاع الاولية للكميات المفروضة وان كل ضلع يؤخذ حيث يتكرر اكثر
مثال ١. جد المعدود الاصفر ل ٢٤ ك^٢ اى ٢٦ ك^٢ اى و ٥٤ ك^٢ اى ل

$$\begin{aligned} 24 \text{ ك}^2 \text{ اى} &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \text{ ك}^2 \text{ اى} \\ 26 \text{ ك}^2 \text{ اى} &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \text{ ك}^2 \text{ اى} \\ 54 \text{ ك}^2 \text{ اى} &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ ك}^2 \text{ اى} \end{aligned}$$

فاذا المعدود الاصفر = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ ك}^2 \text{ اى} = 216 \text{ ك}^2 \text{ اى}$
مثال ٢. جد المعدود الاصفر ل $٢ل + ١م - ٢ل - ١٨م$
 $٢ل + ٦م + ١م$

$$\begin{aligned} 2ل + 1م - 2ل - 18م &= 1م - 18م = -17م \\ 2ل + 6م + 1م &= 2ل + 7م \end{aligned}$$

فاذا المعدود الاصفر = $٦ل (٢ل + ١م)$

تمرين

اجب ما استطعت شفاهاً

جد العدود الاضغرل

- (١) ١٨ و ١٢
- (٢) ٤٨ و ٢٢
- (٣) ٢٨ و ٢٠
- (٤) ١٤٤ و ٩٦
- (٥) ٦٤ و ١٢٠ و ١٦ و ٢١٦
- (٦) ٢٨ و ١٦٠ و ٢٠٠
- (٧) ك^اى وكى^ا وكى^ا
- (٨) ك^ا و اى^ا
- (٩) كى^ا و ك^ا
- (١٠) م^ا ن و ا^ا ن
- (١١) كوك^ا + ك
- (١٢) ه^ا ل و ا^ا م و ا^ا س
- (١٣) ل^ا و ل^ا م و ا^ا م
- (١٤) ك^ا و ه^ا كى و ا^ا كى
- (١٥) ا^ا ي و ا^ا كى و ه^ا ك^ا
- (١٦) ل^ا و ل^ا م و ا^ا م
- (١٧) ل^ا ك + ل^ا ي و م^ا + ك
- (١٨) ل^ا + م^ا و ل^ا + د^ا م
- (١٩) ك^ا - او ك^ا + ك
- (٢٠) ل^ا + ل^ا م و ل^ا م + م^ا
- (٢١) (ك + ٢) و (ك + ٥) و (ك + ٣) (ك - ٣)
- (٢٢) (م - ٢ن) و (م + ن)
- (٢٣) (م + ١) و (م + ١) (م - ١) و (م + ١)
- (٢٤) (م + ل) ٣ و (م + ل) ٤ و (م - ل) ٢ و (م - ل) ٣
- (٢٥) ه^ا ل + م^ا و ل^ا م^ا
- (٢٦) ك^ا - ك^ا - كى^ا وك^ا - كى^ا + ي^ا

(٢٧) ك⁻ ٩ - وك⁻ ٥ ك⁺ ٦ (٢٨) ل⁻ ٤ - ول⁻ ٨ - ل⁻ ٢٠

(٢٩) ل⁻ ٦ - ل⁻ ٦ ول⁺ ٢ - ول⁻ ٤ ل⁺ ٢ (٣٠)

(٣٠) ل⁺ ٢ - ل⁻ ٢٠ ول⁻ ١٠ - ل⁺ ٢٤ ول⁻ ٢٠

القسم الثاني

١٣٥. الكمية الاولى هي التي لا تقبل القسمة بدون باقى الأعلى نفعا وعلى الواحد. مثل م ، ن ، ل + م ، ل - م ، ل + م ، ل + م ، ...

١٣٦. تحليل الكمية الى اضلاعها الاولى هو عبارة عن ايجاد جميع الكميات الاولى التي اذا ضربت بعضها في بعض نتج الكمية المفروضة

مثال: اضلاع ل⁻ م⁻ الاولى هي (ل⁺ م⁺) ، (ل + م) ، (ل - م) نعم ان ل⁻ م⁺ هي ضلع ولكنها ضلع مؤلف اي غير اولي

الحالة الاولى

٢٧. اذا وجد ضلع مشترك بين جميع الحدود. سواء كان ذلك الضلع حداً بسيطاً او مركباً محصوراً بالانفوس

تمرين

جد اضلاع ما يأتي:

(١) ل⁺ م⁻ - ل⁻ ٤ ك⁺ ٢ ل⁺ (٢) ل⁺ م⁺ + ل⁻ ١/٢ ل⁻ ١/٢

(٤) $\frac{1}{2} \text{ب} \text{ل} + \frac{1}{2} \text{ب} \text{م} + \frac{1}{4} \text{ب} \text{ن}$

(٥) $\frac{1}{6} \text{ل} \text{م} + \frac{1}{6} \text{ك} \text{م} + \frac{1}{6} \text{ي} \text{م}$

(٦) $\frac{1}{5} \text{ل} \text{م} + \frac{1}{5} \text{ك} \text{م} + \frac{1}{5} \text{ن} \text{م}$

(٧) $\frac{1}{4} \text{ل} \text{م} + \frac{1}{4} \text{ك} \text{م} + \frac{1}{4} \text{ي} \text{م}$

(٨) $\frac{1}{8} \text{ل} \text{م} + \frac{1}{8} \text{ك} \text{ن} + \frac{1}{8} \text{ن} \text{م}$

(٩) $\frac{1}{4} \text{ل} \text{م} - \frac{1}{4} \text{م} + \frac{1}{4} \text{ن} \text{م}$

(١٠) $\frac{1}{2} \text{ل} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ب} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ن} \text{م}$

(١١) $\frac{1}{2} \text{ب} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ل} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ك} \text{م}$

(١٢) $\frac{1}{2} \text{ل} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ب} \text{م} - \frac{1}{2} \text{ك} \text{م}$

(١٣) $\frac{1}{2} \text{ل} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ب} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ن} \text{م}$

(١٤) $\frac{1}{2} \text{ك} \text{م} - \frac{1}{2} \text{ي} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ن} \text{م}$

(١٥) $\frac{1}{2} \text{ل} \text{م} - \frac{1}{2} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ن} \text{م}$

(١٦) $\frac{1}{2} \text{ل} \text{م} - \frac{1}{2} \text{م} + \frac{1}{2} \text{ن} \text{م}$

١٣٨ . ويقع تحت هذه الحالة الكميات التي يمكن ترتيب حدودها اقساماً

لكل منها ضلع مركب مشترك بين الجميع

مثال : $\text{ل} \text{ك} + \text{ل} \text{ي} + \text{م} \text{ك} + \text{م} \text{ي}$ فهذه الكمية تساوي $\text{ل} (\text{ك} + \text{ي})$

$+ \text{م} (\text{ك} + \text{ي})$ وبقسمة الحدين على $(\text{ك} + \text{ي})$ يخرج $\text{ل} + \text{م}$

فاذا $\text{ل} \text{ك} + \text{ل} \text{ي} + \text{م} \text{ك} + \text{م} \text{ي} = (\text{ك} + \text{ي}) (\text{ل} + \text{م})$

تنبيه : الكميات التي يمكن ترتيب حدودها اقساماً لكل منها ضلع مركب مشترك بين

الجميع تتألف في الغالب من عدد مزدوج من الحدود اي من ٤ او ٦ او ٨ ... الخ

تمرين

جد اضلاع ما يأتي:

- (١) $٢(ك+ي) + ٥(ك+ي)$ (٢) $ل(م+ن) + (م+ن)$
 (٣) $ل(ل-م) - م(م-ل)$ (٤) $ل٢(ل-م) + م٢(م-ل)$
 (٥) $ل(ك-ي) + م(ي-ك)$ هذه يمكن كتابتها $ل(ك-ي)$
 $م(ك-ي)$ [لماذا ؟]
 (٦) $ب(ل-م) + ت(م-ل)$ (٧) $ك(ل-م) - ل(م-ل)$
 (٨) $٢(ك-ن) + (٤-ن-ك)$
 (٩) $ب(ب+ك) + م(م+ك)$

الحل: $ب(ب+ك) + م(م+ك) - (ب(ب+ك) + م(م+ك))$ $- (ب(ب+ك) + م(م+ك))$ $- (ب(ب+ك) + م(م+ك))$ (١٠) $ب(ب+ك) + م(م+ك) - (ب(ب+ك) + م(م+ك))$ $- (ب(ب+ك) + م(م+ك))$ $- (ب(ب+ك) + م(م+ك))$

يمكن في السؤالين السابقين ان نرتب الحدود بطريقة اخرى كما يأتي:

$$ب(ب+ك) + م(م+ك) - (ب(ب+ك) + م(م+ك)) = ب(ب+ك) + م(م+ك) - (ب(ب+ك) + م(م+ك))$$

$$ب(ب+ك) + م(م+ك) - (ب(ب+ك) + م(م+ك)) = ب(ب+ك) + م(م+ك) - (ب(ب+ك) + م(م+ك))$$

$$(ب(ب+ك) + م(م+ك)) - (ب(ب+ك) + م(م+ك))$$

وعلى كل حال يجب ان يراعى في ترتيبها وجود ضلع مشترك بين حدي كل قسم او (فرقة)

(١١) ب ك + ت ك + ب ي + ت ي

(١٢) س ل + ل + م س + م ل (١٢) ب ك + ب ك - ل ك - ل ك

(١٤) ل ٢ + ل ١٠ + ل م - ل ٤ - م ٢٠

(١٥) ك ي + ك ٢ + ك ٤ + ي ٦ + ٦ (١٦) ب ٦ - ب ٢ - ب س + ب ٢ - ت س

(١٧) ب ١٢ - ب ك - ب ي - س ٥٠ - س ك + س ٢٥ س ي

(١٨) ه ٥ + ه ١٠ + ه ب - ه ١٠

(١٩) ب ل + ت ل + ل س + ل م + م ت + م س + م ب

(٢٠) ل ج + ج ل ٢ + ه ل ن - ن م ج - ه م ن

الحالة الثانية

١٣٩ . الكمية الثلاثية اذا كانت مربعاً تاماً يكون شكلها $ل ٢ + ل ٢$

$م + م$ واضلاع $ل ٢ + ل ٢ + م + م$ تكون $(ل \pm م)$

مثال ١ . $ل ٩ - ل ١٢ + ل ١٤ + م = (ل ٣ - ل ٢)$

مثال ٢ . $(ل - م) ٤ + (ل - م) ن + ن ٤ = [(ل - م) ٢ + ن ٢]$

$(ل - م) ٢ + ن ٢ =$

تمرين

جد اضلاع ما يأتي :

(٢) $٢٥ + م ١٠ - م ٢$

(١) $٩ + ل ٦ + ل ٢$

- (٤) ن^٢ + ١٢ن + ٣٦ (٤) س^٢ - ١٢س + ٣٦
- (٥) ك^٢ + ٤ك + ٤ (٦) م^٢ - ٢٤م + ١٤٤
- (٧) ك^٢ + ٤ك + ٤ (٨) (م+ل)^٢ - ٦(م+ل) + ٩
- (٩) ١٦ - (م-ل)^٢ (١٠) ١ + (م-ن)^٢
- (١١) ٣٦ + (م+ن)^٢ (١٢) ٦ - (ك-ي)^٢ + ل + ٩
- (١٣) ٩ - (م-ل)^٢ (١٤) ١٦ - (٢-ل)^٢ + م + ٣٤
- (١٥) ٢٥ - (ب-ت)^٢ (١٦) ل^٢ + م^٢ + ن^٢ + م^٢ + ل^٢ + ن^٢ + م^٢
- (١٧) ل^٢ + م^٢ + ن^٢ - م^٢ - ل^٢ - ن^٢ + م^٢

الحالة الثالثة

١٣٠. فضلة مربعين أو الفرق بين مربعين

$$\text{مثال ١. } [٥ - (م - ل)] [٥ + (م - ل)] = ٢٥ - (م - ل)^2$$

$$(٥ - م - ل)(٥ + م - ل) =$$

$$\text{مثال ٢. } (٢ + ل + ن)^2 - (٢ + ل - ن)^2 = (٤ + ل + ن)$$

$$[(٢ + ل + ن) - (٢ + ل - ن)] [(٢ + ل + ن) + (٢ + ل - ن)] =$$

$$(٢ + ل + ن + ٢ + ل - ن)(٢ + ل + ن - ٢ - ل + ن) =$$

$$(٥ + ل + ن)(٧ + ل + ن) =$$

تمرين

جد اضلاع ما يأتي:

- (١) ٢٥ - ك^٤ ١٦
 (٢) ١٦ ل^٢ - م^٢ ٣٥
 (٣) ١٤٤ ك^٢ - ٤٩ ع^٢
 (٤) ١٢١ م^٢ - ٤ ل^٢
 (٥) ٨١ ل^٢ - م^٢ ٦٤
 (٦) ٤ م^٢ - ل^٢ ٦
 (٧) ٨ ك^٢ - ١ ع^٢
 (٨) ١٦ ك^٢ - ١
 (٩) (١ + ل)^٢ - ١
 (١٠) ل^٢ - (١ + م)^٢
 (١١) (١ - ل - م)^٢ - ٩
 (١٢) ٤ (ل - م)^٢ - ١
 (١٣) ٤ - (ب + ت)^٢
 (١٤) (ك - ع)^٢ - م^٢ ٤
 (١٥) ٤ (م + ن)^٢ - ٣٦
 (١٦) ٤ - (ل - م)^٢
 (١٧) ٨١ - ٢٥ (ك - ع)^٢
 (١٨) ٤ ل^٢ - (م + ن)^٢
 (١٩) (ل - م)^٢ - (م + ل)^٢
 (٢٠) (ل - م)^٢ - (م - ن)^٢
 (٢١) (ل - م)^٢ - (م + ل)^٢
 (٢٢) (ل - م)^٢ - (م - ن)^٢
 (٢٣) (ل - م)^٢ - (م + ل)^٢
 (٢٤) (ل - م)^٢ - (م - ن)^٢
 (٢٥) ل^٢ - آل م + م^٢ - ٩ ن^٢
 (٢٦) ل^٢ - م^٢ - م^٢ ن^٢
 (٢٧) ٩ ل^٢ - م^٢ - م^٢ ن^٢ - ١٦ ن^٢
 (٢٨) ك^٢ + ع^٢ + ٢ ك^٢ ع^٢ - ٩ ل^٢
 (٢٩) ك^٢ - م^٢ ٤ + ع^٢ + م^٢ ٢
 (٣٠) ك^٢ - ٢ ك^٢ ع^٢ + ع^٢ - ١٦ م^٢
 (٣١) ل^٢ - م^٢ - ١٢ م^٢ - ٣٦ ن^٢
 (٣٢) ك^٢ + ٢ ك^٢ ع^٢ + ع^٢ - ل^٢ - م^٢
 (٣٣) ك^٢ - ١ + ع^٢ - م^٢ + ٢ ك^٢ ع^٢
 (٣٤) ١ + ٢ ب^٢ + ٢ ب^٢ س^٢ - ل^٢ - س^٢ - ب^٢ + ل^٢

$$(٢٥) \quad \text{ل}^{\circ} - \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ر}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{م}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

$$(٢٦) \quad (\text{ل}^{\circ} + \text{م}^{\circ}) - (\text{ل}^{\circ} - \text{م}^{\circ})$$

$$(٢٧) \quad \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ر}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{م}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{م}^{\circ} - \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{م}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

تمرين للمراجعة

$$(١) \quad \text{ك}^{\circ} - \text{ك}^{\circ} \quad (٢) \quad \text{ك}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{ك}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + ١ \quad (٣) \quad \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + ١$$

$$(٤) \quad \text{ك}^{\circ} - \text{ك}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + ١ \text{ك}^{\circ} \quad (٥) \quad \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ}$$

$$(٦) \quad \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \quad (٧) \quad \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{ر}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

$$= \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{ر}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

$$= \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{ر}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

$$= \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{ر}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

$$= (\text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{ر}^{\circ} \text{ك}^{\circ}) (\text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{ر}^{\circ} \text{ك}^{\circ})$$

$$(٨) \quad \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} \quad (٩) \quad \text{ك}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ك}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

$$(١٠) \quad \text{ك}^{\circ} - \text{ك}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} \quad (١١) \quad \text{ل}^{\circ} + \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

$$(١٢) \quad \text{ل}^{\circ} \text{م}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{م}^{\circ} \quad (١٣) \quad \text{ل}^{\circ} + \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

$$(١٤) \quad \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} \quad (١٥) \quad \text{ل}^{\circ} - \text{ل}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{م}^{\circ} \text{ك}^{\circ}$$

المحالة الرابعة

١٣١. الكمية الثلاثية التي هي من شكل $\text{ك}^{\circ} + \text{ب}^{\circ} \text{ك}^{\circ} + \text{س}^{\circ}$

$$\text{مثال ١.} \quad \text{ك}^{\circ} - \text{ك}^{\circ} \text{ك}^{\circ} - \text{ك}^{\circ} \text{ك}^{\circ} = (\text{ك}^{\circ} - \text{ك}^{\circ}) (\text{ك}^{\circ} + \text{ك}^{\circ})$$

مثال ٢. $(ل - م) + (م + ل) = ٦ + (م + ل) = ٦ + (م + ل)$
 $(٢ + م - ل)(٢ + م - ل) =$

تمرين

جد اضلاع ما يأتي:

- | | |
|--|---|
| (٢) ك ^٢ - ٥ ك + ٦ | (١) ل ^٢ + ل + ٨ + ١٢ |
| (٤) ك ^٢ - ك - ١٢ | (٥) م ^٢ + م + ١٤ + ٢٢ |
| (٦) ل ^٢ م ^٢ - ٩ ل م + ١٨ | (٥) ل ^٢ + ل - ٥٦ |
| (٨) م ^٤ + م ^٢ - ٤٠ | (٧) ي ^٢ - ي - ٦٤ |
| (١٠) ك ^٢ - ٥ ك - ي ^٢ | (٩) ل ^٢ - ل - ٥٥ |
| (١٢) ل ^٢ م ^٢ - ١٢ م | (١١) م ^٤ - م ^٢ + ٨ |
| (١٤) ك ^٢ - ك - ي ^٢ - ٧ ي | (١٢) ك ^٢ + ١١ ك - ي ^٢ - ٦ ي |
| (١٥) ي ^٢ + (م + ل) + م + ل + ي ^٢ + (١٦) ي ^٢ - (٢ - ل) - ٦ ل | (١٧) (م + ل) - ٧ + (م + ل) + ١٠ |
| (١٨) (م + ل) - ٤ - (م + ل) - ٢١ - (ك + ي) - (ك + ي) - ٦ | (٢٠) (م + ل) + ١١ + (م + ل) + ٢٤ |
| (٢١) (م - ل) + ٢ - (م - ل) - ٢٨ | (٢٢) ١٦ - ٦٤ + (ك - ي) + (ك - ي) |

الحالة الخامسة

١٣٣. الكمية الثلاثية التي هي من شكل م ك^٢ + ب ك + س اي اذا كان مسمى أكبر قوة فيها غير الواحد الصحيح. وليمان استخراج اضلاعها نبدأ بما يأتي:

$$(1) \quad 2 + 5k + 2k^2 = 2 + k + k^2 + 4k + 2k^2 = (2+k)(1+k)$$

$$(2) \quad 4 + 9k + k^2 = 4 + k + 8k + k^2 = (4-k)(1+k)$$

$$(3) \quad 2k^2 - 10k + 15 = (2+k)(3-k)$$

$$10 - 7k +$$

$$(4) \quad 2k^2 - 10k + 15 = (2+k)(3-k)$$

$$10 - 7k -$$

وإذا دققنا النظر نجد ان الحاصل الثلاثي مؤلف من الحدود الآتية :

$$(1) \quad \text{الحمد الأول هو حاصل الأول في الأول مثل } 2k^2 \times k = 2k^3$$

$$(2) \quad \text{الحمد الثاني هو مجموع حاصل الأوسطين وحاصل الطرفين مثل } 4k$$

$$+ k = 5k$$

$$(3) \quad \text{الحمد الثالث هو حاصل الثاني في الثاني مثل } 2 \times 1 = 2$$

$$(4) \quad \text{إذا اتفق المضروبان بالعلامة التي تصل الأول بالثاني كان الحمد الثاني}$$

من الحاصل مثل العلامة نفسها والحمد الثالث إيجابياً

أما إذا اختلفا بالعلامة كان الحمد الثالث سلبياً والحمد الثاني نظيراً أكبر الحاصلين

الذين يتألف منها هو نفسه

١٣٣ . إذا طلب منا ان نحل كميات كالتالي على يسار المتطابقات في الامثلة

السابقة فاننا نجري عكس ما جربنا في طريقة تركيبها . وهذا نسطه في حل المثال

$$\text{الآتي الى اضلاع الأولية : } 12k^2 + 23k + 5$$

بما ان حاصل الحمدين الأولين $12k^2$ فيها $6k$ و $2k$ او $3k$ او $4k$ او $2k$ و

وبما ان حاصل الحمدين الأخيرين 5 فيها 5 و 1

وبما ان الحمد الثالث إيجابي فالعلامات متفقة وبما ان علامة الحمد الثاني "+"

فالعلامات ايجابية

نحرب اولاً (٢ ك + ٥) (٦ ك + ١) ومنها يكون الحد الاوسط ٢٢ ك فالاختيار
 اذاً غير صحيح . واذا ابدلنا ٥ وا بوضعها في غير المراكز التي وضعت فيها اولاً كان
 الحد الاوسط ١٦ ك وهذا ايضاً غير صحيح وعليه فالضلعان ٢ ك و ٦ ك يجب رفضها
 وكذلك يجب رفض ١٢ ك و ك
 والان نحرب (٢ ك + ٥) (٤ ك + ١) وبما ان الحد الاوسط يكون ٢ ك +
 ٢٠ ك = ٢٢ ك فالضلعان (٢ ك + ٥) (٤ ك + ١) هما المطلوبان

تبينه : يصعب على المتدري ان يستخرج الاضلاع المطلوبة لاول وهلة ويتعذر عليه ان
 يجدها بالسرعة التي يتوقها لنفسه ولكن كثرة التمرين على التحليل تمكنه من التغلب على تلك الصعوبة
 وتولد فيه السرعة المطلوبة

تمرين

جد اضلاع ما يأتي :

$$(١) \quad ٢ ك + ٥ + ٢ ك$$

$$(٢) \quad ٢ ك + ٧ + ٢ ك$$

$$(٣) \quad ٢ ك + ١١ + ٦ ك$$

$$(٤) \quad ١ + ٥ + ٦ ك$$

$$(٥) \quad ٥ + ٨ + ٢ ك$$

$$(٦) \quad ٤ + ٨ + ٢ ك$$

$$(٧) \quad ٤ + ٧ + ٥ ك$$

$$(٨) \quad ٤ + ٩ + ٥ ك$$

$$(٩) \quad ٤ + ٧ + ٥ ك$$

$$(١٠) \quad ٤ + ٧ + ٥ ك$$

$$(١١) \quad ٤ + ٧ + ٥ ك$$

$$(١٢) \quad ٤ + ٧ + ٥ ك$$

$$(١٣) \quad ٤ + ٧ + ٥ ك$$

$$(١٤) \quad ٤ + ٧ + ٥ ك$$

$$(١٥) \quad ٤ + ٧ + ٥ ك$$

$$(١٦) \quad ٤ + ٧ + ٥ ك$$

(١٧) $٤ + م١١ - ٢م٦$ (١٨) $٣م١٧ - ٢م١٧ + ٣$

(١٩) $٢ + ل١٩ - ٢ل٦$ (٢٠) $٢ + م١١ - ٢م١٤$

(٢١) $٨ - ل٩ - ٢م١٢ + م٤$ (٢٢) $٨ - ل١٠ + ٢ل٢$

الحلّ : بما ان علامة ٨ " - " فعلامتا الضلعين مختلفتان وبما ان الحد الاوسط + ١٠ ال فعلامه الجاصل الاكبر " + "

ضع الاقواس وجرب فيها اضلاع ل٢ و٨ مع العلامات اللازمة واخيراً تجد الجواب (٢-ل٢) (٤+ل)

(٢٣) $٢ - ل٥ + ٢ل٢$ (٢٤) $٢ - م٨ + ٢م٣$

(٢٥) $٦ - ٢م٧ + ٤م٧$ (٢٦) $٥ - ل٧ + ٢ل٦$

(٢٧) $٦ - م٧ + ٢م٥$ (٢٨) $٢ - م٥ + ٢م٣$

(٢٩) $١٦ - ل٢ + ٢ل٥$ (٣٠) $٢ - م١١ + ٢م٤$

(٣١) $١٥ - م٨ + ٢م١٢$ (٣٢) $١٠ - ل٢٤ + ٢ل٢٤$

بما ان علامة الحد الاخير " - " فعلامتا الضلعين مختلفتان وبما ان علامة الحد الاوسط " - " فعلامه الجاصل الاكبر " - "

ضع الاقواس وجرب فيها اضلاع ل٢٤ و١٠ مع العلامات اللازمة واخيراً تجد الجواب المطلوب (٥+ل٨) (٢-ل٢)

(٣٣) $٢ - ل٢ - ٢ل٢$ (٣٤) $٢ - م٢ - ٢م٢$

(٣٥) $٤ - م٥ - ٢م٥$ (٣٦) $١٥ - ل٧ - ٢ل٤$

(٣٧) $٢ - م٢ - ٢م٢$ (٣٨) $٢ - م٥ - ٢م٣$

(٣٩) $٢ - ل٢ - ٢ل٢$ (٤٠) $٦ - م٥ - ٢م٦$

(٤١) $١٢ \text{ اى } - ٦ \text{ سى} - ٦$ (٤٢) $١٤ \text{ اى} - ٢ \text{ لى} - ٢$

(٤٣) $٢١ \text{ م} - ٢ \text{ م} - ٢$ (٤٤) $٤٣ \text{ سى} - ١٩ \text{ لى} - ٦$

١٣٣ . طريقة ثانية لحل الشكل م ك + ب ك + س الى اضلاعه الاولى
يسهل حل الكمية المركبة الثلاثة الى اضلاعها بالتفريق والترتيب اذا استطعنا
ان نجد عددين صحيحين حاصلهما م س ومجموعها الجبري ب

تنبيه : اذا لم يكن من عددين صحيحين حاصلهما م س ومجموعها الجبري ب فالكمية اولية

ولبيان ذلك نحل بهذه الطريقة الامثلة التي حللناها قبلاً

مثال ٠١ $١٢ \text{ ك} + ٢٢ \text{ ك} + ٥$

الحل : م س - $١٢ \times ٥ - ٦٠$ وب - ٢٢ . واضلاع ٦٠ هي ١×٦٠ و ٥×١٢ و ٤×١٥
و ٣×٢٠ و ٢×٣٠ ولكن الضلعين اللذين مجموعهما ٢٢ هما ٢٠×٢
وعليه فنك سمي الحد الاوسط ٢٢ الى ٢٠ و ٢ ونكتب الكمية كما ياتي : $١٢ \text{ ك} + ٢ \text{ ك} + ٢٠ \text{ ك}$
 $+ ٥ - ٥ + ٢ \text{ ك} (٤ + ١) + ٥ (٤ + ١)$

$- (٤ + ١) (١ + ٢ \text{ ك}) (٥ + ٢ \text{ ك})$ وهونفس الجواب الذي وجدناه قبلاً

مثال ٠٢ $٢ \text{ سى} + ١٠ \text{ اى} - ٨$

الحل : م س - $٢ \times (٨ - ١) - ٢٤$ وب - ١٠ . واضلاع ٢٤ - ١٠×٢٤ و ٤×٦
و ٨×٢ و ١٢×٢ وبما ان الحاصل سلبى فعلامتا الضلعين مختلفتان ومجموعها الجبري $+ ١٠$ فما اذا
 $+ ١٢$ و - ٢

فاذا $٢ \text{ سى} + ١٠ \text{ اى} - ٨ - ٢ \text{ سى} + ١٢ - ٢ \text{ سى} - ٨$

$- ٢ \text{ سى} (٤ + ١) - (٤ + ١) (٢ - ٢ \text{ سى}) (٢ - ٢ \text{ سى})$

اذا شاء الاستاذ فيطلب من التلامذة حل بعض المسائل التي وردت في التمرين السابق على هذه
الطريقة وذلك لاجل الممارسة واللذة العقلية ولانها ترد كثيراً في حل المعادلات العالية ونظر ياما

الحالة السادسة

١٣٤ . مجموع مكعبين والفرق بينها

اذا قسمنا $ل^٢ + م^٢$ على $ل + م$ فالخارج يكون $ل - م$ و $ل + م$ واذا قسمنا $ل^٢ - م^٢$ على $ل - م$ فالخارج يكون $ل + م$ و $ل + م$ فإذا: $ل^٢ + م^٢ = (ل + م)(ل - م) + (ل + م)$ ول $ل^٢ - م^٢ = (ل - م)(ل + م)$

وعليه يمكننا ان نستنتج كيفية تحليل اي مقدار يمكن وضعه بشكل مجموع مكعبين

او فرقا

مثال ١ . $ك^٢ + ٢٧ = ك^٢ + ٣ = (ك + ٣)(ك - ٣) + ٣٠$ $(ك + ٣)(ك - ٣) =$ مثال ٢ . $٦٤ ل - ٢٧ م^٢ = (٤ ل - ٣ م)(٤ ل + ٣ م) + ٣٦ ل$ $+ (٤ ل + ٣ م)(٤ ل - ٣ م)$ $= (٤ ل + ٣ م + ٤ ل - ٣ م)(٤ ل - ٣ م)$

تمرين

جد اضلاع الكميات الآتية:

(١) $ك^٢ + ١$ (٢) $ك^٢ + ١$ (٣) $ك^٢ - ١$ (٤) $ك^٢ - ١$ (٥) $٨ ل - ١$ (٦) $٢٧ ل - ١$ (٧) $٦٤ ل - ١$ (٨) $٧ م^٢ - ١$ (٩) $ك^٢ + ٨ ل$

(١٠) $ل^٢ + م^٢$ (١١) $ل^٢ - م^٢$ (١٢) $ل٢٧ + م٢٧$

(١٣) $ل١٢٥ + م١٢٥$ (١٤) $ل٢١٦ - م٢١٦$ (١٥) $ل٢٤٣ - م٢٤٣$

(١٦) $ل٢٢ + م٢٢$ (١٧) $ل١٠٠٠ - م١٠٠٠$

(١٨) $ل٨ + م٨$ (١٩) $ل٦٤ + م٦٤$

(٢٠) $ل٤٤٣ + م٤٤٣$ (٢١) $ل١٠٠ - م١٠٠$

(٢٢) $ل٣٤٣ + م٣٤٣$ (٢٣) $ل٨ + م٨$

(٢٤) $ل٢٢ + م٢٢$ (٢٥) $ل٧٢٩ + م٧٢٩$

(٢٦) $ل٦٤ - م٦٤$ (٢٧) $ل٢٢ + م٢٢$

(٢٨) $ل٢٢ + م٢٢ = (ل٢ + م٢)(ل٢ - م٢)$ [انتبه لهذا الشكل]

(٢٩) $ل٢٢ - م٢٢ = (ل٢ + م٢)(ل٢ - م٢)$

[هذا يعامل اما معاملة الفرق بين مكعبين واما الفرق بين مربعين . ولافضل ان يعامل معاملة الفرق بين مربعين]

(٣٠) $ل٦٤ - م٦٤$ (٣١) $ل٦٤ + م٦٤$ (٣٢) $ل٦٤ - م٦٤$

(٣٣) $ل٦٤ - م٦٤$ (٣٤) $ل٦٤ - م٦٤$ (٣٥) $ل٦٤ - م٦٤$

(٣٦) $ل٦٤ - م٦٤$ (٣٧) $ل٦٤ - م٦٤$ (٣٨) $ل٦٤ - م٦٤$

(٣٩) $ل٦٤ + م٦٤$ (٤٠) $ل٦٤ - م٦٤$ (٤١) $ل٦٤ + م٦٤$

تمرين للمراجعة

جد اضلاع ما يأتي:

(٢) $ل٢ - م٢$

(١) $ل٦ + م٦$

(٤) $ل٢ + م٢$

(٣) $ل٤ + م٤$

- (٥) $ل٨ + ل١٦ + م٢$ (٦) $ك٢ + ك١ + ١$ (٧) $ل٢ - ل٢ + م٢$ (٨) $ك٢ - ك١ - ٦ + ك١$ (٩) $ك٢ + ك١$ (١٠) $ل١ - (م٢ + ن٢)$ (١١) $ل١٨ - ل١٩ + م١٨$ (١٢) $ك١ - ك٢$ (١٣) $ل١٨ + م١٨$ (١٤) $ك١٨ - ك٢٤$ (١٥) $٤(م٢ + ن٢) - ل١$ (١٦) $٢(م٢ + ن٢) + ١$ (١٧) $ك١٨ + ك٢١٦ + م١٨$ (١٨) $ك٢ - ك١ - ٨ + ك١ + ٨ + م١$ (١٩) $ل١ - ل٢ + ١ - ك١$ (٢٠) $٤٤٤ + ل١٤٤$ (٢١) $١ - م١٤ - م٢٤$ (٢٢) $م١٤ - م٢٤ - م٤٥$ (٢٣) $م١٧ - م٢٧ + ل١٧$ (٢٤) $م١٧ - (م٢ - م١)$ (٢٥) $ل١٢ - ل٢ + ١$ (٢٦) $م١ - ١$ (٢٧) $٤ل١٢ - ل١٢ + م١٢ + م١٩$ (٢٨) $ك١ - ك٢ - ك١ - ٢ + ك١ + ٢ + م١$ (٢٩) $ك١ + ك٢ + ك١ + ٨ + م١٨$ (٣٠) $ك١ - ك٢ - ٢٥٦$ (٣١) $ك١ - ك٢ - ١٦ + ك١٦ + م١٦$ (٣٢) $م١٧ - م١٧ - ٨$

١٣٥. ملاحظات :

$$(١) (ل١ - ل٢) + (م١ - ل١) = م١ + ل١$$

$$(ل١ - م١) + (م١ - ل١) = ل١ + م١ + م١$$

$$(ل١ - م١) + (م١ - ل١) = ل١ + ل١ + م١ + م١ + م١$$

هنا نرى ان المقسوم عليه (ل-م) وعلامات الخارج دائماً "+" ودليل حدود

المقسوم اما وترى او شفعي

$$\begin{aligned} (٢) \quad & (ل^١ + م^١) + (م + ل) = ل^١ - م^١ + ل + م \\ & (ل^٢ + م^٢) + (م + ل) = ل^٢ - م^٢ + ل + م \\ & (ل^٣ + م^٣) + (م + ل) = ل^٣ - م^٣ + ل + م \dots الخ \end{aligned}$$

هنا نرى ان المقسوم عليه دائماً (م + ل) وعلامات الخارج ايجابية وسلبية بالتبادل ودليل حدود المقسوم دائماً فردية

$$\begin{aligned} (٣) \quad & (ل^١ - م^١) + (م + ل) = ل - م \\ & (ل^٢ - م^٢) + (م + ل) = ل^٢ - م^٢ + ل + م \\ & (ل^٣ - م^٣) + (م + ل) = ل^٣ - م^٣ + ل + م \dots \end{aligned}$$

هنا نرى ان المقسوم عليه (م + ل) وعلامات الخارج ايجابية وسلبية بالتبادل ودليل حدّي المقسوم زوجية

(٤) الكميات الجبرية ل^١ + م^١ و ل^٢ + م^٢ و ل^٣ + م^٣ و... التي فيها الدليل زوجي وحدًا كل منها ايجابية لا تقبل القسمة ابداً على ل + م ولا على ل - م ويمكن تلخيص كل ما ذكر في هذا البند في ما يلي:

- (١) ل^د - م^د تقبل القسمة على ل - م اذا كانت د اي عدد صحيح
- (٢) ل^د + م^د تقبل القسمة على ل + م اذا كانت د اي عدد صحيح فردي
- (٣) ل^د - م^د تقبل القسمة على ل + م اذا كانت د اي عدد صحيح زوجي
- (٤) ل^د + م^د لا تقبل القسمة على ل + م ولا على ل - م اذا كانت د اي

عدد صحيح زوجي

١٣٦. مثال ١. جد اضلاع : ل^٤ + ل^٣ م + م^٢ م^٤. هذه الكمية ليست مربعاً تاماً ولكن يمكن جعلها كذلك باضافة ل^٣ م اليها وطرح ذات المتدار لتبقى قيمة

الكبيرة كما كانت عليه قبلاً وهذا يجعل شكلها كالفرق بين مربعين فنقول:

$$ل^٤ + م^٤ + ر^٤ - (ل^٢م^٢ + م^٢ر^٢ + ر^٢ل^٢) = (ل^٢ - م^٢)^٢ - (م^٢ - ر^٢)^٢$$

$$= (ل^٢ - م^٢ + م^٢ - ر^٢)(ل^٢ - م^٢ - م^٢ + ر^٢)$$

$$= (ل^٢ - ر^٢)(ل^٢ - م^٢)$$

$$= (ل^٢ - ر^٢)(ل^٢ - م^٢)$$

مثال ٢. جد اضلاع: $ل^٤ - ١٥ل^٢م^٢ + ٩م^٤$

$$ل^٤ - ١٥ل^٢م^٢ + ٩م^٤ = (ل^٢ - ٦م^٢)^٢ - (٣م^٢)^٢$$

$$= (ل^٢ - ٦م^٢ + ٣م^٢)(ل^٢ - ٦م^٢ - ٣م^٢)$$

$$= (ل^٢ - ٣م^٢)(ل^٢ - ٩م^٢)$$

$$= (ل^٢ - ٣م^٢)(ل^٢ - ٩م^٢)$$

وهذا النوع من تحليل الاضلاع مهم جداً استقدمه في حلّ بعض المعادلات العالمة

تمرين

جد اضلاع ما يأتي:

(١) $ب^٤ + ب^٢ت^٢ + ت^٤$ (٢) $ل^٤ + ل^٢م^٢ + م^٤$

(٣) $ك^٤ + ك^٢ي^٢ + ي^٤$ (٤) $م^٤ + م^٢ن^٢ + ن^٤$

(٥) $٢٥٦ + ل^٢م^٢ + م^٤$ (٦) $ل^٤ + ل^٢م^٢ + م^٤$

(٧) $م^٤ - م^٢ن^٢ + ن^٤$ (٨) $ك^٤ + ك^٢ي^٢ - ي^٤$

(٩) $ل^٤ + ل^٢م^٢ - م^٤$ (١٠) $ل^٤ + ل^٢م^٢ + م^٤$

(١١) $ل^٤ + ل^٢م^٢ + م^٤$ (١٢) $ل^٤ - ل^٢م^٢ + م^٤$

$$(٢٢) \quad \text{ل}^٢ + \text{م}^٢ + \text{ج}^٢ + \text{م} \quad (٢٣) \quad ١ + ٨١\text{ك}^١ - ١٨\text{ك}^٢$$

$$(٢٤) \quad \text{ك}^٢ + ١٢\text{ك}^١ - ٦٤ \quad (٢٥) \quad \text{ل}^٢ - ٥١٢\text{ل}^١$$

$$(٢٦) \quad \text{ل}^٢ - \text{م}^٢ - ١٢\text{ل} + \text{م} + ٢٦$$

$$(٢٧) \quad \text{ك}^١ - \text{ك}^٢ - ٢ \quad (٢٨) \quad ٣\text{ل}^٢ - \text{م}^٢ - \text{ل}^٢ - ٤\text{ل}^١$$

$$(٢٩) \quad \text{ك}^٢ - \text{ك}^١ - ١٢ \quad (٤٠) \quad ٢ - ٢\text{ي} + ٢\text{ي}^٢ - ٢\text{ي}^٣$$

$$(٤١) \quad ٤(\text{م} - \text{ل}) - ٦(\text{م} - \text{ل}) - ١ - ٨$$

$$(٤٢) \quad ٤(\text{م} + \text{ل}) - ٤\text{ن} - ١ - (\text{م} - \text{ل})$$

$$(٤٣) \quad ٤(\text{م} + \text{ل}) + ٢(\text{م} - \text{ل}) \quad (٤٤) \quad \text{م} - ٤ - \text{د} + \text{م} - ٢$$

$$(٤٥) \quad ٤(\text{م} + \text{ل}) + \text{م} + \text{ل} \quad (٤٦) \quad \text{ل}^٢ - \text{م}^٢ + ٩\text{م} + ٢$$

$$(٤٧) \quad ١ + ٢\text{ل} + ٢\text{ل}^٢ + \text{ل}^٣ - ١ \quad (٤٨) \quad ١ + ٢\text{ل} + ٢\text{ل}^٢ + \text{ل}^٣$$

$$(٤٩) \quad ٢٧ + \text{ك} + ٢٧ + ٢٧$$

$$(٥٠) \quad \text{ك}^٢ + \text{ك}^١ + \text{ك}^٢ - ١ \quad (٥١) \quad \text{ك}^٢ + \text{ك}^١ + \text{ك}^٢ + \text{ل}^٢ - \text{ل}^٢$$

