الحساب البسيط

الجزء الخامس

للسنة الخامسة الابتدائية

تأليف
توفيق سبع عطايا

وفق منهج التعليم الصادر سنة ١٩٤٦

مطابع الزمان – بيروت

مقدمة

اضع بين أيدي معلمي وطلاب المدارس الابتدائية كتابي هـــذا وهو الخامس من سلسلة الحساب البسيط التي اصدرتها متتابعة فكان هذا الجزء هو الاخير منها وقد جعلته لمستوى صف الشهادة الابتدائية في المدارس الرسمية والصفين السابع والسادس في المدارس الخاصة .

ولم يختلف نهجي في تأليفه عن النهج الذي اتبعته سابقاً فقد جريت في وضع ابحاثه على الطريقة الاستقرائية التي تقرها المبادىء البسيكولوجية فلم اكتب فصلا من فصوله الا ابتدأته بالامثلة امهد بها للطالب فهم القاعدة قبل المباشرة بدرسها ، وأثبت فيه الكثير من الرسوم المنسجمة مع جوهرا مواضيعه ، اذ لا يخفى ما في ذلك من الفائدة ، ولم احد عن طرق الاستدراج لحمل التلميذ بواسطتها على تعلم السهل فالصعب ، ولم يكن هـــذا شأني في المسائل التفكيرية فحسب ، بل في المسائل الميكانيكية ايضاً ، هذا الى ما هنالك من وضوح في الاسلوب ، وسهولة في التعبير ، وتوسع في المواضيع بما يناسب مقتضى الحال .

وقد بحثت فيه بحثاً مستفيضاً وافياً بالمقصود كلا من القواعد الاربع للاعداد الصحيحة ، والكسور العشرية والدارجة ، وقياسات المسافات والمساحات والحجم والسعة والوزن ، وضمنته قواعد حساب المائة بما تحتويه من اعمال الفائدة والحسم وشتى المعاملات الشائعة ، كما انني افضت في شرح ما يغلب استعماله من الاعداد المركبة ، ولم أغفل فيه بحث ما له علاقة بالهندسة البسيطة ، وقد جاء كل ذلك بصورة عملية تطبيقية .

فعسى ان يكون لكتابي هذا من الحظوة لدى المدرسين والطلاب معاً ما يجعله جديراً باهتمامهم وما يجعلهم يقبلون عليه اقبالهم على ما سبق صدوره من اجزاء « الحساب البسيط » . وعسى ان يبادر الزملاء الكرام الى ابداء الملاحظات ان وجدوا في صفحات هذا الكتاب ما يدعو الى ذلك .

الجامعة الاميركية في بيروت
في ٢٠ حزيران سنة ١٩٥١

المؤلف

كلمة الى المدرس

لقد اشرت في الكلمة التي اوردتها موجهة الى المدرس في الجزء الرابع من هذه السلسلة – بعد ان اسهبت في تحليل الطرق المتنوعة التي يعمد اليها الطلاب في اثناء عكوفهم على حـــل المسائل الفكرية – لقد اشرت الى ان الضعف الحسابي الذي يلمس عند فئات منهم لا يصلح ان يتخذ كدليل على ان تلك الفئات لا تنعم باستعداد فطري لتعلم هذا الموضوع . وذكرت ان ذلك الضعف قد يكون ناجماً عن واحدة او اكثر من الصعوبات التي لم يدرب مثل هؤلاء على كيفية تذليلها ، والمعت اذ ذاك الى انني سأعرض لتلك الصعوبات في كتابي الخامس متناولا اياها بالبحث على قدر ما يسمح به المقام وها انني في هذا الجزء الاخير من الحساب البسيط أذكر اهم تلك الصعوبات ، متقصياً اسبابها، مقترحاً من الوسائل العلاجية المبنية على الاختبار العلمي، ما قد يؤدي الى استئصالها

ان اهم العوامل المؤدية الى تكوين الصعوبات في المسائل الحسابية هي :

اولا : ضعف الطالب في العمليات الميكانيكية ، وقد اتضح ان خمسة وعشرين في المائة من الاجوبة المغلوط فيها ناجمة عن الخطأ في تلك العمليات والجهل التقدير العددي... ولا سبيل الى ازالة ذلك الضعف الا بتدريب الطالب تدريباً مطرداً على الطرق الفضلى التي يجب ان تنهج في حل العمليات الميكانيكية ، واكتشاف مواطن الضعف في معلوماته، ومعالجتها.

ثانياً : عدم مقدرته على فهم المسائل بكاملها او فهم قسم منها ، واسباب ذلك تعود الى عجزه في القراءة الصامتة ، وجهله الاصطلاحات الحسابية ، واهماله الاعتناء اللازم بقراءة وتفهم العمليات ، مما يؤدي الى قراءتها على وجه غير صحيح ، وبالتالي الى اهماله بعض نقاطها الاساسية، وعليه فينبغي ان يعطى الطالب تمارين عدة على القراءة الصامتة، والاصطلاحات الحسابية ، وان يحرص مدرسوه على استعمال الاساليب المشوقة، ونهج الطرق الايجابية.

ثالثاً : اضطراب فكره في اثناء القيام بحل الاعمال ، وفي حالة كهذه يغلب ان يتبع اي طريقة يسبق الى تذكرها دونما روية او تفكير ، ولا سبيل الى ازالة اضطرابه الفكري الا بمعرفة العوامل الاساسية التي كانت السبب لخلق ذلك الاضطراب فقد تكون عائلية ، وقد تكون خلقية او صحية وربما كانت متأتية عن جو المحيط الذي يكون فيه ، ومهما تكن تلك العوامل، يسهل امر القضاء عليها عندما تتضح حقيقتها .

رابعاً : عجزه عن تفهم العمليات الحسابية المتنوعة التي تحتويها مسألة ما ، وهذا يغلب ان يكون ناجماً عن انتقال غير تدريجي في حل المسائل ، وفي حالة كهذه ، يجب تعليم الطالب حل العمليات ذات الدرجة الواحدة اولا ، فذات الدرجتين وهلم جرا ، اي انه يجب الا ينتقل به الى تعلم نوع جديد ، قبل اتقانه تعلم ما سبقه وتفهمه اصوله وحقائقه تفهماً تاماً .

خامساً : حصر انتباهه باعداد المسألة وتفاديه في ذلك دونما أهتمام باحوال الحل الجوهرية ، ولا ريب في ان هذه الحالة تسبب احياناً عن وجود اعداد في العملية ليست من جوهرها في شيء .

ويستحسن في معالجة هذا الضعف ان يمرن الطالب على كيفية تحديد كل عدد في العملية ومعرفة الغاية من وجوده فيها وذلك باعطائه عمليات من النوع الذي سبق تحديده كان يسأل مثلا حل عملية كهذه :

في بستان زيد ٣ شجرات من التفاح فكم ثمرة يكون على الشجرات الثلاث اذا كان على الاولى ٤٥ ثمرة وعلى الثانية ٣٠ وعلى الثالثة ٢٥ ؟

فينبغي في مثل هذه العملية ان يكون التلميذ على بينة من ان الرقم « ٣ » لا علاقة له في حل هذه المسألة .

سادساً : جهله بعض الحقائق الحسابية الضرورية لحل المسائل كالموازين والمقاييس وما شاكلها ، وفي مثل هذه الحالة ، يجب ان يحيط علماً بتلك الحقائق .

سابعاً : الطلب اليه حل عمليات ذات اعداد كبيرة عند مباشرة تدريسه احد المواضيع الجديدة . فانه وان كان قادراً على اتقان قراءة تلك العمليات وتفهم طرقها المتنوعة في حال ورودها باعداد صغيرة الا انه قد يجهلها هي ذاتها عندما تأتي باعداد كبيرة تفوق مستوى مقدرته الحسابية ... ولازالة هذا الضعف يجب ان يعطى مسائل كتلك التي استعصى عليه حلها ولكن باعداد صغيرة ، وبعد ذلك يمرن تدريجياً على حل مسائل تحتوي على اعداد كبيرة وبكلمة اخرى ينبغي عند أخذه بتعلم اي قاعدة جديدة ان يلجأ الى استعمال اعداد صغيرة .

ثامناً : عدم معرفته تقدير العلاقات والروابط بين الكميات وغيرها مما تحتويه الاعمال ، كالثمن ، الخسارة ، الربح ، المبيع ، المدخول ، المصروف ، التوفير ، الوقت ، المسافة ، السرعة ، وما اليها ، والعلاج لذلك ليس في ان يعرف الطالب معنى تلك الكميات فحسب بل في ان يدرك ايضاً معنى العلاقات الكائنة بين تلك الكميات ادراكاً وافياً ، ويستحسن ان

تقدم اليه منظمة على النسق الآتي :

المسافة = السرعة × الوقت .

المدخول = المصروف + التوفير .

مساحة المستطيل = الطول × العرض .

ثمن المشترى = ثمن المبيع — الربح .

تاسعاً : عدم استكماله المقدرة على تحقق الصحة في النتائج ، وتسهل تقويته من هذه الناحية بان يعلم تقدير اجوبة المسائل قبل مباشرته بحلها وان يقابلها بالنتائج الحقيقية بعد انجازه الحل ، كما انه ينبغي ان يدرب على طرق عملية في امتحان مسائله الحسابية ، والتأكد من صحة أجوبتها .

عاشراً : عدم اهتمامه بتنظيم الاعمال الكتابية وتنسيقها او عجزه عن ذلك ، ويعالج هذا بان يعلم اصول الاوضاع الحسابية ويدرب على اتقانها ويبين له ما لحسن التنظيم والاتقان من اهمية .

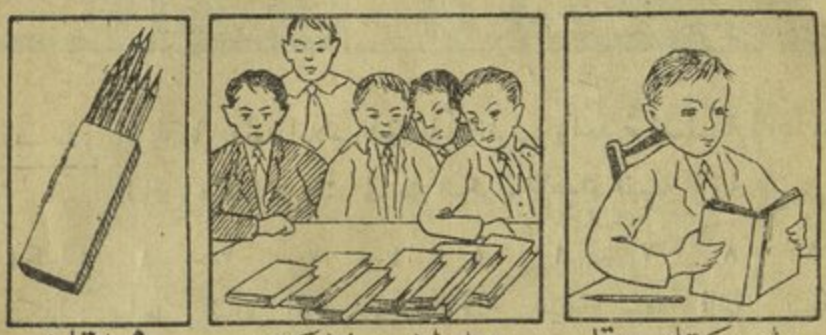
هذه هي معظم أسباب الضعف التي تمكنت من الوقوف عليها بعد مزاولتي تدريس الحساب مدة غير يسيرة وقد اتيت على سردها في هذه الكلمة آملا ان يفيد منها اخواني المدرسون ويبذلوا قصارى جهدهم في مراقبة الطلاب ، والبحث عن مواطن ضعفهم ، واكتشاف اخطائهم ، ومعرفة أسبابها ، ومعالجتها بعد ذلك بالوسائل الفضلى .

الجامعة الاميركية في بيروت
في ٢٠ حزيران سنة ١٩٥١

المؤلف

الدرس الاول

الوحدة ـ الكمية ـ العدد



ولد ، كتاب ، قلم　　٥ اولاد ، ٧ كتب　　٩ اقلام

الوحدة : ان الكلمات : ولداً ، كتاباً ، قلماً ، يدل كل منها على شيء واحد من نوعه اي على (الوحدة)

الكمية : والكلمات : اولاداً ، كتباً ، اقلاماً ، تدل على كميات كل منها من نوع واحد يمكن عدها كما ترى .

العدد : وان الارقام : خمسة ، في ٥ اولاد ، وسبعة ، في ٧ كتب ، وتسعة ، في ٩ اقلام ، هي بحد ذاتها اعداد تعين مقدار او تكرار الوحدة . ففي الاولى منها يوجد ٥ اولاد وفي الثانية ٧ كتب وفي الثالثة ٩ اقلام . فالخمسة والسبعة والتسعة اذاً هي اعداد .

اسئلة شفهية : دُلَّ على الوَحْدَة والكمية ، والعدد فيما يلي :

طول غرفة الصف الخامس ٨ امتار وعرضها ٦ امتار وفيها ١٧ مقعداً يجلس عليها ٣٤ تلميذاً ولها ٤ نوافذ .

أيُّ وحدة اُستعملَتْ لقياس طول وعرض الغرفة ؟

ما هي الكميَّة في « ٤ نوافذ » ؟

ما هو العدد وما هي الوَحدة في « ١٧ مقعداً » ؟

الآحاد البسيطة: اذا اردنا ان نعد اقلاماً نأخذ قلماً ونقول: واحد ثم نضيف اليه قلماً آخر قائلين: اثنان وهكذا على التوالي حتى تتكون الاعداد التسعة الاولى التي :

تكتب هكذا : ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

وتقرأ هكذا : واحد اثنان ثلاثة اربعة خمسة ستة سبعة ثمانية تسعة

ويستعمل الصفر في الاعداد حيث تخلو المنازل من الارقام وهو يكتب هكذا: (٠)

قيمة الرقم : للرقم قيمتان ، قيمة أَصلِيَّة ، وقيمة مَنزلِيَّة :

فاذا كان منفرداً كالرقم ٧ او الرقم ٥ تكون قيمته أَصلِيَّة ، اما اذا وُجِد مع ارقام أُخرى في عدد ما ، فانه يَكتَسِب قيمته بالنسبة الى المنزِلَة التي يَشغَلُها في ذلك العدد ، مثال ذلك الرقم ٧ في الاعداد الآتية : ٧٨ ، ٧٦٥ ، ٧٤٩٣ فان قيمته في العدد الاول هي سَبْع عشرات لانه وَقَع في مَنزلة العشرات ، وفي العدد الثاني ٧ مئات لانه وَقَع في مَنزِلة المئات ، وفي العدد الثالث ٧ آلاف لانه كما ترى قد وَقَع في مَنزِلَة الآلاف .

اسئلة شفهية :

أَعطِ اعداداً متساوية من حيث القيمةُ ، مُختلِفَةً من حيث الوحدات .

كم هي الارقام ؟ و كم قيمة لكل منها ؟ بَيِّنْ ذلك بِأَمثِلة .