١٣٧. العاد الأكبر لكتبتين أو أكثر هو التسمية الأعلى درجة التي تقسم

كلًا منها بدون باق. أي أكبر ضلع مشترك بينهما جميعًا

قد بسطنا في النم الأول كيفية استخراج العاد الأكبر للكميات البسيطة والتي
يسهل حلها إلى اضلاعها الأولية. ولكن إذا تم ذلك فإننا نعود إلى طريقة مشابهة
للطريقة التي استعملناها في الحساب لاستخراج العاد الأكبر بين عددين أو أكثر كما
تري في المثالين الآتيين:

مثال ١. ما هو العاد الاكبر لـ $٨ل^٢ - ٢ل - ٥٣ - ٢٩$ و $٤ل^٢ - ٢ل - ٢٤ - ٩$

٢	ل	$٤ل^٢ - ٢ل - ٢٤ - ٩$ $٤ل^٢ - ٢ل - ٢٤ - ٩$	$٨ل^٢ - ٢ل - ٥٣ - ٢٩$ $٨ل^٢ - ٢ل - ٥٣ - ٢٩$	٢
٢	ل	$٢ل^٢ - ٢ل - ٩$ $٢ل^٢ - ٢ل - ٩$	$٤ل^٢ - ٥ - ٢١$ $٤ل^٢ - ٦ - ١٨$	٢
٢	ل	$٢ل^٢ - ٢ل - ٩$ $٢ل^٢ - ٢ل - ٩$	$٢ل^٢ - ٦ - ١٨$ $٢ل^٢ - ٦ - ١٨$	٢

فاذا العاد الاكبر لـ ٢

الشرح: رتبنا كلا من الكيتين المفروضتين حسب القوة النازلة [او الصاعدة] لحرف ل. وبما ان درجة الحد الاول في كل من الكيتين واحدة فقد جعلنا الكمية التي مسي حدها الاول اكبر مقسوماً والثانية مقسوماً عليها ورتبنا العمل في خانات او اعمدة متوازية كما هو مبين آنفاً ثم قسمنا ووضعنا خارج النسبة ٢ على بين المقسوم. وبعد الضرب والطرح وجدنا الباقي $٤ل^٢ - ٥ - ٢١$ فجعلناه مقسوماً عليه والمقسوم عليه الاول مقسوماً ووضعنا الخارج ل على يساره فكان الباقي $٢ل^٢ - ٢ل - ٩$. وهذا جعلناه مقسوماً عليه ووضعنا الخارج ٢ على بين المقسوم ثم جعلنا الباقي الاخير لـ ٢ مقسوماً عليه واجرينا النسبة فلم يبقَ باقٍ فهو اذا العاد الاكبر المطلوب

مثال ٢. جد العاد الاكبر لـ $٤ل^٢ + ١٥ل + ٥٥ + ١٠ + ٢ل + ٢$ و $٤ل^٢ + ٩ل + ١٤ + ٣$

	$٢ + ١٤ + ٢١ + ٢٧ + ٣٤ + ٤١$	$٢ + ١٠ + ٢٠ + ٣٠ + ٤٠ + ٥٠$	
	٢	٢	
٢٢	$١ + ٤٢ + ٢٧ + ٦٤ + ١٠ + ٣٠ + ٦٤ + ١٠ + ٣٠ + ٦٤$	$٤ + ٢٠ + ٦٤ + ١٠ + ٣٠ + ٦٤ + ١٠ + ٣٠ + ٦٤$	
	$١٠ - ٢٤٤ - ٢٠ + ٦٤ + ١٠ + ٣٠ + ٦٤$	$٢٧ + ٦٤ + ١٠ + ٣٠ + ٦٤$	
	$١ + ٥٢ + ٢٤٤ + ٧$	$٢ - ٢٢ - ١٠ + ٢٢$	٣٢
	٢	$٢ + ١٠ + ٢٠ + ٣٠$	
	$٧٢٧ + ١٠٦ + ٢٢٢ + ٢٢١$	$٥ - ٢٥ - ٢٥ - ٥$	٥-
	$٢٥ - ١٠٤ - ٢٧٠ + ٢٢١$	$٥ - ٢٥ - ٢٥ - ٥$	
	$٦٢ + ٢١٠ + ٢٦٢$		
	٦٢ +		
	$١ + ٥ + ٢٦$		

فاذا العاد الاكبر $١ + ٥ + ٢٦$

الشرح . رتبنا العمل كما في المثال السابق وبما ان مسميات المحدثين الاولين اوليان ولا يمكن قسمتها بدون باق فاجتنبنا لوجود الكسور في الخارج ضربنا المقسوم في ٢ كما رأيت . ثم قسمنا فكان الخارج ٢ كتبناه على بين المقسوم ثم جعلنا المقسوم عليه مقسوماً بعد ضربه في ٢ . وضربنا الباقي كذلك في ٢ وقسمنا الباقي الثالث على ٦٢ وهذا كله اجتناباً للكسر في الخارج وجعلنا الخارج $١ + ٥ + ٢٦$ مقسوماً عليه وبما انه لم يبق باق فهو العاد الاكبر المطلوب

١٣٨ . والطريقة المذكورة آنفاً لاستخراج العاد الأكبر تنوقف على المبادئ

الآتية :

(١) اذا كان لكمية ضلع ما فهو ضلع معدودها اي اذا كانت د ضلعاً للكمية

د م فهي ضلع ل د م

(٢) اذا كان لكميتين ضلع مشترك فانه يقسم مجموعها وفضلتها ويقسم ايضاً

مجموع وفضلة اي معدود كان من معدوداتها

اي ان د الضلع المشترك بين د م و د ن ضلع مشترك بين د م + د ن وكذلك

ضلع مشترك بين د م + د ن ي

(٣) يجوز ضرب او قسمة احدي الكهيتين او اي باق ينتج اثناء العمل في اي

عدد كان بشرط ان لا يكون ضلعاً مشتركاً بين الكهيتين الاصلتين . ففي المثال الاخير

ضربنا في ٢ و ٣ و قسمنا على ٦٢ لان هذه الاعداد ليست ضلعاً مشتركاً بين الكهيتين

وشرح هذه الطريقة والتبسط في من خصائص كتب الجبر العالمة ولذلك

اقتصرنا على ذكرها وشرح طريقة العمل بها

١٣٩ . لاستخراج العاد الأكبر لاكثر من كهيتين بهذه الطريقة نجد اولاً العاد

الأكبر للكمية الاولى والثانية ثم نجد العاد الأكبر لهذه النتيجة والكمية الثالثة وهكذا الى آخر

الكهيات المفروضة فالعاد الأكبر الاخير هو المطلوب

١٤٠ . المعدود الاصغر . اذا كانت الكهيات المفروضة كبيرة ولا يمكن معرفة

اضلاعها الاولية بسهولة فطريقة العمل لاستخراج المعدود الاصغر كما يأتي

نجد العاد الأكبر لكميتين بالطريقة المذكورة آنفاً وبعدها نستخرج الاضلاع الاولى لكل منها بالقسمة على العاد الأكبر. ثم نستخرج العدود الاصغر للكميتين كما فعلنا سابقاً وبعدهُ نستخرج العدود الاصغر بينه وبين الكمية الثالثة وهلمَّ جراً الى آخر الاعداد المفروضة

مثال ١. جد العدود الاصغر لـ $ك^٢ + ك - ٢$ و $ك^٢ + ٢ك - ٢$ و $ك^٢ + ٢ك - ٢$

العاد الأكبر لـ $ك^٢ + ك - ٢$ و $ك^٢ + ٢ك - ٢$ هو $١ - ك$

فاذا $ك^٢ + ك - ٢ = (١ - ك)(ك^٢ + ٢ك - ٢)$

$ك^٢ + ٢ك - ٢ = (١ - ك)(ك^٢ + ٢ك - ٢)$

العدود الاصغر - $(١ - ك)$ $(ك^٢ + ٢ك - ٢)$ $(ك^٢ + ٢ك - ٢)$

تمرين

جد العاد الأكبر والعدود الاصغر لما يأتي:

$$(١) \quad م^٢ + ٢م - ١٠ + م^٢ + ١٠ - م^٢ + ١٠ - م + ٨$$

$$(٢) \quad ل^٢ - ٥ل - ١٤ + ل + ٤٠ + ل - ٦ل - ١٦ + ل + ٨٦ + ٣٥$$

$$(٣) \quad س^٢ + ٢س - ٨ - س + ١٦ - س + ٢س - ٨ - س + ٢٤$$

$$(٤) \quad م^٢ + ٤م - ٢٠ - م + ٢٠ - م + ٦م - ٢٥ - م + ٣٠$$

$$(٥) \quad ل^٢ - ل - ٥ - ل + ٣ - ل - ٤ - ل + ١١ - ٦$$

$$(٦) \quad ٩ - ٢٠ + ٢١ - ٢٢ + ٢٣ - ٢٤ + ٢٥ - ٢٦ + ٢٧ - ٢٨ + ٢٩ - ٣٠$$

$$(٧) \quad ٢٥ + ٢٦ - ٢٧ + ٢٨ - ٢٩ + ٣٠ - ٣١ + ٣٢ - ٣٣ + ٣٤ - ٣٥ + ٣٦ - ٣٧ + ٣٨ - ٣٩ + ٤٠$$

$$(٨) \quad ١ - ٢ + ٣ - ٤ + ٥ - ٦ + ٧ - ٨ + ٩ - ١٠ + ١١ - ١٢ + ١٣ - ١٤ + ١٥ - ١٦ + ١٧ - ١٨ + ١٩ - ٢٠$$

$$(٩) \quad ٩ - ٢٠ + ٢١ - ٢٢ + ٢٣ - ٢٤ + ٢٥ - ٢٦ + ٢٧ - ٢٨ + ٢٩ - ٣٠ + ٣١ - ٣٢ + ٣٣ - ٣٤ + ٣٥ - ٣٦ + ٣٧ - ٣٨ + ٣٩ - ٤٠$$

$$(١٠) \quad ١ - ٢ + ٣ - ٤ + ٥ - ٦ + ٧ - ٨ + ٩ - ١٠ + ١١ - ١٢ + ١٣ - ١٤ + ١٥ - ١٦ + ١٧ - ١٨ + ١٩ - ٢٠$$



ضلع

المفتاح

$$\frac{18 \text{ م}^2 \text{ ن}^2}{20 \text{ م}^2 \text{ ن}^2} - \frac{9}{10} = \frac{2 \text{ م}^2 + 2 \text{ م}^2}{2 \text{ م}^2 + 2 \text{ م}^2} \quad \text{مثال ٢. اختزل}$$

حل الصورة والمخرج الى اضلاعها الاولى فيكون لنا

$$\frac{1+m}{1-m} = \frac{(1+m)}{(1-m)}$$

١٤٣ . الاعلاط التي يجب اجتنابها في عملية الاختزال

$$(1) \quad \frac{\text{حل م (ك + م)}}{\text{حل م (ك - م)}}$$

وهذا خطأ محض لانه اذا قسمنا كمية ما على نفسها (ما عدا الصفر) فالمخرج ا . فدفعاً لاجتناب هذا الخطأ نكتب المخرج وهو ا فوق الضلع المشطوب وتكون النتيجة

$$1 - \frac{1}{1} = \frac{1 \times 1}{1 \times 1}$$

$$(2) \quad \frac{6}{7} = \frac{2+4}{7} = \frac{2+4}{7}$$

وهذا خطأ سببه قلة الاهتمام وعدم المبالاة . لانه لا يجوز ان نشطب اضلاع المخرج مقابل حدود الصورة . والواجب يقضي ان نسم كلاً من الصورة والمخرج على ضلع مشترك . وبكلام آخر نشطب الاضلاع المشتركة في الصورة والمخرج فقط ولا نخلط بين الاضلاع والمحدود كما في المثال السابق

تمرين خطي

اجب ما استطعت شفاهاً

اختزل ما يأتي

$$(1) \quad \frac{8}{ك} , \frac{6}{ب} , \frac{٤}{٢١} , \frac{٩}{١٢} , \frac{١}{٢٠} , \frac{٢١}{٢٤} , \frac{٢}{٢} , \frac{٦}{٨} , \frac{٦}{ب} , \frac{٦}{ك}$$

$$(2) \quad \frac{٢}{ك} , \frac{٤}{ب} , \frac{٦}{٢١} , \frac{٩}{١٢} , \frac{١}{٢٠} , \frac{٢١}{٢٤} , \frac{٢}{٢} , \frac{٦}{٨} , \frac{٦}{ب} , \frac{٦}{ك}$$

$$(3) \quad \frac{٢}{١٢} , \frac{٨}{١٦} , \frac{٦}{١٢} , \frac{٥}{١٥} , \frac{٧}{١٧} , \frac{١٨}{١٨} , \frac{٨}{١٦} , \frac{٦}{١٢} , \frac{٥}{١٥} , \frac{٧}{١٧}$$

$$(4) \quad \frac{٤(٢+٢)}{٨(٢+٢)} , \frac{٥(٢+٢)}{٧(٢+٢)} , \frac{٥(٢+٢)}{٧(٢+٢)}$$

$$(7) \quad \frac{٢(٢+٢)}{٢(٢+٢)} , \frac{٦(٢+٢)}{٨(٢+٢)} , \frac{٤(٢-٢)}{١٢(٢-٢)}$$

$$(10) \quad \frac{٢-٢}{(٢+٢)} , \frac{٢-٢}{(٢+٢)} , \frac{٢-٢}{(٢+٢)}$$

$$\frac{١٦ + ٢ل}{١٢ - ٢ل} \quad (١٥) \quad \frac{٤٥(ك-١)}{١٨(ك-١)} \quad (١٤) \quad \frac{٨(١-ل)}{١٢-١ل} \quad (١٦)$$

$$\frac{١+ل}{٢+ل+٢ل} \quad (١٧) \quad \frac{٢-ك}{٢-ك-٢} \quad (١٨)$$

$$\frac{٤+ك}{٤م+٤} \quad (١٩) \quad \frac{٢-٢}{(١+٢)(٢-٢)} \quad (٢٠)$$

$$\frac{١٢(٢+ل)(٢-ل)}{١٢+٤ل} \quad (٢١) \quad \frac{٢ل+٢ل}{٢ل-٢ل} \quad (٢٢)$$

ضع بدلاً من علامة الاستفهام الصورة المطلوبة في الكسور الآتية:

$$\frac{?}{١٥} = \frac{٢}{١٢} \quad , \quad \frac{?}{٦} = \frac{٥}{١٢} \quad (٢٣)$$

$$\frac{?}{٢-٢ل} = \frac{٢}{٢+ل}$$

(٢٣) ما قيمة الكسر $\frac{٤+٢}{٤+٨}$ الحقيقية ؟ ماذا تصبح قيمة الكسر اذا شطب ٤ من الصورة والمخرج ؟ هل يجوز اذا ان تخطب ٤ ؟

(٢٤) اي الكسور يجوز لك ان تخطب ٧ من صورتها ومخرجها ؟

$$\frac{٢٧}{٧٧} , \frac{٧}{٧+٢} , \frac{٧ \times ٥}{١٣+٧} , \frac{٢٧}{(٧+١)٧} , \frac{٧+٧}{٧+٢} , \frac{٧+٥}{٧+١١}$$

(٢٥) اي الكسور الآتية يجوز لك ان تشطب منها م؟

$$\frac{٢٢}{٢٢} , \frac{٢٢}{٢٢} , \frac{٥-٢}{٥+٢} , \frac{٢}{٢} , \frac{٢+٢}{٢+٢}$$

٢. تحويل الكسر الغير الحقيقي الى صحيح او كمية منتهية

١٤٤. الكسر الحقيقي هو ما كانت درجة صورته اقل من درجة مخرجه

$$\frac{١-٢}{١+٢}$$

١٤٥. الكسر الغير الحقيقي هو ما كانت درجة صورته مساوية لدرجة

$$\frac{١-٢}{١+٢} \text{ و } \frac{١-٢}{١+٢}$$

وبما ان الكسر عبارة عن قسمة عدد على آخر فلاجل تحويل الكسر الغير الحقيقي

الى صحيح او كمية منتهية تقسم الصورة على المخرج واذا بقي باق فاننا نضعه فوق المخرج

$$\text{مثال ١. } \frac{٢}{٧} = \frac{٢}{٧} + \frac{٢}{٧} = \frac{٢+٢}{٧}$$

$$\text{مثال ٢. } \frac{٢}{٢} + ٢ - ٧ = \frac{٢+٢}{٢}$$

لا تنس ان خط الكسر حاصر. وعليه اذا كانت علامة الحد الاول من الباقي " - " وسبقت
الخط فانه يجب تغيير علامات مائر الحدود قبل وضعها فوق المخرج

$$\text{مثال ٢.} \quad \frac{2+ل}{2ل٧} - 2+م - \frac{2-ل-2-ل-2+ل٤+2م٢ل٧}{2ل٧}$$

تمرين

اجب ما استطعت شفاهاً

حول الكسور الآتية الى صحیح او الى كميات ممتزجة:

$$(١) \quad \frac{٢٣}{١٩}, \frac{١٨٧}{١٧}, \frac{٧٥}{١٥}, \frac{١٢١}{٩}, \frac{٣٣}{٥}, \frac{١}{٢}$$

$$(٢) \quad \frac{٢}{٢}, \frac{٨}{٢ل}, \frac{٢م٢ل٤}{٢م٢ل٤}, \frac{٢م٢ل٤}{٢م٢ل٤}, \frac{٢م٢ل٤}{٢م٢ل٤}, \frac{٢م٢ل٤}{٢م٢ل٤}$$

$$(٣) \quad \frac{٥+٤}{٢ل}, \frac{٢+٢م}{٢م}, \frac{٢م٢ل٦-٢ل٧}{٢م٢ل٦}, \frac{٢م٢ل٦+٢ل٧}{٢م٢ل٦}$$

$$(٤) \quad \frac{٩-٢م٢ل٤}{٢ل٣}, \frac{٤+٢ل٣}{٤ل}, \frac{٨+٢م١٠}{٢م١٠}$$

$$(٥) \quad \frac{٢ل٤-٢ل٤+٢ل٤}{٢ل٣}, \frac{٢م٢ل٦-٢م٢ل٦}{٢م٢ل٦}$$

$$(٦) \quad \frac{\overset{٢}{ك} - \overset{٢}{ي}}{\overset{٢}{ك} + \overset{٢}{ي}} \quad , \quad \frac{\overset{٢}{ك} - \overset{٢}{ي}}{\overset{٢}{ك} - \overset{٢}{ي}} \quad , \quad \frac{\overset{٢}{ك} - \overset{٢}{ي}}{\overset{٢}{ك} + \overset{٢}{ي}} \quad , \quad \frac{\overset{٢}{ك} - \overset{٢}{ي}}{\overset{٢}{ك} - \overset{٢}{ي}}$$

$$(٧) \quad \frac{\overset{٢}{ل} + \overset{٢}{ج} - ١٧}{\overset{٢}{ل}} \quad , \quad \frac{\overset{٢}{ك} + \overset{٢}{ي}}{\overset{٢}{ك} - \overset{٢}{ي}} \quad , \quad \frac{\overset{٢}{ك} + \overset{٢}{ي}}{\overset{٢}{ك} + \overset{٢}{ي}}$$

$$(٨) \quad \frac{\overset{٢}{ل} - ١٣ + ٢}{\overset{٢}{ل} - ٤} \quad (٩) \quad \frac{\overset{٢}{م} - ١٥ + ٥٦}{\overset{٢}{م} - ٨}$$

٣. تحويل الصحيح او الكمية المتزجة الى كسر

١٤٧. بجول الصحيح او الكسر المتزج الى كسر غير حقيقي بضرب الصحيح في مخرج الكسر واطافة الصورة الى الحاصل ووضع المجموع فوق المخرج

$$\text{مثال ١.} \quad ٤\frac{٢}{٥} = \frac{٢ + ٥ \times ٤}{٥} = \frac{٢ + ٢٠}{٥} = \frac{٢٢}{٥}$$

$$\text{مثال ٢.} \quad ١ - \overset{٢}{م} = \frac{\overset{٢}{م}}{١ + \overset{٢}{م}} \quad ; \quad \frac{\overset{٢}{م}}{١ + \overset{٢}{م}} - ١ = \frac{\overset{٢}{م} - (١ + \overset{٢}{م})}{١ + \overset{٢}{م}} = \frac{\overset{٢}{م} - ١ - \overset{٢}{م}}{١ + \overset{٢}{م}} = \frac{-١}{١ + \overset{٢}{م}}$$

$$\therefore \quad ١ - \overset{٢}{م} = \frac{\overset{٢}{م}}{١ + \overset{٢}{م}} - ١ = \frac{\overset{٢}{م} - (١ + \overset{٢}{م})}{١ + \overset{٢}{م}} = \frac{\overset{٢}{م} - ١ - \overset{٢}{م}}{١ + \overset{٢}{م}} = \frac{-١}{١ + \overset{٢}{م}}$$

تمرين

اجب ما استطعت شفاهاً

حول ما يأتي الى كسر غير حقيقي:

(١) $1\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{3}$, $3\frac{3}{4}$, $4\frac{4}{5}$, $5\frac{5}{6}$, $6\frac{6}{7}$, $7\frac{7}{8}$, $8\frac{8}{9}$, $9\frac{9}{10}$

(٢) $2 + \frac{3}{4}$, $5 + \frac{2}{3}$, $ك + \frac{٢}{٣}$, $ك - \frac{٢}{٣}$

(٣) $٧ + \frac{٤}{٥}$, $٥ - \frac{٩}{٥}$, $٧ + \frac{١٠}{٧}$, $١ - \frac{٥}{٦}$

(٤) $٢ + \frac{٢}{٣}$ (٥) $٢ - \frac{٢}{٣}$

(٦) $١ + \frac{١}{٣}$ (٧) $٢ - \frac{٢}{٣}$

(٨) $٢ - \frac{٢}{٣}$ (٩) $ك + \frac{٢}{٣}$

(١٠) $ك - \frac{٢}{٣}$ (١١) $٢ - \frac{٢}{٣}$

(١٢) $٢ + \frac{٢}{٣}$ (١٣) $١ - \frac{٢}{٣}$

(١٤) $٢ - \frac{٢}{٣}$ (١٥) $١ + \frac{٢}{٣}$

٤. التحويل الى مخرج اصغر مشترك (التجسيم)

١٤٧. الكسور التي لها ذات المخرج يقال لها كسور متجانسة مثل $\frac{٢}{٤}$ و $\frac{٣}{٤}$

$\frac{٢}{٤}$ و $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٥}{٤}$

١٤٩ . نحول الكسور الى مخرج اصغر مشترك باستخراج العدود الاصغر لجميع الخارج ثم نقسم هذا العدود الاصغر على كل مخرج بالتتابع ونضرب حدي الكسر (صورته ومخرجه) في خارج قسمة العدود الاصغر على مخرج الكسر وهاك بيان العمل :

(١) حول $\frac{٢٢ل٢}{٢ك٢ي}$ و $\frac{٢ل٢}{٢ك٢ي}$ الى المخرج الاصغر المشترك

المخرج الاصغر المشترك - ٦ك٢ي . اقسام ٦ك٢ي على ٢ك٢ي - ٣ي . اضرب صورة ومخرج $\frac{٢ل٢}{٢ك٢ي}$ في ٣ي - $\frac{٢٢ل٢}{٢ك٢ي}$. ثم اقسام ٦ك٢ي على ٢ك٢ي - ٣ك . اضرب صورة ومخرج $\frac{٢ل٢}{٢ك٢ي}$ في ٣ك ينتج $\frac{٢٢ل٢}{٢ك٢ي}$

$$\text{مثال ٢. حول } \frac{ك-ي}{ك+٢ك٢ي+٢} \text{ و } \frac{ك}{ك+٢ك٢ي+٢}$$

حل الخارج الى اضلاعها وجد معدودها الاصغر الذي هو (ك+ي) (ك+٢ي) (٢ك+ي)

$$\frac{ك-ي}{ك+٢ك٢ي+٢} - \frac{(ك-ي)(ك+٢ي)}{(ك+٢ي)(٢ك+ي)}$$

$$\frac{ك}{ك+٢ك٢ي+٢} - \frac{ك(ك+٢ي)}{(ك+٢ي)(٢ك+ي)}$$

اطلب من التلميذ ان يقدم الشرح الكافي لحل العمل

مثال ٢٠ حول $\frac{ل}{ل-م}$ او $\frac{م}{ل-م}$ الى المخرج الاصغر المشترك

يتبادر الى ذهن الطالب عند رؤيته هذا السؤال (وما شابهه) لأول مرة ان المخرجين مختلفين والمحقيقة غير ذلك . لان $\frac{م}{ل-م} = \frac{ل}{ل-م}$ وكذلك $\frac{ل}{ل-م} = \frac{م}{ل-م}$.

فاذا اتخذنا ل- م مخرجاً كان الجواب $\frac{ل}{م-ل}$ و $\frac{ل-م}{م}$ وإذا اتخذنا م- ل مخرجاً كان الجواب $\frac{ل-م}{م}$ و $\frac{ل}{م-ل}$. فعلى الطالب ان يثبت ان هذا الامر لانه يسهل العمل ويعرف الوقت

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شناها

حول الكسور الآتية الى المخرج الاصغر المشترك:

$$(١) \quad \frac{١}{٢} \text{ و } \frac{١}{٤} \text{ و } \frac{١}{٦} ; \frac{١}{٤} \text{ و } \frac{١}{٥} \text{ و } \frac{١}{٨} ; \frac{١}{٨} \text{ و } \frac{١}{١٠} \text{ و } \frac{١}{١٢}$$

$$(٢) \quad \frac{١}{ل} \text{ و } \frac{٢}{م} ; \frac{٧}{م} \text{ و } \frac{٨}{ن} ; \frac{٩}{ك} \text{ و } \frac{٤}{ك}$$

$$(٣) \quad \frac{٦}{م} \text{ و } \frac{٧}{ل} ; \frac{٢}{ل} \text{ و } \frac{٤}{م} \text{ و } \frac{٦}{ن} ; \frac{٢}{م} \text{ و } \frac{٣}{ن}$$

$$(٤) \quad \frac{ك}{ك+ي} \text{ و } \frac{ي}{ك-ي} \quad (٥) \quad \frac{٢}{٢+ل} \text{ و } \frac{٤}{٦+ل}$$

$$(٦) \quad \frac{ب}{ك+ي} \text{ و } \frac{ت}{ك+ي} \quad (٧) \quad \frac{٤}{١+ل} \text{ و } \frac{٥}{١-ل}$$

$$(٨) \quad \frac{ك-ل}{ك+ي} \text{ و } \frac{٤}{ك+ي} \quad (٩) \quad \frac{ل}{٢+ل} \text{ و } \frac{٥}{٦+ل}$$

$$\frac{m+1}{m-1} \quad (11) \quad \frac{m^2}{m^2+m} \text{ و } \frac{m^2}{m^2-m} \quad (10)$$

$$\frac{m}{m+n} \quad (12) \quad \frac{1}{m-1} \text{ و } \frac{1}{m-2} \quad (13) \quad \frac{m-1}{m+1} \text{ و}$$

$$\frac{1}{m-2} \quad (14) \quad \frac{2}{m+1} \text{ و } \frac{2}{m-1} \quad (15) \quad \frac{m}{m-2} \text{ و}$$

$$\frac{m+1}{m-2} \quad (16) \quad \frac{1}{m+1} \text{ و } \frac{1}{m} \text{ و } \frac{1}{m+1} \quad (17) \quad \frac{2}{1-m} \text{ و}$$

$$\frac{2}{m^2+m} \quad (18) \quad \frac{2}{m^2+m} \text{ و } \frac{2}{m^2-m} \quad (19) \quad \frac{m-1}{m^2+m}$$

$$\frac{2-m}{m+1} \text{ و } \frac{m+2}{m-2} \text{ و } \frac{m+2}{m-2} \quad (20)$$

$$\frac{m}{m^2-2} \text{ و } \frac{m}{m^2+2} \text{ و } \frac{2}{m-1} \quad (21)$$

جمع الكسور وطرحها

١٥٠. لجمع الكسور او طرحها تتبع الاسلوب الآتي:

١. تحويل الكسور الى كسور مساوية لما في القيمة وتكون مخارجها المخرج الاصفر المشترك
٢. تجميع الصور وتكتب فوق المخرج الاصفر المشترك. ويجب تغيير علامات حدود صورة الكسر الذي يكون سبوقاً بالاً عند نزع خطه وجملة مع غيره فوق خط واحد

٢. اخيراً نصلح ونختزل الكسر

مثال ١.
$$\frac{٧٦}{٢١٥} - \frac{٤}{٥٥} + \frac{٢٢}{٥٥}$$

وهو الجواب
$$= \frac{٢٤٢ - ١٢ + ٢٧٦}{٢١٥}$$

مثال ٢.
$$\frac{١}{١-١} + \frac{١}{١+١} + \frac{١}{١-١}$$

$$= \frac{١(١+١) + ١(١-١) + ١(١+١)}{١-١}$$

$$= \frac{٢ - ١ + ٢}{١} = \frac{٣}{١}$$

$$(٢) \quad \frac{٢٢-٧}{١٤} - \frac{٤٠-٤}{٦} \quad \text{مثال ٢}$$

$$(١) \quad \frac{(٢٢-٧)٢ - (٤٠-٤)٢}{٤٢} =$$

$$(١١) \quad \frac{٢٢٢-١٤}{{}^{+٤٢} \quad (١١) \quad + \quad ٤٢} = \frac{٤٢٠-٢٨-١٤}{٤٢} =$$

$$(١١) \quad \frac{٢١-٧}{٢١} = \frac{(٢١-٧)٢}{٤٢} =$$

تمرين كتابي

$$(٥١) \quad \text{اجب ما استطعت شفاهاً}$$

$$(٧١) \quad \text{ابسط ما يأتي:}$$

$$(١) \quad \frac{٧}{١٠} - \frac{٢}{١٠}; \quad \frac{١}{٨} - \frac{١}{٢}; \quad \frac{٧}{٦} + \frac{٢}{٤}; \quad \frac{١}{٤} + \frac{١}{٢}$$

$$(١١) \quad \frac{١}{٤٤} - \frac{١}{٤٢}; \quad \frac{٢}{٣} - \frac{٢}{٤}; \quad \frac{٢}{٦} - \frac{٢}{٣}; \quad \frac{١}{٤} + \frac{١}{٢}$$

$$(٣) \quad \frac{١}{٣} - \frac{١}{٢}; \quad \frac{٢}{٥} + \frac{٢}{٣}; \quad \frac{١}{٦} + \frac{١}{٢}$$

$$(١٧) \quad \frac{٢-١}{٣} + \frac{٢+١}{٢}; \quad \frac{١}{٢} - \frac{١}{٣}; \quad \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}$$

$$(٥) \quad \frac{٢+٢}{٣} - \frac{٢٢}{٣}; \quad \frac{٢-٢}{٣} - \frac{٢+٢}{٣}$$

$$(٦) \quad \frac{٢-٢٢}{٥} - \frac{٢+٢٢}{٥}; \quad \frac{٢}{٧} - \frac{٢+٢}{٧}$$

$$\frac{1}{1-ك} - \frac{1}{1-ك} \quad (٨)$$

$$\frac{٢}{١-٢} - \frac{١}{٢-٢} \quad (٧)$$

$$\frac{١}{٥-ك} - \frac{١}{٥+ك} \quad (١٠)$$

$$\frac{١}{٤+ك} + \frac{١}{٣+ك} \quad (٩)$$

$$\frac{١}{ل} - \frac{٢-}{ل} + \frac{٢}{ل} \quad (١٢)$$

$$\frac{٢+٢}{٢-٢} + \frac{١-٢}{٤-٢} \quad (١١)$$

$$\frac{ن}{ن+ل} - \frac{ل}{ل-ن} \quad (١٤)$$

$$\frac{ك}{ك-ي} + \frac{ك}{ك+ي} \quad (١٣)$$

$$\frac{ك+ي}{ك-ي} - \frac{ك-ي}{ك+ي} \quad (١٦)$$

$$\frac{٢}{٢-٢ن} - \frac{١}{٢-ن} \quad (١٥)$$

$$\frac{٢+ك}{٢٥-٢ك} - \frac{٢-ك}{٢(٥+ك)} \quad (١٨)$$

$$\frac{٢+ن}{٢+ن} - \frac{٢-ن}{٢-ن} \quad (١٧)$$

$$\frac{٢م+٢ل٩}{٢م-٢ل٩} - \frac{٢م+ل٢}{٢م-ل٢} \quad (٢٠)$$

$$\frac{٢+ل}{١٠+ل٧+٢ل} + \frac{٥+ل}{٦-ل-٢ل} \quad (١٩)$$

$$\frac{٢}{٢٩-٢٦} - \frac{٢}{٩-٢٤} \quad (٢٢)$$

$$\frac{٦+ل}{٦-ل-٢ل} - \frac{٤+ل}{ل٣-٢ل} \quad (٢١)$$

$$\frac{٢-ل}{٢٩+ل٢} - \frac{٢+ل}{٢٦+ل٢} \quad (٢٤)$$

$$\frac{ك}{١٦-٢ك} - \frac{ك}{٨+ك٦-٢ك} \quad (٢٣)$$

$$\frac{1-j^2}{j-2} + \frac{j^2}{4-j^2} \quad (26)$$

$$\frac{2}{5-0} - \frac{6}{20-j^2} \quad (25)$$

$$\frac{2-j^2}{4-j^2} + \frac{1-j}{j-2} \quad (28)$$

$$\frac{2-5j}{2-5} - \frac{5^2}{j-9} \quad (27)$$

ضرب الكسور

١٥١. ضرب الكسور في المبرك كما في الحساب اي تضرب الصور بعضها في بعض والمخارج بعضها في بعض وتعمل المحاصل الاول صورة والثاني مخرجاً ولا تنس ان تحذف جميع الاضلاع المشتركة قبل الضرب

$$\frac{2^2}{10} \times \frac{j}{2} \quad \text{مثال ١}$$

$$\frac{2^2}{10} = \frac{2^2}{5 \times 2} \times \frac{j}{2}$$

$$\frac{j^2}{(m+j)} \times \frac{2-j^2}{m+j^2} \times \frac{m+j}{j} \quad \text{مثال ٢}$$

$$\frac{(m-j)j}{m+j} = \frac{j^2}{(m+j)} \times \frac{(m-j)}{(m+j)} \times \frac{j}{j}$$

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شفاهاً

اضرب ما يأتي

(١) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{7}$; $\frac{1}{21} \times 7$; $\frac{1}{4} \times 4$; $2 \times \frac{1}{7}$; $2 \times \frac{1}{2}$

(٢) $\frac{6}{7} \times \frac{1}{4}$; $6 \times \frac{5}{7}$; $5 \times \frac{2}{7}$; $\frac{1}{2} \times 2$

(٣) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

(٤) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$; $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$; $10 \times \frac{1}{2}$

(٥) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

(٦) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

(٧) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

(٨) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

$$\frac{م-ك-مى}{ع+ك+عى} \cdot \frac{ل+ل-ى}{د-ك-دى} \quad (١٠) \quad \frac{١٥-٢٥}{٩-٢٢} \cdot \frac{١٢+٢٦}{٨+٢٤} \quad (٩)$$

$$\frac{١-٢ل}{٢-ل} \cdot \frac{٩-٢ل}{ل+٢ل} \quad (١٢) \quad \frac{٢(ن+م)}{٤(ن-م)} \cdot \frac{٢(ن-م)}{ن+٢} \quad (١١)$$

$$\frac{١-٢}{٢٦+٢٢} \cdot \frac{٢+٢٢}{٢-٢٢} \quad (١٤) \quad \frac{٢+٢}{١١+٢} \cdot \frac{١٢١-٢}{٤-٢} \quad (١٣)$$

$$\frac{١+٢}{٢(١-ن)} \cdot \frac{٢(١-ن)}{٢(١+م)} \quad (١٦) \quad \frac{٢+٢٦}{١٨-٢١٢} \times \frac{٩-٢٤}{١-٢٩} \quad (١٥)$$

$$\frac{ل٢}{(م+ل)٢} \cdot \frac{٢م-٢ل}{٢م+٢ل} \quad (١٨) \quad \frac{٢ك-٢ى}{٢ك+٢ى} \cdot \frac{ك+ى}{ك-ى} \quad (١٧)$$

$$\frac{٢٧+ل٧}{(٢م-٢ل)٢} \cdot \frac{٢٢-ل٢}{٢م+٢ل٢+٢ل} \quad (٢٠) \quad \frac{٢-٢}{٢+٢} \cdot \frac{٩-٢}{٩+٢٦-٢} \quad (١٩)$$

$$\frac{١٠+٢٧-٢}{٢٠+٢٩-٢} \cdot \frac{١٦-٢}{٢(٢-م)} \quad (٢٢) \quad \frac{٢م-٢ل}{٢م+٢ل} \cdot \frac{٢(م+ل)}{م-ل} \quad (٢١)$$

$$\frac{٨+٢+٢ى}{٤٠-٢+٢ى} \cdot \frac{١٥-٢ى}{٨+٢ى} \quad (٢٣)$$

قسمة الكسور

١٥٢ . مكفوف الكمية هو الخارج من قسمة واحدٍ على تلك الكمية [ويقال لها أيضاً مقلوب الكمية] فمكفوف م هو $\frac{1}{m}$ ومكفوف ٧ هو $\frac{1}{7}$ ومكفوف $\frac{1}{4}$ هو $\frac{4}{1}$ وهم جراً

١٥٣ . لقسمة كسر على كمية صحيحة او على كسر فاننا نقلب المقسوم عليه ونضربه في المقسوم . اي ان القسمة كالضرب لو وضعنا بدلاً من المقسوم عليه مقلوبه

مثال ١ .
$$\frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} \times \frac{ك}{ك} = \frac{ل \times ك}{م \times ك}$$

مثال ٢ .
$$\frac{ل}{م} \times \frac{(م+ل)(م-ل)}{(م+ل)} = \frac{ل(م-ل)}{م(م+ل)} + \frac{ل(م-ل)}{م(م+ل)}$$

و بحذف الاضلاع المشتركة يكون الجواب
$$\frac{ل(م-ل)}{م}$$

تمرين كتابي

اجب ما استعت شفاهاً

(١) $0 + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} + 0$; $\frac{1}{8} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

(٢) $\frac{1}{2} + 2$; $2 + \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} + 2$; $2 + \frac{1}{2}$

(٣) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$$(٤) \quad \frac{٢}{ل} + \frac{٢}{م} ; \frac{٢}{ن} + \frac{٢}{م} ; \frac{٢}{ن} + \frac{٢}{م} ; \frac{٢}{ن} + \frac{٢}{م}$$

$$(٥) \quad \frac{٢}{ل} + \frac{٢}{م} ; \frac{٢}{ل} + \frac{٢}{م} ; \frac{٢}{ل} + \frac{٢}{م} ; \frac{٢}{ل} + \frac{٢}{م}$$

$$(٦) \quad \frac{٢-ل}{ك} + \frac{٢+ل}{ك} \quad (٧) \quad \frac{٢-ل}{ك} + \frac{٢+ل}{ك}$$

$$(٨) \quad \frac{ك-ي}{م+ل} + \frac{ك+ي}{م+ل} \quad (٩) \quad \frac{ك-ي}{م-ل} + \frac{ك+ي}{م-ل}$$

$$(١٠) \quad \frac{١+ك}{١-ل} + \frac{١+ك}{١-ل} \quad (١١) \quad \frac{١-م}{١+م} + \frac{١+م}{١-م}$$

$$(١٢) \quad \frac{١-م}{٤} + \frac{١-م}{٤} \quad (١٣) \quad \frac{٢-ل}{م} + \frac{٢-ل}{م}$$

$$(١٤) \quad \frac{ك-ي}{٢٥} + \frac{ك-ي}{٢٥} \quad (١٥) \quad \frac{١-م}{٢(ن+م)} + \frac{٢-م}{٢(ن-م)}$$

$$(١٦) \quad \frac{٢-ل}{م+ل} + \frac{٢-ل}{م+ل} \quad (١٧) \quad \frac{ك-ي}{ك} + \frac{ك-ي}{ك}$$

$$(١٨) \quad \frac{٢+ل}{٢-ل} + \frac{٢+ل}{٢-ل} \quad (١٩) \quad \frac{٢+م}{٢+م} + \frac{٢-م}{٢-م}$$

$$(10) \quad \frac{ل^2 - 20}{ل - 16} + \frac{0 + ل}{4 + ل} \quad (21) \quad \frac{ل - 2}{ل - 2} + \frac{ل^2 - 2}{4 - 2^2 - 2} \quad (20)$$

$$(13) \quad \frac{14 + 29 - 2}{12 + 27 + 2} + \frac{10 - 2^2 + 2}{2 - 2^2 + 2} \quad (22)$$

تمرين عام

$$(1) \quad \text{اقتزل} \quad \frac{ل^2 + 2ل + 6}{ل^2 + 2ل + 6}$$

$$(2) \quad \text{حول الى صحيح وكسر} \quad \frac{ل^2 + 2ل - 2}{ل}$$

$$(3) \quad \text{حول الى كسر غير حقيقي} \quad \frac{ل^2 + 2ل - 2}{ل}$$

ابسط ما يأتي:

$$(4) \quad \frac{ل^2 - 2}{ل - 2} - \frac{ل^2 - 2}{ل - 2} \quad (5) \quad \frac{ل^2 - 2}{ل - 2} + \frac{ل^2 - 2}{ل - 2}$$

$$(6) \quad \frac{ل^2}{ل} \cdot \frac{ل^2}{ل} \quad (7) \quad \frac{ل^2}{ل} \cdot \frac{ل^2}{ل}$$

$$(8) \quad \frac{ل^2 - 1}{ل + 2} - \frac{ل^2 - 1}{ل + 2} \quad (9) \quad \frac{ل^2 - 1}{ل + 2} + \frac{ل^2 - 1}{ل + 2}$$

$$(11) \frac{ك-ي}{٢} + \frac{ك-ي}{٢} \quad (1) \quad \frac{ل}{(١-م)٢} + \frac{ل}{(١+م)٢}$$

$$(12) \frac{ك}{(ك-ي)} \cdot \frac{ك-ي}{ك} \quad (12) \quad \frac{م-ل}{م٢-ل٢} + \frac{م+ل}{م٢+ل٢}$$

$$(13) \frac{٢٠}{ل} - (١+ل) \quad (13) \quad \frac{م٨}{م٤-ل٤} + \frac{ل٢}{م٢-ل٢} - \frac{ل٢}{م٢+ل٢}$$

$$(14) \frac{م-ل}{م٢+ل٢} + \frac{م+م٢ل٢-ل}{م+م٢ل٢+ل} \quad (14) \quad \left(\frac{٥}{ل} - ٤ - ل \right)$$

$$(15) \frac{ك٦+٥-ك}{ك-٤} \cdot \frac{ك٤+ك٤+٤ي}{ك-٤} \quad (15)$$

تمرين موقت

الوقت : ٥ دقائق

انقل واختزل ما يأتي :

$$(1) \frac{٤}{م٢} \quad (٤) \quad \frac{٦-ل}{ل٢} \quad (٢) \quad \frac{٩ك}{ك٢} \quad (٢) \quad \frac{١٤}{٧}$$

$$(١) \frac{ل(ك+ي)}{(ك+ي)٢} \quad (٨) \quad \frac{١٥م٤ن}{٢٠م٢ن} \quad (٧) \quad \frac{٥م٠ل}{٤م٠ل} \quad (٦) \quad \frac{ل٢ن}{ل٢ع}$$

$$\frac{ك + ي}{ك - ي} \quad (١١)$$

$$\frac{ك - ي}{ك - ي} \quad (١٠)$$

$$\frac{ل م + ن}{ل ع + ن} \quad (٩)$$

$$\frac{٢ + م}{٦ + م٥ + م} \quad (١٤) \quad \frac{١ - ل}{(٢ + ل)(١ - ل)} \quad (١٢)$$

$$\frac{(٩ - ل)٢}{٢(٣ - ل)٦} \quad (١٣)$$

$$\frac{٤ - ل}{١٣ - ل٤ + ل} \quad (١٦)$$

$$\frac{(٢ + م)(٢ - م)١٠}{١٠ + م٥} \quad (١٥)$$

$$\frac{ك - ي}{ك + ي} \quad (١٨)$$

$$\frac{٢ + ن \quad ١ + ن}{١ + ن \quad ٣ + ن} \quad (١٧)$$

متوسط الاصابات ١٥

تمرين موقف

الوقت : ١٩ دقيقة

انقل وابسط ما يأتي :

$$\frac{٢}{ن} - \frac{ك}{ي} \quad (٤) \quad \frac{ن}{ع} + \frac{ل}{م} \quad (٣) \quad \frac{ي}{ن} + \frac{ك}{م} \quad (٢) \quad \frac{م}{ن} + \frac{ك}{ي} \quad (١)$$

$$\frac{٢}{ن} \cdot \frac{ك}{ي} \quad (٨) \quad \frac{ك}{ي} \cdot \frac{٢}{م} \quad (٧) \quad \frac{٢}{ك} - \frac{ك}{ي} \quad (٦) \quad \frac{٢}{ل} - \frac{ل}{م} \quad (٥)$$

$$(١٠) \quad \frac{١+ك}{٢(١+ك)} \cdot \frac{١+ك}{٢} \quad (١٠) \quad \frac{١+م}{١+ن} \cdot \frac{١+ك}{١+١} \quad (١١)$$

$$(١٢) \quad (م+ل) + \frac{ن+ع}{ن-ع} \quad (١٢) \quad \frac{ن+م}{ن+ع} + (م+ل) \quad (١١)$$

$$(١٤) \quad \frac{٢-ل}{م+ل} + \frac{م+ل}{م-ل} \quad (١٤) \quad \frac{ك+١}{ك-١} + \frac{م+ل}{م-ل} \quad (١٤)$$

$$(١٦) \quad \frac{٢٢ل}{٢-ل} + \frac{٢٢ل}{٢+ل} \quad (١٦) \quad \frac{٢-ل}{م+ل} - \frac{٢+ل}{م-ل} \quad (١٥)$$

$$(١٨) \quad \frac{٢}{٢+م} + \frac{١}{١+م} \quad (١٨) \quad \frac{ل٢-١}{ل٢+١} - \frac{٢-ل٢}{٢+ل٢} \quad (١٧)$$

$$(٢٠) \quad \frac{٢-ل}{٢+ل} \cdot \frac{ل٢}{م+ل} \quad (٢٠) \quad \frac{٢}{١+م} - \frac{١}{٢+م} \quad (١٩)$$

$$(٢٢) \quad \frac{٦+٢٥-٢}{٢-٢-٢} \cdot \frac{٤-٢}{٢-٢} \quad (٢٢) \quad \frac{٤-٤}{٢(٢-ل)} \cdot \frac{٢-ل}{٢+ل} \quad (٢١)$$

$$(٢٤) \quad \frac{٢(ل+١)}{٢(ل+١)} + \frac{٢-١}{٢+١} \quad (٢٤) \quad \frac{٢+ل}{٢-ل} + \frac{٢}{٢+ل٢} \quad (٢٣)$$

$$\frac{(م-ل)(م+ل)}{(ك-ي)(ك+ي)} + \frac{ل-ك}{م-ك} \quad (٢٦) \quad \frac{م-ل}{م+ل} + \frac{ل-م}{م+م} \quad (٢٥)$$

متوسط الاصابات ٢٠

تمرين شفهي

- (١) عبر عن قسمة ٩ على ١٢ ; ل على ١٢ ; ل على م ; ل + ٧ على ل - ١٥
- (٢) اذا كان ثمن البطيخة ٢ غروش فكم بطيخة تشتري ب ١٥ غرشاً ب غرشاً ب ل + م غرشاً ؟
- (٣) اذا كان ثمن الكرسي غرشاً فكم كرسيًا تشتري ب ٤٥٠ غرشاً ب ل غرشاً ب ل + م غرشاً ؟
- (٤) اذا كان ثمن فدان الارض ل ليرة فكم يكون ثمن $\frac{١}{٢}$ الفدان ؟ $\frac{١}{٤}$ الفدان ؟ $\frac{١}{٥}$ الفدان ؟
- (٥) اذا كان الحرف ع يمثل عددًا ما فاذا يكون ثلثة وربعة ؟
- (٦) اجرة عامل ل ليرة في ي يوماً فكم تكون اجرته في اليوم ؟
- (٧) اذا كان معدل نفقة السيارة غ غرشاً في الميل الواحد فكم تكون نفقتها اذا سارت ٢٦٠ ميلاً ؟
- (٨) فنطار علف يكفي ب بقرة ي يوماً فكم يوماً يكفي ل بقرة ؟
- (٩) مزيج مؤلف من ب جزءاً من النحاس و ج جزءاً من الذهب فكم جزءاً من المئة يكون النحاس ؟ الذهب ؟
- (١٠) كم تكون مساحة حقل طول ل متراً وعرضه م متراً ؟

(النسب الثاني)

١٥٤ . الكسر عبارة عن خارج قسمة كمية على أخرى مثل $\frac{ل}{م}$. ونعلم ان
 خط الكسر يقوم مقام احد الحواصر فان $\frac{ل+٢}{٥}$ تعني $(ل+٢) \div ٥$
 ١٥٥ . دائما الكسر . للكسر حدان الصورة والمخرج . فالصورة المنسوم والمخرج
 المقسوم عليه

١٥٦ . الكمية الصحيحة هي ما خلت من الكسر مثل $٥ ل - ٢ م$.
 بعض الرياضيين يعتبرون الكمية التي تكون كل مسمياتها "العددية" او بعضها كسورا
 كميات صحيحة نظير $٧ ل + ٢ م$ او $١٠ ل + ١ م$

١٥٧ . علامة الكسر . لكل كسر علامته الخاصة التي تسبقه وهي غير علامة
 الصورة او علامة المخرج . وتفيد جمع الخارج او طرحه والكسر معها نظير كمية محصورة
 فاذا اريد تغيير العلامة المذكورة وجب تغيير علامات الصورة او المخرج

فعالمة $\frac{ل}{م}$ هي "-" وعلامة $\frac{ل}{م}$ هي "+"

١٥٨ . قانون العلامات . لنا ببداية قانون العلامات في الضرب والقسمة

$$\frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} ; \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م}$$

$$\frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} ; \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م} = \frac{ل}{م}$$

ونعبر عن هذه النتائج بالقواعد الآتية :

(١) لا تتغير علامة الكسر اذا غيرنا علامة كل من صورتها ومخرجها معا

(٢) تغير علامة الكسر باجمعه اذا غيرنا علامة الصورة او المخرج فقط

(٣) لا يتغير علامة الكسر اذا غيرنا علامات ابي عدد مزدوج من اضلاع

صورتو او مخرجه

(٤) تغير علامة الكسر اذا غيرنا علامات ابي عدد مفرد من اضلاع صورتو

او مخرجه

مثال ١. اختزل

$$\frac{J-2}{J+2} = \frac{(J-2)(J-2)}{(J+2)(J-2)} = \frac{(2-J)(2-J)}{(J+2)(J-2)} = \frac{(2-J)^2}{J^2-4}$$

تمرين

اختزل ما يأتي:

$$\frac{J^2 - (M+J)^2}{J^2 - (M-N)^2} \quad (١) \quad \frac{16 - J^2}{16 + J^2} \quad (٢) \quad \frac{5 + M^2 - 2M^2 - 2M^2}{10 - M^2 + M^2 - 4M^2} \quad (٣)$$

$$\frac{20 - Y^2}{10 + Y^2} \quad (٤) \quad \frac{2 - K - Y}{Y^2 - 4K} \quad (٥) \quad \frac{M^2 + M^2 + M^2 - J^2}{M^2 - 2J^2} \quad (٦)$$

$$\frac{J^2 - 4}{J^2 - 6} \quad (٧) \quad \frac{2 - J}{J - M} \quad (٨) \quad \frac{Y^2 - J^2 - 2J^2 - 2J^2}{(J + M + Y)^2}$$

$$\frac{1 - M^2}{1 - M^2} \quad (٩) \quad \frac{(M+J)^2 - (K+Y)^2}{(M-N)^2 - (K-J)^2} \quad (١٠) \quad \frac{J + M - N}{N - (M+J)^2} \quad (١١)$$

جمع الكسور وطرحها

ابسط:

$$\frac{1}{1+1} + \frac{1}{1-1} = \frac{1}{1-1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1-1} \quad (1)$$

$$\frac{1^2}{1-1} = \frac{1+1+1-1+1}{1-1} = \frac{1}{1-1} +$$

$$\frac{1-1}{1-1} + \frac{1+1}{1+1} - \frac{1-1}{1-1} \quad (2) \quad \frac{1-2}{1-2} + \frac{1}{1+2} - \frac{1}{1-2}$$

$$\frac{1}{1+1} + \frac{1}{1-1} + \frac{1^2}{1-1} \quad (3) \quad \frac{1-2}{1-2} - \frac{1-2}{1+2} - 2 + \frac{2}{1-2}$$

$$\frac{1}{1+1} + \frac{1}{1-1} + \frac{1^2}{1-1} \quad (4) \quad \frac{1^2}{1-1} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1-1}$$

$$\frac{1^2-1}{1-1} - 1+1 \quad (5) \quad \frac{1}{1-1} + \frac{1}{1+1} - \frac{1+1}{1-1}$$

$$\frac{1-1}{1-1} + \frac{1^2-1}{1-1} - \frac{1-1}{1-1} \quad (6) \quad 1+1 + \frac{1+1}{1-1}$$

$$\frac{1-1}{1-1} + \frac{1^2-1}{1-1} - \frac{1-1}{1-1} \quad (7) \quad 1+1 + \frac{1+1}{1-1}$$

$$\frac{1+m}{7-m+m^2} + \frac{2-m}{2+m^2-m} - \frac{2+m}{3-m^2+m^2} \quad (12)$$

$$\frac{2-m^2}{m^2+m} \cdot \frac{2+m^2}{m^2+m} \cdot \frac{1}{m^2+m} - \frac{2+m^2}{m^2+m} \cdot \frac{1}{m^2+m} \cdot \frac{1}{m^2+m} \quad (13)$$

$$\frac{1}{2+2} - \frac{1}{4+4} + \frac{1}{8+8} - \frac{1}{8-8} \quad (15)$$

$$\frac{18}{18+m^2} + \frac{1}{9+m^2} - \frac{1}{18+m^2} - \frac{1}{18-m^2} \quad (16)$$

ضرب الكسور وقسمها

ابسط:

$$\frac{(2+m^2-m^2)^2(1-m)}{(1+m)} + \frac{(1-m^2)}{2-m} \cdot \frac{4+m^2-m^2}{m^2+m} \quad (1)$$

$$\frac{(1+m)(1+m)}{(2-m)(1-m)(1-m)(1-m)} \cdot \frac{(1-m^2)(1-m^2)}{(2-m)} \cdot \frac{(2-m)}{(1+m)^2} =$$

$$\left(\frac{2}{2-m} - 1\right) + \left(\frac{2}{2-m} - 1\right) \cdot \left(\frac{2}{2-m} - 1\right) \cdot \left(\frac{2}{2-m} - 1\right) \cdot \frac{(1+m)}{(1-m)^2} =$$

$$\frac{1}{1-m} + \left(\frac{1}{1-m} + 1 \right) (7) \left(\frac{m}{l} - 1 \right) + \left(\frac{m-r}{l} \right) (6)$$

$$\frac{0+m \times 7-m^2-r}{1-m} \times \frac{8+m^2-r}{m^0-m^2} (9) \frac{(m+l)m^0}{m^4-l} + \frac{r^2+l^2}{m^2+m^2} (8)$$

$$\frac{0-ك+٤+٢}{٨+ك٩-٢} + \frac{٢٥-٢}{١-٢} \times \frac{٩-ك٨-٢}{٧٢+ك١٧-٢} (10)$$

$$\frac{٤+٢+٢}{٢-٤-٢} + \left(\frac{٢}{٢} - \frac{٢}{٢} \right) (11)$$

$$\frac{٢-٢(٢-٢)}{٢-٢-٢} \cdot \frac{٢}{٢-٢(٢+٢)} \cdot \frac{٢-٢(٢+٢)}{٢-٢+٢} (12)$$

$$\frac{٢-٢+٢-٢}{٢-٢+٢-٢} \times \frac{٢-٢+٢+٢}{٢-٢-٢-٢} (13)$$

$$\frac{٢-٢+٢-٢}{٢-٢(٢-٢)} + \frac{٢-٢+٢+٢}{٢-٢(٢-٢)} \times \frac{٢-٢(٢+٢)}{٢(٢+٢)} (14)$$

$$\left(\frac{٤+٢+٢}{٢-٢+٢} \cdot \frac{٢+٢}{٢-٢} \right) + \frac{٤-٢}{٢-٢+٢} (15)$$

١٥٨ . الترتيب الدائري . ايسط :

$$\frac{1}{(م-ن)(ل-ن)} + \frac{1}{(ل-م)(ن-م)} + \frac{1}{(ن-ل)(م-ل)}$$

ان اول ما يتبادر الى الذهن ان المخرج الاصغر هو حاصل الست كميات الموجودة في الخارج ولكن الحقيقة غير ذلك لان ثلاثة منها تختلف عن البقية في العلامات فقط فان :

$$(ل-ن) - = (ن-ل)$$

$$(م-ل) - = (ل-م)$$

$$(ن-م) - = (م-ن)$$

واذا وضع بدل الضلع الثاني في كل مخرج ما يساويها امكننا ان نكتب السؤال على الشكل الآتي :

$$(١) \dots \frac{1}{(م-ن)(ل-ن)} - \frac{1}{(م-ن)(ل-م)} - \frac{1}{(م-ل)(ن-ل)}$$

والآن نرى جلياً ان المخرج الاصغر المشترك هو (م-ن)(م-ل)(ن-ل) وبالتحويل تصير الكمية

$$\frac{(م-ن) - (ن-ل) - (ل-م)}{(م-ن)(م-ل)(ن-ل)}$$

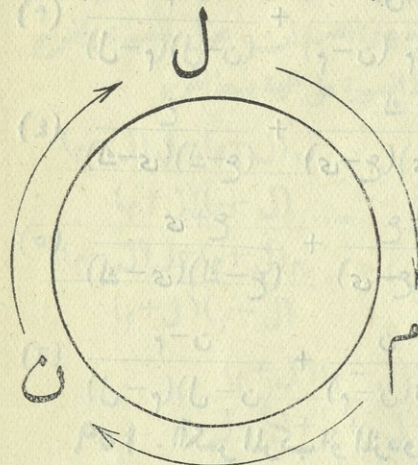
$$(م-ل)(م-ن)(ن-ل)$$

$$= م + ن - ل + ل - م + م - ن = م + ن - ل$$

وهو الجواب

$$= \frac{م + ن - ل}{(م-ن)(م-ل)(ن-ل)}$$

وإذا دققنا النظر في ترتيب الحروف في الكمية السابقة نومرو (١) نجد انها موضوعة بترتيب يسمى الترتيب الدائري او التعاقب الدائري اي ان م تتبع ل ون



منها وتبعنا اتجاه السهام كما ترى في الرسم نجد ان الحرفين الآخرين يتبعانه على ترتيب دائري هكذا ل م ن ؛ م ل ؛ ن ل م

ومراعاة هذه القاعدة ضرورية جداً في حل كثير من المسائل التي تشمل على ثلاثة حروف مطروح بعضها من بعض . فالكميات ل - م - ن ون - ل موضوعة على

ترتيب دائري اما ل - م ون - م ول - ن وما شابهها فترتيب الحروف فيها يخالف الترتيب الدائري . ومن المؤكد انه في هذا النوع من المسائل . يمكننا دائماً اختصار العمل وتسهيله باتباع الترتيب الدائري ولتوزم مراعاته منذ البداية حتى النهاية

تمرين

ابسط :

$$(1) \quad \frac{1}{(ك-ي) (ع-ك)} - \frac{2}{(ك-ي) (ك-ع)}$$

$$(٢) \quad \frac{ع٢}{(٤-ع)(٢-ع)} - \frac{ع٢}{(٤-ع)(٢-ع)}$$

$$(٣) \quad \frac{ل}{(م-ل)(ن-ل)} + \frac{ن}{(م-ن)(ل-ن)} + \frac{م}{(م-ل)(ل-ن)}$$

$$(٤) \quad \frac{ي}{(ع-ك)(ع-ي)} + \frac{ك}{(ع-ي)(ي-ك)} + \frac{ع}{(ك-ع)(ك-ي)}$$

$$(٥) \quad \frac{ك+ي}{(ع-ك)(ع-ي)} + \frac{ع+ك}{(ع-ي)(ي-ك)} + \frac{ع+ي}{(ك-ع)(ك-ي)}$$

$$(٦) \quad \frac{م-ل}{(م-ل)(ن-ل)} + \frac{ن-ل}{(م-ن)(ل-ن)} + \frac{م-ن}{(م-ل)(ل-ن)}$$

١٥٩ . الكسر المركب او المزدوج . نعلم ان الخط الافقي الذي يفصل صورة الكسر عن مخرجه يدل على القسمة فهو علامة من علامات القسمة وبذات الوقت هو احدى علامات المحاور . فاذا $\frac{ل}{م}$ يمكن كتابتها ايضاً $\frac{ل}{م}$ وكذلك $\frac{ك}{ي} + \frac{ي}{ك}$ يكتب $\frac{ك}{ي}$. وبذات الوقت يدل على قسمة الكسور بالخط الافقي فاصلاً المقصوم اي الصورة عن المقصوم عليه او المخرج

$$\frac{ل}{ن} \quad \text{نكتب} \quad \frac{ل}{ن} + \frac{ل}{ن}$$

$$\frac{ل}{ن} \quad \text{نكتب} \quad \frac{ل}{ن} + \frac{ل}{ن}$$

$$\frac{ل}{ي} \quad \text{نكتب} \quad \frac{ل}{ي} + \frac{ل}{ي}$$

وهذا النوع من الكسر اي ما كانت صورته ومخرجه او كلاهما كسراً يقال له
كسر مركب او كسر مزدوج

١٦٠ . وجلي للعبان ان تحويل الكسر المركب او بسطه ليس سوى
قسمة صورته على مخرجه . ويجب قبل اجراء عملية القسمة ان نحول الصورة والمخرج
الى ابسط شكل وبعد ذلك نسم نتيجة بسط الصورة على نتيجة بسط المخرج

$$\frac{ل(ل+م) - ل(ل-م)}{(ل+م)(ل-م)} = \frac{ل}{ل+م} - \frac{ل}{ل-م}$$

مثال ١ . ابسط

$$\frac{ل(ل+م) + ل(ل-م)}{(ل+م)(ل-م)} = \frac{ل}{ل+م} + \frac{ل}{ل-م}$$

$$\frac{ل(ل+م) - ل(ل-م)}{(ل+م)(ل-م)} = \frac{ل+ل-ل+ل}{(ل+م)(ل-م)}$$

$$\frac{٢ل}{ل+م} = \text{وهو الجواب}$$

تمرين

ابسط:

(١) $\frac{٧م^٢}{ك}$	(٢) $\frac{٢}{١-ك}$	(٣) $\frac{٢}{٢}$	(٤) $\frac{١}{٢} + ك$
$\frac{١٤م}{ك}$	$\frac{٢}{٢}$	$\frac{٢}{٢}$	$\frac{١}{٤} - ك$

$$\begin{array}{l} \frac{م}{ل} + \frac{ل}{م} \quad (٨) \quad \frac{م}{د} + م \quad (٧) \quad \frac{١+ك}{ك} \quad (٦) \quad \frac{ي}{٢} + ك \quad (٥) \\ \frac{ل}{م} - \frac{ل}{م} \quad \frac{١}{د} + ١ \quad \frac{١}{ك} - ١ \quad \frac{٢-ي}{٤} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{٤٠}{ك} + ١٣ \quad (١١) \quad \frac{٢}{ع} - \frac{٢}{ع} \quad (١٠) \quad \frac{٢}{م} - ١ \quad (٩) \\ \frac{١٠}{ك} - ٢ \quad \frac{٢}{ع} + ع \quad \frac{ل}{م} - ١ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ١ + \frac{٢}{ن} \quad (١٤) \quad \frac{ي}{٢+ي} - \frac{ي}{٢-ي} \quad (١٣) \quad \frac{ل}{م} - \frac{ل}{م} \quad (١٢) \\ \frac{٢}{ن} - ١ \quad \frac{١}{٦-ي+٢} \quad \frac{٢}{م} + ١ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{٢-ل}{٢+ل} - \frac{٢+ل}{٢-ل} \quad (١٧) \quad \frac{م+ن}{ن} - \frac{م}{ن} \quad (١٦) \quad \frac{ل}{٢-ل} - \frac{ل}{٢+ل} \quad (١٥) \\ \frac{م-ل}{م+ل} - \frac{م+ل}{م-ل} \quad \frac{ن+م}{ن} + \frac{م}{ن} \quad \frac{٢-ل}{٢-ل} - \frac{٢+ل}{٢+ل} \end{array}$$

$$\frac{\frac{m-r}{m+r} + 1}{\frac{m-r}{m+r} - 1} + \frac{m-j}{m+j} \quad (19) \quad \left(\frac{m+r}{m+j} - \frac{m-r}{m-j} \right) \quad (18)$$

$$\frac{\frac{m-r}{m+r} - 1}{\frac{m-r}{m+r} + 1} - \frac{m-j}{m+j} \quad \frac{m^2}{m-r}$$

$$\frac{m-r}{m+r} \times \frac{m-j}{m+j} + \frac{m+j}{m-j} \quad (20)$$

$$\frac{m-r}{m+r} \times \frac{m-j}{m+j} - \frac{m-j}{m+j}$$

$$\frac{\frac{y}{k} + 1}{\frac{y}{k} - 1} + \frac{\frac{y}{k} + 1}{k-y} \times \frac{1 - \frac{y}{k} + \frac{k}{y}}{1 + \frac{k}{y} + \frac{y}{k}} \quad (21)$$

$$\frac{2}{4+m} - \frac{2}{1+m} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{1}{2} + m} \quad (22)$$

$$\frac{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot \dots \cdot m^2}{(m-1)^2 \cdot (m+1)^2} + \frac{(m^2 - 1) \cdot m^2 - 1}{(m-1)^2} - \frac{(m^2 + 1) \cdot m^2 + 1}{(m+1)^2} \quad (23)$$

$$\frac{k-1}{k+1} - \frac{k}{k-1} + \frac{k}{k+1} + \frac{k+1}{k-1} \quad (24)$$

$$\frac{k-1}{k+1} - \frac{k}{k+1} + \frac{k+1}{k-1}$$

$$\frac{(m-1)^2 + (m+1)^2}{(m-1)^2 \cdot (m+1)^2} + \frac{(m+1) - \frac{(m-1)^2 + (m+1)^2}{m-1}}{m+1} - \frac{1}{m+1} - \frac{1}{m-1} \quad (25)$$



الفصل العاشر

المعادلات الكسرية والمحرفية

القسم الاول

١٦١. المعادلة الكسرية في ما اشتملت على كسرا او اكثر مثل $\frac{1}{2}ك$

$$٥ = \frac{١}{ك} ; \gamma = \frac{١}{ك} \text{ و } \delta = \frac{١+ك}{١-ك}$$

ويمكننا ان نحول المعادلة الكسرية الى معادلة صحيحة بضرب حديها في المخرج الاصغر المشترك ويجب الانتباه دائما ان خط الكسر نوع من انواع الاقواس او الحواصر

$$\text{مثال ١.} \quad \frac{٥+ك\gamma}{١} + \delta = \frac{٥-ك\epsilon}{٥} - \frac{١-ك\zeta}{٢}$$

نضرب طرفي المعادلة في ٢٠ المخرج الاصغر المشترك فنجد

$$(٥+ك\gamma)٢ + \epsilon \times ٢٠ - (٥-ك\epsilon)٤ - (١-ك\zeta)٥$$

$$\text{ويتبع الاقواس } ١٥ - ك - ٥ - ١٦ + ك - ٢٠ + ٨٠ - ١٤ + ك + ١٠$$

$$\text{وبالمقابلة } ١٥ - ك - ١٦ + ك - ١٤ - ك - ١٠ + ٨٠ - ٥ + ٢٠$$

$$\text{وباصلاح الحدود } ١٥ - ك - ٢٥$$

وهو الجواب

$$٥ - - ك \quad \therefore$$

$$\text{مثال ٢.} \quad 0 = \frac{2}{2-m} - \frac{0}{2+m} + \frac{2}{4-m}$$

نضرب طرفي المعادلة في $m-2-4$ فيجدث

$$0 = (2+m)2 - (2-m)0 + 2$$

$$0 = 4 - m^2 - 10 - m + 2$$

$$12 = m^2$$

$$4 = m \quad \text{وهو الجواب}$$

١٦٣. اذا وجد كسور عشرية فالأفضل تحويلها الى كسور اعنبادية اولاً ثم اتباع اساليب المحل السابقة. وقد يتفق احياناً ان يكون العمل بالكسور العشرية ابسط واسهل فيجب والحالة هذه ان تبقى كما هي

$$\text{مثال ١.} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$12 - 12 - 6 = 12 - 6 + 6$$

$$47 = 12$$

$$1 = 12 \quad \text{وهو الجواب}$$

$$\text{مثال ٢.} \quad 1'180 + m'12 = 1'870 - m'270$$

$$1'870 + 1'180 = m'12 - m'270$$

$$2'050 = m'200$$

$$12 = m \quad \text{وهو الجواب}$$

تمرين كتابي

$$0 = \frac{0-2}{2} \quad (٢) \quad 10 = \frac{J}{2} + \frac{J}{2} \quad (٣) \quad 0 = \frac{2}{2} - \frac{2}{8} \quad (١)$$

$$10 = \frac{2}{2} - \frac{2}{2} \quad (٦) \quad 10 = \frac{J}{2} + \frac{J}{2} \quad (٥) \quad 18 = \frac{J}{2} + J \quad (٤)$$

$$\frac{2-2}{2} = \frac{2-2}{2} \quad (٢) \quad \frac{ك}{6} = \frac{2}{2} - \frac{ك}{2} \quad (٨) \quad 1 = \frac{7}{2-2} \quad (٧)$$

$$\frac{2}{0+2^2} = \frac{2}{1-2^0} \quad (١١) \quad \frac{1}{2} = \frac{5^7}{6} - \frac{5^0}{2} \quad (١٠)$$

$$\frac{1+2}{2-2} = \frac{2}{2-2} \quad (١٣) \quad \frac{2}{7} = \frac{2-2^2}{0-2^2} \quad (١٢)$$

$$\frac{0-ك2}{7-ك2} = \frac{1+ك}{1-ك} \quad (١٥) \quad \frac{6}{2} = \frac{2}{3} + \frac{0}{2} \quad (١٤)$$

$$\frac{2+2^2}{2+2^2} = \frac{1+2^0}{1-2^0} \quad (١٧) \quad \frac{ك2-0}{1-ك2} = \frac{2+ك}{2-ك} \quad (١٦)$$

$$\frac{٧-٧٨}{٤+٧٤} = \frac{٥-٧٦}{٢-٧٢} \quad (١٩) \quad \frac{٨}{١+٤٢} = \frac{٥}{١-٤٢} \quad (١٨)$$

$$\frac{٤+٢٢}{٩} = ١ + \frac{٦-٢}{٨} \quad (٢١) \quad \frac{٢}{٢} = \frac{٢٥-٢}{٧-٢٢} - \frac{٢}{٢} \quad (٢٠)$$

$$\frac{١٢}{٢٠} = \frac{٦}{٢٥} + \frac{٢}{٢٤} \quad (٢٤) \quad ٢ = \frac{١+٤٤}{٢} + \frac{٢+٤١٢}{١١} \quad (٢٢)$$

$$\frac{٢}{٢+٢} = \frac{١}{١-٢} + \frac{١}{١+٢} \quad (٢٥) \quad ٠ = \frac{١}{١٢} + \frac{٢}{٤} - \frac{٥}{٤٢} \quad (٢٤)$$

$$٢١٥ - ٢ = ١٥ - ٢٦ \quad (٢٧) \quad ٢ = ٤ - ٤ \quad (٢٦)$$

$$٤ - ٢٦ = ٤٨ \quad (٢٩) \quad ٤٥ = ٢٨ + ٢٧ \quad (٢٨)$$

$$٢ - ٦ = ١٦ - ٢ \quad (٢١) \quad ١ - ٢٥ = ٢ - ٢٥ \quad (٢٠)$$

١٦٣. المعادلة العددية هي معادلة فيها يعبر عن الكميات المعلومة

بالارقام والاعداد

١٦٤. المعادلة الحرفية هي ما يعبر فيها عن الكميات المعلومة بالحروف

مثل ب وت وج الخ وتحل بالطرق التي نستخدمها لحل المعادلة العددية

مثال ١. ب (م - ب) = ت (م - ت)

$$ب - م = ب - ت = ت - م$$

$$ب - م - ت = م - ب - ت$$

$$(ب - ت) م = ب - ت$$

∴ م = ب + ت وهو الجواب

$$\text{مثال ٢.} \quad \frac{\text{ب} - \text{ت}}{\text{ل} - \text{س}} = \frac{\text{ت}}{\text{ل} - \text{ت}} - \frac{\text{ب}}{\text{ل} - \text{ب}}$$

$$\frac{\text{ب} - \text{ت}}{\text{ل} - \text{س}} = \frac{\text{ب}(\text{ل} - \text{ت}) - \text{ت}(\text{ل} - \text{ب})}{(\text{ل} - \text{ت})(\text{ل} - \text{ب})}$$

$$\frac{\text{ب} - \text{ت}}{\text{ل} - \text{س}} = \frac{\text{ل}(\text{ب} - \text{ت})}{(\text{ل} - \text{ت})(\text{ل} - \text{ب})}$$

$$\frac{1}{\text{ل} - \text{س}} = \frac{\text{ل}}{(\text{ل} - \text{ت})(\text{ل} - \text{ب})}$$

$$\text{ل} - \text{ل} \text{س} = \text{ل} - \text{ل} - \text{ب} \text{ل} - \text{ت} \text{ل} + \text{ب} \text{ت}$$

$$\frac{\text{ب} \text{ت}}{\text{ب} + \text{ت} - \text{س}} = \text{ل} \therefore$$

تمرين كتابي

$$(١) \quad ٢\text{ك} + ٢\text{ب} = ٨\text{ك} + \text{ب} \quad (٢) \quad ٩\text{ت} - \text{ك} = ٢\text{ب} = ٢\text{ت} + \text{ك} + ٤\text{ب}$$

$$(٣) \quad ٦\text{د} + \text{ك} = ٢ + ٢\text{د} + ٨\text{ك} \quad (٤) \quad ٢\text{د} + \text{ك} = \text{ب} = ٦\text{د} - \text{ك} - ٢\text{ب}$$

$$(٥) \quad ٤\text{ك} - \text{ب} = ٢\text{ك} + \text{ب} \quad (٦) \quad \text{ل} + \text{د} = \text{ل}(\text{د} + ١)$$

$$(٧) \quad \text{د} - \text{ك} = \text{ح} = \text{د} - \text{ح} - \text{ك} \quad (٨) \quad \text{ت}(\text{ك} - \text{ت}) = \text{ب}(\text{ك} - \text{ب})$$

$$(٩) \text{ دك} + \text{ب} = \text{ب} + \text{ك} + ٢ \text{ ب} \quad (١٠) \quad (\text{ك} + \text{ب})(\text{ك} - \text{ب}) = \text{ك}^2 - \text{ب}^2$$

$$(١١) \quad (\text{ل} - ١)(\text{ل} - ٢) = (\text{ل} - ٢) - \text{د} \quad (١٢) \quad \text{ك}^2 + ٢\text{دك} = (\text{ك} + \text{د})^2$$

$$\frac{٥}{\text{د}٤} = \frac{٢}{\text{ك} - ٢} \quad (١٥) \quad \frac{\text{ب}٨}{\text{ك} - \text{ب}} = ٧ \quad (١٤) \quad \frac{\text{ت}}{\text{ب}٢} = \frac{٢}{\text{ب}} \quad (١٣)$$

$$\frac{٤}{\text{د}ح} = \frac{٢}{\text{ك} - \text{د}} \quad (١٨) \quad \frac{\text{د} + \text{ح}}{\text{ك}} = \text{ب} + \text{ت} \quad (١٧) \quad \frac{\text{د}٥}{\text{ب}٤} = \frac{\text{ك}٢}{\text{ب}} \quad (١٦)$$

$$\frac{\text{د} + \text{س}}{٧} = \frac{\text{ب} + \text{ت}}{\text{ك}} \quad (٢٠) \quad \frac{\text{س}}{\text{ح}} = \frac{\text{دك}}{\text{ب}}$$

$$\frac{\text{د} - \text{ك}٢}{\text{ب} - \text{ك}٢} = \frac{\text{ب} + \text{ك}٤}{\text{د} + \text{ك}٦} \quad (٢٢) \quad \frac{\text{ب} - \text{ت}}{\text{ك} - ٢} = \frac{\text{ب} + \text{ت}}{\text{ك} + ٢}$$

$$\frac{١}{\text{ب}} - \frac{١}{\text{ك}} = \frac{١}{\text{ك}} - \frac{١}{\text{د}} \quad (٢٤) \quad \text{س} = \frac{\text{ك}}{\text{ب}} + \frac{\text{ك}}{\text{ح}} + \frac{\text{ك}}{\text{د}} \quad (٢٣)$$

$$\frac{\text{د} - \text{ك}٦}{\text{ب} - \text{ك}٤} = \frac{\text{ب} + \text{ك}١٢}{\text{د} + \text{ك}٨} \quad (٢٦) \quad \frac{\text{ك}٢}{\text{د}} - \frac{\text{ب}٤}{\text{د}} = \frac{\text{ك}٢}{\text{ب}} - \frac{\text{د}٩}{\text{ب}} \quad (٢٥)$$

$$\frac{\text{ب} - \text{ك}}{\text{ب} - \text{دك}} = \frac{\text{ك} - \text{د}}{\text{ب} - \text{ك}} \quad (٢٧)$$

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شناها

- (١) كم ثمن ب بيضة اذا كان ثمن الدزينة غ غرشاً
- (٢) كم ثل ي يرد شريط اذا كان ثقل ق قد مال ليبرة
- (٣) ك تساوي اي جزء من المئة من ٢٢٠ من ٢٢٥ من ٢٣٠ ؟
- (٤) ك + ه تساوي اي جزء من المئة من ٢٢٥ من ٢٤٠ من ٢٦٠ ؟
- (٥) ماذا يصير الكسر $\frac{9}{17}$ اذا اضفت م الى صورتو ؟
- (٦) ماذا يصير الكسر $\frac{10}{37}$ اذا طرحت ل من مخرجه ؟
- (٧) ماذا يصير الكسرت $\frac{3}{7}$ اذا اضفت م الى كل من صورتو ومخرجه ؟
- (٨) سار ساع ٩ ساعات قيل ان تبعه آخر وادركه ب س ساعة فكم ساعة سار الاول ؟ كم ميلاً جرى اذا كان معدل سيره ٤ اميال في الساعة ؟ كم ميلاً جرى الثاني اذا كان معدل سيره ٥ اميال في الساعة ؟
- (٩) ما العدد الذي ثلثه ٢٨٠ ؟
- (١٠) كم يكون ثمن قطعة ارض اذا كان ثمن ثلثيها ٨٦٠٠ ليبرة ؟
- (١١) ما العدد الذي ينقص ربعة عن ٢٤٠ ب ٩٠ ؟
- (١٢) ما العدد الذي اذا زدت عليه ربعة و ٥٠ صار ٢٥٠ ؟
- (١٣) ما العدد الذي اذا طرحت منه ثلثه ثم جمعت الى الباقي ٦٠ صار ٢٠٠ ؟
- (١٤) ما العدد الذي يكون الفرق بين ثلثيه ونصفه ١٥٠ ؟
- (١٥) وهب رجل ابنة وابنته ٢٦٠٠ ليبرة بشرط ان يأخذ الابن $\frac{1}{3}$ ما تأخذه الابنة فكم تكون حصة كل منها ؟

- (١٦) جد عددين متتابعين يزيد $\frac{1}{7}$ اكبرها عن $\frac{1}{4}$ الاصغر ؟
- (١٧) مجموع ثلاثة اعداد ٢٠٤٠٠ فاذا كان الثاني نصف الاول والثالث خمسة ($\frac{1}{5}$ الاول) فما هي الاعداد ؟
- (١٨) ثقل القدم المكعبة من الماء والقدم المكعبة من الكحول (السبيرتو) ١١٢,٥ ليرة فكم يكون ثقل كل منها اذا كان ثقل الكحول $\frac{4}{5}$ ثقل الماء ؟
- (١٩) اقتسم شريكان ارباح ٦٠٠٠ ليرة في نهاية السنة واصاب الاول ٤٠ % اكثر من الثاني فكم اخذ كل منهما ؟
- (٢٠) علامة أميل ٧٧ في الحساب ومعدلة في الحساب والعربية ٨٢ فكم تكون علامته في العربية ؟
- (٢١) معدل علامات يوسف ٨٦ وعلامته في الحساب ٩٥ والقراءة ٨٧ والجغرافية ٨٤ فكم تكون علامته في العلوم ؟
- (٢٢) اي عدد تضيقه الى كل من صورة ومخرج الكسر $\frac{21}{40}$ ليصير $\frac{4}{5}$ ؟
- (٢٣) اي عدد تطرحه من صورة الكسر $\frac{7}{20}$ ليصير $\frac{1}{2}$ ؟
- (٢٤) اي عدد تضيقه الى مخرج الكسر $\frac{1}{2}$ ليصير $\frac{1}{8}$ ؟
- (٢٥) لدى رجل مزيج ٢٦ ليتراً من الماء والسبيرتو فاذا كان السبيرتو ٨ لترات كم ليتراً من الماء تزداد على المزيج ليصير الكحول $\frac{1}{4}$ الماء ؟
- (٢٦) مزيج مركب من ٨ لترات من الحامض و ١٤ ليتراً من الماء فكم لتر ماء تزداد على المزيج ليصير الحامض $\frac{1}{5}$ الماء ؟
- (٢٧) اذا قسمت عدداً على ١٢ كان الخارج ٢١ والباقي ٤ فما هو العدد ؟
- (٢٨) اذا قسمت عدداً على ٢٣ كان الخارج ٢٥ والباقي ٢ فما هو العدد ؟