الدخل = المصروف + التوفير

مسائل خطية :

١) يصرف مُستخدَم ١٥٠ ليرة في الشهر ويُوفِّر ٣٠ ليرة ، فكم ليرة يكون مدخوله الشهري ؟

٢) لو كان مُستخدَم يقبض ٢٧٥ ليرة زيادة عن معاشه في السنة لقَدِر ان يصرف ١٩٥٠ ليرة وان يُوفِّر ٣٢٥ ليرة ، فكم يكون دَخْلُه السنوي ؟

٣) اذا انفق مُستخدَم ٩٣ ليرة في الشهر تَرَاكَمَتْ عليه ديون سنوية مقدارها ٣٦ ليرة ، فكم ليرة يكون مدخوله الشهري ؟

٤) يصرف مُستخدَم ٢٨ ليرة اسبوعياً ويُوفِّر ١٥ ليرة شهرياً ، فكم ليرة يكون دَخْلُه السنوي ؟

٥) دَخل عامل ٢٧٥ ليرة شهرياً ودَخل ابنه ٧٥ ليرة كل اسبوعَين ، فكم ليرة يكون دَخْلُهما السنوي ؟

٦) يُنفِق رجل ٣،٥ ليرات يومياً على الطعام ، ويدفع ٨٥ ليرة شهرياً أُجرة غرفة لِسَكَنِه وثَمَن لوازم ضرورية ، ويُوفِّر سنوياً ٧٥٠ ليرة ، فكم ليرة يكون دَخْلُه السنوي ؟

٧) مُستخدَم لو صرف يومياً ٥٧٥ غرشاً لَنَقَصَهُ في الاسبوع ٢٢٥ غرشاً ، فكم ليرة يكون دَخْلُه السنوي ؟

الدرس الثانى

فصل الآحاد البسيطة

العشرات : اذا اضيفت وحدة الى تسع وحدات يصبح معنا عشر وحدات وتكتب هكذا : ١٠ وزيادة في الايضاح نوردها على الشكل الآتي :

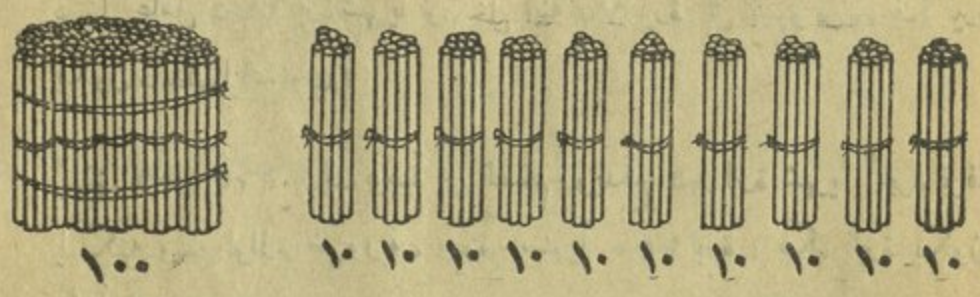
١١١١١١١١١١ = ١ + ١١١١١١١١١

٩ + ١ = ١٠ (عشرة)

تعد العشرات كما تعد الوحدات فنقول مثلا: ٤ عشرات او اربعون وتكتب هكذا : ٤٠ وست عشرات او ستون وتكتب هكذا : ٦٠ . وباضافة الارقام التسعة الاولى الى احدى العشرات نحصل على الاعداد الموجودة بين تلك العشرة والعشرة التي تليها . مثال ذلك :

١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ وهكذا الى ٩٩.

المئات : واذا اضفنا عشرة واحدة الى ٩ عشرات ينتج عـــدد يسمى عشر عشرات او مائة ويكتب هكذا : ١٠٠ . تأمل هذه الصورة :



تعد المئات كما تعد الوحدات والعشرات فنقول مثلا : مائة (١٠٠) مئتان (٢٠٠) ثلاثمائة (٣٠٠) ...

وباضافة الاعداد من ١ الى ٩٩ الى احدى المئات نحصل على الاعـداد الموجودة بين تلك المائة والمائة التي تليها ، مثال ذلك :

١٠١ ١٠٢ ١٠٣ ١٠٤ ١٠٥ ١٠٦ ١٠٧ ١٠٨ حتى ١٩٩ ف ٢٠٠
وهكذا الى ٩٩٩ .

تكتب الوحدات في المنزلة الاولى من اليمين والعشرات في المنزلة الثانية والمئات - وهي الاخيرة من فصل الآحاد البسيطة - تكتب في المنزلة الثالثة :
واليك بيان ذلك :

فصل الآحاد البسيطة

	آ	ع	م
اربعمائة وثمانية وسبعون	٨	٧	٤
ستمائة وخمسة وعشرون	٥	٢	٦

اذا لاحظت العددين الآنفي الذكر اللذين كتبا بالاحرف يبدو لك كيف اننا نقرأ المئات اولا فالوحدات فالعشرات .

أجِبْ عن الاسئلة الآتية :

كم مَنزِلة في فصل الآحاد البسيطة ؟ وما هي ؟

في اي مَنزِلة يُكتب رقم الآحاد ؟ العشرات ؟ المئات ؟

كم هو عدد الاعداد المؤلَّف من رقمَيْن ؟ ثلاثة ارقام ؟

إقرإ الاعداد الآتية ، واذْكُر القيمة المنزلِيَّة للرقم ٦ في كل منها :
٦٤٣ ، ٧٦٥ ، ٤٣٦

المصروف = الدخل - التوفير

مسائل خطية :

١) مُستخدَم مُرَتَّبُهُ الشهري ٢٢٥ ليرة فاذا كان يُوفِّر منها سنوياً ٧٠٠ ليرة ، فكم ليرة يكون مصروفه السنوي ؟

٢) لو صرف رجل ٢٥٠٠ ليرة في السنة لاَضطُرَّ لاَستدانة ٢٥٠ ليرة ، فاذا وَفَّر ٢٥٠ ليرة سنوياً ، فكم ليرة يكون مصروفه السنوي ؟

٣) بائع يربح يومياً ١٥ ليرة فاذا كان يُوفِّر منها ٥ ليرات ، فكم يكون مصروفه السنوي؟

٤) مدخول عامل السنوي ١٣٨٠ ليرة ، فكم يكون مصروفه الشهري اذا كان يُوفِّر ٣٠ ليرة شهرياً ؟

٥) عامل اجرته اليومية ٦ ليرات ويشتغل في السنة ٢٤٠ يوماً ، فكم يجب ان يكون مصروفه اليومي اذا اراد ان يُوفِّر ٣٤٥ ليرة سنوياً ؟

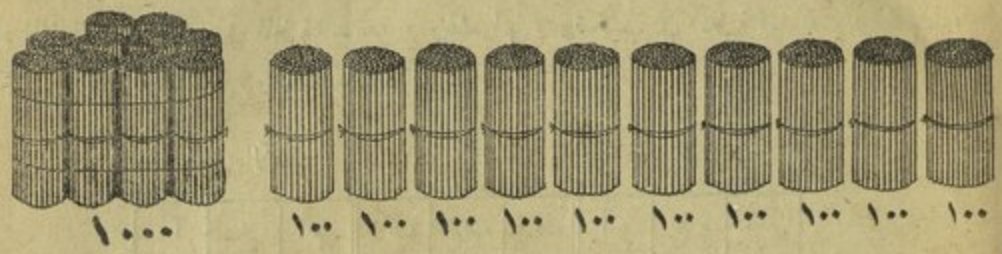
٦) عامل يقبض يومياً ٦ ليرات ويُوفِّر شهرياً ٣٥ ليرة، فكم يكون مصروفه السنوي؟

٧) يقبض عامل يوم العمل ٤٥٠ غرشاً فاذا اراد ان يُوفِّر ٢٥٥ ليرة سنوياً ، فكم يجب ان يكون مصروفه اليومي ، مع العلم انه يعمل ٣٠٠ يوم في السنة ؟

٨) عامل يشتغل ٢٦ يوماً في الشهر ويقبض اجرة يومية قَدْرُها ٦ ليرات ، فاذا كان يدفع ثمن ثياب وَأُجْرَة محل سكن ٤١٢ ليرة سنوياً ، فكم يمكنه ان يصرف يومياً لغذائه ؟

الدرس الثالث

فصل الالوف والملايين



اذا اضفت مائة واحدة الى تسع مئات تحصل على عدد يسمى الفاً، ويكتب هكذا : ١٠٠٠

تعد الالوف كما تعد الوحدات والعشرات والمئات فتقول: الف (١٠٠٠)، الفان (٢٠٠٠)،... تسعة آلاف (٩٠٠٠)، عشرة آلاف (١٠٠٠٠)، مائة الف (١٠٠٠٠٠)، تسعمائة الف (٩٠٠٠٠٠)

واذا اضفنا الاعداد من ١ الى ٩٩٩ الى احد الالوف نحصل على الاعداد الموجودة بين ذلك الالف والالف الذي يليه . مثال ذلك :

١٠٠١، ١٠٠٢ الى ١٠٩٩ ف ١١٠٠ ف ١١٠١ ف ١٢٠٠ الى ٢٠٠٠

ونكتب آحاد الالوف في المنزلة الرابعة وعشرات الالوف في المنزلة الخامسة ومئات الالوف في المنزلة السادسة . واليك بيان ذلك :

فصل الآحاد البسيطة — فصل الالوف

آ	ع	م	آف	عف	مف
٥	٤	٦	٧		
٨	٢	٤	٣	٦	
٧	٥	٦	٥	٢	٤

سبعة آلاف وستمائة وخمسة واربعون

ثلاثة وستون الفاً واربعمائة وثمانية وعشرون

اربعمائة وخمسة وعشرون الفاً وستمائة وسبعة وخمسون

اذا لاحظت السطر الاخير ترى كيف اننا نقرأ مئات الالوف اولا ، فآحادها ، فعشراتها ، كما نقرأ ارقام فصل الآحاد البسيطة .

اذا اضفت وحدة فقط الى العدد ٩٩٩,٩٩٩ تحصل على عدد مؤلف من ١٠٠٠ الف يسمى مليوناً ويكتب هكذا : ١٠٠٠,٠٠٠ وزيادة في الايضاح نورده على الشكل الآتي :

١٠٠٠ ٠٠٠ = ١ + ٩٩٩ ٩٩٩

وفي فصل الملايين كما في فصلي الآحاد البسيطة والالوف يوجد ثلاث منازل . وفي هذه المنازل احاد الملايين ، وتكتب في المنزلة السابعة ، وعشراتها ، وتكتب في المنزلة الثامنة ، ومئاتها ، وتكتب في المنزلة التاسعة ، واليك بيان ذلك :

فصل الآحاد			فصل الالوف			فصل الملايين		
آ	ع	م	آف	ع ف	م ف	آم	ع م	م م
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢	٨	٦	٣	٢	٤	٦	٧	٥

ولا تختلف قراءة الاعداد في منازل فصل الملايين عن قراءتها في منازل فصلي الالوف والمئات ، وينبغي ان يذكر دائماً اسم الفصل ليمكن تمييزه من غيره ، مثال ذلك العدد الاخير المرقوم في الجدول اعلاه الذي نقرأه كما يلي : خمسمائة وستة وسبعون مليوناً واربعمائة وثلاثة وعشرون الفاً وستماية واثنان وثمانون .

أجب عن الأسئلة الاتية :

ما اسم الفصل الاول في الاعداد ؟ ما اسم الفصل الثاني ؟ وما اسم الفصل الثالث ؟

أُذْكُرْ اعداداً تتألف من ٥ أرقام ، ٣ أرقام ، ٧ أرقام ، ثم اقرأ كلا منها .

في أيّ فصل توجد المنزلة الرابعة ؟ الثانية ؟ الخامسة ؟

في أيّ منزلة تُكتَب مئات الالوف ؟ آحاد الملايين ؟ عشرات الالوف ؟

عِدَّ اثنين اثنين من ١٠ فما فوق الى ٣٠ ومن ٣١ فما دون الى ١١ .

عِدَّ ثلاثة ثلاثة من ١٢ فما فوق الى ٤٠ ومن ٤٢ فما دون الى ١٢ .

عِدَّ اربعة اربعة من ١٣ فما فوق الى ٤٩ ومن ٥٠ فما دون الى ١٤ .

ما ضِعف الاعداد الآتية :

٥ و ٢٩ و ١٢ و ١٤ و ١١ و ٨ و ١٧ و ٢٣ و ٢٧ و ٣١

٨ و ١٠ و ١٤ و ١٦ و ٢٠ و ٢٢ و ٢٨ و ٣٣ و ٤٠ و ٥٠

اقرإ الاعداد الآتية :

١٥	١٧٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠
٦٢	٨٦٣	١٠٢٦	١٠٦٨٤	١٧٥٠٢٦
٨٧	٥٤٧	١٥٠٢	١٧٠١٥	٤٠٣٠١٧

ضَعْ صفراً عن يَمين كل من الاعداد الآتية ثم اقرأها :

٦ و ١٠٤ و ١٥٦٠ و ٣٠٤٠ و ٥٠٠٠٠

ضع صفرَيْن عن يمين كل من الاعداد الآتية ثم اقرأها :

٨ و ٢١ و ٥٠٧ و ٣٤١٠ و ١٠٠ و ١١٠٠

التوفير = الدخل - المصروف

أسئلة للحل :

١) يُحصِّل كاتب مَعاشاً سنوياً قَدرُه ٥٣٨٠ ليرة ويصرف بمعدَّل ١٢ ليرة يومياً ، فكم يكون المبلغ الذي يُوفِّره في السنة ؟

٢) مدخول رجل في السنة ٥٥٠٠ ليرة فاذا كان يصرف شهرياً ٣٥٠ ليرة ، فكم ليرة يمكنه ان يُوفِّر في السنة ؟

٣) يقبض فاعل ٥٥٠ غرشاً يوم العمل ، فكم يُوفِّر في الشهر (٣٠ يوماً) اذا كان مصروفه اليومي ٤٢٥ غرشاً وعمل ٢٦ يوماً فقط ؟
(تذكَّر انه يقبض يوم العمل فقط في حين انه يصرف كل يوم)

٤) مأمور يقبض يومياً ٥،٥ ليرات ويشتغل في السنة ٣١٠ ايام ، فاذا كان مصروفه الشهري ١٣٠ ليرة ، فكم يكون مقدار المبلغ الذي يُوَفِّره سنوياً ؟

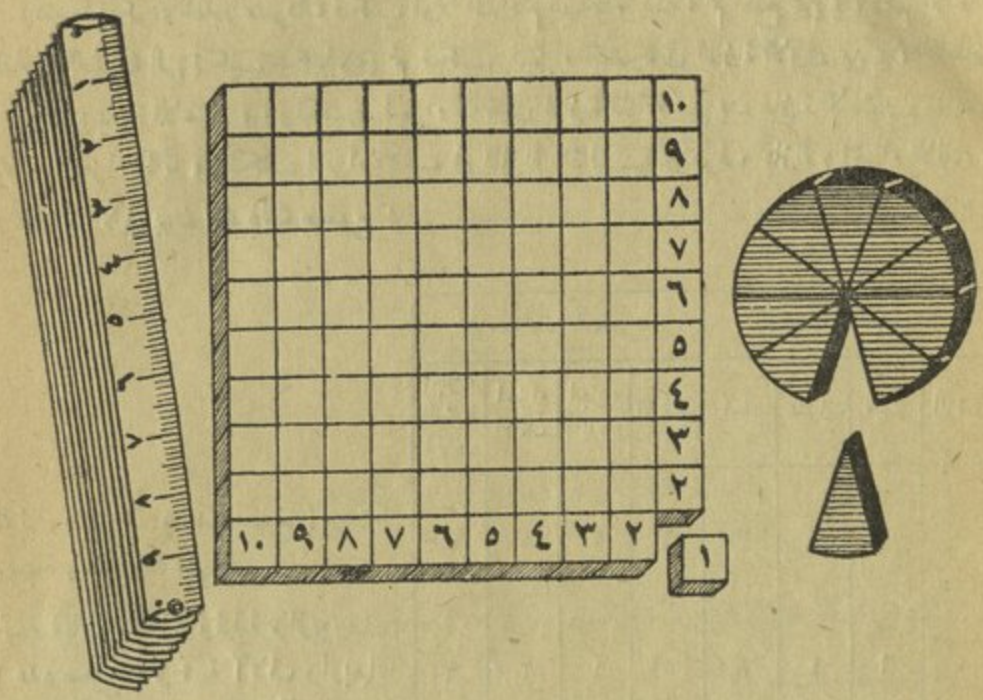
٥) يربح عامل ٥ ليرات يومياً ويعمل ٣١٦ يوماً في السنة ، فكم يمكنه ان يُوَفِّر في الشهر اذا كان يصرف ٤ ليرات في اليوم ؟

٦) يستهلك تلميذ في السنة ٤٨ دفتراً على معدَّل سعر الدفتر بالمُفرَّق ٣٥ غرشاً ، فكم كان يمكنه ان يُوفِّر لو اشتراها بالجملة على معدل سعر الدزينة ٣٠٠ غرش ؟

٧) يشتغل عامل مدة ٣٠٠ يوم في السنة ويقبض ٧٠٠ غرش يومياً لِقاء عمله ، فكم ليرة يمكنه ان يُوفِّر شهرياً مع العلم انه يصرف ٩٠٠ ليرة في السنة ؟

الدرس الرابع

الاجزاء والاعداد العشرية



١ ــ الاجزاء العشرية :

تعلمت فيما مضى انك اذا قسمت الواحد الصحيح الى عشرة اقسام متساوية تسمي القسم الواحد من المقسوم ، عشراً او جزءاً من عشرة ، واذا قسمته الى ١٠٠ قسم متساوية تسمي القسم الواحد من المقسوم ، جزءاً من مائة ، واذا قسمته الى ١٠٠٠ قسم متساوية تسمي القسم الواحد من المقسوم ، جزءاً من الف .