(٢٩) ارباع رجل بـ $\frac{1}{4}$ مالوا اسهماً ارباعهما $\frac{1}{4}$ وبالباقى اسهماً ارباعهما
 ٦٠٪ فكان مجموع مدخولة ٧٨٠ ليرة فكم كان رأس ماله؟

(٣٠) وظف رجل $\frac{1}{4}$ ماله بفائدة ٥٪ وخمسه بفائدة ٤٪ والباقي بفائدة ٦٪
 فكم كان ماله اذا كان مدخولة ١٦٨٠٠ غرش؟

(٣١) طول قاعة ٢٠ متراً وعرضها ١٢ فاذا كانت مساحة المحيطان والمنقف
 ٧٥٢ متراً مربعاً فكم يكون ارتفاعها؟

(٣٢) جد اربعة اعداد متتابعة بحيث اذا قسمت الاول على ٢ والثاني على ٣
 والثالث على ٤ كان مجموع الخواارج مساوياً للعدد الرابع

(٣٣) يكتب عزيز ١٥ كلمة بقله في الدقيقة وتكتب نجلا ٤٠ كلمة على الآلة
 الكاتبة في ذات الوقت فاذا بدأ عزيز بنسخ مقالة قبل نجلا بثلاث ساعات ففي كم من
 الوقت تدركه وتلتحق به؟

(٣٤) اي وقت بين الساعة ٤ و٥ يكون عقربا الساعة (١) متقاربين (٢)
 بينهما زاوية قائمة (الترق بينها ١٥ دقيقة) (٣) متماكسين او بخط مستقيم (الفرق
 بينها ٣٠ دقيقة)؟

في اعمال كذبه يجب ان نلاحظ ان وجه الساعة منقسم الى ٦٠ قسماً متساوياً ندعوها "مسافات
 الدقائق". وفي كل ساعة او كل دورة كاملة يسير عقرب الدقائق ٦٠ قسماً بينما عقرب الساعات
 يسير ٥ منها فقط. اي ان عقرب الدقائق يسير ١٢ مرة قدر عقرب الساعات وبكلام آخر معدل
 سير عقرب الساعات $\frac{1}{12}$ او $\frac{1}{12}$ من معدل سير عقرب الدقائق

لنفرض ك عدد الدقائق التي يجازها عقرب الدقائق بمعدل سرعتها "مسافة دقيقة" في
 الدقيقة فاقاً عقرب الساعات يجاز $\frac{1}{12}$ ك في نفس الوقت فلنا اذاً في:

(١) ك عدد الدقائق التي يجازها عقرب الدقائق يلتحق عقرب الساعات وينطبق عليهما تساوي

٣٠ دقيقة مع ما يجازها عقرب الساعات اي $\frac{1}{12}$ ك

٠. ك - ٢٠ + ١٢/ك ومنها ك - ١١/٢١ دقيقة

فيكون العقران منطبقين الساعة ٤ و ١١/٢١ دقيقة

لكي يكون النرق بينها ١٥ قسماً فعقرب الدقائق يجب ان يسبق عقرب الساعات ٢٠ - ١٥ اي

٥ اقسام او ٢٠ + ١٥ اي ٣٥ قسماً

٠. ك - ٥ + ١٢/ك ومنها ك - ١١/٥٢ دقيقة

او ك - ٢٥ + ١٢/ك ومنها ك - ١١/٢٨ دقيقة

فيكون احدهما عمودياً على الآخر الساعة ٤ و ١١/٥٢ دقيقة او ١١/٢٨

(٢) لكي يكونا متعاكسين يجب ان يسبق عقرب الدقائق عقرب الساعات (٢٠ + ٢٥) قسماً او

٥٠ قسماً

٠. ك - ٥٠ + ١٢/ك ومنها ك - ١١/٥٤

فيكون العقران متعاكسين او بمحط مستقيم الساعة ٤ و ١١/٥٤ دقيقة

جد الاوقات التي يكون فيها عقربا الساعة (١) متقاربين (٢) بينها زاوية

قائمة (٣) متعاكسين بين الساعات الآتية :

(٣٥) الساعة ٢ و ٢٦ الساعة ٥ و ٦٦ (٣٢) الساعة ٨ و ٩

(٣٨) متى يكون عقرب الدقائق سابقاً عقرب الساعات ٢٠ قسماً بين

الساعة ٥ و ٦٦ ؟

(٣٩) رجل يتم عملاً في ٨ ايام و آخر في ١٠ والثالث في ١٢ فاذا اشتغل

الثلاثة معاً ففي كم من الوقت يتمونه ؟

الحل : افرض ك عدد الايام المطلوب

الاول يتم العمل في ٨ ايام ففي اليوم الواحد يتم $\frac{1}{8}$ العمل

الثاني " " " " " " " " " " $\frac{1}{10}$ " " " " " " " " " "

الثالث " " " " " " " " " " $\frac{1}{12}$ " " " " " " " " " "

الثلاثة متابعين " في ك " " " " " " " " " " $\frac{1}{K}$ " " " " " " " " " "

٠. $\frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{1}{K}$ ومنها ك - $\frac{1}{27} = 2$ يوماً

(٤٠) جميل يتم عملاً في ٥ ايام ومحمد في ٧ فاذا اشتغلا معاً ففي كم من الوقت

يتمانه؟

(٤١) انبوب يملأ بركة في ٦ ساعات وآخر في ٩ فاذا كانت البركة فارغة

وفتح الانبويان معاً ففي كم من الوقت تملأ؟

(٤٢) تطبع مطبعة كراساً في ٥٠ دقيقة واخرى تطبعة في ٤٠ دقيقة ففي

كم من الوقت تطبعة المطبعتان معاً؟

(٤٣) ثقل المريخ ٩ اضعاف القمر وثقل الارض ٨١ قدر ثقل المريخ والقمر معاً

فكم يكون ثقل كل من المريخ والقمر بالنسبة الى ثقل الارض؟

(٤٤) كان عمر روزه $\frac{1}{2}$ عمر زوجها يوسف حينما اقمترنا ولكن بعد اُمضي

١٢ سنة اصبح $\frac{1}{4}$ عمره فكم كان عمر كل منهما وقت الزواج؟

(٤٥) امين اكبر من بطرس بـ ١٢ سنة ومنذ ٨ سنين كان عمر بطرس $\frac{1}{2}$

عمر امين فكم عمر كل منهما؟

تمرين موقف

الوقت دقيقة واحدة

حل ما يأتي ولا تنفل المسائل :-

$$(١) \frac{1}{5} = ك$$

$$(٢) \frac{1}{2} = ك$$

$$(٣) \frac{1}{4} = ك$$

$$(٤) \frac{1}{6} = ب$$

$$(٥) ب = ك$$

$$(٦) ت = ك$$

$$(٧) ب = ك$$

$$(٨) \frac{1}{8} = ك$$

$$(٩) \frac{1}{4} = ك$$

$$\begin{array}{lll}
 (10) \quad ٢ = \frac{ك}{١} & (11) \quad ١١ = \frac{ل}{٢} & (12) \quad د = \frac{٢}{ح} \\
 (14) \quad ح = \frac{ك}{د} & (14) \quad ١ = \frac{ك}{ح} & (15) \quad ١٦ = \frac{ك}{١٤} \\
 (16) \quad ١٣ = \frac{ك}{١٢} & (17) \quad ١'١ = \frac{١}{١١} & (18) \quad ١'٢ = \frac{١}{١٢} \\
 (19) \quad ٤ = \frac{ك}{٢} & (20) \quad ١'٢ = \frac{ك}{ب} &
 \end{array}$$

عدد الاصابات ١٥

تمرين موقف

الوقت : ٥ دقائق

انقل وحل المعادلات الآتية :

$$\begin{array}{ll}
 (1) \quad ١٥ = \frac{ك}{٢} + \frac{ك}{٢} & (2) \quad ٥ = \frac{ل}{١} - \frac{ل}{٢} \\
 (3) \quad ٢ = \frac{٢}{٤} - \frac{٢}{٢} & (4) \quad ٤ = \frac{ب}{ل} - \frac{ت}{ل} = س \\
 (5) \quad س = \frac{ل}{ب} - \frac{ل}{ت} & (6) \quad ٢ = \frac{٢}{٦} - \frac{٢}{٥} \\
 (7) \quad ٢ = ١ + \frac{٢}{٢} & (8) \quad ٢ - = \frac{٢}{٢} - \frac{٢}{٤} \\
 (9) \quad ٢ = \frac{ل}{٢} - \frac{ل}{د} & (10) \quad ٢ = \frac{٢}{٢} - \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{ب} \\
 (11) \quad ١ = \frac{٢}{١} + \frac{٢}{٤} + \frac{٢}{٢} & (12) \quad ٢ - = \frac{ل}{٢} - \frac{ل}{٤} \\
 (13) \quad \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٤} + \frac{٢}{٢} & (14) \quad ١ = \frac{ل}{س} + \frac{ل}{ت} + \frac{ل}{ب} \\
 (15) \quad ١ = \frac{ب}{ل} - \frac{ت}{ل} + \frac{س}{ل} &
 \end{array}$$

عدد الاصابات ٨

القسم الثاني

١٦٥ . مسائل في حل المعادلات

$$\text{مثال ١ . حل } \frac{٢-ك}{ك-١} - \frac{١+ك}{ك-١} + \frac{٤}{ك+١}$$

اضرب بالخرج الاصغر المشترك $ك-١$ فحصل

$$٤(١-ك) + (ك+١) - (ك-١) = ٠$$

وبالبيط $ك-٤$ وهو الجواب

$$\text{مثال ٢ . } \frac{٤-م}{٦-م} - \frac{٧-م}{٩-م} = \frac{٥-م}{٧-م} - \frac{٨-م}{١٠-م}$$

ابسط كل طرف من المعادلة على حدة فيكون لنا

$$\frac{(٩-م)(٤-م) - (٦-م)(٧-م)}{(٦-م)(٩-م)} = \frac{(١٠-م)(٥-م) - (٧-م)(٨-م)}{(٧-م)(١٠-م)}$$

$$\therefore \frac{٣٦-٤م+١٢م-٤٢+١٢م-٢م}{(٦-م)(٩-م)} = \frac{٥٠-١٥م+١٥م-٥٦+١٥م-٢م}{(٧-م)(١٠-م)}$$

$$\therefore \frac{٦}{٥٤+١٥م-٢م} = \frac{٦}{٧٠+١٧م-٢م}$$

ومعلوم انه اذا تساوت الصور تكون الخارج متساوية وكذلك متى تساوت الخارج تكون الصور متساوية

$$\therefore m^2 - 17m + 70 = m^2 - 10m + 54$$

$$\therefore m^2 - 16$$

وهو الجواب

$$\therefore m - 8$$

ويمكن حل السؤال السابق بالطريقة الآتية

$$\frac{r + (7-m)}{7-m} - \frac{r + (9-m)}{9-m} - \frac{r + (7-m)}{7-m} - \frac{r + (10-m)}{10-m}$$

$$\text{ومنها } +1 + \frac{r}{7-m} + 1 + \frac{r}{9-m} - \frac{r}{7-m} + 1 + \frac{r}{10-m} + 1$$

$$\text{أي } \frac{1}{7-m} + \frac{1}{9-m} - \frac{1}{7-m} + \frac{1}{10-m}$$

$$\therefore \frac{1}{7-m} - \frac{1}{9-m} - \frac{1}{7-m} - \frac{1}{10-m}$$

$$\therefore \frac{r}{54 + m^2 - r^2} - \frac{r}{70 + m^2 - r^2}$$

تمرين كتابي

حل وامتنع ما يأتي:

$$\frac{r-m}{7+m^2} \quad (2) \quad \frac{1+y+r}{1+y} - y^2 = \frac{1-y-r}{1-y} \quad (1)$$

$$1 = \frac{2}{7+m} + \frac{r}{r+m} \quad (2) \quad \frac{r+m}{9-m^2} = \frac{1+r/1}{9-r^2}$$

$$1 = \frac{٢٨ + ٢٢}{١٢ + ٢} - \frac{٨ + ٢٦}{١ + ٢٢} \quad (٥) \quad \frac{٢ - ٢}{١ - ٢} = \frac{١ + ٢٢}{(٢ - ٢)٢} \quad (٤)$$

$$\frac{٥ - ١٥}{٨ + ١٢} + \frac{١}{١٢} = \frac{٧ + ١٦}{٦ + ١٢} \quad (٦)$$

$$\frac{٢ \frac{١}{٢}}{٢ + ٢٢} - \frac{٥}{٦ + ٢٢} = \frac{٢}{١ + ٢} - \frac{٤}{٢ + ٢} \quad (٧)$$

$$\frac{٥}{٢٢ - ٢} + \frac{٢}{٢ - ٢} = \frac{٢٥}{(٢ - ١)٨} + \frac{٢}{٢٢ - ٤} \quad (٨)$$

$$\frac{٤}{٢٢ - ١} + \frac{١ \frac{١}{٢}}{١ + ٢} = \frac{٤}{١ + ٢} + \frac{١}{٢ - ٢٢} \quad (٩)$$

$$\frac{١ - ٢}{٢٤ - ٦} - \frac{٢}{٢ + ٢٢} = \frac{٧ + ٢}{٢ - ٢٢} - \frac{١ + ٢}{٢ - ٢٢} \quad (١٠)$$

$$\frac{٢ - ٢}{٧ - ٢} - \frac{٨ - ٢}{٦ - ٢} = \frac{١ + ٢}{١ - ٢} - \frac{٢}{٢ - ٢} \quad (١١)$$

$$\frac{١٥ - ٢}{١٦ - ٢} - \frac{٤ - ٢}{٥ - ٢} = \frac{٦ - ٢}{٧ - ٢} - \frac{٥ + ٢}{٤ + ٢} \quad (١٢)$$

$$\frac{١٥-ل}{١٧-ل} - \frac{١٢-ل}{١٥-ل} = \frac{٩-ل}{١١-ل} - \frac{٧-ل}{٩-ل} \quad (١٢)$$

$$\frac{٥+ل}{٨+ل} - \frac{٢+ل}{٥+ل} = \frac{٦+ل}{٩+ل} - \frac{٢+ل}{٦+ل} \quad (١٤)$$

$$٥ + \frac{س}{ك} = ٢ - \frac{ب}{ك} \quad (١٦) \quad ٧ + \frac{ب}{ك} = ٥ - \frac{ب}{ك} \quad (١٥)$$

$$\frac{ا}{س} + \frac{ت}{ب س} = \frac{ل}{ت س} + \frac{ل}{ب س} \quad (١٧)$$

$$\frac{ا}{ت} + \frac{ك}{ت س} = \frac{ب}{ت س} + \frac{ك}{ب ت} \quad (١٨)$$

$$\frac{ا}{س} - \frac{ا}{ب} = \frac{س}{ب م} - \frac{ب}{س م} \quad (١٩)$$

$$٤٢٦ + ٢٨٩ = ١٧٤ - ١٧٢ \quad (٢١) \quad \frac{ب-٢}{م} = \frac{ت-٢}{ب} \quad (٢٠)$$

$$\frac{٦-٢}{٧-٢} = \frac{٢-٢}{٤-٢} \quad (٢٢) \quad \frac{٢٥-٢٥}{٩} = \frac{١-١}{١٧} \quad (٢٣)$$

مسائل مثورة

اجب ما استطعت شفاهاً

- (١) سيارة تسير م ميلاً في الساعة فكم ميلاً تسير في $\frac{1}{3}$ ساعة ؟
- (٢) ثمن ل ليمونة غ غرشاً فكم ليمونة نشترى ب ج ليرة ؟
- (٣) رجل يسير ذ ذراعاً ب د دقيقة فكم من الوقت يسير $\frac{1}{4}$ ذراعاً ؟
- (٤) ماذا تضيف الى ك ليكون المجموع $\frac{1}{5}$ ؟
- (٥) لدى رجل من العلف ما يكفي ب بقرة $\frac{1}{3}$ يوماً فكم يوماً يكفي ف بقرة ؟
- (٦) وزن مزيج من النحاس والفضة ١٢٠ اوقية فاذا كان وزن النضة فيه ٨ اواق وزيد عليه اوقية فضة فكم جزءاً منه فضة ؟
- (٧) مجموع ثلث عدد وربعه وخمسه ٢٨٢ فما هو العدد ؟
- (٨) اذا زدت على عدد ١٥ $\frac{1}{10}$ منه كان المجموع ٢٠٧٠ فما هو العدد ؟
- (٩) ما العدد الذي تضيفه الى كل من صورة ومخرج الكسر $\frac{1}{10}$ ليصير $\frac{1}{2}$ ؟
- (١٠) ما العدد الذي تطرحه من كل من صورة ومخرج الكسر $\frac{1}{10}$ ليصير $\frac{1}{2}$ ؟
- (١١) انبوب يملأ حوضاً ب ٤٨ دقيقة وآخر يملأه بساعة و ١٢ دقيقة فاذا فتح الانبوبان معاً ففي كم من الوقت يملآن الحوض ؟
- (١٢) انبوبان يملآن حوضاً ب ٢٧ و ٥٤ دقيقة على التوالي وثالث بفرغه ب ٢٦ دقيقة فاذا كان الحوض فارغاً وفتح الثلاثة معاً ففي كم من الوقت يملأ الحوض ؟
- (١٣) ما العدد الذي تجمعه الى صورة الكسر $\frac{1}{6}$ وتطرحه من مخرجه ليصير $\frac{1}{3}$ ؟

- (١٤) ٢٠٪ من الريال الامير كافي ذهباً والباقي نحاساً فكم لبيرة ذهباً
 نصف الى سبيكة وزنها ٢٤ لبيرة ومقدار الذهب فيها ٧٥٪ لتصبح صالحة للسك ؟
 (١٥) حلّ تلميذ $\frac{1}{2}$ المسائل الجبرية المفروضة حلاً صحيحاً ولو جرب ؟ وحلّ
 منها ٨ لكانت علامته ٧٥٪ فكم كان عدد المسائل المفروضة ؟
 (١٦) مجموع عددين ١٦٢ واذا قسمت الأكبر على الاصغر كان الخارج ٢
 والباقي ١٤ فما العددان ؟

ملاحظة: لنكن ك العدد الاصغر

فاذا ١٦٢ - ك العدد الأكبر

$$\text{وطبقاً} \quad \frac{162 - ك}{ك} = ٢ + \frac{١٤}{ك}$$

- (١٧) مجموع عددين ١٤٩ واذا قسمت الأكبر على الاصغر كان الخارج ٤
 والباقي ٤ فما العددان ؟
 (١٨) مجموع عددين ١٥١٦ واذا قسمت الأكبر على الاصغر كان الخارج ٥
 والباقي ١٢٠ فما العددان ؟

(١٩) سارت سيارتان من زحلة الى تدمر مسافة ٢٤٠ ميلاً في ذات الوقت
 وكانت الاولى أسرع من الثانية بـ ١٠ اميال في الساعة وحين وصولها الى تدمر
 رجعت الى زحلة والتفت بالثانية على بعد ١٦٢ ميلاً منها (زحلة) فكم كانت سرعة
 كل منهما ؟

(٢٠) خرجت سيارتان في ذات الوقت من مدينة ب الى مدينة د والمسافة بينهما
 ١٨٠ ميلاً فاذا كانت الثانية أسرع من الاولى بـ ٨ اميال في الساعة وحينما وصلت

الى د رجعت والتفت بالاولى على بعد ٢٠ ميلاً عن د فكم كانت سرعة كلٍ منها ؟
 (٢١) سار سائق سبارة مسافة ١٢٠ ميلاً ولما رجع على ذات الطريق زاد
 معدل سرعته ١٠ اميال فوصل بساعتين اقل مما اقتضى لذهابهِ . فكم كانت
 سرعته ذهاباً واياباً ؟

(٢٢) سار توفيق وسليم في ذات الوقت من مدينتين المسافة بينهما ٢٦٠ ميلاً
 فالتفيا في منتصف الطريق وكان توفيق يسير اسرع من سليم بثلاثة اميال في الساعة
 ولكنه حدث له حادث منعه ساعتين عن السير فكم كانت سرعة كل منها ؟
 (٢٣) مجرى يجذف ٤ اميال في الساعة في الماء الساكن فاذا جذف عكس
 مجرى النهر الى مسافة معلومة اقتضى له ٥ ساعات ولكنه يعود الى مركزه بثلاث
 ساعات فكم تكون سرعة المجرى ؟

ملاحظة : لتكن ك سرعة المجرى في الساعة فاذا ٤ - ك سرعة المجرى اذا سار عكس المجرى
 و ٤ + ك سرعة مع المجرى

(٢٤) مجرى يجذف $\frac{1}{2}$ اميال في الساعة في الماء الساكن فاذا سار مسافة
 معينة في نهر سرعته ميلان في الساعة ورجع الى ذات المكان اقتضى له ٨ ساعات فكم
 كانت المسافة التي قطعها ؟

(٢٥) يسير قارب بخاري ٢ اميال عكس مجرى نهر سرعته ٢ اميال في الساعة
 في الوقت الذي يلزمه لوسير ٨ اميال مع المجرى فكم تكون سرعة القارب في الماء
 الساكن ؟

(٢٦) اذا قذفت قبلة بسرعة تنوق السرعة في الثانون س = ٦٢ ح ت
 قدماً في الثانية حيث س = السرعة وح = ٢٢ قدماً وش (نصف قطر الارض)
 = ٤٠٠٠ ميل فكم تكون اقل كمية لتلك السرعة ؟

الفصل الحادي عشر

المعادلات الآتية البسيطة المتعددة المجاهيل

القسم الأول

١٦٦ . ذكرنا سابقاً ان المعادلة البسيطة في معادلة من الدرجة الاولى وقد تكون ذات مجهول واحد او اكثر ولكن بشرط فيها بعد بسطها وحذف الخارج ان لا يظهر فيها حد يكون فيه مجموع قوى المجاهيل اكثر من واحد

مثال ك + ي - ٥ = معادلة بسيطة من الدرجة الاولى . لماذا ؟

وك ي + ي - ٥ = ليست معادلة بسيطة من الدرجة الاولى . لماذا ؟

١٨٧ . اذا تأملنا المعادلة ك + ي = ٥ فاننا نجد انها تشمل على مجهولين ومنها نستنتج ان ي = ٥ - ك وعليه كلما وضعنا قيمة للرمز ك نخرج قيمة للرمز ي تابعة لقيمة ك او مقابلة لها فاذا يمكننا ان نجد عدداً غير متناهٍ من الكميات لكل من ك و ي نلتحق بها المعادلة المفروضة كما يظهر من الجدول الآتي :

اذا تأملت ك =	٣ -	٢ -	١ -	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	...	الح
فاذا ي =	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	١ -	...	الح

فاذا اخذنا اي زوج منها مثل - ١ و ٦ كان لنا - ١ + ٦ = ٥ . وبما ان عدد هذه الأزواج غير متناهٍ فالمعادلة يقال لها معادلة غير محدودة او "سؤاله"

١٦٨ . المعادلات الآتية . اذا وجد لدينا معادلة اخرى مثل $٢ك - ي = ٤$ زيادة على المعادلة $ك + ي = ٥$ وكانت قيمة $ك$ في نفس الوقت واحدة في المعادلتين وكذلك قيمة $ي$ فالمعادلتان آتيتان

فالمعادلات الآتية هي معادلات عددهما قدر عدد الجاهل التي فيها وتتحقق اذا عوض عن الجاهل بكميات واحدة في نفس الوقت

مثال ١. $٢٧ = ٥ + ٢ن + م - ل$ (١)

(٢) $٨ = ٢ن - ي + م + ل$

(٣) $٦ = ٢م - ن + ٢ي$

(٤) $٥ = ٢م - ٤ن + ي$

فانها معادلات آتية لانها اربع بتدر الجاهل وتتحقق بالتعويض عن $ي = ٤$ ون

$٣ = م - ١$ اول $٢ =$

ونحل المعادلات حينما نستخرج قيم الجاهل

١٦٩ . الحذف ويقال له الاستقاط والخراج هو طريقة لضم معادلتين

مشتبتين على مجهولين لتحصيل معادلة واحدة تحوي مجهولاً واحداً . وبكلام أعم هو ضم عدة معادلات آتية لانقاصها معادلة واحدة ومجهول واحد

١٧٠ . حل المعادلات بطريقة الحذف على نوعين الاول الجمع والطرح

والثاني التعويض وهذه تمثل بالامثلة الآتية :

مثال ١ . حل : $٢ك + ٢ي = ٢٥$ (١)

(٢) $٢ك - ٢ي = ٦$

٧٠ - ٤ ك + ٦ ي	اضرب (١) في ٢
١٨ - ٦ ك - ٦ ي	اضرب (٢) في ٢
٥٢ - ١٢ ك	اجمع المعادلتين
٤ - ٤ ك	اقسم على ١٢
	هروض عن ك بقيمتها ٤ في (١)
٢٥ - ٤٢ + ٤٢	فلنا
٢٧ - ٤	ومنا
٩ - ٤	
	الامتحان: هروض عن ك ٤ وعن ي ٩
٢٥ - ٢٧ + ٨ - ٩ × ٢ + ٤ × ٢	فلنا
٦ - -١٨ - ١٢ - ٩ × ٢ - ٤ × ٢	و

هذه طريقة الحذف بالجمع وهي تم بجعل مسميات ي عدداً واحداً او وحدها وذلك ان تجد معدودها الاصغر وتضرب كل معادلة في خارج نسبة المعدود الاصغر على مسمى ي في تلك المعادلة ثم تجمع كما رأيت

- مثال ٢. حل: ١٢ ك + ٥ ي = ٧٥ (١)
 ٩ ك - ٤ ي = ٢٢ (٢)

لحذف ك بطريقة الطرح اضرب معادلة (١) في ٢ و (٢) في ٤

$$(٢) \quad ٢٦ ك + ١٥ ي = ٢٢٥$$

$$(٤) \quad ٣٦ ك - ١٦ ي = ١٢٢$$

اطرح (٤) من (٢)

$$٩ ك - ٣١ ي = ٩٣$$

$$٣ - ي$$

وبالتعويض عن ي ٣ في (٢) نجد ك = ٥

يعني الطالب العبل

مثال ٢. حل ك + ٥ = ١١ - ي (١)

ك - ٢ = ١٢ - ي (٢)

لغامن (١) ك - - ١١ - ٥ = ي (٣)

عوض عن ك - ١١ - ٥ = ي في (٢)

٢ - (١١ - ٥) - ٢ = ي - ١٧ (٤)

وباليسط والاصلاح نستخرج ي - - ٢ = (٥)

عوض عن ي قيمتها - ٢ في (٢) ينتج ك - ٤

ليتمن الطالب العمل

تمرين كتابي

حل ما يأتي بالحذف بالجمع او بالطرح وابتعن العمل ؟

(١) ك + ي = ٦ (٢) ك + ي = ١ - (٣) ك + ٢ = ي - ٧

ك - ي = ٢ (٤) ك - ي = ٥ (٥) ك - ي = ١

(٦) ٢ ك + ي = ٧ (٧) ١٢ = ٢ م + ٥ (٨) ١٨ = ٢ م - ٢ ل

ك + ٢ = ي ١٢ (٩) ٢ ك + ٢ = ي ٢٨ (١٠) ١١ = ي ٤ + ك

٢ ك - ي = ٢ (١١) ١٤ = ٢ م + ٢ ل (١٢) ٧ = ٢ م + ٢ ل

٢٨ = ي ٥ + ك (١٣) ١٠ = ي ٢ - ك (١٤) ٨ = ي ٢ - ك

٢٨ = ي ٥ + ك (١٥) ١١ = ي ٤ + ك (١٦) ٨ = ي ٢ - ك

١٠ = ي ٢ - ك (١٧) ٨ = ي ٢ - ك (١٨) ٨ = ي ٢ - ك

- | | | | |
|-----------------|------|---------------|------|
| ١١ - ك - ٢ = ١١ | (١٢) | ٢٢ = ٧ + ك | (١٢) |
| ١٢ = ٥ + ك | | ٢٥ = ٥ - ك | |
| ٨ - = ٢ + ل | (١٥) | ٤٣ = ٢ + ك | (١٤) |
| ١ - = ٢ + ل | | ٢٠ = ٥ + ك | |
| ٠ = ١ - ٢ - ل | (١٧) | ٥ = ٨ - ل | (١٦) |
| ٢ = ٢ + ل | | ٢ = ١٢ + ل | |
| ١٠٦ = ٥ + م | (١٩) | ١٠ = ٤ + ل | (١٨) |
| ٥٧ = ١٠ - م | | ٢٧ - = ٢ - ل | |
| ٧٨ = ٧ - ك | (٢١) | ١٢ = ٢ - ع | (٢٠) |
| ١٠٨ - = ١٢ + ك | | ٦٨ = ٦ + ع | |
| ١١ = ٢ + م | (٢٢) | ١٥ = ٥ + م | (٢٣) |
| ١٠٧ - ٢٠ = ٢٠ | | ١ = ٤ - م | |
| | | ١٢ + ل = ١١ ك | (٢٤) |
| | | ١٦ + ل = ٥ ك | |

حل ما يأتي بالعبوض والمنمن العمل :

- | | | | |
|------------|------|------------|------|
| ٢٩ = ٢ + ك | (٢٦) | ١٢ = ٢ + ك | (٢٥) |
| ٧ = ك - ٢ | | ١ = ك - ٢ | |
| ٢٠ = ٢ - ل | (٢٨) | ١ = ٥ - ك | (٢٧) |
| ٥ = ل - م | | ٢ = ك - ٢ | |

$$١ = م - ٢ - ن \quad (٢٠)$$

$$٥ = ن - م - ٢$$

$$٦١ = م٥ + ل٢ \quad (٢٢)$$

$$٦٢ = م - ل١٠$$

$$٢٨ - = م٥ + ل٩ \quad (٢٤)$$

$$٤ + م٣ = ل$$

$$١ = م٢ + ل٢ \quad (٢٦)$$

$$٢ = م٤ + ل٢$$

$$١١ - م٢ = ل \quad (٢١)$$

$$١٩ - م٧ + ل٢$$

$$١٤ = م٢ + ل \quad (٢١)$$

$$٢ = م - ل٢$$

$$١ = م٢ + ل٢ \quad (٢٢)$$

$$٢ = م٤ - ل٥$$

$$٤٠ = م٤ + ل٧ \quad (٢٥)$$

$$٢ + ل = م٢$$

١٧١ . نحل المعادلات الكسرية بتحويل مسميات المجاهيل إلى اعداد صحيحة أولاً وبعدها نحل المعادلات بالطرق التي بسطناها قبلاً

مثال ١. حل: $\frac{٢}{٥} = \frac{٢}{٣} م + \frac{٢}{٣} ن$ (١)

(٢) $\frac{٥}{٢١} = \frac{٢}{٧} م + \frac{٢}{٣} ن$

اضرب (١) في ١٠ و (٢) في ٢١ فيحصل

(٣) $٦٨ - م١٥ + ن٤$

(٤) $٥٠ - م٩ + ن٥$ و

ونحل المعادلتين (٣) و (٤) اما بالجمع والطرح او بالتعويض

تمرين كتابي

حل ما يأتي واتمّن:

(٢) $\frac{١}{٢} - \frac{٢}{٤} م = ١٢ -$

$٨ = م٥ + \frac{١}{٢} ل$

(١) $١٠ = \frac{١}{٢} م + \frac{١}{٢} ل$

$١٠ = \frac{١}{٢} م + \frac{١}{٢} ل$

$$0 = \frac{y}{2} + \frac{k}{5} \quad (4) \quad 8 = \frac{m}{2} + \frac{j}{4} \quad (3)$$

$$4 = y - k \quad 0 = \frac{j}{2} - \frac{l}{2}$$

$$1\frac{1}{2} = \frac{2}{5} + \frac{j}{7} \quad (6) \quad 0 = y - k \quad (5)$$

$$4\frac{2}{5} = \frac{1}{2} + j \quad 2 = \frac{y}{5} - \frac{k}{4}$$

$$0 = \frac{m}{2} + \frac{j}{2} \quad (8) \quad m^2 = j \quad (7)$$

$$0 = \frac{m}{2} + \frac{j}{2} \quad 24 = m + \frac{j}{2}$$

$$\frac{1}{2} - = \frac{1}{2} - j = 0 \quad (10) \quad 1 = \frac{m}{4} - \frac{j}{4} \quad (9)$$

$$\frac{4-2}{4} = \frac{1+j}{7} \quad 1 = \frac{m}{4} - \frac{j}{4}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{0-2}{3} + \frac{0+2}{3} \quad (12) \quad \frac{11}{10} = \frac{0-2}{2} - \frac{0-2+2}{0} \quad (11)$$

$$2 = m^2 + \frac{0-2-2}{0} \quad 4 = m + \frac{0-2-2}{2}$$

$$\frac{11}{2} = \frac{y}{2} + \frac{k}{2} \quad (14) \quad \frac{2}{5} = \frac{2-j}{2} + \frac{j}{7} \quad (13)$$

$$\frac{76}{20} = \frac{0-2}{2} + \frac{k}{0} \quad 22 = m - j$$

$$1 = \frac{2+k}{5} - \frac{k}{2} \quad (15)$$

$$\frac{2}{3} = y + \frac{k}{3}$$

في هذا العمل وما هو على شاكته نعتبر ان

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = \frac{1}{y} - \frac{1}{k} \quad (16) \\ 7 = \frac{7}{y} + \frac{1}{k} \end{array} \right.$$

ووجد صورة المجهول الذي نرغب حذفه . فاذا ضربنا الاولى في ٢ والثانية في ٣

$$2 = \frac{18}{y} - \frac{17}{k} \quad \text{وجمعنا فاننا نحذف المجهول } \frac{1}{y} \text{ كما ترى ادناه}$$

$$21 = \frac{18}{y} + \frac{20}{k}$$

وبالجمع $ك = \frac{٤٧}{٢٢} = ٢$ فإذا $ك = ٢$ وبالتعويض $٢ = ٢$

$$٢ = \frac{٢}{٢} + \frac{٢}{٢} \quad (١٨) \quad \frac{٦}{٥} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} \quad (١٧)$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{٥}{٢} - \frac{٢}{٢} \quad \frac{٤}{٥} = \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}$$

$$٢ = \frac{٧}{٢} - \frac{٦}{٢} \quad (٢١) \quad ٢ = \frac{٦}{٢} + \frac{٥}{٢} \quad (٢٠) \quad ١ = \frac{٢}{٢} + \frac{٢}{٢} \quad (١٩)$$

$$٢ = \frac{١٤}{٢} + \frac{٢}{٢} \quad ٤ = \frac{٢}{٢} + \frac{١٥}{٢} \quad \frac{١٩}{٢} = \frac{٥}{٢} - \frac{٤}{٢}$$

$$٧٢ = \frac{١٦}{٢} + \frac{٥}{٢} \quad (٢٢) \quad ٢ = \frac{٤}{٢} - \frac{١٢}{٢} \quad (٢٣)$$

$$٤٤ = \frac{١}{٢} - \frac{١٦}{٢} \quad \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} - \frac{٢}{٢}$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٢} + \frac{٢}{٢} \quad (٢٥) \quad ٢٠ = \frac{٢}{٢} + \frac{٥}{٢} \quad (٢٤)$$

$$\frac{١٤}{٢} = \frac{٢}{٢} + \frac{٥}{٢} \quad \frac{٢}{٢} = \frac{٥}{٢} - \frac{٢}{٢}$$

١٧٣ . المعادلات المحرفية . تحل المعادلات الآتية المحرفية غالباً بطريقة الحذف بالجمع او بالطرح لانهما اسهل واخصر

مثال ١ . ت ك + ب ي = س (١)

د ك + ح ي = ج (٢)

اضرب (١) في ح ت ح + ك ب ح ي - ح س (٣)

اضرب (٢) في ب ب د ك + ب د ح ي - ب ج (٤)

(٣) - (٤) (ت ح - ب د) ك - ح س - ب ج

∴ ك = $\frac{ح س - ب ج}{ت ح - ب د}$ الجواب

اضرب (١) في د ت د ك + ب د ي - د س (٥)

اضرب (٢) في ت ت د ك + ت د ح ي - ت ج (٦)

(٥) - (٦) (ب د - ت ح) ي - د س - ت ج

∴ ي = $\frac{د س - ت ج}{ب د - ت ح}$ الجواب

تمرين كتابي

حل المعادلات الآتية:

(١) ك + ي = ٤ ب (٢) ل + م = ٥ د (٣) م + ن = س

ك - ي = ب ل - م = د م - ن = د

(٤) ل - م = ٢ د (٥) د ك + د ي = ٢ س (٦) ل + د ي = ب

ل + م = ٤ ح د ك - د ي = ٣ ش ه + ب ي = د

$$(٧) \text{ ب ل م} = \text{ب} \quad (٨) \text{ د ك} + \text{ب ي} = ١ \quad (٩) \text{ ت ل} - \text{ب م} = ١$$

$$\text{د ل} + \text{م} = ٢ \quad \text{د} = \text{ك} + \text{ي} = ١ \quad \text{د ل} + \text{ح م} = ١$$

$$(١٠) \text{ ت م} - \text{ب ن} = \text{س} \quad (١١) \text{ ك} + \frac{١}{٢} \text{ ي} = \frac{١}{٢} \text{ ت} \quad (١٢) \text{ ي} + \frac{١}{٢} \text{ ك} = \frac{١}{٢} \text{ د}$$

$$\text{د م} - \text{ح ن} = \text{ج} \quad \text{ك} - \frac{١}{٢} \text{ ي} = \frac{١}{٢} \text{ ب} \quad \text{ي} - \frac{١}{٢} \text{ ك} = \frac{١}{٢} \text{ س}$$

$$(١٣) \text{ س م} + \text{د ن} = \text{د} + \text{س} \quad (١٤) \text{ ت} + \frac{١}{٢} \text{ ب} = \frac{١}{٢} \text{ ب ت}$$

$$\text{د ن} - \text{س م} = \text{د} - \text{س} \quad \frac{١}{٢} \text{ د} - \frac{١}{٢} \text{ ح} = \frac{١}{٢} \text{ ح د}$$

$$(١٥) \text{ ت} + \frac{١}{٢} \text{ ب} = \frac{١}{٢} \text{ ب ت} \quad (١٦) \text{ ت} - \frac{١}{٢} \text{ ب} = \frac{١}{٢} \text{ ب ت}$$

$$\frac{١}{٢} \text{ د} = \frac{١}{٢} \text{ ك} = \frac{١}{٢} \text{ ي} \quad \frac{١}{٢} \text{ ب} + \frac{١}{٢} \text{ ت} = \frac{١}{٢} \text{ ب ت}$$

١٧٣ . المعادلات الآتية التي تشمل ثلاثة مجاهيل او أكثر. مر معنا قبلاً أنه يقتضي وجود معادلتين اذا كنا نبحث عن قيمة مجهولين وهكذا اذا كانت المجاهيل ثلاثة وحب ان يكون عدد المعادلات ثلاثاً . وبكلام آخر يجب ان يكون عدد المعادلات بقدر عدد المجاهيل

وطريقة العمل ان نحذف احد المجاهيل من اي معادلتين من المعادلات الثلاث ثم نحذف نفس المجهول من معادلتين اخريين فتحصل معادلتان بمجهولين تحلان حسب الطرق السابقة ثم تستخرج قيمة المجهول الثالث بطريقة التعويض في اي معادلة من المعادلات الثلاث

مثال ١ . حل $٢ ك + ٤ ي - ٥ ل = ٢٢$ (١)

$٤ ك - ٥ ي + ٢ ل = ١٨$ (٢)

$٥ ك - ٢ ي - ٤ ل = ٢$ (٣)