وهكذا ، فالجزء من عشرة ، والجزء من مائة ، والجزء من الف ، تسمى « اجزاء عشرية » او كسوراً عشرية بحيث ان كلا منها يكون اصغر من الذي يليه ب ١٠ مرات .

٢ ــ الاعداد العشرية :

اذا قست قطعة حبل بالمتر فاقتضى طولها اعادة القياس ٨ مرات وبقي منها قطعة طولها

٦ دسيمترات يكون طول القطعة كلها ٨ امتار و٦ دسيمترات. وسمي هذا العدد عدداً عشرياً لانه يتألف من عدد صحيح ، هو امتار ، ومن اجزاء عشرية ، هي دسيمترات .

٣ ــ كتابة الاعداد العشرية :

عندما يكون العدد عشرياً ، نكتب اولا الارقام الصحيحة منه ، ثم نضع عن يمين رقم الآحاد الفاصلة العشرية التي تكتب هكذا (،) ثم نكتب اجزاء العشرة في المنزلة الاولى عن يمين الفاصلة وتعرف « بمنزلة الاعشار » ، ونكتب اجزاء المائة في المنزلة الثانية عن يمين منزلة الاعشار وتعرف بمنزلة « اجزاء المائة » ونكتب اجزاء الالف في المنزلة الثالثة وتعرف بمنزلة « اجزاء الالف » والجدول الآتي يبين لك ذلك بوضوح :

	الوحدات العشرية				الوحدات الصحيحة			
	اجزاء العشرة آلاف	اجزاء الالف	اجزاء المائة	الاعشار	آحاد	عشرات	مئات	الوف
ثلاثة وعشرون (عدد صحيح) وستمائة وسبعة وعشرون من الف	٠	٧	٢	٦	٣ ،	٢		
خمسة آلاف وستمائة وثمانية واربعون (عدد صحيح) وخمسة آلاف واربعمائة وتسعة وعشرون من عشرة آلاف	٩	٢	٤	٥	٨ ،	٤	٦	٥

٤ ــ قراءة الاعداد العشرية :

اذا لاحظت السطر الاخير من هذا الجدول اعلاه ترى كيف اننا نقرأ اولا العدد الصحيح في الاعداد العشرية ثم نقرأ القسم العشري منه ونلحقه باسم أصغر رتبة عشرية فيه .

أجبْ عن الاسئلة الآتية :

ماذا يُسمَّى الرقم ٧ اذا كُتِبَ في الرتبة الاولى عن يمين الفاصلة ؟ في الرتبة الاولى عن يسار الفاصلة ؟ في الرتبة الثانية عن يمين الفاصلة ؟ في الرتبة الثالثة ؟

حَوِّلِ الاعداد التالية الى اعشار ثم الى أجزاء المائة :

٣ و ٢ و ٧ و ٥ و ٩ و ١ و ٤ و ٨ و ٦ .

إقرإِ الاعداد التالية :

٥،٣ ٢٩،١١ ٨،٠١٢ ٤٢،٠٥ ٣١٤،٠١٦٢ ٧،٠٠٣

أُكْتُبْ ما يلي بالارقام :

١٢ من مائة، ٦ (صحيح) و ٥ اعشار، ٢٥ (صحيح) و ١٧٥ من الف، ٨ (صحيح) و ٧ من مائة.

مسائل متنوعة

في

الدخل - المصروف - التوفير

١) تُنفِق عائلة ١٣،٥ ليرةً في اليوم وتُوفِّر ٨٧٥،٢٥ ليرة في السنة، فكم يكون مدخولها السنوي ؟

٢) أُجرَة عامل ٤،٧٥ ليرات في اليوم فاذا كان يشتغل في الشهر ٢٤ يوماً ويُوفِّر ٢٥،٥ ليرة، فكم يكون مصروفه الشهري ؟

٣) مُعلِّمة مُرتَّبها الشهريّ يبلغ ١٩٥،٥ ليرة فاذا كان مصروفها السنويّ ١٤٥٠ ليرة، فكم تَقدِر أنْ تُوفِّر في سنة واحدة ؟

٤) يُوفِّر مأمور ٩٠٥ ليرات في السنة ويصرف ١٠٩٥ ليرة، فكم يكون مدخوله اليومي اذا كان يشتغل ٢٥٠ يوماً في السنة ؟

٥) يقبض رب عائلة ٨،٥ ليرات في اليوم وتقبض زوجته ٥،٥ ليرات ، فكم يكون مدخول هذه العائلة في السنة اذا كان عدد ايام البطالة فيها ٦٥ يوماً ؟

٦) يُنفِق شخص ٦٠٠ ليرة في الخمسة اشهر الاولى من السنة ، فكم يجب ان يكون مصروفه الشهري خلال الاشهر الباقية من السنة ليكون مجموع مصروفه السنوي ١٣٠٠ ليرة فقط ؟

٧) كم يوماً يجب ان يشتغل مُستخدَم في السنة اذا اراد ان يُوفِّر ٣٢٤ ليرة مع العلم ان اجرته اليومية ٧ ليرات ويصرف يومياً ٥ ليرات ؟

٨) عامل اجرته اليومية ٦ ليرات ، ومصروفه اليومي ٤ ليرات فاذا بلغ ما وَفَّره في السنة ٤٠٠ ليرة ، فكم يوماً يكون قد انقطع عن العمل ؟

٩) قبض عامل ١٢٥ ليرة أُجرة كل شهر من الاشهر الاربعة الأُوْلَى من السنة و١٥٠ ليرة أُجرة كل من الاشهر الباقية ، فكم يكون دَخْلُه السنوي ؟

١٠) كانت عائلة تستهلك ٢٥ ليتر كاز في الشهر على معدل سعر الليتر ٢٠ غرشاً ، لكنها استبدلَتْ استعمال الكاز بالكهرباء واصبحت تدفع ٩٠ غرشاً اسبوعياً ، فاي الطريقتَيْن أَوْفَر ؟ وبكم يكون ذلك ؟

١١) مأمور يشتغل ٢٦ يوماً في الشهر ويصرف ٣ ليرات في اليوم ويُوفِّر في السنة ٤٦٥ ليرة ، فكم تكون أُجرته اليومية ؟

١٢) مُستخدَم اجرته في يوم العمل ٦،٥ ليرات فاذا كان يصرف منها يومياً ٤،٥ ليرات ، فكم يكون مقدار ما يُوفِّره في السنة اذا كانت ايام البِطَالة فيها ٥٠ يوماً ؟

الدرس الخامس

تكبير العدد وتصغيره
١٠ و١٠٠ و١٠٠٠ مرة

تكبير العدد الصحيح : مثال ذلك :

١٢ × ١٠ = ١٢٠
١٢ × ١٠٠ = ١٢٠٠
١٢ × ١٠٠٠ = ١٢٠٠٠

اذا لاحظتَ هذه الحواصل اعلاه تَستنتِج انه عندما يُرادُ تكبير عدد صحيح ١٠ مرات يُوضَع صفر عن يمينه ، وعندما يُرَاد تكبيره ١٠٠ مرَّة يُوضَع صفران ، وعندما يُرادُ تكبيره ١٠٠٠ مرَّة يُوضَع ثلاثة اصفار .

تكبير العدد العشري :

٣٠٤١٥ × ١٠ = ٣٤٠١٥
٣٠٤١٥ × ١٠٠ = ٣٤١٠٥
٣٠٤١٥ × ١٠٠٠ = ٣٤١٥

ونُلاحِظ ايضاً انه عندما يُرَاد تكبير عدد عشري ١٠ مرَّات ، تُنقَل الفاصلة مَنزلة واحدة الى اليَمين ، وعندما يُرَاد تكبيره ١٠٠ مرَّة ، تُنقَل مَنزلتَين ، وعندما يُرَاد تكبيره ١٠٠٠ مرَّة ، تُنقَل ثلاث منازل ، واذا كانت الارقام التي بعد الفاصلة غير كافية ، نزيد الى يمينها اصفاراً بِقَدَرِ الحاجة ، كما ترى في المثال الآتي :

٣٫٥ × ١٠٠ = ٣٥٠
٣٫٥ × ١٠٠٠ = ٣٥٠٠

حلّ التمارين الآتية، وَلْيَكُن ذلكَ ما استطعتَ شفاهاً.

(١) كبّر كلا من الاعداد الآتية : ١٠ مرات ، ١٠٠ مرة ثم ١٠٠٠ مرة

١٥ ٧٥ ٣٨ ٢٢ ٤٥ ١٠٥ ٥٧٦ ٨١٩

(٢) كبّر كلا من الاعداد الآتية : ١٠ مرات ، ثم ١٠٠ مرة ثم ١٠٠٠ مرة

٣،٢٦ ٨٧،٥ ٨٤،١٨ ٥٥،٨ ٣٢٤،٩٦ ٥٦٦،٤ ٤١٨،٧

تصغير العدد الصحيح :

(١) عندما يكون منتهياً بأصفار ، مثال ذلك :

١٨٠٠٠÷١٠=١٨٠٠
١٨٠٠٠÷١٠٠=١٨٠
١٨٠٠٠÷١٠٠٠=١٨

عندما يُراد تصغير عدد صحيح يَنتهي باصفار ١٠ مرات ، يُحذَف صفر واحد عن يمينه ، وعندما يُراد تصغيره ١٠٠ مرة، يُحذَف صِفران ، وعندما يُراد تصغيره ١٠٠٠ مرة ، يُحذَف ثلاثة اصفار ، وقد ظهر هذا بِوُضُوح في الامثلة الواردة اعلاه .

(٢) عندما يكون غير منته بأصفار ، مثال ذلك :

٥٨٢٤÷١٠=٥٨٢،٤
٥٨٢٤÷١٠٠=٥٨،٢٤
٥٨٢٤÷١٠٠٠=٥،٨٢٤

وعندما يُراد تصغير عدد صحيح غير مُنتَهٍ باصفار ١٠ مرات تُنقَل الفاصلة منزلة واحدة الى يساره ، وعندما يُراد تصغيره ١٠٠ مرة تُنقَل مَنزِلَتَين ، وعندما يُراد تصغيره ١٠٠٠ مرة ، تُنقَل ثلاث منازل .

تصغير العدد العشري : مثال ذلك :

١٧٥٤،٦ ÷ ١٠ = ١٧٥،٤٦

١٧٥٤،٦ ÷ ١٠٠ = ١٧،٥٤٦

١٧٥٤،٦ ÷ ١٠٠٠ = ١،٧٥٤٦

وعندما يُراد تصغير عدد عشري ١٠ مرات، تُنقَل الفاصلة الى اليسار مَنزِلة واحدة، وعندما يُراد تصغيره ١٠٠ مرة، تُنقَل مَنزِلَتَين، وعندما يُراد تصغيره ١٠٠٠ مرة، تُنقَل ثلاث مناوِل. واذا لم تَكفِ الارقام التي الى يسار الفاصلة نزيد اصفاراً بِقَدَرِ الحاجة، ثم نَضَع الفاصلة وبعدها صفر للدلالة على عدم وجود وحدات صحيحة كما تَرَى فيما يأتي :

٣،٦ ÷ ١٠٠ = ٠،٠٣٦

٣،٦ ÷ ١٠٠٠ = ٠،٠٠٣٦

حِلَّ التمارين الآتية، وَلْيَكُن ذلك ما استطعتَ شفاهاً.

(١) تصغير اعداد صحيحة :

صَغِّر كلا من الاعداد الآتية : ١٠ مرات، ١٠٠ مرة و ١٠٠٠ مرة

٣٠٠ ٧٢٠ ٦٠٥ ٣٤٠٠ ٤٠٠٠ ٢٣٠٠ ٤٥٤٣

(٢) تصغير اعداد عشرية :

صَغِّر كلا من الاعداد الآتية : ١٠ مرات، ١٠٠ مرة و ١٠٠٠ مرة

٢٥،٧٦ ٣٦،٥ ٣٧٤،٦ ٣٤٧٥،٩٢ ٦٤،٧ ٤٦١٤،١٨

الكلفة = ثمن المشترى + المصاريف

١) وضع تاجر طيور، ١٦ دزينة بيض (لتفقيسها)، فاذا فُقِسَ منها ١٤ دزينة فقط، فكم تكون كلفة دزينة الفراخ اذا كان مجموع ما أُنفق ثمن البيض مع مصاريف أخرى، قد بلغ ٣٧٨٠ غرشاً ؟

٢) استعمل نجار ٤ قِطَع من الخشب لِصنع صندوق، سعر القطعة الواحدة منها ٦،٢٥ ليرات وتقاضى أُجرة على ذلك ٢٢ ليرة، فكم يكون قد أنفقَ على هذا الصندوق ؟

٣) اشترى رجل ٩٠ متراً من (البُويلين) لصنع قمصان، على معدَّل سعر المتر منها ٢٥٠ غرشاً، ودفع ثمن لوازم اخرى ٤،٧٥ ليرات، فكم ليرة تكون كلفة هذا النسيج مع لوازمه ؟

٤) اشترى رجل ٣م حرير لصنع قميص على معدَّل سعر المتر الواحد ٥،٥ ليرات، ثم دفع ثمن ازرار وخيطان واجرة خياط ٦،٥ ليرات، فكم تكون كلفة ٦ قمصان من هذا النوع ؟

٥) ارادَتْ سيدة ان تصنع فراشاً، فاشترَتْ لذلك ٢٠ ك غ صوف على معدَّل سعر الكيلوغرام الواحد ٣ ليرات، و٦م من الكتان على معدَّل سعر المتر ٢،٢٥ ليرتان ثم دفعَتْ اجرة خِياطَة ٧،٥ ليرات، فكم تكون كلفة هذا الفراش ؟

٦) اشترى تاجر برميلا من الزيت فيه ١٨٠ ليتراً على معدل سعر الليتر الواحد ١،٧٥ ليرة ثم دفع اجرة شحنه ٢٥ ليرة، وَرَسْم جُمْرُك ٢٠ ليرة، فكم يكون قد كلَّفه هذا البرميل ؟ و كم هي كِلفة الليتر الواحد منه ؟

الدرس السادس

الجمع

خواصّ الجمع

اذا باع تاجر من ثوب جوخ ثلاث قطع ، طول الاولى منها ١٢ متراً ، وطول الثانية ١٥ متراً وطول الثالثة ٢٣ متراً ، فكم متراً يكون قد باع من الثوب ؟

ان كيفية معرفة ما بيع من الثوب يتم بضم امتار القطع الثلاث بعضها الى بعض كما يأتي : ١٢+١٥+٢٣=٥٠ متراً وهذا هو الجواب، وتسمى هذه العملية جمعاً، وجوابها -وهو الـ ٥٠ متراً- يسمى المجموع ، وعلامة الجمع هي هذه « + » ، وتقرأ « زائد » او « مع » .

ملاحظة : تذكر انه لا يمكن اجراء عملية الجمع الا في الاعداد المتجانسة كما علمت سابقاً .

خواصّ الجمع :

(١) ١٢+١٥+١٦=٤٣
١٥+١٦+١٢=٤٣
١٦+١٢+١٥=٤٣

ماذا تلاحظ في الاعداد المجموعة الى بين هذه الصفحة من حيث ترتيبها في كل من العمليات الثلاث ؟ وماذا تلاحظ في مجموعها ؟ فاذاً ما هي خاصة الجمع الاولى ؟

(٢) ١٢+١٥+١٦=٤٣
١٢+١٥ =٢٧
٢٧+١٦ =٤٣

ترى ان مجموع الاعداد الثلاثة في السطر الاول هو ٤٣ ، فاذا جمعنا العددين الاولين منها وضممنا مجموعها الى العدد الثالث فهل يتغير هذا المجموع ؟

(٣) ١٢+١٥+١٦=٤٣
٥+٣+٤=١٢ العدد الاول
٥+٣+٤+١٥+١٦=٤٣

هل تغير المجموع ٤٣ عندما جمعت اجزاء الـ ١٢ اي ٥+٣+٤ الى ١٥ و ١٦ ؟ اذاً فما هي الخاصة الثالثة للجمع ؟ قابل ما استنتجته بالخواصّ الثلاث الآتية : -

(١) لا يَتَغَيَّرُ المجموع بِتَغْيِيرِ تَرتِيب الاعداد المجموعة .

(٢) لا يَتَغَيَّرُ المجموع عند جمع مجموع بعض اعداد العملية الى الاعداد الاخرى.

(٣) لا يَتَغَيَّرُ المجموع عند جمع اجزاء احد اعداد العملية الى الاعداد الاخرى.

---

١ ـ ثمن المَبِيع (في حالة الربح) = ثمن المُشتَرَى + الربح

٢ ـ ثمن المَبِيع (في حالة الخسارة) = ثمن المُشتَرَى - الخسارة

اسئلة للحل :

١) اشترى تاجر ٣٦ قميصاً بسعر ٤٣٢ ليرة ، فبكم يجب ان يبيعها كلها ليربح ليرتين في القميص الواحدة ؟

٢) اشترى خيَّاط ٣٢ ثوباً بـ ٤٨٠ ليرة فاذا أراد ان يكونَ رِبْحُه في كل ثوبٍ ٣ ليرات ، فبكم يجب ان يبيع الثوب الواحد لِيَحْصَل على هذا الربح ؟

٣) إشترى تاجر كمية من الصابون بمبلغ ٤٥٠ ليرة ، ثم باعها فربح ٦٥ ليرة ، فبكم ليرة كان يجب ان يبيعها اذا اراد ان يربح اكثر من ذلك بـ ٣٥ ليرة ؟

٤) إشترى غنام ٣٥ خروفاً بمبلغ ٢٨٠٠ ليرة ، فبكم يجب ان يبيع الخروف الواحد ليربح في كلها ٧٠٠ ليرة ؟

٥) اشترى تاجر قطعة حرير طولها ٣٢ ذراعاً بمبلغ ١١٢ ليرة فاذا اراد ان يربح بالذراع الواحدة ٥٠ غرشاً ، فبكم ليرة يجب ان يبيعها كلها ؟

٦) اشترى رجل ١٦٠ ك غ قهوة، على معدّل سعر الكيلو الواحد ٣،٥ ليرات، ثم دفع اجرة نَقْلِها مع مصاريف أُخرَى ١٦ ليرة، فبكم يجب ان يبيع الكيلوغرام الواحد ليربح في الكمية كلها ٨٠ ليرة؟

٧) اشترى تاجر ٤دم من الجوخ على معدّل سعر المتر الواحد ١٥ ليرة، فاذا باعها فربح ٣ ليرات في المتر الواحد، فبكم ليرة يكون قد باعها؟

٨) اشترى تاجر اجواخ ٩٦م من الحرير على معدّل سعر المتر الواحد ١٥ ليرة، فبكم يجب ان يبيع المتر اذا اراد ان يَحْصَل على ربح مقداره ٢٨٨ ليرة؟

٩) اشترى تاجر طيور ١٣٠ دجاجة على معدّل سعر الدجاجة الواحدة ٥ ليرات، ودفع اجرة نقلها كلها ٣٥٠ غرشاً، فبكم يجب ان يبيعها ليربح في الدجاجة الواحدة نصف ليرة؟

١٠) اشترى تاجر كمية من الصابون بـ ٥٠٠ ليرة ثم باعها بمبلغ ٦٠٠ ليرة فربح بذلك ٥٠ غرشاً في الكيلوغرام، فكم كيلوغراماً يكون قد باع، وبكم غرش يكون قد باع الكيلوغرام الواحد؟

١١) اشترى تاجر ٤٣٠ زجاجة من شراب الورد، على معدّل سعر الزجاجة الواحدة ليرتان، وصرف على نقلها ١٢ ليرة، وفي اثناء نقلها كسر منها ٣٥ زجاجة، فبكم يجب ان يبيع الزجاجة الواحدة مما بقي منها ليربح في الجميع ١١٥،٥ ليرة؟

الدرس السابع

جمع الاعداد الصحيحة

قبض تاجر من أصل دين له ثلاث دفعات ، فاذا كانت قيمة الدفعة الاولى ٨٦٠ ليرة ، وقيمة الثانية ١٨٧٦ ليرة ، وقيمة الثالثة ٢٨٦٧ ليرة ، فكم يكون مجموع ما قبض ؟

لحل هـــذه المسألة نضع الاعداد الثلاثة بعضها تحت بعض بحيث تقع الآحاد تحت الآحاد والعشرات تحت العشرات و ... كما هو مبين ادناه ثم نجمع الوحدات ، فالعشرات ، فالمئات ، فالالوف ... واليك طريقة ذلك :

آ	ع	م	آف
٠	٦	٨	
٦	٧	٨	١
٧	٦	٨	٢
٣	٠	٦	٥

بعد ان يقال صفر ، ٦ ، ١٣ تكتب الـ ٣ في عمود الوحدات وتحمل العشرة لتجمع مع العشرات هكذا :

١+٦=٧ ، ١٤ ، ٢٠ ، فيكتب الصفر في عمـود العشرات وتحمل المئتان لتجمع مع المئات هكذا :

٢+٨=١٠ ، ٨ ، ٢٦ فتكتب الـ ٦ في عمود المئات ويحمل الالفان ليجمعا في عمود الالوف هكذا : ٢+١=٣ ، ٥ ثم تكتب الخمسة بعـــد ذلك في عمود الالوف .

ويجب ان تنظم العملية على النحو الآتي : ٨٦٠+١٨٧٥+٢٨٦٧=٥٦٠٣ ليرات اي مجموع ما قبض وهو الجواب .

ميزان الجمع : لتحقق الصحة في عملية الجمع تجمع الاعداد مرة ثانية من الاسفل الى الاعلى ، فاذا حصل الجواب عينه يكون العمل صحيحاً .

إجمع وامتحن ما يأتي :

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)
٨	٤	٤٩	٧٩	٦٨٩	٩٣٦
٤	٨	٥٨	٩٩	٦٥٩	٨٩٨
٩	٩	٦٧	٧٩	٨٨٧	٣٩٩
٩	٧	٥٩	٨٨	٦٦٨	٧٣٨
٥	٤	٨٤	٩٩	٧٩٩	٩٨٩
٣	٩	٩٤	٤٧	٧٦٧	٨٩٩

(٧)	(٨)	(٩)	(١٠)	(١١)	(١٢)
٦٤٧٩	٧٩٤٩	٨٧٤٨	٧٨٩٨٧	٤٤٤٣٨	٨٧٢٨٧
٦٥٦٣	٨٧٨٧	٨٧٠٨	٧٦٩٩٦	٨٦٦٧٧	٨٧٩١٩
٧٦٧٥	٧٦٧٩	٩٩٦٩	٦٦٥٨٩	٢٢٧٨٢	٩٨٩٦٠
٧٦٨٥	٨٩٩٨	٧٧٧٥	٩٨٧٩٧	١٤٦٤٧	١٠١٨١
٨٧٨٧	٩٩٧٧	٣٥٤٧	٨٧٩٨٧	٧٩٩٨٨	٤٩٦٦٧
٩٩٨٧	٨٩٨٨	٣٤٥٨	٩٠٠٨٠	٠٨٠٨٨	٥٩٥٧٨

١) موسم يدوم ثلاثة اشهر، فاذا رَبِحَ فيه تاجر ٥٧٥ ليرة في الشهر الاول، وربح في الشهر الثاني ٤٥٠ ليرة، وفي الشهر الثالث ٦٢٥ ليرة، فكم يكون رِبْحُهُ في نهاية الاشهر الثلاثة ؟

٢) اشترى رجل دار سَكَنٍ بمبلغ ٨٣٥٠ ليرة وَصَرَفَ في تصليحها ٢٨٠٠ ليرة، فبكم يجب ان يبيعها ليربح ٣٢٢٥ ليرة؟

٣) ستة اولاد، مع الاول منهم ٧٥ غرشاً، ومع الثاني ٦٠ غرشاً، ومع الثالث ٤٥ غرشاً، ومع الرابع ٨٥ غرشاً، ومع الخامس ٩٠ غرشاً، ومع السادس ٩٥ غرشاً، فاذا جَمَعْتَ هذه النقود وقَسَمْتَهَا بينهم بالتساوي فكم غرشاً تكون حصة كل منهم؟

ثمن المُشترَى = { ثمن المَبيع - الربح
ثمن المَبيع + الخسارة

أسئلة للحل :

١) اذا باع تاجر قطعة جوخ طولها ٢٢ متراً بمبلغ ٤٤٠ ليرة فكان ربحه في المتر الواحد ٣ ليرات ، فبكم ليرة يكون قد اشترى المتر من هذا الجوخ ؟

٢) اشترى تاجر عدداً من الكراسي بقيمة ١١٢٥ ليرة ، ولو انه اشترى اكثر من ذلك بـ ٥ كراسي لاضطرّ ان يدفع ١٢٠٠ ليرة ، فبكم ليرة يكون قد اشترى الكرسي الواحدة ؟

٣) باع تاجر ١٥٠ زوجاً من الاحذية ، على معدل سعر الزوج الواحد ٢٢ ليرة ، فربح فيها ٦٠٠ ليرة ، فبكم ليرة يكون قد اشترى الزوج الواحد ؟

٤) اشترى كتبيّ عدداً من الدفاتر بمبلغ ١٢٠٠ غرش ولو اشترى اكثر من ذلك بـ ١٠ دفاتر لبلغ ما دفعه ١٦٠٠ غرش ، فكم يكون ثمن الدفتر الواحد ؟ وكم دفتراً يكون قد اشترى ؟

٥) اذا باع تاجر قطعة من الخام طولها ١٦ ذراعاً بمبلغ ٢٥،٦٠ ليرة فربح ١٠ غروش في الذراع الواحدة ، فبكم ليرة يكون قد اشترى هذه القطعة ؟

٦) اذا باع سمّان ٦ تنكات زيت سَعَة الواحدة منها ١٨ ليتراً بمبلغ ٣٧٨ ليرة ، فكم يكون قد دفع ثمن الليتر الواحد اذا كان رِبْحُهُ في كل تنكة ٩ ليرات ؟

الدرس الثامن

جمع الاعداد العشرية

اشترى رجل ثلاث قطع من المرس ، فاذا كان طول الاولى ٨،٥ م وطول الثانية ١٢،٢٥ م وطول الثالثة ١٥،١٢٥ م فكم متراً يكون طول القطع الثلاث ؟

لحل هذه المسألة نكتب الاعداد الصحيحة بعضها تحت بعض مع مراعاة المنازل ، ونضع الفواصل تحت الفواصل ، والاعشار تحت الاعشار ... ثم نجمع مبتدئين من اليمين كما في الاعداد الصحيحة ، الا اننا هنا نضع الفاصلة في الجواب في عمود الفواصل ، ويجب ان نرتب المسألة على النحو الآتي :

اجزاء الالف	اجزاء المائة	أعشار	آ	ع
		٥	٨،	
	٥	٢	٢،	١
٥	٢	١	٥،	١
٥	٧	٨	٥،	٣

اي

٨،٥
١٢،٢٥
١٥،١٢٥
٣٥،٨٧٥ متراً

٨،٥+١٢،٢٥+١٥،١٢٥=٣٥،٨٧٥ متراً ، وهو الجواب .

نظّم العمليات الآتية واجمعها :

١) ٧٣،٤٠+٣٧،٩٤+٧،٤١=؟

٢) ٤،٧٧٦+٥٦٦،٣+٧،٨٤=؟

٣) ٢،٤٥٦+٤،٤٥٦+٧،٨٤=؟

٤) ٤٥،٥٨+٤،٤٥٦+٨،٤٥=؟

٥) ٤،٤٨+٧،٥٤+٠،٤٤٦=؟

٦) ٣٤٩،٨+٠،٣٤٨+٦،٤٥=؟

٧) ٣٦،٨٨+٥،٤٣٢+٢،٤٥٦=؟

٨) ٣،٦٨+٠،٧٣٢+٢٠،٤٥٦=؟

٩) ٨٨،٣٦+٦،٦٨٥+١٠٤٥،٣=؟

١٠) ٢،٧٠٩+٤،٤٧+٩٩،٤٥=؟

١١) ٥،٢٤١+٠،٤٦٩+٢٧،٥٣=؟

١٢) ٣،١٤+٢،١١٩+٢٤،٨=؟

الربح = ثمن المبيع - ثمن المشترى
الخسارة = ثمن المشترى - ثمن المبيع

١) اشترى خيّاط قطعة جوخ طولها ٨٠ متراً بمبلغ قدرُه ١٢٠٠ ليرة ، فاذا باعها على معدّل سعر المتر ١٦،٧٥ ليرة ، فكم يكون ربحه فيها ؟

٢) كميّة من السمن وزنُها ٨٢ كغ بيعَتْ بمبلغ ٥٧٤ ليرة ، فكم يكون الربح في الكيلوغرام الواحد اذا كان ثمن مُشتراه ٦،٥ ليرات ؟

٣) دفع خياط ثمن قطعة من الحرير الهندي ١٠٨ ليرات ، ثم دفع ٩،٥ ليرات ثمن لوازم اخرى ، فاذا كان قد فَصّل منها ٥ قمصان وباع القميص بـ ٢٥ ليرة ، فكم يكون ربحه في القميص الواحدة ؟

٤) اشترى فاكهاني ١٦٠ كغ من البرتقال على معدّل سعر الكيلوغرام الواحد ٢٠ غرشاً ، فاذا اضطُرّ الى بيعِ ما اشتراه بمبلغ قدرُه ٢٨،٨٠ ليرة ، فكم يكون قد خسر في ذلك ؟

٥) اشترى تاجر قُرطاسيّة ٦٢٤ علبة تلوين ، على معدّل سعر العلبة الواحدة ٤٥ غرشاً ، فكم يكون ربحه فيها اذا تمكّنَ من بيعها كلّها على معدّل سعر كل نصف دزينة بـ ٣٠٠ غرش ؟

٦) اشترى فاكهاني ٥ صناديق تُفاح يسع الواحد منها ١٥ كيلوغراماً على معدّل سعر الكيلوغرام ١٥٠ غرشاً ، وبسبب هبوط الاسعار اضطُرّ ان يبيع ما كان عنده بمبلغ قدرُه ٩٧٥٠ غرشاً ، فكم كانت خسارته ؟

الدرس التاسع

الطرح

(١) خواصُّ الطرح

اذا كان مع سليم ٦٥٠ ليرة ، فصرف منها ٢٢٥ ليرة ، فكم ليرة يبقى معه ؟

اذا شئنا معرفة المبلغ الذي بقي مع سليم، نأخذ عدد الليرات التي صرفها من أصل المبلغ الذي كان معه اولا ، وهذه العملية تعرف بعملية الطرح وترتب كما يأتي :

كيفية الحل :

٦٥٠ المطروح منه
٢٢٥ المطروح
٤٢٥ الباقي

وينبغي ان تنظم العملية هكذا :
٦٥٠-٢٢٥=٤٢٥ ليرة وهو الجواب

ويسمى العدد الاكبر كما رأيت « المطروح منه » والعدد الاصغر « المطروح » والفرق بينهما يسمى « الباقي » وعلامة الطرح هي هذه « - » وتقرأ « ناقص » او « من »

خواصُّ الطرح :

(١) يجب ان يكون المطروح والمطروح منه من جنس واحد .