اذا اردنا ان نحذف ل فاننا نضرب (١) في ٢ و (٢) في ٥

$$(٤) \quad ٦ \text{ ك} + ١٢ \text{ ي} - ١٥ \text{ ل} - ٦٦$$

$$(٥) \quad ٢٠ \text{ ك} - ٢٥ \text{ ي} + ١٥ \text{ ل} - ٩٠$$

$$(٦) \quad ١٨٦ - ١٢ \text{ ك} - ٢٩ \text{ ي}$$

اضرب ايضاً (٢) في ٤ و (٣) في ٢

$$(٧) \quad ١٦ \text{ ك} - ٢٠ \text{ ي} + ١٢ \text{ ل} - ٧٢$$

$$(٨) \quad ١٥ \text{ ك} - ٩ \text{ ي} - ١٢ \text{ ل} - ٦$$

$$(٩) \quad ٧٨ - ٢٩ \text{ ي} - ٢١ \text{ ك}$$

وجمل المعادلتين (٦) و (٩) ينتج ك - ١٠ وي - ٨ وبالتعويض في (١) نجد ل - ٦

اطلب من التلميذ ان يحقن العمل

تمرين كتابي

حل ما يأتي:

$$(١) \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ٦ \quad (٢) \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ٧ \quad (٣) \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ١١$$

$$\text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ١٠ \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ١٤ \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ٧$$

$$\text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ١٤ \quad \text{ل} + \text{م} - \text{ن} = ٢ \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ١٤$$

$$(٤) \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ١٧ \quad (٥) \quad \text{ل} - \text{م} + \text{ن} = ٥$$

$$\text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ١٦ \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ٥$$

$$\text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ١١ \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ٥$$

$$(٦) \quad \text{ل} - \text{م} + \text{ن} = ٤ \quad (٧) \quad \text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ١$$

$$\text{ل} + \text{م} - \text{ن} = ٤ \quad \text{ل} - \text{م} + \text{ن} = ١$$

$$\text{ل} + \text{م} + \text{ن} = ٤ \quad \text{ل} + \text{م} - \text{ن} = ٢$$

$$(٨) \text{ ك + ح = ٤} \quad (٩) \text{ ٢ ك + ٢ ح = ٧} \quad (١٠) \text{ ل + م + ن = ١}$$

$$\text{ك + ل = ٦} \quad ٢ ح + ٤ ل = ٩ \quad \text{ل = ١٠ - ن - ٧}$$

$$\text{ح + ل = ٨} \quad ٥ ك + ٦ ل = ١٥ \quad م = ١١ - ل - ٢$$

$$(١١) \text{ ل + م + ن = ١٦} \quad (١٢) \text{ ل - م + ٢ ن = ٢}$$

$$\text{ل + م + ن = ٩} \quad \text{ل - م + ٢ ن = ١}$$

$$\text{ل + م + ن = ٢} \quad \text{ل - م + ٢ ن = ٩}$$

$$(١٤) \text{ ل - م = ٤} \quad \text{ن - م = ١٦} \quad \text{ل - م = ١٦} \quad \text{و ل = ٢ + م + ن - ٢}$$

$$(١٤) \frac{م + ل}{٢} = \frac{ل + ن}{٣} = \frac{ن + م}{٤} \quad \text{و ل + م + ن = ٢٧}$$

مسائل شفهية

- (١) كم غرشاء في ل ليرة و غ غرشاء؟
- (٢) سرعة نهر ن ميلاً في الساعة وسرعة قارب بخاري ق ميلاً فكم تكون سرعة القارب اذا جرى مع المجرى؟ وكم اذا جرى عكس المجرى؟
- (٣) اشترى انيس من مخزن صرافيان ق قلم رصاص ما سعره غ غرشاء فاذا دفع ليرة واحدة كم غرشاء يرجع له الصراف؟
- (٤) رجل اتم ل جزءاً من عمل ما فكم جزءاً يبقى منه؟
- (٥) ارسم مستطيلاً واجعل طوله ط وعرضه ع . كم يكون محيطه ارسم ايضاً مستطيلاً آخر أطول من الاول بثلاثة و اقل عرضاً منه بخمسة كم تكون مساحته؟

لدينا عددان k و l فاذا كان k أكبرها فكيف نعبّر جبرياً عن قولك

- (٦) الفرق بين العددين خمسة ؟
- (٧) احد العددين يزيد عن الآخر ج ؟
- (٨) ثلاثة اضعاف الاصغر تزيد عن ضعفي الأكبر ؟
- (٩) الفرق بين العددين يساوي سدس مجموعهما ؟
- (١٠) خارج قسمة الأكبر على الاصغر ٧ والباقي ١٥ ؟

١٧٤ . يشترط في حل المسائل بواسطة المعادلات الآتية ان يجنوي منطوق المسألة على فروض مستقل بعضها عن بعض [اي لا يكون احدها ناتج من الآخر] وان يكون عدد هذه الفروض قدر عدد الكميات المجهولة المطلوب استعمال مقاديرها وبكلام آخر ان تتمكن من تحصيل معادلات آتية عددها قدر عدد المجاهيل المراد معرفة قيمتها

مثال ١ : ما عددان مجموعهما ٦٦ والفرق بينها ٢٤ ؟

افرض k أكبر العددين و l اصغرها

$$\text{فأذا } k + l = 66 \quad (1) \dots$$

$$k - l = 24 \quad (2) \dots$$

وبحل هاتين المعادلتين يتج $k = 50$ و $l = 16$

مثال ٢ . ما الكسر الذي اذا اضيف ٢ الى كل من صورته ومخرجه صار $\frac{1}{2}$ ولكن اذا اضيف ٧ الى كل من الصورة والمخرج صار $\frac{2}{3}$ ؟

الرموز	الأعداد التي تتعاطى بها
$\frac{ص}{٢} -$	(١) الكسر المجهول
$٢ -$	(٢) العدد الأول الذي نضيفه إلى الصورة والمخرج
$\frac{٢+ص}{٢+٢} -$	(٣) الكسر الناتج من ذلك
$\frac{١}{٢} -$	(٤) قيمة الكسر الناتج
$٧ -$	(٥) العدد الثاني المضاف إلى الصورة والمخرج
$\frac{٧+ص}{٧+٢} -$	(٦) الكسر الناتج منه
$\frac{٢}{٣} -$	(٧) قيمة الكسر الناتج

المساواة بين الأعداد

$$(٧) - (٦) \text{ و } (٤) - (٢)$$

$$\frac{٢}{٢} - \frac{٧+ص}{٧+٢} \text{ و } \frac{١}{٢} - \frac{٢+ص}{٢+٢} \text{ أي}$$

ويحل هذه المعادلات بتعويض $٢ - م$ و $٨ - م$

$$\text{فإذا } \frac{٢}{٨} - \frac{ص}{٢} \text{ الجواب}$$

تمرين كتابي

- (١) ما عددان مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٢٥ ؟
- (٢) ما عددان الفرق بينهما ٢٧ ومجموعهما ٧٣ ؟
- (٣) ما عددان مجموعهما ١٨٠ وأكبرها يزيد ٤٠ عن ثلاثة أضعاف الأصغر ؟
- (٤) ما عددان الفرق بينهما ٦ وإذا أضفت ٢ إلى الأكبر صار ضعف الأصغر ؟
- (٥) ما عددان ثلث مجموعهما ٢٨ ونصف الفرق بينهما ٨ ؟

- (٦) ما عددان $\frac{1}{2}$ من مجموعها ٨ والفرق بينهما ٦٠ ؟
- (٧) ما عددان مجموعهما ٢٢ ونصف الاول مع ثلث الثاني ١٤ ؟
- (٨) ما الكسر الذي اذا اضفت ٢ الى صورته ساوى $\frac{1}{2}$ واذا اضفت ١ الى مخرجه ساوى $\frac{1}{4}$ ؟
- (٩) ما الكسر الذي اذا اضفت ١ الى صورته ساوى $\frac{1}{4}$ واذا طرحت ١ من مخرجه ساوى $\frac{1}{4}$ ؟
- (١٠) ما الكسر الذي اذا ضاعفت صورته واضفت ٥ الى مخرجه ساوى $\frac{1}{8}$ واذا طرحت ١ من صورته واضفت ٧ الى مخرجه ساوى $\frac{1}{2}$ ؟
- (١١) ثمن رطلين طحين و ٥ ارطال سكر ٢٢٠ غرشاً و ثمن ٥ ارطال طحين و ٢ ارطال سكر ٢٦٥ غرشاً فكم ثمن رطل الطحين ورطل السكر ؟
- (١٢) اجرة ٤ رجال و ٢ اولاد ١٨ ليرة في اليوم واجرة ٢ رجال و ٤ اولاد ١٧ ليرة فكم اجرة الرجل والولد ؟
- (١٣) اشترت سيدة ٤ امتار حرير و ٧ امتار كتان ب ١٧٠ ليرة ولو اشترت ٥ امتار حرير و $\frac{2}{5}$ امتار كتان لكانت دفعت ذات الثمن فكم كان ثمن متر الحرير والكتان ؟
- (١٤) ثقل قدم مكعبة من الحديد وقدم مكعبة من الرصاص ١١٨٠ الپيرة ولكن ثقل ٢ اقدام مكعبة من الحديد تزيد ٤٠ لپيرة عن ثقل قدمين مكعبتين من الرصاص فكم يكون ثقل القدم المكعبة من الحديد ومن الرصاص ؟
- (١٥) عدد مؤلف من رقمين مجموعهما ٧ واذا اضفت اليه ٢٧ انعكس العدد فاهو ؟

نفرض ك رقم الاحاد و ع رقم العشرات

$$\text{فاذا ك + ع} - ٧ \dots\dots\dots (١)$$

ولكون ع رقم العشرات فقيمتها اذا ١٠ ع وعلو يمثل العدد بـ ١٠ ع + ك وعكس العدد يكون ١٠ ك + ع

$$\text{فاذا } ١٠ ع + ك - ٢٧ + ١٠ ك + ع \dots\dots (٢)$$

$$\text{وبالمقابلة والبسط ك - ع} - ٢ \dots\dots (٣)$$

$$\text{ويجمل (١) و (٢) ينتج ك - ٥ و ع} - ٢$$

$$\text{فالعدد اذا } ١٠ \times ٢ + ٥ - ٢٥ \text{ الجواب}$$

(١٦) عدد مؤلف من رقمين مجموعها ٦ واذا اضيف اليه ٢٦ انعكس

العدد فما هو؟

(١٧) مجموع عدد مكون من رقمين وعكس العدد ١٢١ ورقم العشرات يزيد

٧ عن رقم الاحاد فما هو العدد؟

(١٨) مجموع رقمي عدد ١٢ والفرق بينه وبين عكس ٤٥ فما هو العدد؟

(١٩) اذا قسمت عددًا على نصف مجموع رقميه كان الخارج ١٧ واذا

طرح منه ٢٦ كان الباقي عكس العدد فما هو العدد؟

(٢٠) اذا اضيفت ٨ الى عدد مؤلف من رقمين كان المجموع ٨ اضعاف

مجموع رقميه الا ١ ولكن رقم منزلة العشرات ضعف رقم منزلة الاحاد فما هو العدد؟

(٢١) عدد مؤلف من ٢ ارقام مجموعها ١٤ فاذا كان رقم منزلة الاحاد

يزيد ٢ عن مجموع رقم منزلة المئات ورقم منزلة العشرات وكان رقم منزلة العشرات

نصف رقم منزلة الاحاد فما هو العدد؟

(٢٢) عدد مركب من ثلاثة ارقام منزلة الاحاد فيه صفر واذا وضع رقم

العشرات ورقم المئات كل موضع الآخر نقص العدد ١٨٠ او اذا وضع بدل رقم

المئات نصفه وهل رقم منزلة العشرات ورقم منزلة الآحاد كل عمل الآخر نقص العدد
٤٥٤ فإهو العدد؟

(٢٣) منذ ٦ سنوات كان عمر يوسف ١٢ ضعف عمر ابنه سعيد ولكن بعد
مضي ٢ سنوات (منذ الآن) يبصر عمره ٢ اضعاف عمر سعيد فكم عمر كل منهما الآن؟
(٢٤) اربعة اضعاف عمر بطرس يزيد ٢٠ سنة عن عمر احمد وثلاث عمر
احمد اقل من عمر بطرس بستين فكم عمر كل منهما؟

(٢٥) $\frac{1}{11}$ من عمر امين يزيد ستين على $\frac{1}{7}$ عمر بدر وضعف عمر بدر
يساوي ما كان يساويو عمر امين منذ ١٢ سنة فكم يكون عمر كل منهما الآن؟

(٢٦) لدى بائع نوعان من الطحين فاذا كان ثمن الرطل من النوع الاول
٢٤ غرشاً ومن الثاني ٢٢ غرشاً فكم رطلاً يمزج من كل من النوعين ليحصل على ١٠٠
رطل ما ثمنه ٢٨٨ غرشاً؟

الاعداد التي تتعاطى بها الرموز

- | | | | |
|-----|-----------------------|---|------|
| (١) | عدد ارجال النوع الاول | - | ك |
| (٢) | " " " الثاني | - | ى |
| (٣) | ثمن ارجال النوع الاول | - | ك ٢٤ |
| (٤) | " " " الثاني | - | ى ٢٢ |
| (٥) | عدد ارجال المزيج | - | ١٠٠ |
| (٦) | ثمن ارجال المزيج | - | ٢٨٠ |

المساواة بين الاعداد

- (١) + (٢) - (٥) او ك + ى - ١٠٠
(٣) + (٤) - (٦) او ك + ٢٤ + ى - ٨٨٠
مطلوب من التابذة تكملة المعمل

(٢٧) كم تمزج افة بن ما سعرها ٥. غرشاً و ٨٠ غرشاً لتحصل على ١٢٠ افة ما
سعرها ٧٠ غرشاً ؟

(٢٨) عطار يريد ان يخلط نوعاً من البهارثن الكيلو كرام منه ٦٦ غرشاً بنوع
آخرثن الكيلو كرام منه ٦٠ غرشاً بحيث يكون وزن المخلوط ١٨٠ كيلو كراماً ما
سعره ٧٢ غرشاً فكم كيلو كراماً يأخذ من كل نوع ؟

القسم الثاني

١٧٥ . المعادلات الآتية

$$\text{حل: } \frac{ك}{ك ي} = \frac{٢}{٥} \quad \text{و} \quad \frac{٢ ك + ٢ ي}{ك ي} = \frac{٢}{٥}$$

$$\frac{ك}{ك ي} + \frac{٢}{٢٠} = \frac{٢ ك + ٢ ي}{ك ي} \quad \text{و} \quad \frac{٢}{٢٠} = \frac{٢ ك + ٢ ي}{ك ي} - \frac{ك}{ك ي}$$

$$\frac{٢}{٢٠} = \frac{٢}{٢٠} - \frac{١}{ك} + \frac{١}{ي} \quad \text{و} \quad \frac{٢}{٢٠} - \frac{٢}{٢٠} + \frac{١}{ي} = \frac{١}{ك}$$

والآن نحل المعادتين بالطرق التي تعلمتها قبلاً

تمرين شفهي

- (١) اذا كان د/ احد ضلعي ب/ فما هو الضلع الآخر؟
- (٢) طول مستطيل ط متراً وعرضه ع متراً فكم يكون محيطه؟ كم مساحته؟

(٢) مساحة مستطيل ب ت متراً مربعاً فاذا كان طوله ب متراً كم يكون عرضه ؟ كم يكون محيطه ؟

(٤) طول مستطيل م متراً وعرضه ع - د فما مساحته ؟ ما محيطه ؟

(٥) ارتفاع مثلث ق قدماً وقاعدته ل - ن فما مساحته ؟

(٦) ارتفاع مثلث ق قدماً وقاعدته ثلاثة اضعاف ارتفاعه فكم قدماً

قاعدته ؟ كم مساحته ؟

(٧) اذا كان عمر فريدس سنة فاذا تكون دلالة س - ٧ ؟ ما معنى المعادلة

س $+ 6 = 7 - (س)$ ؟

(٨) مساحة مثلث ي برداً مربعاً وقاعدته ق قدماً فما ارتفاعه ؟

(٩) اذا وزنت افة ذهب في الماء فانها تنقص $\frac{1}{12}$ من ثقلها . كم يكون نقصان

اوقات ؟ ك افة ؟

(١٠) اذا وزنت افة فضة في الماء فانها تنقص $\frac{1}{10}$ ثقلها . كم يكون نقصان

اوقات ؟ ي افة ؟

(١١) اذا وزنت في الماء قطعة مركبة من ك افة ذهب و ي افة فضة فكم

يكون نقصانها ؟

تمرين كتابي

(١) وزن قدم الحديد المكعبة وقدم الالومينوم ٦٣٦ ليبرة ووزن قدم الحديد وقدم النحاس ١٠٣٠ ووزن قدم النحاس وقدم الالومينوم ٧٠٦ ليبرات . فكم وزن كل قدم منها ؟

(٢) برج ايفل في باريس اعلى من بنابة المتر وبوليتان في نيويورك وهذه اعلى من

تذكّر وسنظنّ فإذا كان الفرق بين علو الأول والثانية ٢٨٤ قدماً وبين الأول والثالث ٤٢٩ قدماً ومجموع الأول والآخر ١٥٢٩ قدماً فكم يكون ارتفاع كل منها ؟
(٢) مجموع عددين م والفرق بينهما ف ما العددان ؟

(٤) كسر قيمة ب وإذا زدت ٢ على الصورة صارت فما هو ؟

(٥) مدخول جورج وفؤاد ١٠٠٠ ليرة انكليزية فإذا صرف جورج $\frac{1}{2}$ مدخولة وفؤاد ثلثه كان مصروف جورج أكثر من مصروف فؤاد ب ٢٥ ليرة فكم يكون مدخول كل منها ؟

(٦) كم يكون الوقت إذا كانت الساعة بين ٤ و ٥ وكان عقرب الدقائق سابقاً بعرب الساعات ٨ دقائق

(٧) إذا كانت الساعة الآن بين ٥ و ٦ وبعد مضي ١٠ دقائق يكون عقرب الدقائق سابقاً بعرب الساعات بقدر تأخره عنه الآن فكم يكون الوقت الآن ؟

(٨) اشترى عنة تلامذة في شراء دراجة ولو زاد عددهم ٢ لنقص ما يدفعه الفرد ليرة سورية ولو نقص عددهم ٢ لزيد ما يدفعه كل شخص ليرة سورية فكم كان عدد الأشخاص وثمن الدراجة ؟

(٩) قطع سائق سيارة مسافة معلومة ولو سار ٢ أميال أسرع لنقص الوقت ساعة واحدة ولو سار ٥ أميال أسرع لنقص الوقت ساعة ونصف فكم كانت المسافة ؟

(١٠) انبوبان يملآن معاً حوضاً إذا فتح الأول ٤ ساعات والثاني ٥ ساعات ولكنها يملآن معاً إذا فتح الأول ٢ ساعات والثاني ٨ ساعات ففي كم من الوقت يملأه كل منهما ؟

(١١) وزن سبيكة مركبة من الذهب والفضة ٢١ ليرة ووزنها في الماء ١٩ ليرة

فاذا كانت خسارة الذهب اذا وزن في الماء $\frac{1}{12}$ من ثقله والفضة $\frac{1}{10}$ ثقلها فكم ليرة ذهب وفضة في السبيكة ؟

(١٣) مثل قطعة نحاس وتك ١٠٠ كيلو ووزنها في الماء ٨٧^٥ كيلو فاذا

كان ثقل النحاس النوعي ٨^٨ والتلك ٧^٢ فكم ثقل النحاس والتلك فيها ؟

(١٣) مزج عطار نوعين من البن ما غن الاقة منه ١٥ غرشاً و ٣٠ غرشاً

فحصل على ١٠٠ اقة باعها بسعر ٣٠ غرشاً ورجح ٢٥٪ فكم اقة أخذ من كل نوع ؟

(١٤) مزج عطار نوعين من البهار سعر الاقة من احدها ٢٥ غرشاً ومن

الآخر ٥٠ غرشاً فحصل على ٢٠٠ اقة باعها بثمن ٥٢ غرشاً الاقة ورجح ٣٠٪ فكم اقة

اخذ من كل نوع ؟

(١٥) سيج حبيب في نهر سرعة مجراه $\frac{1}{2}$ ميل في الساعة ووجد انه لو سيج

عكس المجرى مسافة ميل واحد لا تقضي له ٤ امثال الوقت الذي يقطع فيه المبل اذا

سج مع المجرى فكم كانت سرعته ؟

(١٦) سار امين و بديع وسليم من نقطة واحدة بسرعة ٤ و ٥ و ٦ اميال على

التتابع وقام امين قبل بديع بساعتين فبعد كم من الوقت من قيام بديع يجب ان

يجري سليم حتى يلحق امين في البرمة التي يلحقها فيها بديع ؟

(١٧) برميلان يشتلان على مزيج من الخمر والماء ففي احدها الخمر ٣ امثال

الماء وفي الآخر الماء ٥ امثال الخمر فكم ليترأ تاخذ من كل برميل لتولاً برمياً ثالثاً

سعة ٥٩٦ ليترأ بحيث يتناصف فيها الخمر والماء ؟

(١٨) ترافي ثلاثة مع الأول ٤ جهاد ومع الثاني ٧ بغال ومع الثالث ٩ حيدر

وانفقوا ان يعطي كل حيواناً لكل من رفقوه ثم باعوا الحيوانات فاصبح مع كل ١٧٤

ليرة مصرية فكم ثمن كل من الحيوانات ؟

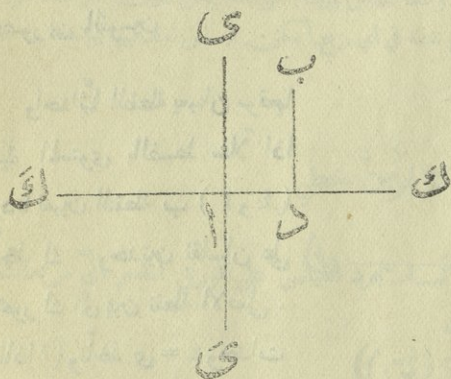
الفصل الثاني عشر

المخطوط البيانية

القسم الاول

١٧٦ . المخطوط البيانية للمعادلات : اذا كان لدينا معادلة جبرية مشتملة على مجهولين ك وى ووضعنا بدل ك قياً معينة واستخرجنا قيمى المتابلة لقيم ك فنستطيع حينئذ ان نرسم خطاً بيانياً يمثل المعادلة المفروضة . وهذه المخطوط البيانية على جانب عظيم من الامة والفائدة كما سترى

١٧٧ . المحوران :



هما خطان مستقيمان متعامدان ومتقاطعان في النقطة ا مثل المخططين ك وى كما ترى في الرسم ويكون احدهما أفقياً والآخر رأسياً

١٧٨ . محور ك :

او محور الاحداثيات الافقية هو المحور الافقى ك ك

١٧٩ . محور ى : او محور الاحداثيات الرأسية هو المحور الرأسى ى ى

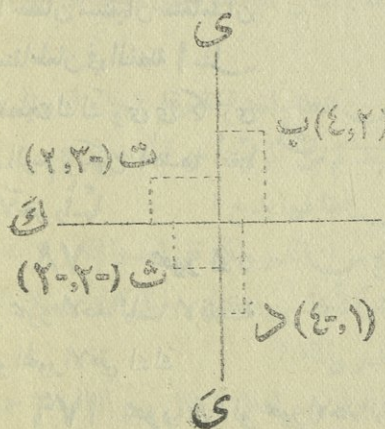
١٨٠ . نقطة الاصل : هي نقطة تقاطع المحورين ك والنقطة ا

١٨١ . الاحداث الافقى : لاي نقطة كانت ويقال له ايضاً الفصلة هو

بعد تلك النقطة من المحور الرأسي على خط مواز للمحور الافقي ويكون ايجابياً اذا قيس الى y وسلبياً اذا قيس الى x .

١٨٢. الاحداث الرأسي: لاي نقطة كانت ويقال انه ايضاً المهيئ او المعينة هو بعد تلك النقطة من المحور الافقي على خط مواز للمحور الرأسي ويكون ايجابياً اذا قيس فوق x وسلبياً اذا قيس تحته وعليه يكون الاحداث الافقي للنقطة ب مساوياً اد والاحداث الرأسي د ب

١٨٣. الاحداثيان لاي نقطة هما الاحداث الافقي والاحداث الرأسي تلك النقطة. ويقال للنقطة التي احداثها ٢ و ٤ مثلاً النقطة $(٢, ٤)$ حيث نكتب الاحداث الافقي اولاً ثم الاحداث الرأسي ثانياً ونفصله عنه بالواو ويكون كلاهما محصورين بالتوسين



واحداثياً النقطة يعينان موقعها في المستوى بالضبط مثلاً اذا أردنا تعيين النقطة ب $(٢, ٤)$ نأخذ $x = ٤$ وحدتين نقاسان على محور x الى يمين نقطة الاصل. (ماذا؟) ونأخذ $y = ٤$ وحدات نقاس فوق محوري عمودية عليه فالنقطة الحادثة تكون النقطة

المطلوبة كما ترى في الرسم وكذا يمكن تعيين النقط $(٢, -٤)$; $(٣, -٢)$; $(٤, -٢)$ و $(٢, -٤)$

١٨٤. الأرباع: هي الأربعة الأقسام التي ينقسم اليها مستوى الرسم بالمحورين الأفقي والرأسي وتسمى الربع الأول والثاني والثالث والرابع على الترتيب. ففي الرسم السابق ننع النقطة ب في الأول و ث في الثاني و ج في الثالث و د في الرابع فاحفظ هذا جيداً

١٨٥. تسمى طريقة تحديد وضع النقطة أو رسمها بواسطة احدائها تعيين النقطة

والأفضل عند اجراء العمل استخدام الورق المقسم الى مربعات لان فيو نوعين من المستقيمت المتوازية المتساوية ابعادها بعضها عن بعض نوع افقي ونوع رأسي فبعد ان تختار من هذه المستقيمت اثنتان متقاطعتان ليكونا محورين ويميزان في الرسم بجعلها أ كنف وأعرض من سائر المستقيمت يؤخذ اقم او اكثر من الأقسام الصغيرة وحدة للقياس وبهذه الوساطة يمكن تعيين اي نقطة متى علم احدائها وبالعكس اذا علم موقع اي نقطة في اي ربع أمكن قياس احدائها بواسطة الأقسام الظاهرة على الورق

تمرين خطي

المطلوب اجراء الاسئلة الآتية بمجرد القياس على الورق المقسم الى مربعات ثم تحجبها بالحساب متى تيسر ذلك عين وارسم النقط الآتية:

$$(1) (2 \text{ و } 3); (1 \text{ و } 2); (3 \text{ و } 4); (1 \text{ و } 4)$$

$$(2) (1 \text{ و } 5); (2 \text{ و } 6); (3 \text{ و } 7); (4 \text{ و } 8); (5 \text{ و } 9); (6 \text{ و } 10)$$

$$(3) (1 \text{ و } 3); (2 \text{ و } 4); (3 \text{ و } 5); (4 \text{ و } 6); (5 \text{ و } 7); (6 \text{ و } 8); (7 \text{ و } 9); (8 \text{ و } 10)$$

- (٤) (-٢ و -٤); ($\frac{1}{2}$ و - $\frac{1}{2}$); (-١ و ١); (٠ و -٣)
- (٥) (٠ و ٢); (-٣ و ٠); (٤ و ٠); ($\frac{1}{2}$ و - $\frac{1}{2}$)
- (٦) ارسم المثلث الذي رؤوسه النقط (١ و ١) و (٢ و ٢) و (٢ و ٢)
- (٧) ارسم الشكل الذي رؤوسه النقط (٢ و ١) و (-٤ و -٢) و (-٢ و ٤)
- (٨) كم قيمة الاحداث الرأسية لجميع النقط الواقعة على المحور الافقي؟
- (٩) كم قيمة الاحداث الافقية لجميع النقط الواقعة على المحور الرأسية؟
- (١٠) ما مركز النقطة التي احداثها الافقية صفرًا؟ التي احداثها الرأسية صفرًا؟ التي كلٌّ من احداثيها صفرًا؟
- (١١) ارسم المستطيل الذي رؤوسه النقط (٢ و ١) و (٢ و ٦) و (٦ و ٦) و (٦ و ٢) وجد مساحته
- (١٢) ارسم المستطيل الذي رؤوسه النقط (-٣ و ٤) و (٤ و ٤) و (٤ و -٤) و (-٣ و -٤) وجد مساحته
- (١٣) ارسم المثلث الذي رؤوسه النقط (-٣ و -٤) و (-٤ و ١) و (٢ و ١) و (٢ و -٤) وجد مساحته

المخطوط البيانية لمعادلات الدرجة الاولى

١٨٦ . لاجل رسم الخط البياني لمعادلة الدرجة الاولى التي تشتمل على مجهولين مثل K و Y فاننا نضع بدل K سلسلة مفاد برقمية مناسبة مثل ٠, ١, ٢, ٣, الخ; و Y -١, -٢, -٣, الخ ثم نستخرج قيم Y المتقابلة لها ونعتبر مفاد K احداثيات افقية ومفاد Y احداثيات رأسية وبهذه الطريقة نتكهن من تعيين

يكفي تعيين نقطتين ووصلهما بخط مستقيم هو الخط البياني المطلوب المعادلة المفروضة

تمرين خطي

ارسم الخطوط البيانية للمعادلة الآتية:

$$(١) \quad y = x + 1 \quad (٢) \quad y = x + 2 \quad (٣) \quad y = x - 2$$

$$(٤) \quad y = x \quad (٥) \quad y = 2x \quad (٦) \quad y = 2x - ٤$$

$$(٧) \quad y = 2x + 1 \quad (٨) \quad y = x - 2 \quad (٩) \quad y = x + ٢$$

$$(١٠) \quad y = x \quad (١١) \quad y = x - ١ \quad (١٢) \quad y = 2x + ٦$$

$$(١٣) \quad y = 2x + ٢ \quad (١٤) \quad y = 2x + ٢$$

$$(١٥) \quad y = x - ٥ \quad (١٦) \quad y = x - ٤$$

ملاحظة: المعادلة $y = x - ٤$ تساوي ذات المعادلة حيث مسمى الكمية y صفرا هي انما

$y = x - ٤$ وهذه تم بفرض $y = ٤$. واي قيمة لـ y وعليه فالقيم الزوجية (٤، ١) و (٤ و ٥) و (٤، ٢) الخ تجعل المعادلة $y = x - ٤$ "صححة" . واذ رسمنا النقط ووصلناها بخط مستقيم لوجدناه موازيا للصور الراسي وعلى بعد ٤ وحدات الى اليمين منه

$$(١٧) \quad y = x - ٥ \quad (١٨) \quad y = x - ٥ \quad (١٩) \quad y = x - ٢$$

$$(٢٠) \quad y = x - ٤ \quad (٢١) \quad y = x - ٥ \quad (٢٢) \quad y = x - ٥ \quad (٢٣) \quad y = x - ٥$$

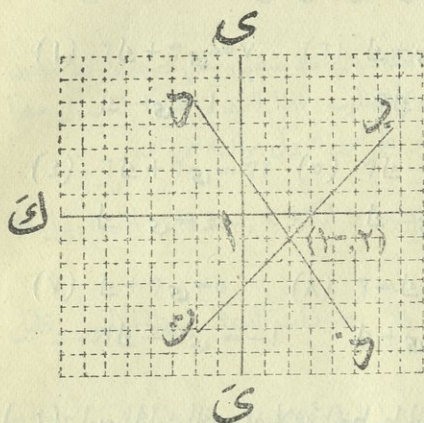
$$(٢٤) \quad y = x \quad (٢٥) \quad \text{هل النقطة (٤ و ٢) على الخط البياني}$$

للمعادلة $y = 2x - ٢$ هل (٦ و ١) ؟ هل (٦ و ١) ؟

١٨٩ . حل المعادلات الآتية بواسطة الخطوط البيانية . اذ رسمنا الخط

البياني للمعادلة $y = x - ٢$ وهو المستقيم ب ت كما ترى في الرسم الآتي [والخط

البياني المعادلة $٢ ك + ٢ ي = ٤$ [وهو المستقيم د ذ] وقسنا احداثي نقطة تقاطعها لوجدناها النقطة (٢ و ١)



وكذلك لو حللنا

المعادلتين $ك - ي = ٢$ و $٢ ك = ٤$

$٢ ي = ٤ - ٢ ك$ لوجدنا $ك = ١$

و $ي = ١$

وعلى العموم نقول ان

جزري معادلتين آتيتين

[بسيطتين] هما احداثياً نقطة

تقاطع خطوطها البيانية او ان

حل المعادلتين الآتيتين يعادل

استعلام احداثي نقطة [او نقط] تقاطع خطيها البيانيين لان هذين الاحداثيين فقط يحققان كلا المخططين البيانيين وقيمتها فقط هي القيمة الوحيدة للجهولين ك و ي التي تجعل المعادلتين صحيحين

١٩٠ . فاذا حللنا المعادلات البيانية البسيطة بواسطة رسومها ارم خطوطها

البيانية وقس احداثيات نقطة [او نقط] تقاطعها. وهذا نستخدمة لامتحان حلها

بالطرق الجبرية. واذا كانت درجة المعادلات فوق الثانية ففي الغالب يكون حلها

بواسطة الرسوم أفضل واخصر

تمرين خطي

حلّ المعادلات الآتية وامضن الجواب بواسطة الرسم البياني :

$$(1) \quad 2ك + ٢ى = ٧ \quad (2) \quad ك + ى = ٢ \quad (٣) \quad ٢ك - ى = ٤$$

$$ك - ى = ١ \quad ٢ك - ٢ى = ١٦ \quad ى - ٢ك = ١$$

$$(4) \quad ٢ك + ٢ى = ١٢ \quad (5) \quad ٢ك - ٢ى = ٠ \quad (6) \quad ٢ = ك + ى$$

$$ك - ى = ٤ \quad ك - ى + ١ = ٠ \quad ى - ك = ٤$$

$$(7) \quad ك + ٢ى = ٥ \quad (8) \quad ٢ = كى \quad (9) \quad ٢ = ك$$

$$٢ك - ٥ = ١ \quad ك + ى = ٠ \quad ك + ى = ٦$$

(١٠) ارسم المثلث الذي اضلعه المخطوط البيانية للمعادلات $٥ - ك - ى = ٧$ و

$٥ - ك + ٢ = ٠$ و $٢ + ك + ٢ = ٠$ وجد احداثيات رؤوسه جبرياً ورسمياً

(١١) اثبت بالرسم البياني ان النقط الثلاث (٢ و ٠) و (٢ و ٧) و (٤ و ٧)

واقعة على مستقيم واحد وجد اين يتقاطع ذلك المستقيم مع محورى

(١٢) برهن ان النقط الثلاث (٢ و ٢) و (٢ و ٨) و (٢ و ٤) واقعة

على مستقيم واحد وجد اين يتقاطع ذلك المستقيم مع محور ك

١٩١. المخطوط البيانية للقوانين الرمزية والتطبيقات العملية . قد اصبح

الآن بوسعنا ان نستعيض في كثير من الاحوال عن الحسابات العددية بالمخطوط

البيانية . فنستخرج الجواب ولو تقريبياً بعد رسم المخط البياني المطلوب باختر وقت

لاي عدد من الاسئلة التي تكون من ذات النوع كما في الاسئلة الآتية :

(١) الليرة الانكليزية تساوي ٨٧' ٤ ريالات اميركانية فاذا مثلنا الليرة بـ ل والريال بـ ر فنج القانون ل = ٨٧' ٤ ر. المطلوب رسم المخط البياني لهذا القانون

ملاحظة: بما ان القانون مادلة بسيطة فمخطة البياني خط مستقيم وبكفي لتعيينه ان نعلم نقطتين منه. وبعدها نصلها بمخط مستقيم هو المخط البياني المطلوب. فاذا كانت ر صفراً كانت ل صفراً واذا كانت ر = ٢ كانت ل = ٩٧٤. ارسم ر على محور ك ول موازية لمحور ي

ب. جد بواسطة القانون قيمة ٧ ليرات انكليزية. جد ذات القيمة بواسطة الرسم وقابل بين النتيجةين

ت. جد بواسطة الرسم قيمة ١٥ ريالاً. جد ذات القيمة بواسطة القانون وقابل بين النتيجةين

(٢) راتب كاتب يزداد كل سنة ل ليرة فاصبح بعد مضي ٦ سنوات ١٢٨ ليرة وبعد مضي ١٥ سنة ٢٠٠ ليرة. المطلوب رسم المخط البياني للراتب وتعيين (ب) المقدار الاساسي (الذي ابتدأ به) و (ت) ومقداره في بداية السنة ٢١ من خدمته

الحل: لكن ي راتب الكاتب بعد مضي ك سنة من خدمته وس مقدار الراتب الاساسي فلنا ك - ل + س وهذه معادلة بسيطة يمثلها خط مستقيم
ولما كانت ك = ٦ كانت ي = ١٢٨. ولما كانت ك = ١٥ كانت ي = ٢٠٠ وهاتان النقطتان تعينان المخط البياني المطلوب. وانسب طريقة لرسمه ان نتخذ سنتيهما ٢١ و ٣١ قيراطاً لكل ١٠ سنوات على محور ك ويمثلها لكل ٨٠ ليرة على المخط العمودي

(ب) لمعرفة الراتب الاساسي نجد طول القسم الذي يقطعه المخط البياني على محور ي اي حتماً تكون ك = ٠. وهذا نجدُه = ٨٠ ليرة

(ت) الراتب في بداية السنة ٢١ اي بعد مضي ٢٠ سنة هو الاحداث الراسي للنقطة التي احداثها الانفي ٢٠ وهذا نجدُه = ٢٤٠ ليرة

تمرين خطي

(١) اذا وضعت ليرة واحدة في البنك س سنة بفائدة ٦٪ صار مبلغها (غ)
 $X^{0.7+1}$ س اي غ = $0.7+1$ س المطلوب رسم المخطط البياني ثم معرفة الوقت
 الذي فيه تضاعف الليرة.

اذا وضع ولد ليرة في البنك المذكور حينما كان عمره ١٠ سنوات فكم تبلغ
 بعد بلوغه ٢٥ سنة من العمر ؟ جد الجواب بواسطة الرسم وبواسطة القانون
 وقابل بينهما

(٢) القانون لمحيط الدائرة $d = 2r$ ق. ارسم المخطط البياني وجد بواسطة
 (ب) محيط الدائرة اذا كان قطرها ٢ امتار ; ١٠ امتار ; ١٢ متراً (ت) قطر الدائرة
 التي محيطها ١٥ متراً ; ٢٠ متراً ; ٢٤ متراً

(٣) اذا سقط جسم بفعل جاذبية الارض فقانون سرعته $s = 22t$ حيث
 س سرعة الجسم السانط اقدماً في الثانية و ت عدد الثواني. ارسم المخطط البياني وجد
 بواسطة (ب) سرعة الجسم بعد مضي ٥ ثوانٍ ; ١٢ ثانية ; ٩ ثوانٍ. (ت) الوقت
 الذي فيه نصير سرعة الجسم ٥٠ قدماً في الثانية ; ٨٤ قدماً في الثانية

(٤) القانون $28m$ يمثل العلاقة بين الاقدام الانكليزية ق والامتار.
 ارسم المخطط البياني وجد قيمة ١٢ متراً . ١٥ متراً

(٥) مصروف مدرسة مؤلف من قسمين قسم ثابت المتدار وقسم متغير
 بالنسبة الى عدد الطلبة وهو يبلغ ٦٥٠ ليرة حينما يكون عدد الطلبة ٥٠ او يبلغ ٧٤٢
 ليرة حينما يكون عددهم ١٢٨. ارسم المخطط البياني الذي يمثل المصروف لاي عدد

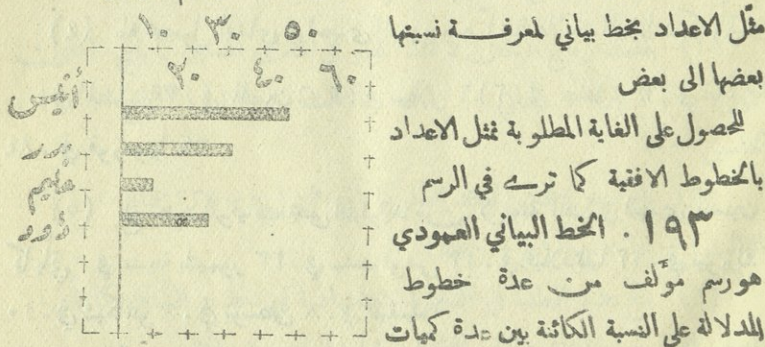
يكون في المدرسة من الطلبة وجد بواسطته (ب) مقدار المصروف اذا بلغ العدد ١١٥ طالباً (ت) عدد الطلبة حينما يبلغ المصروف ٢١٠ ليرات

(القسم الثاني)

١٩٢ . لقد ذكرنا المخطوط البيانية التي تمثل تغير الكمية المتردد أو المستمر كالحرارة والمال اذا استثمر حيث التغيرات تستغرق وقتاً طويلاً ويكون طول المخطط البياني غير محدود

ولكن يوجد نوع آخر من المخطوط البيانية التي تدل على المقدار النسبي المحدود بين عدة اشياء من ذات النوع في وقت واحد .