(٢) اذا جمعنا الى كل من المطروح منه والمطروح عدداً واحداً او طرحناه منهما فالباقي لا يتغير ابداً .

مثال ذلك : مع وديع ١٠ غروش ، ومع حبيب ٥ غروش .

فالفرق بين غروش وديع وحبيب يتضح في طرحنا ١٠-٥=٥ غروش .

واذا اعطينا كلا منهما ايضاً ٥ غروش ، يصبح مع وديع ١٥ غرشاً ، ومع حبيب ١٠ غروش .

وتلاحظ هنا ايضاً ان الفرق بين ما معهما لا يزال : ٥

وهكذا اذا اخذنا عدداً من المطروحين ، نرى النتيجة عينها ، مثال ذلك :

١٠-٣=٧ و ٥-٣=٢ فال ٧-٢=٥

(٢) طرح الاعداد الصحيحة

رجل مدخوله السنوي ٦٥٥٠ ليرة ، فاذا صرف منه ٤٢٧٥ ليرة ، فكم ليرة يكون قد وفّر ؟

كيفية الحل :

	آ	ع	م	آف
المطروح منه	٠	٥	٥	٦
المطروح	٥	٧	٢	٤
الباقي	٥	٧	٢	٢

وينبغي ان تنظم العملية هكذا : ٦٥٥٠-٤٢٧٥=٢٢٧٥ ليرة

فترى مما تقدم انه عندما يراد طرح عدد صحيح من آخر ، يكتب المطروح تحت المطروح منه بحيث تأتي المنازل بعضها تحت بعض ، ثم يطرح كل رقم من الرقم الذي فوقه الا اذا كان أكبر منه فيقترض واحد لرقم المطروح منه من الرقم الذي يليه ، ويتابع الطرح هكذا حتى نهاية العملية .

ميزان الطرح : لتحقق الصحة في عملية الطرح نجمع المطروح مع الباقي فاذا جاء المجموع مساوياً للمطروح منه كان العمل صحيحاً .

تمارين مُتنوّعة في الطرح — إطرح وامتحن ما يأتي :

٨٤١٠٣	٧٦٠٤٨	٤٥٢١٤	٨٦٢٠١	٨٦١٦٢	٩٥١١٢
٤٦٨٩٩	١٩٩٥٩	٣٦٣٣٧	٢٧٦٥٨	١٨٨٩٣	١٧٥١٩

٦١٦١١	٤١٣٥٤	٣٧٩١١	٦٢٠٣٣	٥٤٨١٦	٣١١١٤
١٩٩١٣	١٥٣٧٥	٢٧٩٣٨	٢٨٦٩٦	٤٦٨٢٩	١٨٩٣٨

مسائل مُتَنَوِّعة

في

الشراء - البيع - الربح - الخسارة

١) اشترى تاجر طيور ١٢٠ دَجاجة بمبلغ قَدَرُه ٦٠٠ ليرة، فبكم يجب ان يبيع الدَجاجة الواحدة ليربح في الكل ١٢٠ ليرة ؟

٢) اشترى تاجر اجواخ ٥٢م من الجوخ، على معدَّل سعر المتر الواحد ١٥ ليرة، فبكم يكون قد باع المتر اذا بلغ مجموع ربحه في بيعها ١٥٦ ليرة ؟

٣) بِيعَت بضاعة ثَمَنُها ١٧٥٠ ليرة بمبلغٍ ما، ولو كانت بِيعَتْ باكثر من ذلك بـ ١٠٠٠ ليرة، لصارت القيمة التي قُبِضَت في البيع، ضِعْف القيمة التي دُفِعَت في الشراء، فكم يكون مقدار المبلغ الذي بِيعَت به ؟

٤) اشترى كتبيّ ١٥٠٠ دفتر على معدَّل سعر الدفتر الواحد ٣٥ غرشاً، فكم كان ربحه اذا باع الدزينة من تلك الدفاتر بـ ٥٤٠ غرشاً ؟

٥) باع تاجر بضاعة بمبلغ ٦٢٥ ليرة، ولو انه باعها باكثر من ذلك بـ ١١٠ ليرات، لكان رَبِح فيها ٤٠ ليرة. (١) فكم يكون الثمن الذي اشتراها به ؟ (٢) و كم يكون مِقدار خسارته ؟

٦) اشترى تاجر ٢٠ تنكة زيت على معدَّل سعر التنكة الواحدة ٤٥،٥ ليرة، فاذا كانت التنكة تسع ٦،٥ أرطال من الزيت ودفع ١٠ ليرات أجرة نَقْلِها، فكم يكون رِبْحُه اذا باع الرطل بـ ٧،٥ ليرات ؟

٧) اشترى لحّام ٤٢ خروفاً ، على معدّل سعر الخروف الواحد ٨٠ ليرة ، فاذا كان يدفع للراعي اجرة شهرية قدرُها ٦٠ ليرة ، واذا مات منها بسبب البرد ٤ خِراف ، فكم تكون كِلفَة الرأس الواحد منها ؟

٨) اشترى رجل قطعة ارض بمبلغ ١٨٠٠٠ ليرة ، وبعد ان باع منها ٨٠٠ متر مربع على معدّل سعر المتر الواحد ١٨ ليرة ، وجد ان ثمن المتر من الباقي ٩ ليرات ، فكم يكون عدد الامتار التي اشتراها ؟

٩) غرس رجل قطعة ارض من شجر التفاح ، فاذا وضع منها ١٤٥ غرسة على معدل سعر الواحدة ٣٥٠ غرشاً ثم دفع اجرة فَعلَة ٢٥٠ ليرة ، ودفع علاوة على ذلك مبلغ ٨٠ ليرة ثمن سَماد ، فكم ليرة تكون الكلفة ؟ و كم تكون قد كلفته الغرسة الواحدة منها ؟

١٠) باع رجل ٢٨ كيساً من الارُزّ ، يزن الواحد منها ٩٠ ك غ بمبلغ ٢٠١٦ ليرة ، فحصل على ربح قدره ١٠ غروش في كل كيلوغرام واحد ، فبكم ليرة يكون قد اشترى هذه الكمية ؟

١١) باع رجل ١٥ دزينة علب سردين بـ ١٣٥ ليرة ، فاذا خسر ١٠ غروش في ثمن كل علبة ، فكم يكون المبلغ الذي قد دفعه ثمن السردين ؟

١٢) اشترى رجل ١٠ ك غ من الزيت الفاخر على معدّل سعر الكيلوغرام الواحد ٢٣٠ غرشاً ، ثم اشترى ٢٠ ك غ بمبلغ ٤٠٠٠ غرش ، وبعد ذلك مزج هذين النوعين معاً ، فكم يكون قد كلّفه الكيلوغرام من هذا المزيج ؟

الدرس العاشر

طرح الاعداد العشرية

اشترت لبيبة قطعة جوخ طولها ٨،٥م واشترت ليلى قطعة جوخ طولها ٦،٢٥م ، فكم يكون الفرق بين طولي القطعتين ؟

كيفية الحل :

٨،٥	المطروح منه
٦،٢٥	المطروح
٢،٢٥	الباقي

وينبغي ان تنظم العملية هكذا : ٨،٥-٦،٢٥=٢،٢٥م وهو الفرق بين القطعتين.

بعد ترتيب الاعداد الصحيحة ، والاعشار ، واجزاء المائة ، والفواصل ، بحيث يأتي بعضها تحت بعض في المنازل ، يجب اجراء عملية الطرح كما اجريت في الاعداد الصحيحة ، على ان توضع الفاصلة في عمود الفواصل .

تمارين مُتَنَوِّعَة في طرح الكسور العشرية

اطرح ما يأتي :

١) ٤٧٢،٥-٣٨٣،٥=؟

٢) ٨٣٤،٢-٦٦،٨٩=؟

٣) ٦٤٨،٤-٢٢،٤٥=؟

٤) ٣٦،٧٩-٨،٩٤١=؟

٥) ٨٣،٦٢-٤،٥٣٤=؟

٦) ٨٣،٥٦-٣٦،٧١=؟

٧) ٧٤٣،٢-٢٧،٦٣=؟

٨) ٧٧،٦٤-٢،٨٣١=؟

٩) ٣٨،٣٦-٤،١٤٨=؟

١٠) ٦٦،٩٧-٤٢،٢٨=؟

١١) ٤٤،٠٥-٣٩،١٧=؟

١٢) ٣٤٥،٠٠٦-٢٢٧،١٩=؟

اشياء تتعرّض للنقص بكميّتها فتزيد بذلك كلفتها

أسئلة للحل :

١) تاجر فخار اشترى ١٥٠ ابريقاً ، بمبلغ ٣٧٥٠ غرشاً ، وفي أثناء نقلها كُسِر عدد منها ، فاصبحت كلفة الابريق مما بقي منها ٣٠ غرشاً ، فكم ابريقاً يكون قد كُسِر منها ؟

٢) اشترت سيدة قطعة من الخام ، طولها المُفترَض ٢٥ متراً ، بمبلغ ٣٧٥٠ غرشاً ، وبعد قياسها وجدت ان طولها ٢٣،٥م فقط ، فكم تكون الزيادة التي دفعتها ؟

٣) اشترى خياط قطعة من الجوخ طولها ٢٠ متراً ، على معدّل سعر المتر الواحد ٧،٥ ليرات ، وبعد مُدّة تَلِفَ منها قسم ، فاصبحت كلفة المتر منها ١٠ ليرات ، فكم يكون طول ما تَلِفَ من قطعة الجوخ ؟

٤) اشترى سمّان ٣٢٥ ك غ من الصابون ، على معدّل سعر الكيلوغرام الواحد ٢٢٠ غرشاً ، وبقيت عنده مُدّة فجفّت ونقص من وزنها ٢٥ كيلوغراماً ، فبكم يجب ان يبيع كل كيلوغرام منها حتى يحصل على ربح قدرُهُ ٧١٠٠ غرش ؟

٥) اشترى تاجر أوانٍ زجاجية ٨٠ قدحاً بمبلغ ٣٢ ليرة ، وعند نقلها كُسِرَ عدد منها فاضطرّ الى ان يبيع القدح الواحد مما بقي من الاقداح بـ ٥٠ غرشاً ، فكم يكون عدد الاقداح التي كُسِرَت اذا بلغ ربحه في الاقداح التي باعها بعد ذلك ٣٠٠ غرش ؟

الدرس الحادي عشر

الخطوط

المستقيم ـ المنكسر ـ المنحني

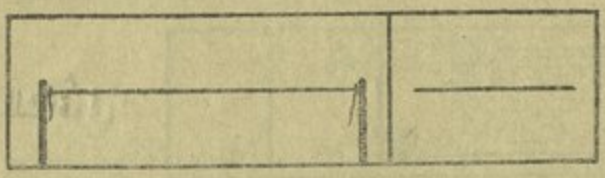
النُّقْطَة وَالخَطّ :

اذا وضعنا رأس قلم رصاص على ورقة امامنا، ثم رفعنا القلم دون ان نميله الى اية جهة، نرى انه قد تكوّن على الورقة ما يسمى : النقطة (.)

والنقطة لا تقترن بشيء من حيث الطول والعرض ، لكنها تلزم الموضع الذي تشغله فقط، اما اذا اجرينا القلم على الورقة الى اية ناحية، فانه يحصل من ذلك شكل يسمى خطاً (ـــــــــ) والخط ، كما ترى له طول وليس له عرض .

انواع الخطوط :

١ ـ الخط المستقيم :



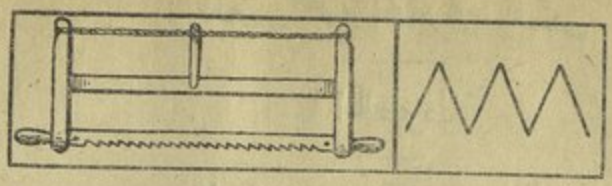
يكون الخط مستقيما اذا كانت جميع نقاطه في استقامة واحدة . والخيط المشدود ، وحافة غلاف الكتاب ، والدفتر ، وحافة المسطرة ، كلها تمثل الخط المستقيم .

يرسم الخط المستقيم بواسطة المسطرة، ويُدل عليه بحرفين من حروف الهجاء كالمستقيم « ج ب » المرسوم فيما يلي : ج ـــــــــ ب

خواصّ الخط المستقيم:

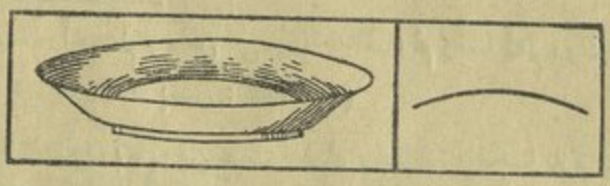
١ ـ الخط المستقيم هو عبارة عن اقصر بعد بين نقطتين .

٢ ـ واذا وُصل بين نقطتين معلومتين بمستقيم، لا يمكن ان يوصل بينهما بمستقيم آخر .



٢ـ الخط المنكسر :

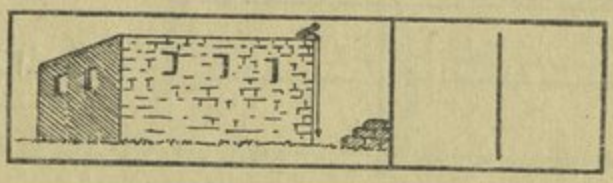
يتألف الخط المنكسر من عدة خطوط مستقيمة متصلة بعضها ببعض ، على انها تختلف من حيث الاتجاه . والمتر المطوي ، واسنان المنشار ، وما الى ذلك تمثل خطوطاً منكسرة .



٣ـ الخط المُنْحَني :

الخط المنحني هو خط ليس بالمستقيم ولا بالمنكسر . ودولاب العربة ، وحافة الصحن ، والقنطرة ، والخيط غير المشدود ، وما الى ذلك كلها تمثل خطوطاً منحنية .

اوضاع الخط المستقيم بالنسبة الى الارض :



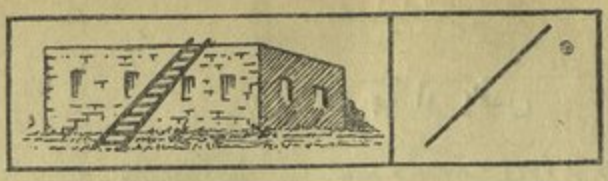
١) الخط الشاقُولي :

ان الخط المستقيم يكون شاقولياً اذا اتبع اتجاه شاقول البناء ويمثله عمود الكهرباء وغيره مما يشاكله

٢) الخط الأُفقي :

ان الخط المستقيم يكون افقياً اذا اتبع مثلاً اتجاه سطح الماء الساكن . وارض الغرفة ، وارض الملعب وسقوف البيوت ، وما اليها تمثل الخط الافقي .

٣) الخط المائل :



ان الخط المستقيم يكون مائلا اذا كان ليس أفقياً او عمودياً (شاقولياً) . والسلم المسندة الى الحائط تمثل الخط المائل .

أجِبْ عن الاسئلة الآتية :

أرسُمْ بواسطة المسطرة خطاً مستقيما ، ثم دُلَّ على اشياء في الصف تُمَثِّل ذلك .

أرسُمْ خطاً مُنكسِراً ... خطاً مُنحنِياً . دُلَّ على اشياء في الصف تُمَثِّل هذَيْن النوعَيْن .

أرسُمْ على اللوح مستعيناً بالمسطرة خطاً مستقيما بشكل : شاقولي ... أُفقي ... مائل .

أمسِكِ المِسطرة بشكل مائل ... شاقولي ... أُفقي .

أيُّ الخطوطِ تُمَثِّلُ الاشياء الآتية : دولاب دراجة ... اطراف النقود المعدنية ... هالة القمر ... التقاء جدارَيْن .

أرسُمْ صورة تَتَمَثَّل فيها هذه الأنواع من الخطوط .

عمليات

يزيد خارجها او ينقص

بالنسبة لما يطرأ على المقسوم عليه من زيادة او نقصان

أسئلة للحل :

١) إتَّفقَ ٧ طلاب على القيام برحلة خارجَ المدينة ، على ان يُصيب كل واحد منهم من نفقات تلك الرحلة ما يُصيب الآخر . فاذا بلغتْ مصاريفهم ٥٦ ليرة ، وعند الدفع وَجدَ بعضهم انه قد نَسِيَ دراهمه في البيت فاضْطُرَّ مَن يحمل منهم دراهم الى ان يدفع ٦ ليرات اكثر مما كان مُتوَجِّبًا عليه . فكم يكون عدد الذين دفعوا ؟

٢) اشترك ٤ اشخاص في تَناوُل غِذاء بلغ ثَمَنُه ١٨ ليرة ، ولم يتمكَّن بعضهم من الدفع ، فاضْطُرَّ كل واحد من الباقين ان يدفع ٠،٥ ليرة فوق ما وَجَبَ عليه ، فكم يكون عدد الذين لم يدفعوا ؟

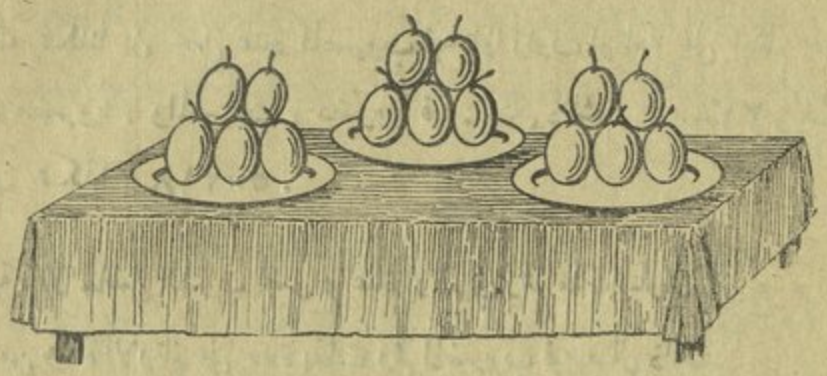
٣) يتوجَّب على ٢٠ شخصاً دَفْع مبلغ ١١٠٠ ليرة لبنانية ولما لم يتمكَّن بعضهم من دفع ما يتوجب عليه اضْطُرَّ كل واحد من الباقين الى دفع ١٣،٧٥ ليرة اكثر مما كان مفروضاً عليه ، فكم يكون عدد الذين لم يدفعوا ؟

٤) ترك رجل ٢٥٠٠ ليرة لكل ولد من اولاده ، فاذا قَسَم احدهم حصته بين اخوته فاصبحتْ حصة كل واحد منهم ٣٠٠٠ ليرة ، فكم يكون عدد الاولاد الباقين ؟ وكم ليرة يكون قد ترك لهم والدهم ؟

الدرس الثاني عشر

الضرب

خواصّ الضرب



اذا رأينا على الطاولة ثلاثة صحون وفي كل منها ٥ برتقالات ، فكم برتقالة يكون في الصحون الثلاثة ؟

يمكن معرفة عدد البرتقالات بطريقة الجمع كما يأتي :

٥ برتقالات + ٥ برتقالات + ٥ برتقالات = ١٥ برتقالة .

وبما ان عدد البرتقالات متساو في الصحون الثلاثة ، يمكن حل هذه المسألة بطريقة الضرب للاختصار هكذا : ٥×٣=١٥ برتقالة لان الخمسة تكررت ثلاث مرات ، وتعرف هذه العملية بعملية الضرب، ويسمى الرقم ٥ المضروب ، والرقم ٣ المضروب فيه، والعدد ١٥ الحاصل ، وهذه العلامة « × » هي علامة الضرب وتقرأ : « في » او « ضرب »

خواصّ الضرب :

وللضرب ثلاث خواصّ ، الاولى منها ، انه اذا تَغَيَّر ترتيب المضروب والمضروب فيه ، لا يَتَغَيَّر الحاصل ، مثال ذلك :

٧×٥=٣٥
٥×٧=٣٥

ولذلك يمكننا ان نجعل عدد المضروب فيه اذا زادت ارقامه على ارقام عدد المضروب ، مضروباً ، والمضروب ، مضروباً فيه . مثال ذلك : ٥×٢١٨ وَيُفَضَّل ان تُكتَب هكذا : ٢١٨×٥ .

والثانية ، ان حاصل الضرب لمجموع عدة ارقام في رقمٍ ما ، يساوي مجموع حواصل ضرب ، كل من هذه الارقام على حدة بذات رقم المضروب فيه مثال ذلك :

(٢+٣+٤)×٥=٤٥
٩ ×٥=٤٥
٢×٥=١٠
٣×٥=١٥
٤×٥=٢٠
٢٠+١٥+١٠=٤٥

والثالثة ان مجموع حاصل الضرب لاجزاء المضروب بالمضروب فيه ، يساوي حاصل ضرب المضروب كَكُلٍّ غير مُجَزَّأ ، بالمضروب فيه ، مثال ذلك :

١٥×٣=٤٥
١٠×٣=٣٠
٥ ×٣=١٥
١٥+٣٠=٤٥

مسائل مُتَنَوِّعة للحل :

١) فلاح عنده ٤ بقرات، يصرف على كل واحدة منها ثمن عَلَف يومياً ١،٥٠ ليرة، فاذا كانت البقرة الواحدة تحلب ١٠ ليترات حليب في اليوم و كان سعر الليتر ٧٠ غرشاً ، فكم يكون مِقدار ربحه يومياً ؟

٢) اشترى تاجر ٢٧٥ كغ سُكَّر على معدَّل سعر الكيلوغرام الواحد ٩٠ غرشاً ، ودفع أُجرة نقلها ٤،٥ ليرات ، فبكم يجب ان يبيع الكيلوغرام لِيَحْصَل على ربح قَدَرُه ٢٣ ليرة ؟

٣) عثر ستة رجال على دراهم ، فاقتسموها ، وبعد قليل جاءَهُم ٣ رجال، فقاسموهم المال ثانية ، فاذا نال الواحد من الرجال الستة في القسمة الثانية ، اقل مما ناله اولا باربع ليرات ، فكم كان المال ؟ و كم كانت حصة كل منهم ؟

٤) اشترى تاجر برميل زيت يحتوي على ١٨٠ ليتراً ، على معدَّل سعر الليتر الواحد ٣،٥ ليرات ، فكم يكون قد دفع ثمن الليتر الواحد من الزيت الصافي ، اذا كان في البرميل ٨ ليترات زيت عَكِر ، واذا كان ثمن البرميل فارغاً ٥،٦٤ ليرات ؟

٥) قطعة من النسيج طولها ٥٠م وثمنها ٤٠٠٠ غرش ، غُسِلَت فانْكَمَشَ كل متر منها بمقدار ٠،٠٣٥م ، فبكم يجب ان يباع المتر الواحد منها اذا اراد صاحبها ان يربح مبلغ ٣٤٢،٥ غرشاً ؟

٦) عامل يترك العَمَل مُدة ٦٥ يوم في السنة ، فكم تكون أُجرته اليومية ، اذا كان يصرف ٤٠ ليرة في الاسبوع ، ويُوَفِّر ٦٢٠ ليرة في السنة ؟

الدرس الثالث عشر

قسمة عدد الى قسمين غير مُتساوِيَين
عرف الفرق بينهما

كمية من الزيت في برميلين تبلغ ١٨٠ ليتراً ، فاذا كان في البرميل الكبير من الزيت اكثر مما في البرميل الصغير بـ ٣٠ ليتراً ، فكم ليتر زيت يكون في كل برميل ؟

١٨٠ { في البرميل الكبير ٣٠ ، الفرق ، في البرميل الصغير }

الحل الاول : نجمع ٣٠ ليتراً (اي الفرق) الى الكمية التي في البرميلين ، فتصبح كمية الزيت مضاعف ما في البرميل الكبير، اي ١٨٠+٣٠=٢١٠ ليترات ، فنقسم هذا العدد على ٢، وبذلك نعرف الكمية التي يحتويها البرميل الكبير، وهي : ٢١٠÷٢=١٠٥ ليترات . ثم نطرح الفرق الذي هو ٣٠ من هذا العدد ١٠٥ فيبقى ٧٥ ليتراً ، وهو المقدار الموجود في البرميل الصغير .

ومما مر نستنتج ما يأتي : القسم الكبير = $\frac{\text{المجموع + الفرق}}{٢}$

الحل الثاني : من الواضح انه اذا اخذنا من المجموع ٣٠ ليتراً، يبقى مقدار يساوي مضاعف ما في البرميل الصغير، كما ترى في الرسم السابق. واليك ايضاحاً لذلك: ١٨٠—٣٠=١٥٠ ليتراً . فينبغي ـ والحالة هذه ـ قسمة هذا العدد على٢ هكذا : ١٥٠÷٢=٧٥ ليتراً وبذلك نحصل على الكمية الموجودة في البرميل الصغير . ثم نضيف اليها بعد ذلك الـ ٣٠ ليتراً فيصبح في البرميل الكبير ٧٥+٣٠=١٠٥ ليترات .

ومما مر نستنتج ما يأتي : القسم الصغير = $\frac{\text{المجموع — الفرق}}{٢}$

واليك هذا الايضاح بالارقام لتحقق الصحة في العملية :

١٠٥+٧٥=١٨٠ ليتراً وهي الكمية الموجودة في البرميلين معاً .

وعلى هذا النسق حِلّ المسائل الآتية :

اسئلة للحل :

١) اذا قَبَضَ عاملان في آخرِ الاسبوع مبلغاً قَدَرُه ٥٤٠٠ غرش، وكانت اجرة أحدهما الاسبوعية تزيد عن أجرة الآخر بـ ٦٠٠ غرش، فكم تكون الاجرة الاسبوعية لكل منهما ؟

٢) اشترى تاجرا سمانة ٤٢٥ تنكة سَمْن، فاذا كانت حصة الاول انقص من حصة الثاني بـ ٢٠ تنكة، فكم تنكة تكون حصة كل واحد منهما ؟

٣) اذا دُفِعَ مبلغ ٢١٠ ليرات ثمن قِطَعَيْ جوخ من جنس واحد وكان ثمن المتر ٦ ليرات، فكم يكون طول كل واحدة من القطعتين اذا كان طول الاولى يزيد عن طول الثانية ١٢،٥م ؟

٤) اشترى رجل مَقعداً و٦ كراسي بـ ١١٥ ليرة فاذا كان ثمن المقعد ينقص ٦٥ ليرة عن ثمن الـ ٦ كراسي، فكم يكون ثمن المقعد وكم يكون ثمن الكرسي الواحد ؟

٥) عاملان اشتغلا معاً مدة ١٨ يوماً فَقَبَضا ١٧١٠٠ غرش، فاذا كانت اجرة الاول اليومية أَقَلّ من اجرة الثاني بـ ٥٠ غرشاً، فكم تكون الاجرة اليومية لِكُلّ منهما ؟

٦) قُسِمَ شريط كهربائي طوله ٤٢م الى ثلاثة اقسام، فاذا زاد طول كل واحد من القسمَيْن الأَوَّلَيْن ٣م عن طول الثالث، فكم متراً يكون طول كل من القسمَيْن الثاني والثالث ؟

الدرس الرابع عشر

ضرب الاعداد الصحيحة

كم هو ثمن ٩٥ كيلوغراماً من الارز اذا كان ثمن الكيلوغرام الواحد ٦٥ غرشاً ؟

كيفية الحل :

٦٥	المضروب
٩٥	المضروب فيه
٣٢٥	الحاصل الجزئي الاول
٥٨٥	الحاصل الجزئي الثاني
٦١٧٥	الحاصل وهو الجواب .

وينبغي ان تنظم العملية هكذا : ٦٥×٩٥=٦١٧٥ غرشاً .

عندما يراد ضرب عدد صحيح بآخر مثله يرقم المضروب فيه تحت المضروب ، ثم يضرب كل رقم من المضروب فيه في جميع ارقام المضروب على ان يبدأ من اليمين بوضع اول حاصل تحت المضروب فيه تماماً وبعد الانتهاء من الضرب تجمع الحواصل الجزئية فيكون المجموع هو الحاصل لعملية الضرب .

ميزان الضرب :

الطريقة الاولى : هنالك طريقتان لتحقق الصحة في عملية الضرب، فالطريقة الاولى هي ان يعكس ترتيب المضروب والمضروب فيه فيصبح المضروب مضروباً فيه والعكس بالعكس ثم يضرب بعـــد ذلك فاذا كان الحاصل هو نفس الحاصل الاول يكون الجواب صحيحاً .

والطريقة الثانية: وتتم اسقاط التسعات . وهي عبارة عن جمع ارقام المضروب واسقاط التسعات فيه ووضع الباقي في اعلى « الميزان » الذي يرسم هكذا : « X » فاذا شئت مثلاً امتحان العمل اعلاه تجمع ٥+٦=١١ ، ١١-٩=٢ فتكتب الـ٢ هكذا : ثم تجمع ارقام المضروب فيه وتسقط التسعات ايضاً فيبقى ٥ فتكتبها في اسفل الميزان كما ترى . ثم تضرب الرقم الاسفل بالرقم الاعلى هكذا : ٥×٢=١٠ فتسقط من الـ ١٠ تسعة فيبقى ١ تكتبه عن يمين الميزان كما يبدو ذلك امامك . واخيراً تجمع ارقام الحاصل وتسقط منها التسعات ايضاً هكذا : ٥+٧=١٢ ، ١٢-٩ يبقى ٣ فتجمعها الى الـ ١ والـ ٦ هكذا : ٣+١+٦=١٠ ، ١٠-٩ يبقى ١ فتكتب الواحد عن يسار الميزان ، فاذا ساوى هذا ، العدد المرقوم عن يمينه يكون حاصل العملية صحيحاً والا فهو خطأ .

التمرين الاول : ضرب ٤ أرقام في ٣ أرقام .

إضرِبْ وَامتَحِن ما يأتي :

٩٨٧٣	٤٠٣٠	٤٦٨٧	٥٠٠٧	٦٠٠٧	٦٩٨٧
٤٥٤	٤٩٥	٣٥٦	٧٠٣	٤٠٣	٩٧٨

التمرين الثاني : ضرب ٥ أرقام في ٣ أرقام .