مثالة . وضع انيس في بنك سوريا ٤٧ ليرة وبدر ٢٢ وحليم ٢ وداود ٢٦



من ذات النوع . حيث تمثل كل كمية بمخط حتى اذا وقعت العين عليه ادرك الناظر نسبة الكميات بعضها الي بعض بطريقة اجمالية تكون أفضل في النفس واسهل ادراكاً وارسخ حفظاً في الذاكرة

تمرين خطي

ارسم المخطوط البيانية العمودية لما يأتي :

(١) كان عدد الطلبة في اربع مدارس مختلفة ٤١٠ و ٢٦٠ و ٤١٢ و ١٩٢

(٢) كان معدل علامات انيس ٦٥ وبوسف ٧٢ ومنى ٨٢ وجمال ٩١

وفواد ٩٢

(٣) بلغ محصول الحبوب احدى السنين في العالم معبراً عنه بـ ١٠ اكيال

كما يأتي : الأونس ٤٤٦٦ . الحنطة ٣٤٣٢ . الذرة ٢٧٦٦ . الارز ١٦٦٦ .

الشعير ١٢٢٥

(٤) بلغ محصول الشاي في احدى السنين معبراً عنه بـ ١٠ اكيال كما يأتي :

في الهند ٣٦٢ . في الصين ٢٠٦ . في سيلان ٢١٦ . في جافا ١٠٢ . في اليابان

٨٤ . في فورموزا ٢٤

(٥) بلغ عدد الوفيات بحمى التيفويد من كل مئة الف في احدى السنين

كما يأتي : في مدينة بلتمور ٢٢ . في سنت لويس ١٣ . في فيلادلفيا ١٢ . في نيويورك

١٠ . في شيكاغو ٨ . في بوسطن ٨ . في كليفلند ٦

١٩٤ . المخطوط البيانية الدائرية .

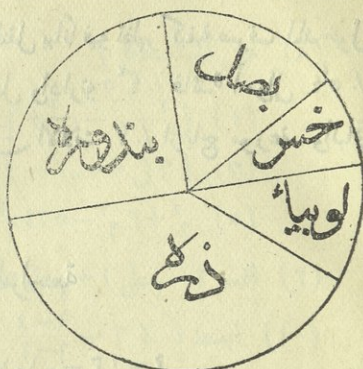
حيثما يكون لدينا طائفة من الاعداد التي نعتبرها اجزاء كمية واحدة صحيحة فاننا نقولها نسبياً بأقسام دائرة واحدة

مقالة : بلغت ارباح احد المزارعين ما زرعه في بستانه مدة الصيف كما يأتي :

من اللوبيا ٤ ليرات . الخس ٣ . البصل
٦ البندوره ٩ . الذره ١٤ . مثل قيمة

الاعداد النسبية بخط بياني دائري

ملاحظة : مجموع الاعداد ٢٦ . أرباع
اللوبيا $\frac{4}{26}$ أو $\frac{1}{6.5}$ الواحد الصحيح $\frac{1}{6.5}$ ال
٣٦٠ - ٤٠ . ارم دائرة مناسبة الحجم وارسم
في مركزها زاوية ٤٠° واجعل هذا القسم يمثل
اللوبيا وهكذا تقبل في سائر الانواع



الرسم ٦

تمرين كتابي

ارسم المخط البياني الدائري لما يأتي :

- (١) بلغت ارباع ٥ مخازن ل احد التجار في احدى السنين كما يأتي : المخزن
الاول ٢٦٠٠٠ ليرة . الثاني ٢٨٠٠٠ . الثالث ٢٧٠٠٠ . الرابع ١٣٠٠٠ .
الخامس ٦٠٠٠
- (٢) بلغ مبيع ٤ مخازن ل احد التجار كما يأتي : الاول ٢٢٧٠٠٠ الثاني ٣١٦٠٠٠
الثالث ١٦٢٠٠٠ والرابع ٢٩٥٠٠٠
- (٣) بلغ عدد الطلبة في الدائرة الاستعدادية في احدى السنين كما يأتي :
الصف الاول ٩٠ . الثاني ١٣٠ . الثالث ١١٠ . الرابع ٩٠ . الخامس ٧٠
- (٤) استخدم رجل راتبه ومقداره ١٢٠٠ ليرة كما يأتي . للطعام ٤٨٠ ليرة .
اجرة منزل ٢١٦ . ملبوس ١٨٠ . وقود وتنويرات ٥٤ . سوكرتاه ١٨ . ثريات
٥٢ . صندوق التوفير ٢٠٠

(٥) اصدرت احدى شركات النقل بياناً فيه تظهر كيفية صرف المدخول فكان كما يأتي: 63% لاجل سير العمل وادارته 4% فائدة أموال 5% ضرائب 18% لتجديد ما تعطل من الآلات 7% ارباح موزعة. والباقي لزيادة رأس المال

تمرين للمراجعة

$$(1) \quad 2 = (2 - m) \cdot 7 - (0 - m^2) \quad (2 - m^2)$$

$$(2) \quad \text{جد اضلاع: } (1) \quad \frac{1}{2}l - m \quad \frac{1}{2}l \quad \text{ى} \quad (2) \quad m^2 - 1$$

$$(3) \quad 4 \quad (l + m^2 - 1) \quad \text{ن} \quad (4) \quad 26 \quad l^2 + 12 \quad l + 1$$

$$(5) \quad l - 4 \quad (6) \quad 27 \quad l^2 + 10 \quad \text{ى} \quad (7) \quad (l - 6)^2$$

(٢) ما العدد الذي اذا زدت 20% على خمسة اضعافه كان المجموع ٢

اضعاف العدد مع ١٦٠ ؟

$$(4) \quad \text{ابسط: } \frac{1}{t} + \frac{t-b}{t+bt} - \frac{t}{t+bt}$$

$$(5) \quad \text{حل: } b = k = t \quad (t - y) \quad \text{وى} \quad -k = \frac{b+t}{bt}$$

(٦) مجموع رقمي عدد 9 واذا قسمته على مجموع رقميه كان الخارج رقم منزلة

الاحاد فما هو العدد ؟

(٧) كان محصول البن في احدى السنين معبراً عنه بملايين الليرات كما

يأتي: البرازيل 2204 . امريكا الوسطى 237 . فنزو يلا 137 . كولومبيا 149 .

وسائر البلدان 511 . ارسم المخطط البياني الدائري

(٨) حل الى اضلاع:

$$(١) \quad ل^٢ - م^٢ - ن^٢ + م٢ + ل^٢ + ن^٢ + (د + س) ل + د س$$

$$(٢) \quad (٤) \quad ل^٢ - م^٢ + (٤٠ + ل٢) م - (٤٠ - ل٢) م$$

$$(٥) \quad م^٢ + ٦م - ٤م - ١٣٥م$$

(٩) اقم $٢ - م$ على $١ + م$ الى ٥ حدود في الخارج

$$(١٠) \quad \text{ابسط: } (٢ - \frac{٤ - ٢}{٢ - ٢}) + (\frac{٤ - ٢}{٢ - ٢})$$

$$(١١) \quad \text{حل: } ت \div (٤ - م) - \frac{٥}{٤} (٢ - م) - ٤ = ٥$$

$$(١٢) \quad \text{حل: } (٧ + ك) (٤ - ي) - (٤ + ك) (٢ - ي) = ٥$$

$$(١٣) \quad (٢ - ك) (٥ + ي) - (١ - ك) (٢ + ي) = ٥$$

(١٤) اذا كانت قيمة فرنك الذهب ١٩٣. من الريال الاميركاني فاستخرج

القانون وارسم المخط البياني وجد: (ب) قيمة ٦٤٠ فرنكاً (ت) قيمة ١٢٠ ريالاً

(١٤) اي عدد تضيفه الى كل من صورة ومخرج $\frac{١}{٨}$ ليصير $\frac{١}{٤}$ ؟

$$(١٥) \quad \text{حل: } \frac{ك + د٢}{ك + س} = \frac{ك + د٢}{ك + س}$$

(١٦) اذا زدت على طول مستطيل مترين وعلى عرضه ٣ زادت مساحته ٤٤

متراً مربعاً. ولكن لو انقصت مترين من طوله و متراً من عرضه نقصت مساحته ١٦

متراً مربعاً. فكم يكون طول وعرضه ؟

الفصل الثالث عشر

الترقية والتجدير

القسم الاول

١٩٥ - الترقية اسم عام يطلق على ضرب كمية في نفسها للحصول على قوتها الثانية او الثالثة او الرابعة واهلماً جراً
ويمكن دائماً ترقية اي كمية باجراء عملية الضرب ولكننا سوف نقتصر في بحثنا على ترقية الكميات التي يمكن كتابة نتائجها بمجرد النظر اليها

$$\begin{aligned} & \text{من المعلوم ان: } (ل)^2 - ل \cdot ل \cdot ل - ل + ل + ل - ل - ل \\ & (ل)^2 - (ل)^2 - (ل)^2 - (ل)^2 - ل + ل + ل - ل - ل \\ & (ل)^2 - (ل)^2 - (ل)^2 - ل + ل - ل - ل - ل \\ & (ل)^2 - (ل)^2 - (ل)^2 - ل + ل + ل - ل - ل \\ & (ل)^2 - (ل)^2 - (ل)^2 - ل + ل + ل - ل - ل \end{aligned}$$

فاذا الترقية اية كمية بسيطة لقوة ما: - نرقي المسمى [اذا وجد] الى القوة المطلوبة بواسطة الحساب ونسبقة بالعلامة اللازمة طبقاً لقانون العلامات. ثم نتبعه بنتيجة ضرب دليل كل ضلع عددي في دليل القوة المراد الترقية اليها
١٩٦. ولاتمام النائدة نعيد ذكر المبادئ العامة التي عرفناها من قانون العلامات:

(١) مربع اي كمية سواء كانت سلبية او ايجابية " دائماً ايجابي"
 (٢) علامة القوة الزوجية . لانه كمية مهما كانت علامتها " ايجابية " ولا تكون
 سلبية ابداً

(٣) علامة القوة الفردية لانه كمية هي " نفس " علامة تلك الكمية

مثال ١. $(-٢)^\circ (٢)^\circ (٢)^\circ (٢)^\circ = ٢٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢٢^\circ$

مثال ٢. $(٢)^\circ (٢)^\circ (٢)^\circ (-٢)^\circ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times (-٢) = -٢٤$

مثال ٣. $(٢)^\circ (٢)^\circ (٢)^\circ (٢)^\circ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٦$

ويجب ان يلاحظ اننا في المثال الاخير رقمنا كلاً من الصورة والمخرج على

تمرين

جد مربع ما يأتي:

$٢ب٢$; $٢ك٢$; $٢د٢$; $٢س٢$; $٤ب٢$; $٧د٢$; $١٠س٢$; $١٠ك٢$

$٨م٢$; $٢ب٢$; $٢س٢$; $١٠د٢$; $١٠ك٢$; $١٠س٢$

$٢م٢$; $٢ن٢$; $٢ك٢$; $٢س٢$; $٢د٢$; $٢ب٢$; $٢م٢$

$\frac{٢٢٢}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$

$\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$; $\frac{١}{٢٢٢}$

جد مكعب ما يأتي:

$٢ب٢$; $٢ك٢$; $٢د٢$; $٢س٢$; $٢م٢$; $٢ن٢$; $٢ك٢$; $٢س٢$; $٢د٢$; $٢ب٢$; $٢م٢$

$٢م٢$; $٢ن٢$; $٢ك٢$; $٢س٢$; $٢د٢$; $٢ب٢$; $٢م٢$; $٢ن٢$; $٢ك٢$; $٢س٢$; $٢د٢$; $٢ب٢$; $٢م٢$

$$\frac{١}{٢ب٢ت} ; - \frac{٢ب٢ت٢ج}{٢ك٢ل٢م} ; - \frac{٥ك٢ي٢ل}{٢م٢ن٢د}$$

جد قيمة ما يأتي

$$(ك٢ي٢) ; (-ك٢ي٢) ; (-٢م٢ن٢) ; (-٢ك٢ي٢)$$

$$\left(\frac{٢ب٢ت٢د}{٢ك٢ل٢م}\right) ; \left(-\frac{١}{٢م٢ن}\right) ; \left(\frac{٢ل٢م}{٢ك٢ي٢}\right)$$

١٩٧. مرّ بنان: (١) مربع مجموع حدّين يساوي مربع الحد الاول مع مضاعف حاصل الحدّين مع مربع الحد الثاني (٢) مربع فصلة حدّين يساوي مربع الحد الاول إلا مضاعف حاصلها مع مربع الحد الثاني

$$\text{مثال ١. } (ل + م٢) - (ل٢ + م٢) = ل٢ - ل٢ + م٢ - م٢ = ٠$$

$$\text{مثال ٢. } (٢ل٢ - ٢ي٢) - (٢ل٢ - ٢ي٢) = ٢ل٢ - ٢ل٢ - ٢ي٢ + ٢ي٢ = ٠$$

وذكرنا ايضاً ان مربع كمية كثيرة الحدود يساوي: (١) مجموع مربع كل حدّ من حدودها. (٢) مع مضاعف المحاصل الجبري للحد الواحد في كل حد من الحدود التي تليو مأخوذة الواحد بعد الآخر على الترتيب مع مراعاة قانون العلامات في كلٍ منها اي ان تكون العلامة "+" او "-" في كل حاصل اتفاق علامتي الحدّين المكوّن منها ذلك المحاصل او اختلافها

$$\text{مثال ١. } (ل - م٢ - ي٢) - (ل٢ + م٢ + ي٢) = ل٢ - ل٢ - م٢ - م٢ - ي٢ - ي٢ = -٢م٢ - ٢ي٢$$

ملاحظة: مربع الكمية الثلاثية لا يزيد عن ٦ حدود

تمرين

جد مربع ما يأتي :

(١) ب + ٢ ت (٢) ٢ ل - م (٣) ك + ٤ ح

(٤) ٢ ل - م (٥) ٥ - ل (٦) ١ + ك

(٧) س + د ١ (٨) ل + م - ن (٩) ل - م - ن

(١٠) ك + ل + ٢ ح (١١) ك - ٢ ل + ٢ ح

(١٢) ل - ٢ ل - ١ (١٣) ل - م + ن - ح

(١٤) ل + م - ن - ح (١٥) ١٥ - د - ج + م - ٥

١٩٨ . تعلمنا من اختصارات الضرب ان :

$${}^2(m+l) = {}^2l + {}^2l + {}^2m + {}^2m$$

$$\text{و } (l-m)^2 = {}^2l - {}^2l + {}^2m - {}^2m$$

وعلموا اذا انتبهنا جيدا الى كيفية تكوين الحدود ورتبتها في هاتين التبعيتين تمكنا

من معرفة مكعب اية كمية سنائية

مثال ١ . $(٢ + ب + ل)^٢ = (٢ + ب + ل)(٢ + ب + ل)$

$$= ٢٢ + ٢ب + ٢ل + ٢ب + ب٢ + ٢ل + ٢ل + ب٢ + ل٢$$

مثال ٢ . $(٢ل - م)^٢ = (٢ل - م)(٢ل - م)$

$$= ٢ل٢ - ٢ل٢ + ٢م٢ - ٢م٢ - ٢ل٢ + ٢م٢$$

تمرين كتابي

جد مكعب ما يأتي :

- (١) ك + ي (٢) ك - ي (٣) م - ن (٤) د + س
 (٥) ل^٢ + م^٢ (٦) ك - ا (٧) ا - هـ
 (٨) ل^٢ م - ٢ (٩) م^٢ - م^٢ (١٠) ل - ١/٢
 (١١) ل^٢ - م^٢ (١٢) ١/٢ ك + هـ

التجذير

١٩٩ : جذرابة كمية معلومة هو الكمية التي اذا رفعت الى القوة المساوية لدليل الجذر نجت تلك الكمية . فالتجذير اذا عكس الترفية ويقال له استخراج الجذور

مثال ١ . $\sqrt[3]{\overline{ل - ل}} \text{ لان } \overline{ل}^٣ = ل$

مثال ٢ . $\sqrt[3]{\overline{ل - ل}} = \overline{ل} \text{ لان } (\overline{ل})^٣ = ل$

تنبيه : لكل كمية ايجابية جذران مربعان متساويان في القيمة ومتناقضان في العلامة .

مثال ١ . $\sqrt[3]{\overline{١٦ ك ي}} = + ٤ ك ي \text{ او } - ٤ ك ي$ وللإختصار يكتبان $\pm ٤ ك ي$.

والعلامة "±" تقرأ مع او أو لا . ويقال لها العلامة المزدوجة

مثال ٢ . $\sqrt[3]{\overline{٨١ م ي}} = + ٣ م ي \text{ او } - ٣ م ي$

٣٠٠ . نستخرج من قانون العلامات ما يأتي :

(١) الجذر الزوجي لاي كمية ايجابية يكون اما ايجابياً او سلبياً اي نسبة العلامة المزدوجة \pm

(٢) لا يمكن ان يكون للكمية السلبية جذر زوجي

(٣) علامة الجذر الفردي لاية كمية هي علامة الكمية نفسها

الكميات التي هي مثل $٦-٥$ و $٦-٩$ و $٦-١٣$ لا معنى لها في الحساب وتميزاً لها عما سواها من الكميات الحقيقية الايجابية والسلبية فانها تدعى "وهمة" او غير حقيقية او مستحيلة

مثال ١ . $١٦٦٤ \sqrt{١٦} - ٢٠٠ \sqrt{٢٠} + ٢٠٠ \sqrt{٢٠} - ١٦٦٤ \sqrt{١٦}$ لان $(\pm \sqrt{٢٠})^٢ - ١٦٦٤ \sqrt{١٦}$

مثال ٢ . $١٣ - ٦٢ - \sqrt{١٣} - ٤ \sqrt{١٣}$ لان $(-\sqrt{١٣})^٢ - ٦٢$

٣٠١ . نستخرج من الامثلة السابقة قاعدة عمومية لاستخراج اي جذر لاية

كمية بسيطة وهي :

(١) دليل كل ضلع حرفي في الجذر هو الخارج من قسمة دليله في الكمية

المفروضة على دليل الجذر المطلوب استخراجهُ

(٢) يستخرج جذر المسمى اذا وجد بالطرق الحسابية ويجعل مسمى الجواب

تمرين كتابي

أجب ما استطعت شفاهاً

جد الجذر المربع لما يأتي :

ك^٧ ا^٧ ; ٤ل^٤ م^٤ ; ١٦م^٤ ن^٤ ; ٩ك^٧ ا^٧ ; ٦٤ل^٦ م^٦

١٨ك^٨ ; ١٤٤ل^٦ م^٦ ; ٤٩م^٤

ولكن الطريقة العامة لاستخراج الجذر المالي سوف نبسطها بالمثالين الآتيين

مثال ١. جد الجذر المالي لـ : $ل^٢ + ٢ل + م^٢$

الكمية $ل^٢ + ٢ل + م^٢$ مربع تام وجذرها المالي $ل + م$ والآن يلزمنا ان نبحث عن طريقة يمكننا من وجدان كل من المحدثين ل وم

ومن الواضح الجلي ان المحدث الاول ل هو الجذر المالي لـ ل المحدث الاول من الكمية المفروضة

والآن $(ل^٢ + ٢ل + م^٢) - (ل^٢ + ٢ل + م^٢) = م^٢ - (ل + م)$

وعليه بعد ان نجد المحدث الاول ونطرح مربعه من الكمية المفروضة ونقسم الباقي على $٢ل + م$

يكون الخارج م المحدث الثاني من الجذر

وهاك ترتب العبل

$$\begin{array}{l} ل + م \\ \hline ل^٢ + ٢ل + م^٢ \\ \hline ل \\ \hline ل^٢ + ٢ل + م^٢ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ل + م \\ \hline ل^٢ + ٢ل + م^٢ \\ \hline ل^٢ + ٢ل + م^٢ \end{array}$$

وشرحه ان القسم الاول من المقسوم عليه نتيجة تضعيف ل وهو اول حد في الجذر المستخرجناه قبلاً. ثم تقسم $ل^٢ + ٢ل + م^٢$ وهو اول حد من الباقي على $ل + م$ فينتج م وهو المحدث الثاني في الجذر ويوضع ايضاً في المقسوم عليه ليصير تاماً. ثم نضرب المقسوم عليه كله في م ونطرح حاصل الضرب من الباقي

الاول فلا يبقى شيء وعليه يكون الجذر المطلوب ل + م

مثال ٢. جد الجذر المالي لـ : $م^٤ - ٦م^٢ + ٩م - ٢٠ + ٢٥$

$$\begin{array}{l} م^٤ - ٦م^٢ + ٩م - ٢٠ + ٢٥ \\ \hline م^٤ - ٦م^٢ + ٩م - ٢٠ + ٢٥ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} م^٤ - ٦م^٢ + ٩م - ٢٠ + ٢٥ \\ \hline م^٤ - ٦م^٢ + ٩م - ٢٠ + ٢٥ \\ \hline م^٤ - ٦م^٢ + ٩م - ٢٠ + ٢٥ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} م^٤ - ٦م^٢ + ٩م - ٢٠ + ٢٥ \\ \hline م^٤ - ٦م^٢ + ٩م - ٢٠ + ٢٥ \\ \hline م^٤ - ٦م^٢ + ٩م - ٢٠ + ٢٥ \end{array}$$

وشرحته: بعد الحصول على حدين في الجذر وهما $m^2 - 2m$ بالطريقة في جربنا عليها في المثال السابق نجد ان الباقي

$$20 + m^2 - 2m$$

ففضاعف حدي الجذر المعلومين فجدت $m^2 - 6m$ وهذا نجعله اول جزء من المقسوم عليه الجديد ثم بقسمه $10 + m^2$ الحد الاول من الباقي على $2m^2$ الحد الاول من المقسوم عليه يحصل ٥ نكتبها في كل من الجذر والمقسوم عليه ثم نضرب المقسوم عليه كله في ٥ ونطرح الحاصل من الباقي المعلوم فلا يبقى شيء وعليه يكون الجواب $m^2 - 2m + 5$

لا ننس ان نرتب الحدود على حسب قوت احد الحروف اما صاعداً او نازلاً

تمرين

اجب ما استطعت شفاهاً

جد الجذر المالي لما يأتي

$$(1) \quad m^2 + 4m + 4 \quad (2) \quad 9l^2 + 6lm + m^2 \quad (3) \quad 8k^2 + 16k + 16$$

$$(4) \quad 4k^2 - 20k + 25 \quad (5) \quad 8l^2 + 4lm + m^2$$

$$(6) \quad 36m^2 + 26m + 9 \quad (7) \quad 4k^2 - 6k + 7 \quad 4k^2 - 4k + 1$$

$$(8) \quad 1 - 2m - m^2 \quad (9) \quad 6y^2 - 12y + 6 \quad 1 - 4y + 4y^2$$

$$(10) \quad 25 + 20l + 9l^2$$

$$(11) \quad 7m^2 - 4m^2 + 6m - 12m + 9$$

$$(12) \quad 25l^2 + 20l + 16 \quad 94 + 6l^2 + 6l + 81$$

$$(13) \quad 1 + 16m - 4m^2 - 10m + 8m^2 + 25m^2$$

$$(14) \quad 1 + 5y + 4y^2 - 2y - 2y^2 + 2y$$

$$(15) \quad 4l^2 + 4l - 16 - 16d + 8d^2 + 16d^2$$

$$(17) \frac{م^٢ل١٦}{٢} + \frac{م^٢ل٤}{٢} + ٤ل١٦(١٧) - \frac{م^٢ي}{٩} + م^٢ك١ + \frac{م^٢ك٩}{٤}$$

$$(18) \frac{١٠م^٢ك١}{٧} - \frac{م^٢ي٤}{٤٩} + \frac{م^٢ك٢٥}{٤}$$

$$(19) \frac{٤م^٢ل١٦}{٩} + \frac{م^٢ل١٦}{٥} + \frac{م^٢ل٢٦}{٢٥}$$

$$(20) م^٢ك٢٦ن - م^٢ك٩م + م^٢ل١٢م + م^٢ل١٦م - \frac{م^٢ك٩}{١٦} + \frac{م^٢ك٢}{٢} + م^٢ك٤$$

٣٠٣. يستنسب في هذا المقام ان يراجع الطالب كيفية استخراج الجذر المالي للاعداد وهذا قد بسطناه جيداً في كتابنا "الحساب الحديث" فلنراجع فيه

٣٠٤. جذر المكعب. مَرَبَّنَا ان الجذر المكعب لـ:

$$ل^٢ + م^٢ل٢ + م^٢ل٤ + م^٢م + م^٢م$$

$$ل^٢ - م^٢ل٢ + م^٢ل٤ - م^٢م + م^٢م$$

وعليه اذا وجد لدينا كمية مكعبة تامة مؤلفة من ٤ حدود فقط فيجذرهما المكعب

يتألف من الجذر المكعب لكل من الحدين المكعبين

مثال ١. الجذر المكعب لـ: $٢٧ل^٢ + ٥٤م^٢ل + ٢٦م^٢ل + ٨م^٢$

$$٣م^٢ل + ٣م^٢ل - ٣م^٢ل + ٣م^٢ل$$

مثال ٢. الجذر المكعب لـ: $١٢٥ل - ٢٠٠م^٢ل + ٤٠م^٢ل - ٦٤م^٢$

$$٥م^٢ل - ٥م^٢ل - ٥م^٢ل - ٥م^٢ل$$

تمرين شفاهي

جد الجذر المكعب لـ :

- (١) $ك^٢ - ٦ك^٢ + ١٢ك - ٨$ ي^٢
- (٢) $٨ل + ١٢ل + ٦ل + ٨$ م^٢
- (٣) $٢٧ل - ١٢٥ل + ٢٢٥ل - ١٢٥$ ي^٢
- (٤) $٦٤ن + ٤٨ن + ١٢ن + ٨$ م^٢
- (٥) $٢د - ٤د + ٤د - ٢د + ١$ ب^٢
- (٦) $٢١٦ل + ٦ل + ١٢ل + ٨$ ي^٢

القسم الثاني

٣٥٠. استخراج الجذر المكعب للكميات المركبة . معلوم ان :

$(م + ل)^٢ = ل^٢ + ٢ل + م^٢ + ٢م$. فيجب ان نبحث عن طريقة عامة يمكننا من استخراج الجذر لوم اذا فرضت الكمية ل^٢ + ٢ل + م^٢ + ٢م^٢ وقبل كل شيء نرتب حدود الكمية حسب قوت احد الحروف ثم نلاحظ ان اول حد في الجذر هو "ل" وهو الجذر المكعب للكمية ل^٢ التي هي اول حد في الكمية المفروضة . وعليه نأخذ الجذر المكعب للحد ل^٢ اول حد في الكمية المفروضة فنكون النتيجة ل اول حد في الجذر المطلوب استخراجه . ثم نطرح مكعب ل^٢ من الكمية فيكون الباقي

$$٢ل + ٢م + م^٢ = م(٢ل + ٢م + م^٢)$$

وهذا يظهر جلياً ان الحد الثاني "م" يستخرج بقسمة الباقي على الكمية (٢ل + م^٢)

تمرين كتابي

جد الجذر المكعب لما يأتي:

$$\begin{aligned}
 (1) & \quad 1 + 2\bar{m} + 7\bar{m}^2 + 7\bar{m}^3 + 2\bar{m}^4 + \bar{m}^5 \\
 (2) & \quad 1 - 7\bar{l} + 21\bar{l}^2 - 44\bar{l}^3 + 63\bar{l}^4 - 54\bar{l}^5 + 27\bar{l}^6 \\
 (3) & \quad 1 - 5\bar{y} + 6\bar{y}^2 - 7\bar{y}^3 + 7\bar{y}^4 - 5\bar{y}^5 + 1 \\
 (4) & \quad 8\bar{m} + 12\bar{m}^2 - 30\bar{m}^3 - 35\bar{m}^4 + 45\bar{m}^5 + 27\bar{m}^6 - 27 \\
 (5) & \quad 1 - 27\bar{l}^7 - 27\bar{l}^8 - 18\bar{l}^9 + 17\bar{l}^{10} + 7\bar{l}^{11} - 7\bar{l}^{12} - 3\bar{l}^{13} - 1 \\
 (6) & \quad 108\bar{m}^2 + 24\bar{m}^3 + 16\bar{m}^4 + 27\bar{m}^5 + 171\bar{m}^6 - 27\bar{m}^7 - 9\bar{m}^8 - 108 \\
 (7) & \quad 5\bar{l} + 2\bar{l}^2 + \bar{l}^3 + 2\bar{l}^4 + 2\bar{l}^5 - 2\bar{l}^6 + 2\bar{l}^7 + 2\bar{l}^8 + 2\bar{l}^9 - 5 \\
 (8) & \quad 1 - \frac{\bar{l}^9}{\bar{y}} - \frac{\bar{l}^{27}}{\bar{y}^8} - \frac{\bar{l}^{27}}{\bar{y}^{74}} \\
 (9) & \quad \frac{27}{\bar{l}} + \frac{27}{\bar{l}} - \frac{18}{\bar{l}} + 7 - 7\bar{l} + \frac{\bar{l}}{3} - \frac{\bar{l}}{27} \\
 (10) & \quad \frac{\bar{m}^2}{\bar{l}} + \frac{\bar{m}^2}{\bar{l}} - \frac{\bar{m}^7}{\bar{l}} + 7 - \frac{7\bar{l}}{2} + \frac{\bar{l}^2}{2} - \frac{\bar{l}}{2}
 \end{aligned}$$

القانون لمعرفة قوة آلة السيارة هو $\frac{C}{P} = C$ حيث C تمثل عدد الاحصاف وقطر الاسطوانة معبراً عنه بالنيترات و C عدد الاسطوانات

اسم السيارة	عدد الاسطوانات	قطر الاسطوانة قيراطاً
دودج	٤	٢ ٧/٨
فورد	٤	٢ ١/٤
اوفرلند ٩١	٤	٢ ٢/٨
شفروله ممتاز	٤	٣ ١١/١٦
بيوك ٤٤	٦	٢ ٢/٨
شامرس	٦	٢ ١/٤
هدسن	٦	٢ ١/٢
مارمون ٢٤	٦	٢ ١/٤
بيرس آرو ٢٢	٦	٤
رولس روبس	٦	٤ ١/٢
كاديلاك ٦١	٨	٢ ١/٨
لنكولن	٨	٢ ١/٨
باكرد	١٢	٢

(١١) جدقوة آلة كل من السيارات المدونة في الجدول

(١٢) اكتب جدولاً في السيارات التي تعرفها واذكر عدد الاسطوانات

وقياس قطرها ثم استخرج قوة الآلة

الفصل الرابع عشر

الجذور

القسم الاول

٢٠٦ . الأعداد المنطقية هي الخارج من قسمة عددين صحيحين وتؤلف من جميع الأعداد الصحيحة الايجابية والسلبية وجميع الكسور الدرابة والعشرية السلبية والايجابية والصفر

٢٠٧ . جذر الكمية هو كمية اذا رقيت الى القوة المساوية لدليل الجذر نجت تلك الكمية . ويدل على جذر الكمية بوضعها تحت علامة الجذر هكذا
 $\sqrt{16}$; $\sqrt[4]{k}$ و $\sqrt[4]{j}$

٢٠٨ . جذر الكمية الرئيسي هو جذرها الحقيقي الذي يكون مسبوقة بنفس العلامة التي تسبق الكمية ذاتها نحو $\sqrt[4]{4} = 2$ و $\sqrt[4]{27} = 3$ و $\sqrt[4]{-27} = -3$ وسوف نتنصر الان في مجتمنا على جذر الكميات الرئيسية

٢٠٩ . بسط الجذور يجب لنا ان نغير شكل الجذر وهيته بشرط ان لا تغير قيمته العددية وذلك لاسباب اهمها سهولة العمل واخصاره

$$\text{مثال ١. } \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 9} = 3\sqrt{2} \quad \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{مثال ٢. وعلى العموم } \sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b} \quad \sqrt{c^2 \times d} = c\sqrt{d}$$

$$\text{مثال ٣. } \overline{٥٤٧} - \overline{٢ \times ٢٧٧} - \overline{٢٧٧} - \overline{٢٦٠} - \overline{٢٧٧}$$

$$\text{مثال ٤. وعلى العموم } \overline{٦٨٢} - \overline{٦٨٢} - \overline{٦٨٢} - \overline{٦٨٢}$$

فنستنتج من الامثلة المارة ذكرها انه يمكننا بسط الجذر بقسمته الى ضلعين يكون احدهما اكبر قوة تامة لدرجة دليل الجذر. ثم نستخرج جذر هذا الضلع ونجعله مسي للضلع الآخر الذي يبقى تحت العلامة الجذرية

والعرب اول من اتبه الى هذا المبدأ فبسطة كتبهم واطهروا قليلاً ان $\overline{٦٨٢} - \overline{٦٨٢}$ وان $\overline{٦٨٢} - \overline{٦٨٢}$

تمرين

اجب ما استطعت شفاهاً

ابسط ما يأتي:

$$(١) \quad \overline{٨٠٦٥} ; \overline{١٦٢٦} ; \overline{١٢٥٦} ; \overline{٧٥٦} ; \overline{٢٧٦} ; \overline{١٢٦} ; \overline{٨٦}$$

$$\overline{٢٢٦} ; \overline{٤٨٦} ; \overline{٢٦٦} ; \overline{٢٦٦} ; \overline{١٦٦} ; \overline{١٦٦}$$

$$\overline{٥٠٦٢} ; \overline{٢٧٦٢} ; \overline{٨٦٢} ; \overline{٥٠٦٢} ; \overline{٢٧٦٢} ; \overline{٨٦٢}$$

$$\overline{١٢٦٢} ; \overline{٢١٦٢} ; \overline{١٢٦٢}$$

$$(٢) \quad \overline{١٦٧} ; \overline{٢٤٧} ; \overline{٢٢٧} ; \overline{٤٠٧} ; \overline{٤٨٧} ; \overline{٧٢٧}$$

$$\overline{٨١٧} ; \overline{١٠٨٧} ; \overline{١٢٨٧} ; \overline{٢٥٧} ; \overline{٢٧٧} ; \overline{٧٧٧}$$

المشابهة تماماً وذلك بضم المسميات وطرحها وجعلها مسمى واحداً للكمية التي تحت الجذر كما تصلح جميع الحدود وتجعلها حداً واحداً.

$$\text{مثلاً } \sqrt{2} - \sqrt{50} + \sqrt{72} - \sqrt{18}$$

أما إذا كانت الجذور غير متشابهة وذلك إذا اختلفت في الدرجة أو في الكمية تحت الجذر فلا يمكن اختصارها وإصلاحها بل يدل على العمليات دلالة

مثلاً $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ غير متشابهة ومجموعها يكتب هكذا:

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شافهاً

أبسط ما يأتي:

$$\sqrt{20} \quad (٣) \quad \sqrt{50} + \sqrt{72} \quad (٢) \quad \sqrt{2} + \sqrt{72} \quad (١)$$

$$\sqrt{72} - \sqrt{72} \quad (٥) \quad \sqrt{2} - \sqrt{18} \quad (٤) \quad \sqrt{72} -$$

$$\sqrt{18} \quad (٨) \quad \sqrt{18} - \sqrt{72} \quad (٧) \quad \sqrt{18} + \sqrt{20} \quad (٦)$$

$$\sqrt{72} + \sqrt{2} \quad (١٠) \quad \sqrt{18} - \sqrt{72} \quad (٩) \quad \sqrt{2} -$$

$$\sqrt{50} + \sqrt{2} \quad (١٢) \quad \sqrt{72} + \sqrt{2} \quad (١١)$$

$$\overline{ك ز ح} (١٥) \quad \overline{م ن ه} + \overline{م ز ح} (١٤) \quad \overline{م ن ه} + \overline{م ز ح} (١٣)$$

$$\overline{م ن ه} (١٧) \quad \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} (١٦) \quad \overline{م ن ه} +$$

$$\overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} (١٨) \quad \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} -$$

$$\overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} (٢١) \quad \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (٢٠) \quad \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (١٩)$$

$$\overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} (٢٢) \quad \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} (٢٣)$$

$$\overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (٢٥) \quad \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (٢٤)$$

$$\overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (٢٧) \quad \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (٢٦)$$

$$\overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (٢٨)$$

$$\overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} (٢٩)$$

$$\overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} (٣٠)$$

$$\overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} (٣١)$$

$$\overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} (٣٢)$$

$$\overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (٣٣)$$

$$\overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (٣٤)$$

$$\overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} + \overline{م ن ه} - \overline{م ن ه} (٣٥)$$

٣١٣ . ضرب الجذور . اذا كانت الجذور من حد واحد ومن ذات الدرجة فضربها يتم كما في الامثلة الآتية:

$$٦٦ \times ٤٦ = ٢٧٢٦$$

$$\text{ومعلوم ان } ٦٦ \times ٤٦ = ٣٠٦٦$$

فاذا $٦٦ \times ٤٦ = ٤٦ \times ٦٦$ لان كلاهما يساوي ٦

وبطريقة التعميم نقول ان $٦٦ \times ٤٦ = ٤٦ \times ٦٦$

$$\text{كذلك } ٢٦٤ \cdot ١٢١٢ = ١٢١٢ \cdot ٢٦٤$$

$$\text{ومثله } ٢٦٤٢ \cdot ٢٥٧٢٢ = ٢٥٧٢٢ \cdot ٢٦٤٢$$

فاذا ضرب جذرين من ذات القوة (متفقتي الدليل) نضرب الكميات بعضها في بعض والكميات تحت علامة الجذر بعضها في بعض ثم نيسط الحاصل

٣١٤ . اذا لم تكن الكميات تحت الجذور باسسط صورها فالافضل بسطها قبل الضرب لان ذلك يسهل العمل كثيراً

تمرين شفهي

اضرب وابسط ما يأتي:

$$(١) \quad ٦٦ \cdot ٤٦ ; ٢٦٤ \cdot ١٢١٢ ; ٢٦٤٢ \cdot ٢٥٧٢٢$$

$$٢٦٤ \cdot ١٢١٢ ; ١٢١٢ \cdot ٢٦٤ ; ٢٦٤٢ \cdot ٢٥٧٢٢ ; ٢٥٧٢٢ \cdot ٢٦٤٢$$

$$\overline{٢٦٢} \times \overline{٥٦٢} \quad \overline{٥٦٢} \times \overline{٢٦٢}; \quad \overline{٧٦٢} \times \overline{٢٦٥}; \quad \overline{٢٦٢} \times \overline{٢٦١}$$

$$(٢) \quad \overline{٢٦٤} \cdot \overline{٤٦}; \quad \overline{٣٦٤} \cdot \overline{١٦٤}; \quad \overline{٤٦٤} \cdot \overline{٤٦}$$

$$\overline{٢٦٤} \cdot \overline{٢٦٤}; \quad \overline{٤٦٤} \cdot \overline{١٦٤}$$

تمرين كتابي

اضرب وابسط ما يأتي:

$$(١) \quad \overline{٢٧٦} \cdot \overline{١٢٦} \quad (٢) \quad \overline{١٢٦٥} \times \overline{١٢٦٥} \quad (٣) \quad \overline{١٢٦٥} \cdot \overline{٢٦٠}$$

$$(٤) \quad \overline{٧٦٥} \times \overline{٢١٦٦} \quad (٥) \quad \overline{١٦٦٤} \times \overline{٢٦١٢} \quad (٦) \quad \overline{١٠٦٢} \cdot \overline{١٠٦٥}$$

$$(٧) \quad \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠} \quad (٨) \quad \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠} \quad (٩) \quad \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠}$$

$$(١٠) \quad \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠} \quad (١١) \quad \overline{٢٥٦٢} \times \overline{١٥٦٢}$$

$$(١٢) \quad \overline{٢٥٦٢} \cdot \overline{٢٨٦٢} \quad (١٣) \quad \overline{٤٦٤} \times \overline{٦٦٤}$$

$$(١٤) \quad \overline{٢٥٦} \cdot \overline{٢٥٦} \quad (١٥) \quad \overline{٢٦٠} \times \overline{٢٦٠}$$

$$(١٦) \quad \overline{٥٦٢} \cdot \overline{٦٦٢} \times \overline{٢٦٢} \quad (١٧) \quad \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٦٦٠} \cdot \overline{١٢٦}$$

$$(١٨) \quad \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠} \quad (١٩) \quad \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠}$$

$$(٢٠) \quad \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠} \cdot \overline{٢٦٠} \quad (٢١) \quad \overline{٢٦٢} \cdot \overline{٢٦٢} \cdot \overline{٢٦٢}$$

$$\begin{aligned} & \bar{2}^{\bar{2}} + \bar{2}^{\bar{2}} + \bar{2}^{\bar{2}} ; \bar{2}^{\bar{2}} - \bar{2}^{\bar{2}} - \bar{2}^{\bar{2}} ; \bar{2}^{\bar{2}} - \bar{2}^{\bar{2}} \\ & \bar{2}^{\bar{2}} + \bar{2}^{\bar{2}} + \bar{2}^{\bar{2}} ; \bar{2}^{\bar{2}} \times \bar{2}^{\bar{2}} \bar{2}^{\bar{2}} ; \bar{2}^{\bar{2}} \cdot \bar{2}^{\bar{2}} \\ & \bar{2}^{\bar{2}} + \bar{2}^{\bar{2}} ; \bar{2}^{\bar{2}} - \bar{2}^{\bar{2}} \bar{2}^{\bar{2}} ; \bar{2}^{\bar{2}} + \bar{2}^{\bar{2}} - \bar{2}^{\bar{2}} \end{aligned}$$

القسم الثاني

٣١٥ . اذا كانت الكمية تحت علامة الجذر مالا يمكن استخراج جذرها

تماماً او بالضبط فجزرها يسمى اصم . مثل $\bar{2}^{\bar{2}}$ و $\bar{2}^{\bar{2}}$ و $\bar{2}^{\bar{2}}$ و $\bar{2}^{\bar{2}}$ و $\bar{2}^{\bar{2}}$ و $\bar{2}^{\bar{2}}$

ويقال احياناً للجذر الاصم "سرد" او كمية غير جذرية

٣١٦ . ولا يمكن معرفة او تقدير قيمة الجذر الاصم بالضبط التام اي

لا يمكن التعبير عنه كعدد صحيح او ككسر دارج او كسر عشري تام (منتهي) ولكن

يمكن استخراج قيمته "بالتقريب" وهذه القيمة تزداد قريباً كلما زدنا عدد الارقام

العشرية في النتيجة

مثلاً $\bar{2}^{\bar{2}} = \dots 68.7262 \dots$ الى مالا نهاية لانه

فنستخرج ان $\bar{2}^{\bar{2}}$ اكثر من 68.7262 واقل من 68.7263 وحينئذ يكون الخطأ

اقل من 0.0001 . اذا استعملنا احدي هاتين القيمتين بدل $\bar{2}^{\bar{2}}$ ولكن اذا زدنا

عدد الارقام العشرية انقصنا الخطأ اكثر فاكثر وازددنا قريباً من الحقيقة

٣١٧ . بسط الكسور تحت علامة الجذر يتم بضرب كل من صورة الكسر

ومخرجيها بصغر كمية التي تجعل المخرج كمية "جذرية" اي ما يمكن استخراج جذرها تماماً

$$\text{مثال ١. } \sqrt[3]{\frac{1}{4}} - \sqrt[3]{\frac{1}{4} \times 7} - \sqrt[3]{\frac{1}{4}} - \frac{\sqrt[3]{4} \sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{4 \times 7}} - \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$$

$$\text{مثال ٢. } \sqrt[3]{\frac{1}{5}} - \sqrt[3]{\frac{1}{5} \times 0} - \sqrt[3]{\frac{1}{5}} - \frac{0 \times \sqrt[3]{5}}{0 \times 0} - \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$$

$$\text{مثال ٣. } \sqrt[3]{\frac{1}{11}} - \sqrt[3]{\frac{1}{11} \times 27} - \sqrt[3]{\frac{1}{11}} - \frac{27 \sqrt[3]{11}}{27 \times 11} - \sqrt[3]{\frac{1}{11}}$$

$$- \sqrt[3]{\frac{1}{11} \times 10}$$

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شاملاً

ابسط :

$$(١) \sqrt[3]{\frac{1}{2}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{7}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{5}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{2}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{2}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{5}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{4}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{4}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$$

$$(٢) \sqrt[3]{\frac{1}{17}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{4}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{8}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{4}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{2}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{17}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{5}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{2}} ; \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$$

$$(٣) \sqrt[3]{\frac{1}{4}} ; (٤) \sqrt[3]{\frac{1}{5}} ; (٥) \sqrt[3]{\frac{1}{7}} ; (٦) \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$$

$$(٧) \sqrt[3]{\frac{1}{11}} ; (٨) \sqrt[3]{\frac{1}{5}} ; (٩) \sqrt[3]{\frac{1}{8}} ; (١٠) \sqrt[3]{\frac{1}{11}}$$

$$(١١) \sqrt[3]{\frac{1}{12}} ; (١٢) \sqrt[3]{\frac{1}{2}} ; (١٣) \sqrt[3]{\frac{1}{20}} ; (١٤) \sqrt[3]{\frac{1}{17}}$$

$$(١٥) \sqrt[3]{\frac{7}{ب+ت}} ; (١٦) \sqrt[3]{\frac{3}{(١+٥)}} ; (١٧) \sqrt[3]{\frac{7}{٥}} ; (١٨) \sqrt[3]{\frac{1}{11}}$$

٢١٨ . بسط الجذور وجعلها وطرحها

$$\text{مثال ١ . ابط: } \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{مثال ٢ . ابط: (د-ن) } \sqrt{2} + \sqrt{2} \text{ (ن+د)}$$

$$-\sqrt{2} \text{ (ن-د) } + \sqrt{2} \text{ (ن+د)}$$

$$-\sqrt{2} \text{ (ن-د)}$$

تمرين كتابي

ابطط ما يأتي:

$$(١) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (٢) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (٣) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$(٤) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (٥) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (٦) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$(٧) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (٨) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$(٩) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (١٠) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$(١١) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (١٢) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$(١٣) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (١٤) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$(١٥) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (١٦) \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{4}c^2} + \sqrt{\frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{4}c^2} = \sqrt{18}b^2 - \sqrt{54}c^2 \quad (11)$$

$$\sqrt{54}b^2 + \sqrt{18}c^2 - \sqrt{\frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{4}c^2} + \sqrt{\frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{4}c^2} \quad (12)$$

$$\sqrt{(y+2z)^2} + \sqrt{b^2 + 5b^2} = \sqrt{(y+2z)^2} \quad (13)$$

$$\sqrt{b^2 + 5b^2} + \sqrt{2 + 1} = \sqrt{(1+k)^2} \quad (14)$$

$$\sqrt{b^2 + 5b^2} + \sqrt{2 + 1} = \sqrt{(1+y)^2} \quad (15)$$

٢١٩ ضرب الجذور

مثال ١. اضرب $\sqrt{b^2 - c^2}$ في $\sqrt{b^2 - c^2}$

$$\sqrt{b^2 - c^2} \cdot \sqrt{b^2 - c^2} = \sqrt{(b^2 - c^2)(b^2 - c^2)}$$

$$= \sqrt{b^4 - 2b^2c^2 + c^4}$$

مثال ٢. اضرب $\sqrt{2b^2 - 5b^2}$ في $\sqrt{2b^2 - 5b^2}$

$$\sqrt{2b^2 - 5b^2} \cdot \sqrt{2b^2 - 5b^2} =$$

$$\sqrt{2b^2 - 5b^2}$$

$$= \sqrt{10b^2 - 20b^2}$$

$$= \sqrt{12 - 10b^2}$$

$$= \sqrt{10b^2 - 11 - 12 - 10b^2 - 20}$$

$$(20) (\bar{m}^{24} + \bar{m}^{22}) (\bar{m}^{24} + \bar{m}^{22})$$

$$(21) (\bar{d}^{22} + \bar{d}^{20}) (\bar{d}^{22} - \bar{d}^{20})$$

$$(22) (\bar{b}^{22} + \bar{b}^{20} + \bar{b}^{18}) \cdot \bar{b}^{22} \bar{b}^{20} \bar{b}^{18}$$

$$(23) (\bar{r}^{22} + \bar{r}^{20} - \bar{r}^{18} - \bar{r}^{16}) (\bar{r}^{22} + \bar{r}^{20} + \bar{r}^{18} + \bar{r}^{16})$$

$$(24) (\bar{d}^{22} + \bar{d}^{20} - \bar{d}^{18} - \bar{d}^{16}) (\bar{d}^{22} + \bar{d}^{20} + \bar{d}^{18} + \bar{d}^{16})$$

٢٣٠. قسمة الجذور وتنطبق الخارج . كدبراً ما يطلب منا ان نجد القيمة التفرعية لخارج قسمة عدد على جذر أصم مثل $2 + \sqrt{7}$ أو $\sqrt{7} + 2$ وأول ما يتبادر الى الذهن ان نستخرج $\sqrt{7}$ وهو $2\sqrt{4494}$ ثم نقسم 2 على القيمة التفرعية التي استخرجنا ما هذا في المثال الاول اما في المثال الثاني فاننا نستخرج $\sqrt{7}$ وهو ... 14142 ثم $\sqrt{7}$ وهو ... 26706 ثم نقسم القيمة الأولى على الثانية وهذه العمليات طويلة ومملة وتحتاجها اقل ضبطاً ما نرغب فلأجل سهولة العمل نضرب كلاً من الصورة والخارج [الناتجين من وضع المنسوم والمنسوم عليه على صورة كسر] في اصغر عدد يجعل الخرج كعبه جذرية [اي التي يمكن استخراج جذرها بالضبط تماماً] فيزول الجذر الاصم وهذا يقال له تنطبق الخرج

تمرين كتابي

أجب ما استطعت شفاهاً

نطق المخرج وجد قيمة ما يأتي:

$$\frac{1}{26} (٥) \quad \frac{٣٦}{26} (٤) \quad \frac{٩٦}{26} (٣) \quad \frac{76}{26} (٢) \quad \frac{106}{56} (1)$$

$$\frac{1}{262} (10) \quad \frac{ب}{٦٦} (٩) \quad \frac{٢}{26} (٨) \quad \frac{٥}{٧٦} (٧) \quad \frac{٢0}{26} (٦)$$

$$\frac{٢٢٦1٥}{126٥} (14) \quad \frac{26}{56} (13) \quad \frac{ب}{د26} (12) \quad \frac{٢}{٧٦٥} (11)$$

$$\frac{ب26}{ت٦٦} (18) \quad \frac{1}{٦٦} (17) \quad \frac{262}{٦٦٢} (16) \quad \frac{٦٦}{٦٦} (15)$$

$$\frac{٢26د}{26٦د} (20) \quad \frac{٥٠٦1٢}{٧٥٦1٠} (19)$$

الفصل الخامس عشر

معادلات الدرجة الثانية

القسم الاول

٣٢١. معادلة الدرجة الثانية ذات مجهول واحد . هي المعادلة التي

تشتمل على مربع المجهول ولا تشتمل على بدرجة اعلى من الدرجة الثانية

٣٢٢. معادلة الدرجة الثانية الناقصة هي التي تشتمل على القوة

الثانية للمجهول وتخلو من القوة الاولى مثل $x^2 = 20$

وقد يقال لها ايضاً معادلة الدرجة الثانية المحضة

٣٢٣. معادلة الدرجة الثانية التامة هي التي تشتمل على مربع المجهول

وقوتها الاولى مثل $x^2 - 7x + 12 = 0$

٣٢٤. حل معادلة الدرجة الثانية الناقصة . بما ان المعادلة الناقصة

تشتمل فقط على مربع المجهول فيمكن ان تعتبر كمعادلة بسيطة بقصد استخراج جذر مربع

المجهول فيها ولذلك نحوها الى الشكل $x^2 = 4$ ثم نستخرج الجذر المالمالي لطرفي المعادلة

مثال ١ . $\frac{x^2 - 12}{2} = \frac{x^2 - 4}{4}$ جد قيمة x

$$4x^2 - 48 = 2x^2 - 8$$

$$2x^2 = 40$$

$$x^2 = 20$$

$$x = \pm \sqrt{20}$$

كثيراً ما يعترض الطلبة في هذا المقام انه يجب وضع العلامة المزدوجة "±" امام كل من طرفي المعادلة هكذا $ك ± ٦$ ولكن اذا دققنا البحث ونحربنا جميع الحالات الممكنة نجد ان ذلك ليس لازماً لانه ينتج من $ك ± ٦$ اربع حالات وهي: $ك + ٦$ ، $ك - ٦$ ، $ك - ٦$ ، $ك + ٦$. وهذه الاربع الحالات تدخل في الحالتين اللتين ذكرناهما قبلاً اسيه $ك ± ٦$.

فيكفي اذا وضع العلامة المزدوجة امام احد الطرفين فقط عند استخراج الجذر المالي لما . والانسب وضعها امام الكمية المعلومه فقط كما فعلنا في المثال السابق

مثال ٢ . $\frac{ب}{ك-٢} - \frac{د}{ك-٢} =$ جد قيمة ك

$$ب ك - ٢ - ٢ د ك - ٢$$

$$ب ك - ٢ - ٢ د ك - ٢$$

$$ب ك - ٢ - ٢ د ك - ٢$$

$$٠ = ك ± ٢ ب + د$$

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شفاهاً

جد قيمة المجهول في ما يأتي

(١) $ك - ٩ = ٠$ (٢) $ك - ٤٩ = ٠$ (٣) $٢٥ - ٢ = ٠$

(٤) $١ - ٢ = ٠$ (٥) $٦٤ - ٢ = ٠$ (٦) $٨٠ - ٢ = ٠$

(٧) $ك - ٤ = ٢$ (٨) $٢٥ - ٢ = ٤$

(٩) $٢ - ٢ = ٠$ (١٠) $٢ - ٢ = ١$

(١١) $\frac{١}{١+٢} - \frac{١}{١-٢} = \frac{١}{٤}$ (١٢) $ك + ٢ = ٤$ ، $٢ - ٢ = ٤$ ، $٢ - ٢ = ٤$

$$(13) \quad \dots - 1 + \frac{d^2 + m^2}{m^2} + \frac{d^2}{d - m}$$

(14) ما العدد الذي اذا زدت على مربوعه كان المجموع ضعفي مربع العدد الا ٢٧ ؟

(15) طول حقل ٤ اضعايف عرضه ومساحته ٢٥٦٠٠ متر مربع فكم طوله وعرضه ؟

٢٢٥. حل معادلة الدرجة الثانية التامة . تحل المعادلة التامة اما بواسطة المحل الى الاضلاع او باكمال الترميع او بواسطة القانون

(1) المحل الى اضلاع وهذا نمثلة بالمثال الآتي :-

$$\begin{aligned} \text{مثال ١. حل } x^2 - 5x - 2 &= 0 \\ x^2 - 5x - 2 &= 0 \\ x^2 + (1 + 2)x - 2 &= 0 \quad (x - 2) \\ x^2 + (1 + 2)x - 2 &= 0 \quad \text{اي} \\ x^2 - 2 &= 0 \quad \text{او} \quad x^2 + 1 &= 0 \\ x^2 - 2 &= 0 \quad \text{اي} \end{aligned}$$

بما ان حاصل الضلعين صفر فاما ان يكون كل منها صفرًا او على الاقل يكون احدهما صفرًا . وحتى يوجب الفرض الاخير يجب لنا ان نجعل كلاً منهما صفرًا لاننا لا نعلم بالتأكيد ايها صفر فاذا كان $x - 2 = 0$. كانت $x = 2$ واذا كان $x^2 + 1 = 0$. كانت $x = -1$ (1)

(1) كل قيمة من قيم x التي تجعل احد الضلعين صفرًا تجعل الحاصل صفرًا اي ان تلك القيمة تحقق المعادلة او تجعلها صحيحة

ولكن $x = 2$. فقط حينما تكون $x = 2$ وكذلك $x = -1$. فقط حينما تكون $x = -1$ فإذًا $x = 2$ و $x = -1$ هي جذور المعادلة او جوابها

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شفاهاً

حل المعادلات الآتية:

$$\cdot = (0 + \text{ل})(2 + \text{ل}) \quad (3) \quad \cdot = (2 - \text{م})(1 - \text{م}) \quad (1)$$

$$\cdot = (2 - \text{ي}) \text{ ي} \quad (4) \quad \cdot = (2 + \text{ي}) (2 - \text{ي}) \quad (2)$$

$$\cdot = \text{ل} + \text{ل}^2 \quad (6) \quad \cdot = (\text{م} - 7) \text{ م}^2 \quad (5)$$

$$\cdot = (\text{د} - \text{ي}) \text{ ي} \quad (8) \quad (7) \quad \text{ك}^2 = \text{ك}^2 \text{ ك}$$

$$\cdot = (7 - \text{م}^2)(0 + \text{م}^2) \quad (10) \quad \cdot = (1 - \text{ا}) (2 + \text{ا}) \quad (9)$$

$$= 10 + \text{ا}^7 - \text{ا}^2 \quad (12) \quad \cdot = (\text{د}^2 + \text{ا}) (\text{د} - \text{ا}^2) \quad (11)$$

$$99 + \text{ل}^2 = \text{ل}^2 \quad (14) \quad \cdot = 28 - \text{م}^2 - \text{م}^2 \quad (13)$$

$$\cdot = 26 + \text{ك}^2 + \text{ك}^2 \quad (16) \quad 122 + \text{ك} = \text{ك}^2 \quad (15)$$

$$\cdot = 7 + \text{ا}^7 - \text{ا}^2 \quad (18) \quad \cdot = 2 + \text{ل} \quad (17)$$

$$\text{م} + 10 = (1 + \text{م}) \text{ م}^2 \quad (20) \quad 29 = \text{ا}^7 - \text{ا}^2 \quad (19)$$

$$\cdot = \frac{1}{\text{ا}} + \text{ا}^2 - \text{ا}^2 \quad (22) \quad \cdot = \text{ك}^2 - \text{ك}^2 \quad (21)$$

$$\frac{11}{6} = \frac{10}{2} - \frac{10 + \text{م}}{0 - \text{م}} \quad (23)$$

$$\cdot = + \frac{1}{\text{ا} - 1} - \frac{\text{ا}^2}{1 + \text{ا}} \quad (25) \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2 - \text{ا}} - \frac{7}{0 + \text{ا}} \quad (24)$$

(٢) المحل بأكمال التربيع . ذكرنا قبلاً انه يشترط في الكمية الثلاثية المحدود
 ن مربعاً كاملاً ان يكون كل من الاول والثالث مربعين تامين متقابلين في العلامة
 والمحد الاوسط ضعف حاصل جذريها المابين
 وعليو اذا كان مسمى مربع المجهول واحداً فلنكون الكمية الثلاثية مربعاً
 كاملاً وجب ان يكون الحد المطلق [اي الخالي من المجهول] مساوياً لمربع نصف
 مسمى المحرف المجهول ذي القوة الاولى
 فاذا اذا علم الحدان اللذان يشتملان على مربع المجهول وقوته الاولى [ك' و
 مثلاً] يمكن اكمال المربع باضافة مربع نصف مسمى القوة الاولى

تمرين شفهي

اجعل ما يأتي مربعاً تاماً

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| (١) $m^2 + m + 2$ | (٢) $y^2 + 6y$ | (٣) $l^2 - 4$ |
| (٤) $k^2 - 2k$ | (٥) $k^2 + 12k$ | (٦) $y^2 - 16y$ |
| (٧) $m^2 + 8m$ | (٨) $y^2 + 4y$ | (٩) $k^2 + k$ |
| (١٠) $y^2 - y$ | (١١) $y^2 - \frac{1}{2}y$ | (١٢) $m^2 - 5m$ |
| (١) $l^2 + l$ | (١٤) $k^2 + \frac{1}{2}k$ | (١٥) $m^2 + \frac{1}{4}m$ |
| (١٦) $l^2 + \frac{1}{4}l$ | (١٧) $y^2 + \frac{1}{2}y$ | (١٨) $k^2 - \frac{1}{11}k$ |

٢٢٦ طريقة المحل بأكمال التربع نتوقف على كيفية ترتيب حدود المعادلة
 والاضافة اليها حتى يكون جانبيها الايمن كمية ثلاثية كاملة التربع واليسر حداً مطلقاً
 او صفراً وهذا تبسطة بالامثلة الآتية

مثال ١. حل $x^2 + 6x - 17 = 0$.

الحل: بالمقابلة $x^2 + 6x - 17 = 0$

باضافة مربع $\frac{1}{4}(6)$ $x^2 + 6x + 9 - 9 + 17 - 9 = 0$

باستخراج الجذر المائي $x + 3 = 0$
وبالمقابلة $x = -3$ او $x = 8$

مثال ٢. حل $x^2 + 2x - 2 = 0$.

الحل: بالمقابلة $x^2 + 2x - 2 = 0$

بالقسمة على ٢ [مسي x ليصير مساها واحدًا]

$x^2 + x - 1 = 0$

باضافة مربع $\frac{1}{4}$ ال $(\frac{1}{2})$ اي $(\frac{1}{4})$

$x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 1 = 0$

او $(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{5}{4} = 0$

باستخراج الجذر المائي $x + \frac{1}{2} = \pm \sqrt{\frac{5}{4}}$

$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4}}$ او $x = 2$

٢٢٧. وما مرّ نستنتج ان الخطوات التي يجب اتباعها في حل معادلة

الدرجة الثانية العامة هي:

(١) نكتب الحدود المشتملة على x وك في الجانب الايمن والحد المطلق

في الجانب الايسر

(٢) نجعل مسي x الوحدة الموجبة وذلك بقسمة طرفي المعادلة على مسي x

مالم يكن ذلك مسي $x + 1$

(٣) نضم الى كل من طرفي المعادلة مربع نصف مسي x لجعل الجانب

الايمن مربعاً تاماً

(٤) نستخرج الجذر المالي للطرفين ونضع العلامة المزدوجة "±" امام

الجانب الايسر

(٥) نحل المعادلتين البسيطتين لاستخراج قيمة المجهول

والافضل ان يتخمن العمل بالتعويض عن ك بقيمتها في المعادلة الاصلية

للتأكد من صحته

وطريقة الحل باكمال التربيع في الطريقة العامة ولكن بما ان طائفة كبيرة من

الاسئلة تحل بطريقة حل الاضلاع التي هي في الغالب اسهل وأكثر اختصاراً فلذلك

يجب الانتباه والتبصر اذا كان بالامكان حل السؤال المفروض بها [بطريقة حل

الاضلاع] اولاً قبل ان نلجأ الى حله بالطريقة العامة

تمرين كتابي

اجب ما استطعت شفاهاً

حل ما يأتي:

$$(١) \quad ٦ك + ٦ك - ٧ = ٠ \quad (٢) \quad ٤ي + ٤ي = ١٢$$

$$(٣) \quad ١٠م + ٢م = ٢٤ \quad (٤) \quad ٢ل + ٢ل = ٨$$

$$(٥) \quad ٤ك - ٤ك = ٥ \quad (٦) \quad ٨ي - ٨ي = ٢٠$$

$$(٧) \quad ٢م - ٢م = ٦ \quad (٨) \quad ٨ل + ٨ل = ١٠٥$$

$$(٩) \quad ٢ك - ٢ك = ٨٠ \quad (١٠) \quad ١١ي + ١١ي = ٢٤$$

$$(١١) \quad ٢م + ٢م = ٧ \quad (١٢) \quad ٧ل - ٧ل = ٥$$

$$(١٣) \quad ٥ك - ٦ك = ٨ \quad (١٤) \quad ٥ي - ٥ي = ٧$$

$$٤ - = م٧ + م٣ (١٦) \quad \cdot = ١ + ل٢ - ل٣ (١٥)$$

$$\cdot = ٩ + ١٢ + ٤ (١٨) \quad ٢٦ = ك٧ + ك٢ (١٧)$$

$$١٦ = م٤٢ - م١٢٥ (٢٠) \quad \cdot = ١ - ل - ل٢ (١٩)$$

$$٢ \frac{٢}{٤} + ١ \frac{١}{٢} = ٢ (٢٢) \quad \cdot = ١٥ + ك٥ - ك٤٢ (٢١)$$

$$٢ = ك - \frac{١}{٤} (٢٤) \quad \frac{٢}{٤} + \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} (٢٣)$$

$$\cdot = ١ - م \frac{١}{٤} - \frac{١}{٥} (٢٦) \quad \cdot = ٢ - ٢ \frac{١}{٤} + ٢ (٢٥)$$

$$م٣ = \frac{٤}{٥ + م} (٢٨) \quad \frac{٢}{٢ + ل} = ل (٢٧)$$

$$\frac{ك - ٢}{ك - ٥} = \frac{١}{٦} - \frac{ك + ١}{ك + ٢} (٢٩)$$

$$\cdot = ١ + \frac{١ - ل}{٥ + ل} + \frac{٢ + ل}{٤ - ل} (٣٠)$$

$$\frac{٤}{٢} = \frac{٢}{٢ - م} - \frac{١}{٢ + م} (٣١)$$

$$\frac{١ - ك}{٢} = ك + \frac{١ + ك٢}{١ - ك} (٣٢)$$

$$\frac{٢ + ١}{٥ + ٤} = \frac{١ + ٢}{٤ + ٥} (٣٤) \quad \frac{ك٢}{٥ - ك٢} = \frac{٢}{١ - ك٢} (٣٣)$$

٢٢٨. (٢) الحل بواسطة القانون. الشكل العام لمعادلة الدرجة الثانية

$$هي \text{ دك}^2 + \text{ب ك} + \text{س} = ٠$$

بجيب ان كلاً من الكميات د و ب و س يدل على اية كمية عددية. فاذا تمكنا من حل هذه المعادلة أصبح من السهل علينا حل اي معادلة اخرى من الدرجة الثانية مها كان نوعها

$$\text{الحل: بالمقابلة دك}^2 + \text{ب ك} = -\text{س}$$

$$\text{بالقسمة على د ك}^2 + \frac{\text{ب}}{\text{د}} \text{ك} = -\frac{\text{س}}{\text{د}}$$

$$\text{انما ان التربيع ك}^2 + \frac{\text{ب}}{\text{د}} \text{ك} = \left(\frac{\text{ب}}{2\text{د}}\right)^2 - \frac{\text{ب}^2}{4\text{د}^2} - \frac{\text{س}}{\text{د}}$$

$$= \frac{\text{ب}^2 - 4\text{س د}}{4\text{د}^2}$$

$$\frac{\text{ب}^2 - 4\text{س د}}{4\text{د}^2} + \frac{\text{ب}}{2\text{د}} = \frac{\text{ب}}{2\text{د}} + \text{ك}$$

$$\frac{\text{ب}^2 - 4\text{س د}}{4\text{د}^2} = \text{ك} \therefore$$

وهذه النتيجة تستخدم كقانون عام في حل معادلات الدرجة الثانية وذلك بوضع قيمة كل من د و ب و س في القانون واستخراج قيمة المجهول [ك اوى مثلاً]

$$\text{مثال ١. حل } ٢\text{ك}^2 + ٢\text{ك} - ٢ = ٠$$

$$\text{هنا د} = ٢ \text{ ب} = ٢ \text{ س} = -٢$$

وبالتعويض عن الاحرف المذكورة بقيتها في القانون العام نجد

$$= \frac{(2-)^2 \times 2 \times 4 - 2(2)^2 \pm 2 -}{4 = 2 \times 2}$$

$$\frac{0 + 2 -}{4} = \frac{20 \sqrt{2} \pm 2 -}{4}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ او } \frac{1}{2} \text{ او } 2$$

وهي نفس النتيجة التي وجدناها باتباع طريقة المحل المذكورة في مثال ٢

مث ٢٢٦

تمرين كتابي

حل ما يأتي بواسطة القانون العام وامتنع العمل:

$$(1) \quad 2x^2 + 5x - 7 = 0 \quad (2) \quad 2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (3) \quad 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(4) \quad 2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (5) \quad 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(6) \quad 2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (7) \quad 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(8) \quad 2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (9) \quad 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(10) \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{1-2} + \frac{1}{1-2} \quad (11) \quad 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(12) \quad 2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (13) \quad 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$2\frac{1}{2} = \frac{y-4}{y} - \frac{2+y}{1-y} \quad (15) \quad \frac{0-l}{l+2} = \frac{l+2}{l+8} \quad (14)$$

$$1\frac{1}{2} = \frac{1}{0-k} - \frac{7}{2+k} \quad (16)$$

٢٢٩ . معادلات الدرجة الثانية المحرقة نحل بالطرق التي استخدمناها

لحل معادلات الدرجة الثانية العددية

مثال ١ . حل : ك - ٢ - د ٢ + د ٢ - ٢ - ٢

(ك - ٢) (د ٢ - د - ٢)

∴ ك - د او د

مذا حلها بالاضلاع وماك - لها باكمال التريبع

ك - ٢ - د ٢ - ٢ - ٢

$$ك - ٢ - د ٢ + د ٢ - ٢ - ٢ = \frac{د^2}{٤} - ٢د - \frac{د^2}{٤}$$

$$ك - ٢ - \frac{د^2}{٢} + \frac{د^2}{٢}$$

∴ ك - د او د

تمرين كتابي

حل المعادلات الآتية :

$$(1) \quad ل + ٤ + د ل = ١٢ د \quad (2) \quad م + ٤ + ب م = ٢١ ب$$

$$(3) \quad ك + ٢ + ص ك = ١٠ س \quad (4) \quad ي - ٥ + د ي = ٦ د$$

- (٥) ل - ٧ ب ل + ١٢ ب = ٠ (٦) م = ٦ ب د - ١٥ ب د م
 (٧) ٦ ك = ١٢ ب + ب ك (٨) ٢ ي + ٤ د س ي = ١٥ س د
 (٩) ل - ٦ د ك = ٤ د ك - ١٨ د (١٠) ٢ د ك + ٦ د =
 (١١) م - ٧ د = $\frac{٢٥٠ - ٢١٥}{م}$ (١٢) ٢ د ل + د ل = ٢
 (١٣) ٧ د م - ١٠ د م + ٢ ر = ٠ (١٤) ٢ ي + د ي = $\frac{٧}{د}$
 (١٥) ٢ ي + $\frac{ب ي}{د} = \frac{٢ ب}{د٤}$ (١٦) د = س ك + $\frac{١}{٢}$ ج ك

تمرين كتابي - مسائل

مثال ١. افسم ٨٠ الى قسمين بحيث يكون مجموع مكعوثها $\frac{١}{١٥}$

لتكن ك احد القسمين فاذا ٨٠ - ك القسم الآخر

$$\frac{١}{١٥} = \frac{١}{ك} + \frac{١}{٨٠ - ك}$$

$$ك(٨٠ - ك) = ٨٠ \times ١٥ - ١٢٠٠$$

$$ك - ٨٠ = ١٢٠٠ - ك$$

$$٢ك = ١٣٠٠ \quad (ك = ٦٥)$$

٠. ك - ٢٠ او ٦٠ وكلاهما ينظفان على شروط المسألة لانه اذا كانت ٢٠ احد القسمين

فالقسم الآخر يكون ٨٠ - ٢٠ = ٦٠ وكذلك اذا كانت ٦٠ احد القسمين كان الآخر ٨٠ - ٦٠ = ٢٠

مثال ٢. باع رجل حصاناً بمبلغ ٢٤ ليرة مصرية فكانت خسارته في المئة قدر

عدد الليرات التي دفعها ثمناً للحصان فكم اشترى الحصان ؟

لتكن y عدد الليرات التي اشترى بها الحصان فتكون خسارته $y - 24$. وهذه تكون y % من y ليرة

$$\therefore y - 24 = y \times \frac{y}{100}$$

$$\text{أي } y^2 - 100y + 2400 = 0$$

$$(y - 60)(y - 40) = 0$$

$\therefore y = 40$ أو 60 وكلاهما معقولان وينطبقان على شروط المسألة . لأنه إذا كان ثمن الحصان 40 ليرة كانت الخسارة 16 ليرة وهي 40% من 40 ليرة وإذا كان الثمن 60 ليرة كانت الخسارة 24 ليرة وهي 40% من 60 ليرة

فندرى من المثالين السابقين ان كلاً من الجذرين ينطبق على شروط المسألة ولكن يحدث غالباً ان المعادلة الجبرية التي نتكون من منطوق المسألة يكون لها جذر لا ينطبق على شروطها (شروط المسألة) وبكلام آخر غير معقول وقد نستطيع احياناً تحليل تلك الجذور او وجدان معنى لها بتغيير عبارة المسألة والفروض المشتملة عليها تغييراً مناسباً

مثال ٠٢ سار قطار 60 ميلاً بسرعة منتظمة . ولو زادت السرعة 10 اميال في الساعة لنتص الوقت الذي استغرقه نصف ساعة . فكم كانت سرعة القطار ؟

لتكن سرعة القطار m ميلاً في الساعة فيكون الوقت الذي استغرقه في قطع المسافة $\frac{60}{m}$.
ويوجب الفرض الآخر اذا زادت السرعة 10 اميال في الساعة يكون الوقت $\frac{60}{10+m}$ ساعة

$$\therefore \frac{60}{2} = \frac{60}{10+m} \quad (1) \dots$$

$$\begin{aligned} & \text{م}^2 - ١٠\text{م} - ١٢٠٠ \\ & \text{م}(\text{م} + ٤٠) (\text{م} - ٣٠) \\ & \text{م} \cdot ٣٠ - \text{م} \cdot ٤٠ \end{aligned}$$

فالسرعـة ٣٠ ميلاً في الساعـة لان قيمة م السـلبية غير معقولة ولذلك نرفضها
ملاحظة : قيمة م - - ٤٠ يمكن جعلها تنطق على شروط مسألة جديدة بتغيير عبارة المسألة
الاولى والفروض المشتملة عليها
وبما ان م - - ٤٠ تجعل المعادلة (١) صحيحة فاذم - + ٤٠ تجعل المعادلة

$$(٢) \dots \frac{1}{2} - \frac{٦٠}{\text{م}} - \frac{٦٠}{١٠ + \text{م}}$$

صحيحة . وهذه المعادلة نتج من المعادلة (١) بوضع - م بدل م وبتغيير جميع العلامات
في المعادلة (٢)

$$\frac{1}{2} + \frac{٦٠}{\text{م}} - \frac{٦٠}{١٠ - \text{م}}$$

وهذه المعادلة تصح بالمجدرين - ٢٠ و ٤٠ [اي عكس المعادلة (١)] وهي ناتجة من السؤال الآتي :

سار قطار ٦٠ ميلاً بسرعة منتظمة ولو نقصت السرعة ١٠ اميال في الساعة لزداد
الوقت الذي استغرقه في قطع المسافة $\frac{1}{2}$ ساعة فكم كانت سرعة القطار ؟

(٤) ما العدد الذي اذا طرُح ٤ اضعافه من مربوعه كان الباقي ٤٥ ؟

(٥) ما العدد الذي اذا اضيف اليه مربعه كان المجموع ١٢ ؟

(٦) اذا ضفت ٢ امثال عدد الى مربوعه كان المجموع ٤٠ فاهو العدد ؟

(٧) اذا ضربت عددين متتاليين كان حاصلها ٧٢ فـا العددين ؟

(٨) حاصل ضرب عددين متتاليين ٨١٢ فـا العددين ؟.

- (٩) حاصل ضرب عددين مفردين متتاليين ٤٨٣ فما العددان ؟
- (١٠) حاصل ضرب عددين مزدوجين متتاليين ٢٢٠٨ فما العددان ؟
- (١١) طول حقل مستطيل الشكل ٢ امثال عرضه ومساحته ٧٥٠٠ ذراع مربع فكم يكون طول اضلاعه ؟
- (١٢) مجموع مربعي عددين متتاليين ١٨٦١ فما العددان ؟
- (١٣) مساحة حقل مستطيل الشكل مهل مربع وطولاه يزيد ٤٠٠ قدم عن عرضه فكم يكون طولاه وعرضه ؟
- (١٤) مجموع مربعات ثلاثة اعداد متتالية ١٤٢٥ فما هي الاعداد ؟
- (١٥) مساحة حقلين مربعين ١٠٠٠٠ متراً مربعاً وضلع الاكبر يزيد ٥٠ متراً عن ضلع الاصغر فما طول ضلع كل منهما ؟
- (١٦) قطر مستطيل ٥٠ متراً واحدا الضلعين يزيد ٢٠ متراً عن الآخر فكم طول كل منهما ؟
- (١٧) ضلع مثلث مستقيم الزاوية $\frac{1}{2}$ الآخر والوتر ٢٨ ذراعاً فما طول كل من الضلعين ؟
- (١٨) ما طول ضلع المربع اذا كان محيطه يساوي عدد مساحته ؟
- (١٩) الفرق بين عددين ٢ ومجموع ضعفي مربع الاكبر مع ٢ امثال العدد الاصغر ٥٦ فما العددان ؟
- (٢٠) طول حقل ٥٠ متراً وعرضه ٣٤ وهو محاط بطريق منتظم مساحته ٥٤٠ متراً مربعاً فما عرض الطريق ؟
- (٢١) طول حقل ٨٠ ذراعاً وعرضه ٦٠ وهو محاط بطريق منتظم مساحته $\frac{1}{2}$ مساحة الحقل فكم عرضه ؟

(٢٢) الفرق بين مكعبي عددين متتاليين ٢١٧ فما العددان ؟

(٢٣) سارة سواراً الى بلدة تبعد ١٢٥ ميلاً ورجعت بـ ١١ ساعة وكانت

سرعتها في الذهاب أكثر من سرعتها في الاياب بثلاثة اميال فكم كانت سرعتها ذهاباً واياباً ؟

(٢٤) سار قطاران ٢٨٤ ميلاً وكانت سرعة اسرعتها تزيد ٤ اميال في الساعة

عن سرعة الآخر وافترض له ساعة اقل منه (من البطيء) فكم كانت سرعة كل منها ؟

(٢٥) الفرق بين ضلعي مكعبين ٢ قراريط وبين حجمها ١٢٠٠ قيراطاً مكعباً

فكم طول كلٍ منها ؟

(٢٦) انبوبان يملآن حوضاً في ٤٥ دقيقة واحدهما يتنضي له ليملاً ٠٠ ادقائق

أكثر من الآخر ففي كم من الوقت يملؤه كلٌ منها ؟

(٢٧) لو ارتفع سعر البيض ٢٥ غرشاً في الذبينة لاشترت ببلغ ٢٠٠ غرش

٢٤ بيضة أقل ما اشترت اولاً فكم كان الثمن اولاً ؟

(٢٨) الفرق بين عددين ٢٠ ومجموع مقلوبها ٢٤٠ فما العددان ؟

(٢٩) سارة باخرة ٢٢٤٠ ميلاً ولو انها زادت سرعتها ٢ اميال في الساعة

انقص الوقت الذي استغرقتة ١/٢ يوم فكم كانت سرعتها ؟

(٣٠) وزع محسن ٢٤٠٠ غرش على عدد من الاولاد بالسوية ولو كان

عددهم اقل بعشرين ولذا الاصاب الواحد ١٠ غروش أكثر مما نال قبلاً فكم

كان عددهم ؟

القسم الثاني

٣٣٠. معادلات بصورة الدرجة الثانية . كل معادلة فيها قوتان للكسبة المجهولة ودليل احدهن ضعف دليل الثانية هي بصورة معادلة الدرجة الثانية وتحل بذات الطرق التي تحل بها معادلة الدرجة الثانية

مثال ١ . حل : $ك^٢ - ٥ك - ٤ = ٠$

بأكمال التربيع $ك^٢ - ٥ك + ٢٥/٤ - ٢٥/٤ = ٤ - ٢٥/٤$

فأذا $ك^٢ - ٥ك + ٢٥/٤ = ١١/٤$

أي $ك = ٤$ أو ١

∴ $ك = ٤$ أو ١

وهذا السؤال يحل ايضا بواسطة حل الاضلاع وبالقانون

ملاحظة : جذور المعادلة بقدر عدد اعلى قوة فيها

مثال ٢ . حل $٢ك^٢ - ٢٧ك + ١٤ = ٠$

نضع بدل $٢ك$ الحرف $م$ اي نعاملها معاملتها كقيمة واحدة

فينتج $م - ١٣ + ٧ = ٠$

أي ان $م = ٦$ أو ٧

$٢ك = ٦$ أو ١٤

∴ $ك = ٣$ أو ٧

∴ $ك = ٣$ أو ٧

فلنا منها معادلتان من الدرجة الثانية ومجملها نجد ان

$ك = ٣$ أو ٧ أو ٣ أو ٧

تمرين كتابي

حلّ المعادلات الآتية:

$$(1) \quad ١٠ - ٩ = ١ \quad (2) \quad ١٧ - ١٦ = ١$$

$$(3) \quad ١٣ = ٦ + ٧ \quad (4) \quad ٤ = (٤ + ٤) - ١٧$$

$$(5) \quad ٤ = ١٣ - ٩ \quad (6) \quad ٤ = ٢٩ - ٢٥$$

$$(7) \quad ٨ = ٧ + ١ \quad (8) \quad ٨ = ٩ - ١$$

$$(9) \quad ١١ - ١٨ = -٧ \quad (10) \quad ١٩ - ١٦ = ٣$$

$$(11) \quad ٢٧ + ١ = ٢٨ \quad (12) \quad ٤ - ٨ = -٤$$

$$(13) \quad (١٨ + ١) = ١٩$$

$$(14) \quad ١٩٨ - (٢ + ١) = ١٩٥$$

$$(15) \quad ١٤ = \frac{٤}{(٣ - ٢)} + (٢ - ١)$$

$$(16) \quad ٧ + \frac{٨}{٣ - ٢} = (٢ - ١)٨$$

٢٣١. طريقة حلّ المعادلات بواسطة حلّ الاضلاع قد نستخدم ايضاً في

حلّ المعادلات التي درجتها أعلى من الثانية

مثال ١. اذا كانت (ك + ١) (ك - ٢) (ك + ٣) = ٠. امكن تحقق هذه المعادلة بكل من التيم التي يمكن ان تحقق بها المعادلات الثلاثة الآتية:

$$٠ = ١ + ك ; ٠ = ٢ - ك ; ٠ = ٣ + ك$$

وعليو تكون جذور المعادلة ١ - ٢ ; ٢ - ٣

تمرين كتابي

حل ما يأتي واتبه ان الضلع المطلوب هو احد اضلاع الحد المطلق اذا كان
يسى اعلى قوة واحداً