إضرِب وَامتَحِن ما يأتي :

٦٥٤٣٧	٤٣٠٠٨	٤٩٣٥٦	٥٠٦٠٧	٩٥٠٠٧	٦٠٧٠٣
٩٧٢	٥٢٣	٨٢٣	٤٠٥	٩٣٧	٦٠٤

القياسات المغلوط فيها

تاجر يستعمل متراً اقصر من طول المتر الصحيح بـ ٣ سم ، فاذا قاس به شريطاً بلغ طوله ٤ م ، فكم يكون طول الشريط الحقيقي ؟

الطول الحقيقي ١ ٢ ٣ ٤

الطول المغلوط فيه ١ ٢ ٣ ٤

كيفية الحل : ٣ سم تساوي : ٣ ÷ ١٠٠ = ٠،٠٣ م
طول المتر المستعمل : ١ - ٠،٠٣ = ٠،٩٧ م
طول الشريط الحقيقي : ٠،٩٧ × ٤ = ٣،٨٨ م

أسئلة للحل :

١) اشترى رجل قطعة نسيج طولها ٢٠ متراً ، وعند وصوله الى بيته قاسها فوجد انها تنقص ٠،٢٠ م ، فكم يكون الطول الحقيقي للمتر الذي استعمله التاجر ؟

٢) اشترت خياطة قطعة حرير فبلغ طولها ١٢،٥ متراً ، فاذا كان متر التاجر اقصر من المتر الحقيقي بـ ٢ سم ، فكم متراً يكون طول قطعة الحرير الحقيقي ؟

٣) اشترى تاجر قطعة جوخ بلغ طولها ٢٠ م على معدّل سعر المتر الواحد ١٢٠٠ غرش ، فكم غرشاً يجب ان يسترد من التاجر اذا كان المتر الذي يستعمله ناقصاً ١٥ م م ؟

٤) اشترى رجل ١٨ م من الكتّان على معدّل سعر المتر الواحد ٦،٥٠ ليرات ، وعند وصوله الى بيته قاس القطعة فوجد ان طولها ناقص وأن خسارته تبلغ ٢،٣٤ ليرتين ، فكم يكون طول المتر المستعمَل ؟

الدرس الخامس عشر

ضرب الاعداد العشرية

اذا كان ثمن كيلو التفاح ١،٧٥ ليرة ، فكم يكون ثمن ٤،٥ كيلوغرامات ؟

كيفية الحل :

```
  ١،٧٥
   ٤،٥
 ------
   ٨٧٥
  ٧٠٠
 ------
 ٧،٨٧٥
```

وينبغي ان تنظم العملية هكذا : ١،٧٥×٤،٥=٧،٨٧٥ ليرات ، وهو الجواب .

عندما يراد ضرب كسر عشري بآخر من نوعه يجري ضرب العددين على ذات الطريقة التي تضرب فيها الاعداد الصحيحة ، بصرف النظر عن الفاصلة ، على ان يفصل من يمين الحاصل ارقام بقدر الارقام العشرية الموجودة في المضروبين معاً . اما اذا كانت ارقام الحاصل غير كافية ، فاننا نضع اصفاراً بينها وبين الفاصلة بقدر الارقام الناقصة ، مثال ذلك :

```
  ٤،٧٦
   ٠،٠٢
 ------
 ٠،٠٩٥٢
```

في الحاصل كما ترى ثلاثة ارقام فقط ، وبما انه ينبغي ان يفصل من الحاصل اربعة ارقام ، فقد زدنا صفراً ووضعناه بين هذه الارقام والفاصلة .

تمارين مُتَنَوِّعَة في ضرب الكسور العشرية :

إضرب ما يأتي :

١) ٣٧،٤٦×٣٦=؟

٢) ٦٧،٨٢×٩٩=؟

٣) ٣٢،٦٦×٦٨=؟

٤) ٢،٣٤٩×٦،٧=؟

٥) ٤،٤٦١×٤٨=؟

٦) ٥٣٤،٦٦×٢١،٦=؟

٧) ٨٤٣٩٧×٢١،٧=؟

٨) ٥٢٣٤٤×٨،٥٤=؟

٩) ١٢٦٥،٩×٦،٨٤=؟

١٠) ٦٧٧٦٢×٤،٩٨=؟

١١) ٢٥٦،١٧×٨،٥٦=؟

١٢) ٢٣،٥٤٨×٤٧،٨=؟

المسافات والاشجار

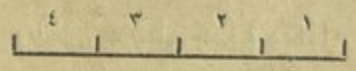
١ ـ خطوط مفتوحة.

اذا كان طول جنينة ٢٠ متراً ، وغرس فيها صف من الاشجار بين كل اثنتين منها ٥م ، فكم يكون عدد المسافات بينها وكم يكون عدد الاشجار ؟

كيفية الحل :

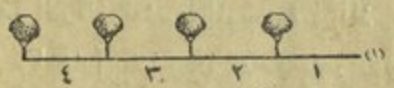
لكي يعرف عدد المسافات يجب قسمة ٢٠÷٥=٤ مسافات .

كما يتضح لك من الرسم الآتي :



اما معرفة عدد الاشجار فيتوقف على معرفة كيفية الغرس :

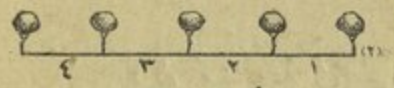
(١) فاذا غرست شجرة في احد الطرفين دون الطرف الآخر كأن يأتي الغرس هكذا :



٤ اشجار ٤ مسافات

يكون عدد الاشجار = عدد المسافات

(٢) واذا تم الغرس في كلا الطرفين كأن يأتي الغرس هكذا :

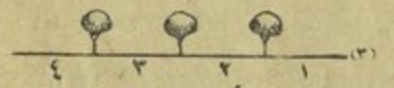


٥ اشجار ٤ مسافات

١+٤

يكون عدد الاشجار = عدد المسافات + ١

(٣) اما اذا لم يغرس في طرفي الصف شيء كأن يأتي الغرس هكذا :



٣ اشجار ٤ مسافات

١—٤

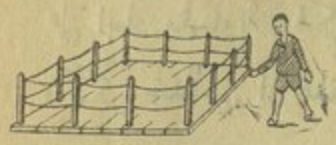
يكون عدد الاشجار = عدد المسافات — ١

٢ ـ خطوط مغلقة .

١) قطعة ارض مربعة الشكل طول ضلعها ٩م احيطت بحاجز من الاعمدة ، فاذا كان البعد بين كل عمودين منها ٣م ، فكم يكون عدد هذه الاعمدة ؟

كيفية الحل :

ان كل ضلع مؤلف من : ٩÷٣=٣ مسافات .



واذاً فعدد المسافات كلها : ٣×٤=١٢ مسافة كما ترى في الرسم الى اليسار ، وعدد الاعمدة مساوٍ لعدد المسافات

٢) اذا كان طول محيط مسكبة أزهار ١٢ متراً ، وغرس فيها ورد بين الواحدة والاخرى مسافة ٣ امتار ، فكم يكون عدد الورود ؟

كيفية الحل :

١٢÷٣=٤ مسافات ، كما ترى في الرسم الى اليسار .

فنستنتج مما تقدم انه اذا غرست اشجار او ركزت اعمدة في محيط مغلق كما رأيت سابقاً ، يكون عدد الاشجار = عدد المسافات .

واذا احصينا الاشجار ثم احصينا المسافات نجد ان عدد هذه مساوياً لعدد تلك .

حِلَّ الاسئلة الآتية حسب الطريقة التي استنتجتَها من الامثلة اعلاه .

أسئلة للحل :

١) اذا أُريد غَرْسُ أشجار في طريق طولها ٣٨٧م على ان تبعد الشجرة منها عن الاخرى ٩م ، فكم شجرة يمكن ان يُغرَس في تلك الطريق ؟
(يُغرَس في طرف واحد فقط من الطريق) .

٢) اذا أُرِيد غرس ورود على جانِبَيْ مَدْخل لبيت سكن طوله ٧٥م، على ان تكون المسافة بين الوردة والأُخرى ٥م، فكم وردة يلزم لذلك ؟
(يُغْرَس في طرف واحد من المدخل).

٣) اذا كان عرض نافذة ١،٢٠م وَرُكِّب فيها ٧ قضبان حديدية بشكل عمودي على ابعاد متساوية، فكم يكون البعد بين كل اثنَيْنِ من تلك القضبان ؟
(فَكِّر جيداً ... ان عدد القضبان ينقص واحداً عن عدد المسافات).

٤) اذا غُرِسَ في جنينة طولها ١٥٠م ٨ صفوف من الشجر موازية لطولها، على ان يكون البُعد بين كل اثنَتَيْن من الاشجار ٦م، فكم يكون عدد هذه الاشجار ؟
(تُغْرَس شجرة في بداية ونهاية كل صف).

٥) اذا احتوَتْ صفحة دفتر على ٢٥ سطراً يَبْعُد الواحد منها عن الآخر ٦مم، فكم يكون طول هذه الصفحة اذا كان السطر الاول يَبْعُدُ عن الطَّرَف الاعلى ١٨مم، والسطر الاخير على بُعْد ١٦مم من الطَّرَفِ الادنى ؟
(فَكِّر جيداً ... ان عدد الاسطر يزيد واحداً عن عدد المسافات).

٦) بستان مستطيل الشكل طوله ٩٠م وعرضه ٥٤م، فاذا ارادوا احاطته باعمدة يبعد الواحد منها عن الآخر ٦م على ان تربط اليها ٤ صفوف من الاسلاك الشائكة، فكم عمود يلزم لذلك ؟ وكم يكون طول الشريط اللازم ربطه الى الاعمدة ؟

٧) حاجز مستطيل الشكل رُكِّز في طوله ٢٨ عموداً وفي عرضه ١٦ عموداً، فاذا كانت المسافة بين كل عمود وآخر ٣،٥م، فكم عموداً يكون في ذلك الحاجز ؟ وكم متراً يكون محيطه ؟ (إمتحن ذلك برسم صغير)

الدرس السادس عشر

النظام المتري

يتضمن النظام المتري المقاييس المستعملة لقياس المسافات والسطوح والحجم والوزن والسعة ، ومما يميزه عن غيره انه يتبع النظام العشري لان وحداته يكبر بعضها بعضاً بعشر مرات او مئة مرة او الف مرة .

واليك فيما يلي اسماء الوحدات الاساسية في النظام المتري :

١ – المتر (م) هو الوحدة الاساسية لقياس الطول .
٢ – المتر المربع (م٢) وهو الوحدة الاساسية لقياس المساحة .
٣ – المتر المكعب (م٣) وهو الوحدة الاساسية لقياس الحجم .
٤ – الليتر (ل) وهو الوحدة الاساسية لقياس السعة .
٥ – الغرام (غ) وهو الوحدة الاساسية لمعرفة الوزن .

ولكل من هذه الوحدات الاساسية الآنفة الذكر مضاعفات تكبر الوحدة الاساسية بـ ١٠ مرات او بـ ١٠٠ مرة او بـ ١٠٠٠ مرة ، ولها ايضاً اجزاء تصغر الوحدة الاساسية بـ ١٠ مرات او بـ ١٠٠ مرة او بـ ١٠٠٠ مرة ، على ان هذا لا يكون الا في الوحدات الاساسية المتر والليتر والغرام ، اما في المتر المربع والمكعب فاجزاء الاول اي المتر المربع يكبر احدها الآخر بـ ١٠٠ مرة ، واجزاء الثاني اي المتر المكعب يكبر احدها الآخر بـ ١٠٠٠ مرة .

وعندما يراد معرفة مضاعفات اي وحدة كانت تذكر الوحدة الاساسية مسبوقة باحد الالفاظ اليونانية الآتية :

دكا ومعناها ١٠ — كدكامتر = ١٠ امتار — ودكاغرام = ١٠ غرامات
هكتو ومعناها ١٠٠ — كهكتومتر = ١٠٠ متر — وهكتوغرام = ١٠٠ غرام
كيلو ومعناها ١٠٠٠ — ككيلومتر = ١٠٠٠ متر — وكيلوغرام = ١٠٠٠ غرام

وعندما يراد معرفة اجزاء اي وحدة من الوحدات الاساسية نذكر مسبوقة باحد الالفاظ اللاتينية الآتية :

دسي معناها عُشر مثال ذلك : دسيمتر اي ٠،١م
سنتي معناها جزء من مائة مثال ذلك : سنتيغرام اي ٠،٠١غ
ميلي معناها جزء من الف مثال ذلك : ميليليتر اي ٠،٠٠١ل

مسائل مُتَنَوِّعَة

في

التقسيم ـ الاشياء التي تتعرض للنقص ـ القياسات المغلوط فيها ـ المسافات والاشجار

١) على حافَتَيْ طريق طُولُها ١٥٦م، جَعَلْنا سوداً مُؤَلَّفاً من أعْمِدَة يَبعُدُ الواحد منها عن الآخَر ٦م، فكم عموداً يلزم لذلك ؟ مع العلم بانه يوجد عمود في البداية وآخَر في النهاية ؟

٢) قبض عاملان آخِرَ الشهر ٣٨٥ ليرة، وكانت حصة أحدهما تزيد عن حصة الآخَر ٣٥ ليرة، فكم يكون قد أخذ كل منهما ؟ كم طريقة تعرف لحل هذه المسألة ؟ وأي الحِصَّتَيْن تَجِدها اولا بحسب كل طريقة منهما ؟

٣) كيسا حنطة فيهما ١٥٠ كغ، فاذا أُخِذَ من احدهما ١٠ كغ ومن الثاني ٢٠ كغ تساويا في الوزن، فكم كيلوغراماً يكون في كل منهما ؟

٤) خرج ٢٥ طالباً الى النزهة فكان جملة ما صرفوه ٢٥٠ ليرة ، ولكن بضعة منهم لم يدفعوا ما ينبغي عليهم دَفْعُهُ ولذلك زاد ما دفعه كل من الآخرين ٢،٥ ليرتين، فكم يكون عدد الاشخاص الذين دفعوا ؟

٥) اشترت سيدة ٢٥م من الحرير على معدَّل سعر المتر الواحد ٢،٤ ليرتان ، فاذا كان المتر الذي قِيسَ به يَنقُص عن المتر العادي بـ ١،٢سم ، فكم غرشاً تكون قد دَفَعَتْ زيادة ؟

٦) اشترى بائع بيض ٣٥٠ بيضة ، على معدَّل سعر البيضة الواحدة ١٠ غروش ، فانكسر منها ٢٤ بيضة ، ثم باع ما سَلِم منها على معدَّل سعر البيضة الواحدة ١٢،٥ غرشاً ، فكم يكون قد قبض ثمن الجميع ؟ و كم يكون ربحه فيها ؟

٧) صُندُوقاً برتقال فيهما ٢٥٠ برتقالة ، فاذا كان في الصندوق الصغير أقلّ مما في الصندوق الكبير بـ ٤٠ برتقالة ، فكم برتقالة يكون ما يحتويه كل صندوق ؟ واذا أردتَ شراء الصندوق الصغير فكم يجب ان تدفع ثمنَهُ اذا كان ثمن البرتقالة الواحدة ٥ غروش ؟

٨) طريق طولها ٤٥م غُرِسَ على طَرَفَيها أشجار ، فاذا كانت المسافة بين كل اثنتين منها ٢،٥م ، فكم تبلغ نفقة غَرْس هذه الاشجار اذا بلغ ثمن الواحدة مع اجرة غَرْسِها ٥ ليرات ؟ (لا يُغرَس شجرة في بداية ونهاية كل صف ؟)

٩) اشترى رجل ٣٦ صحناً على معدَّل سعر الصحن الواحد ٧٥ غرشاً ، ثم دفع ١٨٠ غرشاً اجرة نَقلِها ، فكم تكون كِلفة الصحن الواحد اذا كان قد كُسِر منها ٤ صحون ؟

١٠) مهندس قاس طُول حقل بسلسلة الدكامتر فوَجَدَ ان طول هذا الحقل يبلغ ٣٠ سلسلة، ثم تحقق بعد ذلك أن سلسلته تنقص عن السلسلة العادية ٢٠مم، فكم يكون طُول هذا الحقل؟

١١) تَعهَّدَ ١٠ أشخاص ان يدفعوا دَيْنًا قَدَرُه ٣٠٠ ليرة على أن يَتَساوَوْا في الدَّفع، ولكن بعضهم لم يستطيعوا الدفع، فاضْطُرَّ كل واحد من الباقين ان يدفع اكثر مما كان عليه اولا بـ ٧،٥ ليرات، فكم يكون عدد الاشخاص الذين لم يدفعوا؟

١٢) اشترى تلميذ كتاب حساب، و كتاب تاريخ، و كتاب جغرافيا بـ ١٠٥٠ غرشاً، فاذا كان ثمن كتاب الحساب ٤٠٠ غرش وثمن كتاب التاريخ يزيد عن ثمن كتاب الجغرافيا بـ ٥٠ غرشاً، فكم يكون ثمن كل من كتاب التاريخ و كتاب الجغرافيا؟

١٣) إشترى فَلَّاح لبستانه ٢٥٠م من الشريط الشائك ودفع ثمنها ٦٢٥ ليرة، فاذا كان المتر الذي يستعمله تاجر الشريط أنقص من اللازم بـ ١٨مم، فكم تبلغ خسارة هذا الفلاح؟

١٤) سلسلة مُهَنْدِس طولها المفروض ١٠م وهي اطول من اللازم بـ ٤٥ مم، فاذا اسْتُعْمِلَتْ لقياس طول جنينة وبلغَتْ المرّات التي قِيس فيها ٣٢ مرّة، فكم يكون طول الجنينة الحقيقي؟

(إنتبه الى ان المقياس هذه المرّة هو أطول من اللازم).