- (١) $ل^٢ + ل - ١ = ٠$ (٢) $م^٢ - م^٢ - ٢ + ٢ = ٠$
 (٣) $ك^٢ - ٩ = ك - ٩$ (٤) $٧ + ٧ + ٧ + ٧ - ١٥ = ٠$
 (٥) $ل^٢ - ل^٢ - ٢ = ٠$ (٦) $م^٢ + م^٢ = ٢$
 (٧) $ك^٢ - ١٩ = ك + ٢٠$ (٨) $٧ - ٧ - ٧ + ٦ = ٠$
 (٩) $ل^٢ - ٧ + ٦ = ٠$ (١٠) $م^٢ + م^٢ - ١٢ - ٢٦ = ٠$

حل ما يأتي مع معرفة جذر كل منها:

- (١١) $٧٠ + ٢٩ = ٧٠ + ٢٩$ [$٥ = ٥$]
 (١٢) $٨٤ = ٨٤$ [$٢ = ٢$]
 (١٣) $١٦ - ١٦ = ٠$ [$٤ = ٤$]
 (١٤) $٨ - ٨ + ٤٠ = ٤٠$ [$ك = ٢$]

المعادلات الآتية التي من الدرجة الثانية او اكثر

٣٣٣. اذا ارتبط بمجهولان بمعادلتين تكون واحدة منها او كليهما اعلى
 درجة من الدرجة الاولى فليس حلها قواعد ثابتة عامة تتبع في سائر الاحوال .
 ولكننا نوجه الذهن الى بعض الطرق التي نستعملها لحل الصور والاشكال الخاصة
 التي تحتاج اليها كثيراً في الاعمال الرياضية

إذا كانت إحدى المعادلتين من الدرجة الأولى والآخرى من الدرجة الثانية فإنها تحلان دائماً بطريقة التعويض

مثال ١. حل $٢ك - ٢ - ٢ = ٢ - ٢$ (١)

$٢ك - ٢ = ٢ - ٢$ (٢)

لنا من (١) $ك = \frac{٢ + ٢}{٢}$

ضع قيمة ك هذه في (٢)

$$٧ - ٢ = ٢ - ٢ \left(\frac{٢ + ٢}{٢} \right) - ٢$$

وبالسط $٢ - ٢ = ٢ + ٢ - ٢ - ٢$

أي $٢ - ٢ = ٢ - ٢$

فإنها $\left\{ \begin{array}{l} ٢ - ٢ \\ ٢ - ٢ \end{array} \right.$ وهو الجواب

تمرين كتابي

حل وامن ما يأتي :

(١) $٢ك + ٢ = ٢٢$ (٢) $ك + ٢ = ١٩$

$ك + ٢ = ٥$ $ك + ٢ = ١٢$

(٣) $ك - ٢ = ٢$ (٤) $٢ك + ٢ = ٢$

$ك + ٢ = ١٧$ $ك + ٢ = ٢$

$$(٥) \quad ك - ي = ١$$

$$١ = ك - ي$$

$$(٦) \quad ك + ٥ = ١٤$$

$$٤ = ك + ٥$$

$$(٧) \quad ك - ٢ = ١$$

$$٤ = ك + ٢$$

$$(٨) \quad ك + ٥ = ١$$

$$٩ = ك + ٢$$

$$(٩) \quad ك + ٥ = ٧٦$$

$$١ = ك - ي$$

$$(١٠) \quad ٢٠ = ك + ٥$$

$$١١ = ك + ٥$$

٣٣٤ . يوجد كثير من المعادلات التي تقع تحت بند ٣٣٣ والتي يمكن حلها بأسهل الطرق واخصرها وهذا نبسطه بالأمثلة الآتية

مثال ١ . $ك + ي = ٩$... (١)

$ك - ي = ٢٠$... (٢)

ربيع (١) $ك + ٢ = ١٨$

من (٢) $٤ = ك - ي$

بالطرح $١ - ٢ = ك + ي - ك - ي$

$١ - ٢ = ١ - ٢$... (٣)

وبربط (١) مع (٢) نتج معادلتان بسيطتان

$$\begin{cases} ك + ي = ٩ \\ ك - ي = ١ \end{cases}$$

وبالجمع والطرح والنسبة على ٢ يتج

$$\begin{cases} ك = ٥ \\ ي = ٤ \end{cases} \text{ او } \begin{cases} ك = ٤ \\ ي = ٥ \end{cases}$$

مثال ٢. ك - ي = ٥ ... (١)

ك ي = ٢٤ ... (٢)

ربع (١) ك^٢ - ٢ ك ي + ي^٢ = ٢٥

من (٢) ٤ ك ي = ٩٦

بالجمع ك^٢ + ٢ ك ي + ي^٢ = ١٢١

∴ ك + ي = ١١ ... (٣)

و يربط (١) مع (٣) نتيج معادلتان بسيطتان

$$\begin{cases} ك + ي = ١١ \\ ك - ي = ٥ \end{cases} \text{ و } \begin{cases} ك + ي = ١١ \\ ك - ي = ٥ \end{cases}$$

وبالجمع والطرح والقسمة على ٢ ينتج

$$\begin{cases} ك = ٨ \\ ي = ٣ \end{cases} \text{ او } \begin{cases} ك = ٣ \\ ي = ٨ \end{cases}$$

والاسلوب الذي جربنا عليه في حل المثالين السابقين مهم جداً وهو يرمي الى استخراج قيمة ك + ي وك - ي وحل بعض المعادلات يكون ممكناً اذا استطعنا ان نحصل على حاصل ضرب المجهولين ومجموعها او الفرق بينها

مثال ٢. ك^٢ + ي^٢ = ٢٤ ... (١)

ك ي = ١٥ ... (٢)

اضرب (٢) في ٢ ثم اجمع وطرح فينتج

ك^٢ + ٢ ك ي + ي^٢ = ٤٨ و ك^٢ - ٢ ك ي + ي^٢ = ٤

∴ ك + ي = ٨ و ك - ي = ٢

وهذه نتيج ٤ معادلات آنية بسيطة

$$\begin{matrix} ٨ - - ي - - ك \\ ٢ - - ي - - ك \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} ٨ - - ي + ك \\ ٢ - - ي - ك \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} ٨ - ي + ك \\ ٢ - ي - ك \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} ٨ - ي + ك \\ ٢ - ي - ك \end{matrix} \right\}$$

وبالجمع والطرح والنسبة على ٢ ينحج

$$\left\{ \begin{matrix} ٨ - - ك \\ ٢ - - ي \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} ٢ - - ك \\ ٨ - - ي \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} ٢ - ك \\ ٥ - ي \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} ٥ - ك \\ ٢ - ي \end{matrix} \right\}$$

مثال ٤. $ك + ٢ ي - ٢ = ٢٤$... (١)

$ك + ي = ٨$... (٢)

اطرح (١) من مربع (٢) $٢ ك - ي = ٢٠$... (٣)

اطرح (٣) من (١) $ك - ٢ ي + ٢ = ٤$

$ك - ي = ٢$... (٤)

ويربط (٤) و (٢) ينحج

$$\left\{ \begin{matrix} ٢ - ك \\ ٥ - ي \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} ٥ - ك \\ ٢ - ي \end{matrix} \right\}$$

تمرين كتابي

حل ما يأتي:

(١) $ك + ي = ١١$ (٢) $ك + ي = ١٤$ (٣) $ك - ي = ٢$

ك ي = ٢٠ ك ي = ٤٥ ك ي = ٣٥

(٤) $ك - ي = ٥$ (٥) $ك - ي = ٢٢$ (٦) $ك + ي = ١٢$

ك ي = ١٢٦ ك ي = ٢٧٤ ك ي = ١٢

$$19 = 5 + ك \quad (٩) \quad 24 = ٤ - ك \quad (٨) \quad 11 = ٢ - ك \quad (٧)$$

$$18 = ك \quad 20 = - ك \quad 21 = ك$$

$$٧٢ = ك \quad (١٢) \quad ٨٩ = ك + ١ \quad (١١) \quad ٧٤ = ك + ١$$

$$145 = ك + ١ \quad ٤٠ = ك \quad ٢٥ = ك$$

$$1٥ = ك + ١ \quad (١٥) \quad ٥٢ = ك + ٤ \quad (١٤) \quad 1٧٠ = ك + ١$$

$$1٢٥ = ك + ١ \quad 1٢ = ك \quad 1٤ = ك$$

$$٦ = ك - ١ \quad (١٨) \quad 1٠٦ = ك + ١ \quad (١٧) \quad 1٦ = ك + ١ \quad (١٦)$$

$$1٨٠ = ك + ١ \quad ٤ = ك - ١ \quad 1٧٨ = ك + ١$$

$$11 = ك + ١ \quad (٢١) \quad 1٤ = ك - ١ \quad (٢٠) \quad ٢٧ = ك + ١ \quad (١٩)$$

$$٩١ = ك + ١ \quad ٢٢٩ = ك + ١ \quad ٢٦٩ = ك + ١$$

$$٧٥ = ك + ١ \quad (٢٢) \quad ٥٧ = ك + ١$$

$$1٥ = ك + ١ \quad 1 = ك - ١$$

$$٧ = ك + ١ \quad (٢٥) \quad ٩ = ك - ١ \quad (٢٤)$$

$$\frac{٧}{١٢} = \frac{1}{١٢} + ك + \frac{1}{١٢} \quad ٢٩ = ك + ١$$

$$٢٥ = ك \quad (٢٦)$$

$$\frac{1}{٣٥} = \frac{1}{٣٥} + ك$$

٢٣٥ . يمكن ان تحل بعض المعادلات التي من درجة اعلى من الثانية

بالاساليب التي بسطناها قبلاً

(١)

مثال ١ . $1٥٢ = ك + ١$

(٢)

$٨ = ك + ١$

اقسم (١) على (٢) ك^٢ - ك^٢ ي + ك^٢ = ١٩ (٢)

ربع (٢) واطرح واقسم على ٢ ك^٢ ي = ١٥ (٤)

اطرح (٤) من (٢) واستخرج الجذر المائي ك - ي = ٢
وبربط هذه النتيجة مع (٢)

$$\begin{cases} ٢ = ك \\ ٥ = ي \end{cases}$$

مثال ٢. ك^٤ + ك^٢ ي + ك^٢ = ١٣٣ (١)

ك^٢ + ك^٢ ي + ك^٢ = ١٩ (٢)

اقسم (١) على (٢) ك^٢ - ك^٢ ي + ك^٢ = ٧ (٢)

بالجمع وال طرح بين (٢) و (٢) ك^٢ + ك^٢ = ١٣ وك^٢ = ٦

ومحل هاتين المعادلتين

$$\begin{cases} ٢ - = ك \\ ٢ - = ي \end{cases} \begin{cases} ٢ - = ك \\ ٢ - = ي \end{cases} \begin{cases} ٢ = ك \\ ٢ = ي \end{cases} \begin{cases} ٢ = ك \\ ٢ = ي \end{cases}$$

مثال ٢. (١) $\frac{٨}{١٥} = \frac{١}{٢ ي} + \frac{١}{٢ ك}$

(٢) $\frac{٢٤}{٢٢٥} = \frac{١}{٢ ي} + \frac{١}{٢ ك}$

ربع (١) $\frac{٦٤}{٢٢٥} = \frac{١}{٢ ي} + \frac{٢}{٢ ك ي} + \frac{١}{٢ ك}$

$$(3) - (2) \dots \frac{20}{225} = \frac{2}{\text{ك ي}} \quad (2) - (3)$$

$$\frac{2}{10} + = \frac{1}{\text{ي}} - \frac{1}{\text{ك}} \quad \text{اطرح (4) من (2) واستخرج الجذر المائي}$$

و تربط ما بين التبيين مع (1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{10} = \frac{1}{\text{ك}} \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{\text{ي}} \end{array} \right. \text{ او } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{10} = \frac{1}{\text{ي}} \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{\text{ك}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 - \text{ك} \\ 2 - \text{ي} \end{array} \right. \text{ او } \left\{ \begin{array}{l} 2 - \text{ك} \\ 0 - \text{ي} \end{array} \right.$$

٢٣٦ . يمكن استعمال الطريقة الآتية في جميع الاحوال التي تكون فيها المعادلتان من درجة واحدة ومتشابهتين [متجانستين] اي متحدة حدودها في الدرجة كما ترى في المثال الآتي

$$(1) \dots \text{مثال 1} \quad 10 + \text{ك ي} - 20 = 0$$

$$(2) \dots \quad 17 + \text{ك ي} - 2 = 0$$

نضع م ي بدل ك في كل من المادتين فيجدت لنا

$$(3) \dots \quad 10 + \text{م} - 20 = 0$$

$$(4) \dots \quad 17 + \text{م} - 2 = 0$$

$$\frac{1}{4} - \frac{17}{28} = \frac{2 + \text{م} - 2}{10 + \text{م}}$$

$$\dots \quad 10 - 17 = -7 = -8 + \text{م} \quad \text{م} = 1$$

$$\dots \quad 0 - 10 = -10 = -11 + \text{م} \quad \text{م} = 1$$

$$\text{اي } (2 + \text{م})(2 + \text{م}) - 10 = 0$$

$$\dots \quad 0 - 10 = -10 = -11 + \text{م} \quad \text{م} = 1$$

وك - م - ي - - $\frac{7}{4}$ ي أو - هـ ي

فاذا عوضنا عن ك ب - هـ ي في (١) نتج

$$\left\{ \begin{array}{l} ٧ ي - ٢ ي هـ = ٧٥ ي - ٢ ي هـ \\ ١ + - \text{ومنهای} - ١ + - \\ ٥ + - \end{array} \right.$$

فاذا عوضنا عن ك ب - $\frac{7}{4}$ ي في (١) نتج

$$\left\{ \begin{array}{l} ٧ ي - ٢ ي هـ = ٧٥ ي - ٢ ي هـ \\ ٤ + - \text{ومنهای} - ٤ + - \\ ٢ + - \end{array} \right.$$

طريقة ثانية لحل مثال ١ .

$$(١) + (٢) \quad \frac{٧ ي + ١٥ ك ي}{ك + ٢ ك ي + ٢ ي} = \frac{٧٨}{١٧} - ٤$$

وبالسط والمقابلة $١٥ ي + ٢٢ ك ي + ٤ ك - ٢ ك -$

أو $(٥ ي + ك) (٢ ك + ٤ ك) -$

\therefore ي - - هـ ك أو ي - - $\frac{١}{٢} ك$

وإذا وضعنا هـ ك بدل ي في (١) نتج ك - - هـ ي

وإذا وضعنا $\frac{١}{٢} ك$ بدل ي في (١) نتج ك - - هـ ي

تمرين كتابي

حل ما يأتي:

$$(١) ك + ي = ٥ \quad (٢) ك + ي = ١١ \quad (٣) ك - ي = ١$$

$$ك + ي = ٢٥ \quad ك + ي = ٣٤١ \quad ك - ي = ١٩$$

$$(٤) ك - ي = ٢ \quad (٥) ك + ي = ٢٠ \quad (٦) ي - ك = ٢$$

$$ك - ي = ٢١٨ \quad ك + ي = ٢٢٤٠ \quad ي - ك = ١١٧$$

- (٧) $ك - ٢ى = ١$ (٨) $ك + ٢ى = ١٠$
- $ك - ٢ى = ١٢٧$ $ك + ٢ى = ٢٨٠$
- (٩) $ك + ٢م + ٢ل = ٢١$ (١٠) $ك + ٢م + ٢ل = ٧٤١$
- $ك + ٢م + ٢ل = ٧$ $ك - ٢م + ٢ل = ١٩$
- (١١) $ك + ٢م + ٢ل = ٢١٢٨$ (١٢) $ك + ٢م + ٢ل = ٩٢١١$
- $ك + ٢م + ٢ل = ٧٦$ $ك - ٢م + ٢ل = ٦١$
- (١٣) $ك + ١/٢ى = ١/٦$ (١٤) $ك + ١/٢ى = ١/٤$
- $ك + ١/٢ى = ١/٤١$ $ك - ١/٢ى = ١/٢$
- (١٥) $ك + ١/٢ى = ٤١/٥٧٦$ (١٦) $ك + ١/٢ى = ١/٤٠٠$
- $ك + ١/٢ى = ٢٩$ $ك + ١/٢ى = ٢٠$
- (١٧) $ك + ٢م + ٢ل = ٢٧$ (١٨) $ك + ٢م + ٢ل = ٢٥١$
- $ك - ٢م + ٢ل = ٢٧$ $ك - ٢م + ٢ل = ٢٩$
- (١٩) $ك - ٢ك + ٢ى = ٢٤$ (٢٠) $ك - ٢ك + ٢ى = ٦٤$
- $ك - ٢ى = ٤$ $ك + ٢ى = ٢٢$
- (٢١) $ك - ٢ك + ٢ى = ٧$ (٢٢) $ك + ٢ك + ٢ى = ٧$
- $ك - ٢ى = ٢$ $ك + ٢ى = ١٨$
- (٢٣) $ك - ١٢ى = ٢$ (٢٤) $ك + ٢ك + ٢ى = ١٤٥$
- $ك - ٢ك + ٢ى = ١٠$ $ك + ٢ى = ٢٤$

٢٣٧. ولان تمام الفائدة نذكر بعض الامثلة التي نستخدم فيها اساليب خاصة لحل المعادلات غير الطرق العامة التي بمطناها سابقاً لترويض العقل ولذة المميزين

- مثال ١ . ك^٢ + كى - د ... (١)
 كى + ك^٢ - ب ... (٢)
 يجمع (١) و (٢) واستخرج الجذر المائل ك + ك^٢ - ب + د ... (٣)

$$\frac{د}{ب + د} - ك \quad (٢) \text{ على } (٣)$$

$$\frac{ب}{ب + د} - كى \quad (٢) \text{ على } (٣)$$

- مثال ٢ . ل^٢ + م^٢ - ٦١ ... (١)
 ل^٢ + م^٢ + ل - ٨٤ ... (٢)
 اضرب (٢) في ٢ واجمع الحاصل الى (١) فينتج
 (ل + م)^٢ - ٢٤٢ - ٢٠ . ل + م - ٧ ... (٣)
 اقس (٢) على (٣) ينتج ل - م ... (٤)
 والآن تحمل المعادلتين (٣) و (٤) بالطريقة العامة

- مثال ٣ . ٩ ك^٢ + ك^٢ + ١٢٨ - ٢١ (ك + كى) ... (١)
 كى - ٤ ... (٢)

من (٢) ٦ كى - ٢٤ - ٠ . وباضافتها الى (١) ينتج
 ٠ - ١٠٤ + (ك + كى) - ٢١ (ك + كى) - ٢٤

ومنها ينتج ك + كى - ٨ او ك + كى - ١٣
 ويربط كل من هاتين المعادلتين مع (٢) نستخرج قيمة المجهولين
 مثال ٤ . (ك^٢ + كى) (ك + كى) - ١٥ ... (١)
 ك^٢ + ك + كى + ك^٢ - ٨ ... (٢)

عوض عن ك^٢ + كى + ك^٢ ب م وعن ك + كى ب ن
 ٠ . م - ١٥ و م + ن - ٨
 ٠ . م - ٥ ون - ٢ او م + ن - ٥
 الخ ...

تمرين كتابي

حل ما يأتي:

$$(1) \quad 4(x+y) - 17 = 0 \quad (2) \quad 10(x+y) - 29 = 0$$

$$x+y = 0 \quad x-y = 2$$

$$(3) \quad 7x + 2y + 1 = 0 \quad (4) \quad 3x - 2y + 1 = 0$$

$$x+y = 2 \quad x-y = 2$$

$$(5) \quad 10x - 2y + 1 = 0 \quad (6) \quad 12x - 2y - 1 = 0$$

$$x+y = 10 \quad x-y = 20$$

$$(7) \quad 7x + 2y + 1 = 0 \quad (8) \quad 8x - 2y + 1 = 0$$

$$x+y = 0 \quad x+y = 8$$

$$(9) \quad 7x + 2y + 1 = 0 \quad 10x + 2y + 1 = 0$$

$$x-y = 2$$

$$(10) \quad 2(x+y) - 1 = 0 \quad 4(x+y) + 29 = 0$$

$$x+y = 0 \quad x+y = 20$$

٣٣٨ . أخطوط البيانية لمعادلات الدرجة الثانية

مثال ١ . ارسم الخط البياني للمعادلة $x = 2k$

اولاً ترتيب القيم المتقابلة او المتناظرة كما في الجدول الآتي

	ك	ي	ك	ي
فاذا رسمت هذه النقط المعينة ووصل بعضها ببعض	٠	٠	٠	٠
بعض تتج خط معين يقال له القطع الكامل	٢٥	٢٥ -	٢٥	٢٥
[اطلب من التلميذ ان يرسم هذا الخط على الورق المربع]	١	١ -	١	١
ومن خصائص هذا الخط البياني انه (١) متماثل بالنسبة الى محور ي لان كل قيمة نرسمها للاحداثي الراسي [ي] تقابلها قيمتان للاحداثي الافقي [ك] متساويتان	٢٢٥	٢٢٥ -	٢٢٥	٢٢٥
في المقدار متضادتان في العلامة (٢) يقع بكامله فوق محور ك لان ك موجبة دائماً مهما كانت قيمة ك وبالتالي تكون ي موجبة دائماً فلا تقع تحت	١٦	٤ -	١٦	٤
محور ك (٢) الخط غير منطبق على نفسه ويزداد انجرافاً كلما عظمت قيمة ك		الخ		الخ

ملاحظة مهمة . خط النقط الكامل هو الخط الذي تسير فيه الفئات كقنبلة المدفع والمخارجة المرشوقة

مثال ٢ . ارسم الخط البياني للمعادلة $ي = ٢ ك$

اذا رتبنا القيم المتقابلة للرفين ك و ي ورسمنا النقط المعينة ووصلنا بعضها ببعض تتج خط معين . نظير خط معادلة مثال (١) ولكنه يفرق عنه بكونه متماثل بالنسبة الى محور ك

مثال ٣ . ارسم الخط البياني للمعادلة $ك + ي = ٢٥$

ترتيب اولاً القيم المتقابلة كما في الجدول الآتي

	ك	ـ	ك	ـ	ك
	٠	٠	٠	٠	٠
فاذا رسمت هذه النقط المعينة ووصل بعضها ببعض نتج محيط الدائرة التي مركزها نقطة الاصل ونصف قطرها ٥	١	١	١	١	١
	٢	٢	٢	٢	٢
	٤	٤	٤	٤	٤
	٥	٥	٥	٥	٥

مثال ٤ . ارسم المخطط البياني للمعادلة كى = ٤

ولاجل سهولة العمل نضع المعادلة بالشكل كى = ك/٤ التي يرى منها انه متى كانت

ك = ٠ تصير كى = ٠ * ومتى كانت كى = ٠ تصير ك = ٠ ونلاحظ انه متى

كانت ك ايجابية تكون كى ايجابية والعكس بالعكس متى كانت ك سلبية تكون كى سلبية وعلى ذلك يقع المخطط البياني كله ويمتد الى اللانهاية في اليمين الاول والثالث

وهاك جدول القيم المتقابلة

	ك	ـ	ك	ـ	ك
واذا رسمت هذه النقط المعينة ووصل بعضها ببعض نتج خط	٠	٠	٠	٠	٠
مقطع في اليمين الاول والثالث يقال له القطع الزائد القائم	١	١	١	١	١
	٢	٢	٢	٢	٢
	٤	٤	٤	٤	٤
	٥	٥	٥	٥	٥

• العلامة ∞ رمز الكمية "مالانهاية" وهي الكمية التي تكون اكبر من اي كمية تصورناها العقل ويقال لها ايضا "اللانهاية"

مثال ٥ . حل ما يأتي بواسطة الرسم البياني :

$$ك + ي = ١٤ \quad \dots (١)$$

$$ك + ي = ١٠٠ \quad \dots (٢)$$

نجد هنا ان المعادلة (١) يمثلها خط مستقيم والمعادلة (٢) دائرة فاذا رسمت هذه المخطوط البيانية وعينت نقط التقاطع وقبست احدائياتها كانت النتيجة جذور المعادلتين

واذا حلت المعادلتان بالطرق الجبرية كانت الجذور ك = ٨ و ي = ٦ او ك = ٨ وهذا يعني ان احدائيات احدى نقطتي التقاطع (٨ و ٦) واحدائيات الثانية (٦ و ٨)

تمرين كتابي

ارسم وحل المعادلات الآتية :

$$(١) \quad ك + ي = ١١ \quad (٢) \quad ك + ي = ١٤ \quad (٣) \quad ك - ي = ٢$$

$$ك - ي = ٢٠ \quad ك - ي = ٤٥ \quad ك - ي = ٢٥$$

$$(٤) \quad ك - ي = ٢٧٤ \quad (٥) \quad ك + ي = ٢٢٥ \quad (٦) \quad ك + ي = ٢٧$$

$$ك - ي = ٢٢ \quad ك + ي = ٢١ \quad ك + ي = ٢٦٩$$

$$(٧) \quad ك + ي = ٢٢٩ \quad (٨) \quad ك - ي = ٧٢ \quad (٩) \quad ك + ي = ٢٦٥$$

$$ك - ي = ١٢ \quad ك + ي = ١٤٥ \quad ك - ي = ١٨٢$$

$$(١٠) \quad ك - ي = ٤$$

$$ك + ي = ١٥$$

مسائل تحل بواسطة معادلات الدرجة الثانية

- (١) مجموع عددين ٥ ومجموع مربعهما ١٢٥ فما العددان ؟
- (٢) الفرق بين عددين ٢٥ ومجموع مربعهما ٩٢٥ فما العددان ؟
- (٣) مجموع عددين ١٤ وحاصل ضربهما ٤٥ فما العددان ؟
- (٤) الفرق بين عددين ١٤ وحاصل ضربهما ٩٥ فما العددان ؟
- (٥) ما العددان اللذان مجموعهما ٥ امثال فرقها وفرق مربعها ١٨٠ ؟
- (٦) طول حقل اكثر من عرضه بـ ١٨٠ قدماً ومساحة ٤٩٥٠٠ قدم مربع فكم طوله وعرضه ؟
- (٧) محيط حقل مستطيل الشكل ٤٨٠ متراً ومساحة ١٣٥٠٠ متر مربع فما طول اضلاعه ؟
- (٨) قطر حقل مستطيل الشكل ٢٥ متراً ومحيطه ٧٠ متراً فما طول اضلاعه ؟
- (٩) فائدة مال جورج ٢٠٠ ليرة ولو نقص رأس المال ٥٠٠ ليرة وزاد معدل الفائدة ١٪ لزادت الفائدة ٢٥ ليرة فكم يكون رأس المال ومعدل الفائدة ؟
- (١٠) مساحة حقل مستطيل الشكل ٨٠٠ متر مربع ولو زاد طوله ٢٠٪ وزاد عرضه ٤ امتار لزادت مساحة ٤٤٪ فما طوله وعرضه ؟
- (١١) تصدق كل من امين و بهيج مبلغ ٥ ايرات انكليزية على عدد من الفقراء وكان عدد الذين احسن اليهم امين اكثر من الذين احسن اليهم بهيج بخمسة ولكن نال كل من احسن اليهم بهيج شيئاً واحداً اكثر مما نال كل من احسن اليهم امين فكم كان عدد كل فريق من الفقراء ؟

(١٢) اشترى خليل عدداً من الثيران بمبلغ ٧٢٠ ليرة انكليزية فبات منها ٢ وبيع كل رأس اكثر ما اشتراه بـ ٦ ليرات فرج ٥٠ % فكم رأساً اشترى وبكم اشترى الرأس الواحد؟

(١٣) اذا ارتفع سعر دزينة الكتب ١٠ شلينات لنقص عدد ما تشتري منها بخمس ليرات انكليزية ٦ كتب فكم يكون ثمن الكتاب؟

(١٤) مجموع عددين وحاصل ضربها ٢٢ واذا طرحا ٥ اضعاف مجموعها من مجموع مربعها كان الباقي ٨ فما العددان؟

(١٥) وتر مثلث قائم الزاوية اقل من مجموع الساقين بستة امتار ومساحة المثلث ٦٠ متراً مربعاً فكم طول كل من الساقين؟

(١٦) احد ساقى مثلث قائم الزاوية اقصر من الساق الآخر بـ ٢٥ متراً ومساحة المثلث ٦٢٥ متراً مربعاً فكم طول كل من الساقين؟

(١٧) سار انيس وصادق في وقت واحد من مدينتين المسافة بينهما ١٨٠ ميلاً فاصداً كل منهما المدينة الاخرى وكان انيس يسير يوماً ٦ اميال اكثر من صادق الذي كانت سرعته في اليوم ضعف عدد الايام التي مرت قبل ان يلتقيا فكم كانت سرعة كل منهما؟

(١٨) اذا زادت سرعة الفطار ٥ اميال في الساعة فانه يبلغ المحطة قبل الوقت المعين بـ ٢٧'٥ دقيقة واذا نقصت ٥ اميال في الساعة فانه يتأخر ٥٠ دقيقة فكم سرعته وكم طول المسافة التي يقطعها؟

(١٩) جد عدداً مولفاً من رقمين الفرق بين مكعبيهما ١٠٦ اضعاف الفرق منها (الرقين) والعدد يزيد عن ضعفه حاصل الرقمين بقدر رقم منزلة الاحاد

(٢٠) اذا استغرق دولا ب عربية محطة $1\frac{1}{2}$ قدماً ثانية واحدة في كل دورة يدورها فسرعة العربية نقل $2\frac{1}{2}$ الميل في الساعة فكم تكون سرعتها ؟

(٢١) حاصل ضرب مجموع عددين في مجموع مربعهما ٤٠ وحاصل ضرب فرقها في فرق مربعها ١٦ فما العددان ؟

(٢٢) خرج يوسف وعادل في ذات الوقت من مدينتين البعد بينهما ٣٥ ميلاً فاصداً كل منهما المدينة الاخرى وكان يوسف اسرع من عادل بميل ونصف الميل في الساعة وبعد ان سار ساعتين استراح ساعة ونصف ثم تابع سيره فالتقيا بعادل في منتصف الطريق فكم كانت سرعة كل منهما ؟

(٢٣) قام قطاران في وقت واحد من محطتي ب وح والمسافة بينهما ٣٠٠ ميل فاصداً كل منهما المحطة الاخرى وبعد ان التقيا وصل القطار القائم من ب محطة ح بعد مضي ؟ ساعات ووصل القائم من ح محطة ب بعد مضي ٤ ساعات فكم كانت سرعة كل منهما ؟

(٢٤) سار قطار ب من محطة ج الى محطة ص والمسافة بينهما ٢٤٠ ميلاً بسرعة منتظمة وبعد ساعة قام قطار آخر د من محطة ج ووصل بعد ساعتين الى نقطة قد مر بها ب قبل ذلك ب ٤٥ دقيقة ثم زادت سرعة القطار د ٥ اميال في الساعة فوصل القطاران محطة ص في ذات الوقت فكم كانت سرعة كل منهما في البداية ؟

(٢٥) ملئ برميل م بخمسين ليترًا من الماء وبرميل خ باربعين ليترًا من الخمر ثم اخذ "ك" ليترًا من كل منهما فزججت ثم ردت الى البرميلين وكرر ذلك مرة

أخرى فكم تكون ك اذا صار مقدار الخبز في البرميل م $\frac{1}{8}$ لترات بعد المزج الثاني؟
 (٢٦) خليل وسليم يملكان معاً ٢٠ بفرة باع كل منهما بقراتو بسعر يختلف عن
 السعر الذي باع بو الآخر ولكن مجموع الثمن كان متساوياً . ولو باع خليل بقراتو
 بالسعر الذي باع بو سليم لكان ثمنها ٢٢٠ ليرة ولو باع سليم بقراتو بالسعر الذي
 باع بو خليل لكان ثمنها ٢٤٥ ليرة فكم بفرة كان لكل منهما؟



نرجو من الاستاذ ان يطلب من التلامذة اصلاح الخطأ المدون في الجدول
 الآتي لانما الفائدة وتسهيل العمل

اصلاح خطأ

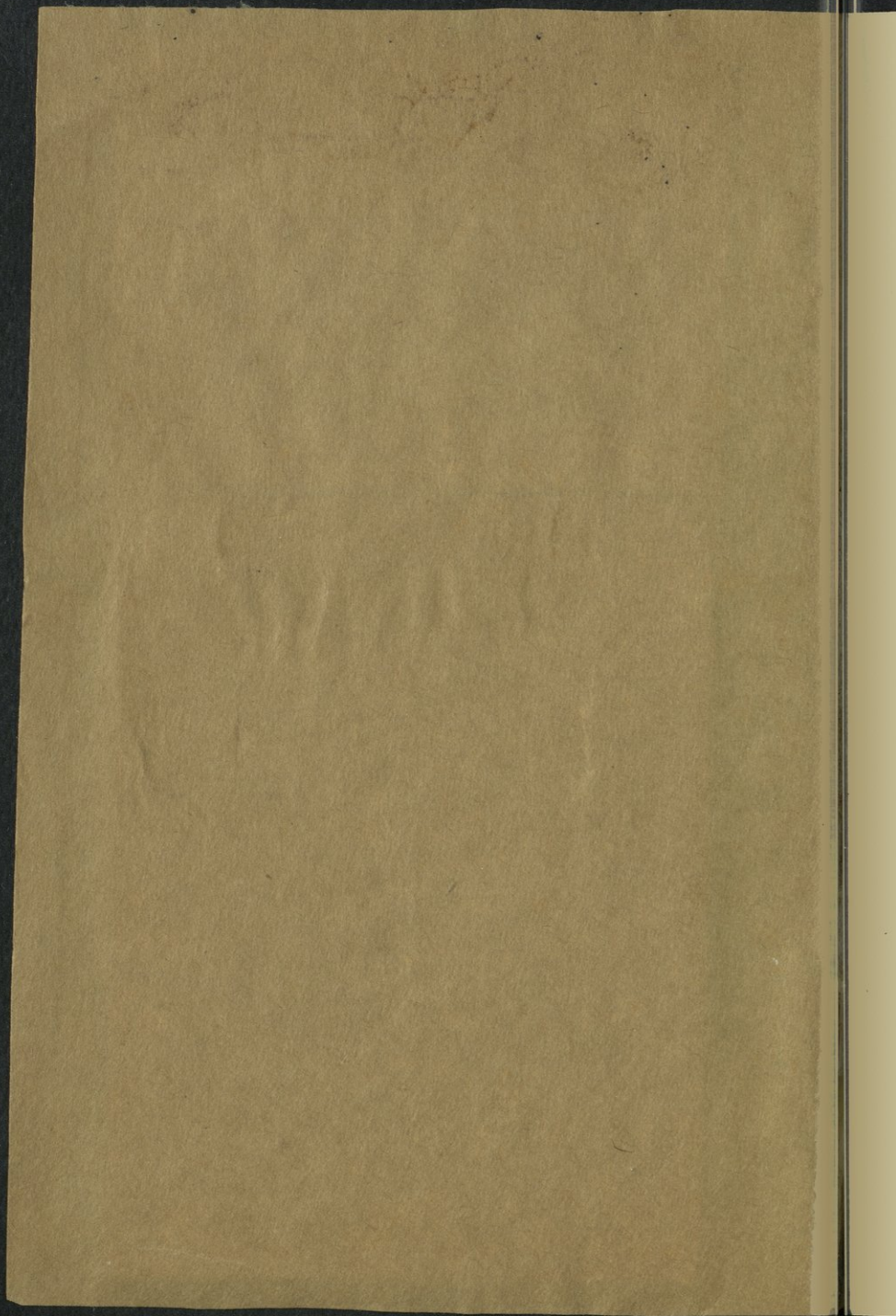
صواب	خطأ	سطر	صفحة
نومرو	نومر	٩	٨
ان	ن	٥	٩
ضعف	ه اضعاف	١١	١٤
٢ اضعاف	" ٦		
١٢٠	٢١٠	١٥	٢٣
يقدر دليل	دليل	٢٠	٢٠
٧٨	٦٨	٩	٤٧
ان كلاً من الكميات	ان الكميات	٢	٧٦
استعمل المحاور للدلالة على ان الكمية	ضع قبل (٢٥)		٧٧
ن (٨)	ن (٨)	٨ نومرو ١٠	١١٧
٤ -	٥ -	١	١٤٢
()	()	١٩ نومرو ١٢	١٥٠
فالعاملتان	بالعاملتان	١٦	١٧٤
شكها ل	شكها ل	١٢	١٨٦
م +	م +	٩	١٨٧
٨ - ك	٨ - ك	٢	١٩١
ل -	ل -	١٦	٢١٥
م - ل	ل - م		
ك - ي	ك - ي	١٢	٢١٦
٤ - ي	٤ - ي	١	٢٣٠
سقط موما نومرو (٤) و (٥)		اسفل الوجه	٢٢٤
او مخرجه	ومخرجه	١	٢٢٩
ل - م	م - ل	ثرو ٨	٢٤٠

صواب	خطا	سطر	صفحة
١١	١١	٥	٢٥٢
١١	١١	٦	"
١١	٨	١٧	٢٥٤
١٧	١٢	٢	٢٦٥
١٩-	١٩-	٢	٢٦٧
٢/٢	١/٢	٢	٢٦٨
توحيد	وحيد	١٧	"
و(٢)	و(٢)	٧	٢٧٧
٢٨٠	٨٠	٢١	٢٧٨
د/س	/د	١٣	٢٧٩
١٩٦	٥٩٦	١٨	٢٨٢
ى	ى	١٧	٢٨٣
قسم	اقسم	١٠	٢٨٥
اى-ك	نومرو ٨ - اى-ك		٢٩٠
معادلة	عادلة	٤	٢٩١
$ج = ج + ج + ج$	$ج = ج + ج + ج$	٩	٢٩٨
$(-م ل)^\circ$	$(م ل)^\circ$	٦	٢٩٩
$(-م ل)^\circ \times ٥$	$(-م ل)^\circ$	٦	"
$(ك ل)^\circ$	$(ك ل)^\circ$	٢	٣٠٠
$(م ل)^\circ$	$(م ل)^\circ$	١٠	"
$ج - ل$	$ج$	١٢	٣٠٢
$(+م ل)^\circ$	$(+م ل)^\circ$	٨	٣٠٣
$ج - ل$	$ج$	٩	"
$٧ ج ٧$	$٧ ج ٩$	٥	٣٠٤
$٥ م ٤٣$	$٥ م ٤٣$	٩	"

صواب	خطا	سطر	صفحة
ى	ل	١٥	٢٠٤
ل م + على ا ل م على ا ل	ل م + على ا ل م على ا ل	١٥	٢٠٥
ا	ا	٢٢	"
م + ا	م + ا	(٦) ١٤	٢٠٦
ل + ل	ل + ل	٤٨	٢٠٨
٢٠٥	٢٥٠	١٠	٢٠٨
اشيخية	اشيخية	١٦	"
(ل ل)	(ل ل)	١٦	٢٠٩
(ل -)	(ل -)	١٧	"
٢١٦	١٦	٨	٢١٠
ق ع	ق ع	١٢	٢١٠
٢٤٥	٢٠٥		
وقياس	قياس	١٨	٢١١
٢٦٢	٢٦٢	١	٢١٢
٢٦٢	٢٦٢	٢	"
٢٦٢ ى ٢٦٢	٢٦٢ ى ٢٦٢	٥	٢١٣
خط الكسر غير ظاهر ضع الخط	(١١) ٢٠		٢١٨
١ +	+ (٢٥)	١٦	٢٢٠
ك	ك	٦	٢٢٢
ك	ك	٨	"
هو	هي	٢	٢٢٥
٢ +	٢ +	٢	٢٤٢

صواب	خطا		صفحة
ا±	ا+	١	٢٤٢
ا±	ا+	٦	٢٤٩
ك--	ك--	٥	٢٥٠
ي--	ي--	٦	"





DATE DUE



512 J95-1A

جریان

الطهر الحثث

512

J95-1A

v.1

512:J95jA:v.1:c.1

جرداؤن :منصور حنا

الجبر الحديث

AMERICAN UNIVERSITY OF BEIRUT LIBRARIES



01025169

American University of Beirut



512

J95jA

v.1

General Library

512
J95jA
v.1