الدرس السابع عشر

قياسات الطول

المتر واضعافه واجزاؤه

المتر (م) الدكامتر (دم) الهكتومتر (هـ م) الكيلومتر (ك م)

يصعب قياس الاطوال الكبيرة بالمتر ولذلك نقيسها كما علمت سابقاً باحد اضعاف المتر وهي :

الدكامتر يساوي عشرة امتار ويختصر هكذا : ١دم = ١٠م

الهكتومتر يساوي مائة متر ويختصر هكذا : ١هم = ١٠٠م

الكيلومتر يساوي الف متر ويختصر هكذا : ١ك م = ١٠٠٠م

وكذلك نقيس الاطوال التي هي أصغر من المتر باحد أجزاء المتر وهي :

الدسيمتر وهو عُشر المتر ويكتب هكذا : ١دسم = ٠،١م والمتر = ١٠دسم

السنتيمتر وهو جزء من مائة من المتر ويكتب هكذا : ١سم = ٠،٠١م والمتر = ١٠٠ سم

الميليمتر وهو جزء من الف من المتر ويكتب هكذا : ١م م = ٠،٠٠١م والمتر = ١٠٠٠م م

وبما ان النظام المتري مبني على التعداد العشري فان وحدات الطول فيه تكبر او تصغر عشرة فعشرة ، واليك بيان ذلك في الجدول الآتي :

١٠م م = ١ سم
١٠سم = ١دسم
١٠دسم = ١ م
١٠م = ١ دم
١٠دم = ١ هم
١٠هم = ١ كم

لاحظ ان كل وحدة تكبر الوحدة التي سبقتها بـ ١٠ مرات ، وتصغر التي تليها بـ ١٠ مرات . وعليه فاذا قست طول طريق فوجدته يبلغ ٣٥٦٧ متراً فهذا يعني ان طوله يتألف من ٧م ، و ٦دم ، و ٥هم ، و ٣كم اي ان رقم الآحاد فيه يدل على الامتار ، ورقم العشرات يدل على الدكامترات ، ورقم المئات يدل على الهكتومترات ، ورقم الآلاف يدل على الكيلومترات .

والعدد : ٣٦٥،٠م مثلا فانه يدل على ٣ دسم و٦سم و٥مم، وبناء عليه فالعدد عندما يستعمل للامتار يدل رقم آحاده على الامتار ورقم أجزائه التي هي من عشرة يدل على الدسيمترات ورقم أجزائه التي هي من مائة يدل على السنتيمترات ورقم أجزائه التي هي من الف يدل على الميليمترات.

واليك مثالا على ما تقدم : ٥كم ، ٦هم ، ٢دم ، ٤م ، ١دسم ، ٧سم ، و٥مم .

اجزاء من الف	اجزاء من مائة	اجزاء من عشرة	آ	ع	م	أف
م م	س م	دس م	م	دم	هم	كم
٥	٧	١	٤،	٢	٦	٥

خمسة آلاف وست مائة واربعة وعشرون متراً ومائة وخمسة وسبعون من الف من المتر .

أسئلة للحل :

١) إشترى تاجر قطعة من الجوخ بمبلغ ٦٧٢ ليرة ، فكم يكون طولها و كم يكون ما دفعه ثمن المتر الواحد منها اذا افترضنا انه بيعه إياها بـ ٧٩٨ ليرة يكون ربحه في كل متر منها أكثر بليرة من ربحه فيه اذا باعها كلها بـ ٧٥٦ ليرة ؟

٢) اشترى رجل ٣ قطع حرير من نوع واحد بمبلغ ٢٣١ ليرة ، فاذا كان طول الاولى ٢٢م وطول الثانية ٢٥م ، فكم يكون طول القطعة الثالثة مع العلم ان ثمن المتر ٣ ليرات ؟

٣) اشترت خياطة قطعة جوخ يبلغ طولها ١٧ متراً بـ ٨٥٠٠ غرش ، وبعد مدة علمت ان طولها الحقيقي ١٥١دسم ، فكم تكون الزيادة التي دفعتها ؟

٤) إشترى خياط قطعة جوخ بلغ طولها ٣٦ متراً على معدل سعر المتر الواحد ١٠ ليرات ، فاذا باع منها ١٦ متراً فربح في ذلك ٤٠ ليرة ، فبكم يجب ان يبيع المتر مما بقي من قطعة الجوخ لكي يحصل على ربح قدره ١٠٨ ليرات في بيع كل القطعة ؟

٥) اذا دفع في شق طريق طولها ٢هم مبلغ ١٣٥٠ ليرة أجرة فعلة و ٦٥٠ ليرة ثمن رمل وبحص وغير ذلك ، فكم تبلغ النفقة على شق طريق طولها ٦٠٠م ؟

٦) قيس حبل بمتر طوله ٩٨،٥سم فبلغ طوله ٣٥،٤٠م ، فكم تكون خسارة الشاري اذا كان سعر المتر الواحد ١٥٠ غرشاً ؟

٧) كم يكون الطول الحقيقي لشارع قيس بمقياس دكامتر اقصر من طول الدكامتر الحقيقي بـ ١٠سم ، اذا كان قد قيس الشارع بذلك المقياس ٨٥ مرة ؟

مسائل مُتَنَوِّعة ذات خمس درجات :

١) يشتغل عامل ٢٥ يوماً في الشهر باجرة يَوميّة قَدرُها ٤ ليرات ، ويقبض ايضاً اجرة بيت له ١٤٠ ليرة كل ٣ اشهر ، فكم ليرة يكون مدخوله السنويّ ؟

٢) يقبض مستخدم سنويّ اجرة يومية قدرها ٤٠٠ غرش ، ويقبض علاوة على ذلك في آخِر كل فصل مبلغ ٢٦٥ ليرة بَدَل إيجار بيت له ، فكم يكون معدّل مدخوله الشهريّ ؟

٣) عامل اجرته السنوية ٢١٧٠ ليرة ، فاذا كان يصرف في الاسبوع ٢٥ ليرة مصاريف متفرّقة ، ويدفع عَلاوة على ذلك ١٢٠ ليرة اجرة محل سكنه عن كل ٤ اشهر ، فكم ليرة يُمكِنُه ان يُوفّر في السنة ؟

٤) عَثَرَ ١٥ رجلا على مال فاقتسموه بالسوية فاذا تَخَلّى ٥ منهم عن حِصَصِهم وأُعِيدَتِ القسمة فنال كل من الباقين ٧٥ ليرة زيادة عما ناله اولا .
(١) فكم كانت حصة الواحد الاولى ؟ (٢) و كم اصبحت بعدئذ (٢) و كم كان المال؟

٥) يشتغل عامل وابنه ٣١٠ أيام في السنة ، فاذا بلغ مصروف العائلة ١٢ ليرة يومياً ، وما تُوَفِّرُه سنوياً ١٢٠٠ ليرة ، فكم تكون اجرة الاب اليومية اذا كانت اجرة الابن ٣ ليرات في اليوم ؟

٦) اذا صرف مستخدم ١٢٥ ليرة في الشهر يُصبِح مديوناً بـ ١٥٥ ليرة آخِر السنة ، فكم غرشاً يجب ان يصرف يومياً اذا اراد ان يُوَفِّر ٢٥٠ ليرة ؟

الدرس الثامن عشر

القسمة

خواصّ القسمة

لدينا ١٤ ليتر زيت نريد افراغها في زجاجات تسع الواحدة منها ٣ ليترات ، فكم زجاجة يلزمنا لذلك ؟

كيفية الحل : يلزم لملء زجاجة واحدة : ٣ ليترات

ويلزم لملء زجاجتين : ٣ ليترات × ٢ = ٦ ليترات

ويلزم لملء ٣ زجاجات : ٣ ليترات × ٣ = ٩ ليترات

ويلزم لملء ٤ زجاجات : ٣ ليترات × ٤ = ١٢ ليتراً

واذاً يمكننا ان نملأ ٤ زجاجات ويبقى ليتران من الزيت .

ولاختصار العملية نقول : على كم ٣ يحتوي العدد ١٤ ؟ على ٤ ثلاثات ويبقى ٢ لان ٣×٤=١٢ و ١٤-١٢=٢ وهو الباقي .

لذلك نرتب العملية كما يأتي : ١٤÷٣=٤ ويبقى ٢ .

فهذه العملية التي تراها اعلاه تسمى « القسمة » والعدد ١٤ هو « المقسوم » والرقم ٣ هو « المقسوم عليه » والرقم ٤ هو « الخارج » والرقم ٢ هو « باقي القسمة » . وعلامة القسمة هي هذه : « ÷ » وتقرأ : « على » او « تقسيم » .

خواص القسمة :

والقسمة ست خواص : فالاولى منها ، ان الخارج يزيد او يقل تبعاً لزيادة المقسوم او قلته ، واليك مثالا على ذلك العملية الآتية :

اذا أريد توزيع ١٢ طابة على ٣ اولاد ، يكون نصيب الواحد منهم ٤ طابات ، واذا ضاعفنا عدد الطابات الى ان يبلغ ٢٤ طابة، يصبح نصيب الواحد منهم ٨ طابات، اي ضعف نصيبه الاول.

واذا وزعنا نصفها فقط ، اي اذا جعلناها ٦ طابات، يصبح نصيب الواحد ٢ (طابتين)، وهو نصف ما كان اولا . واليك بيان ذلك بالاعداد :

١٢÷٣=٤ (الاصل)
٢٤÷٣=٨ (ضوعف المقسوم ، فضوعف الخارج)
٦ ÷٣=٢ (نقص المقسوم ، فنقص الخارج بمقدار نقصه)

الخاصة الثانية : اذا اريد توزيع ١٦ جائزة على ٤ تلاميذ، ينال الواحد منهم: ١٦÷٤=٤ جوائز.

واذا وزعنا الـ ١٦ جائزة على مضاعف عدد التلاميذ ، اي على ٨ تلاميذ ، ينال الواحد منهم ١٦÷٨=٢ وهو نصف ما ناله في العملية الاولى، واذا وزعنا الـ ١٦ جائزة على نصف عدد التلاميذ اي على تلميذين فقط ينال الواحد منهما ١٦÷٢=٨ وهو مضاعف ما ناله في العملية الاولى . واليك بيان ذلك بالاعداد :

١٦÷٤=٤ (وهو الاصل)
١٦÷٨=٢ (ضوعف المقسوم عليه ، فنقص الخارج بمقدار مضاعفة المقسوم)
١٦÷٢=٨ (نقص المقسوم عليه ، فزاد الخارج بمقدار نقصه)

فنستنتج مما مرّ بنا انه اذا ضاعفنا المقسوم عليه عدداً من المرات ، فان الخارج يقل بقيمة هذا العدد ، واذا انقصناه عدداً من المرات ، فان الخارج يزيد بنسبة هذا المقدار ايضاً .

الخاصة الثالثة : اذا اريد توزيع ٣٢ ليرة على ٨ فقراء ينال الواحد منهم : ٣٢÷٨=٤ ليرات .

واذا ضاعفنا الـ ٣٢ ليرة فاصبحت ٦٤ وضاعفنا ايضاً عدد الـ ٨ فاصبح ١٦ ثم وزعنا الـ ٦٤ ليرة على ١٦ فقيراً ينال الواحد منهم ٦٤÷١٦=٤ . اي بقدر ما نال اولا ، واذا اخذنا نصف

الـ ٣٢ فاصبحت ١٦ ونصف الـ ٨ فاصبحت ٤ ثم وزعنا الـ ١٦ ليرة على ٤ فقراء ينال الواحد منهم ١٦÷٤=٤ اي بقدر ما ناله اولا . واليك بيان ذلك بالاعداد :

٣٢÷٨=٤ (وهو الاصل)

٦٤÷١٦=٤ (ضوعف كل من المقسوم والمقسوم عليه، فلم يتغير الخارج)

١٦÷٤=٤ (نقص كل من المقسوم والمقسوم عليه، نقصاً متساوياً فلم يتغير الخارج)

فيستنتج مما مرّ بنا أنه اذا زدنا او أنقصنا المقسوم والمقسوم عليه كليهما وبالتساوي فان قيمة الخارج لا تتغير .

الخاصة الرابعة : اذا قسمت اعداداً على مقسوم واحد، او قسمت مجموع تلك الاعداد على عين المقسوم عليه، فان مجموع الخوارج في الحالة الاولى يكون هو الخارج في الحالة الثانية ، واليك مثالا على ذلك :

٦÷٣=٢
٩÷٣=٣
١٢÷٣=٤
٢٧÷٣=٩

الخاصة الخامسة: اذا قسمت عددين على مقسوم عليه واحد ، وأخذت الفرق بين خارجيهما ، او قسمت الفرق بينهما على عين المقسوم عليه ، فان النتيجة تكون واحدة ، واليك مثالا على ذلك :

١٢÷٤=٣ الخارج الاول
٨÷٤=٢ الخارج الثاني
٣-٢=١ الفرق بين خارجيهما
١٢-٨=٤ الفرق بين العددين
٤-٤=١ خارج قسمة الفرق بينهما على عين المقسوم عليه هو الفرق بين خارجيهما

الخاصة السادسة: اذا ضربت عدة ارقام، وقسم حاصلها على عددها، او قسم احدها على العدد عينه وضرب الخارج ببقية الاعداد فالنتيجة تكون واحدة ايضاً . مثال ذلك :

٢×٣×٦=٣٦
٣٦÷٣=١٢
٣÷٣=١
١×٢×٦=١٢

مسائل مُتَنَوِّعَة ذات خمس درجات :

١) يشتغل عامل ٢٦ يوماً في الشهر، ويقبض ٦ ليرات يوم العمل، فاذا كان يدفع ١٢٠ ليرة في السنة ثمن ثياب، ويدفع ٤٠ ليرة شهرياً اجرة غرفة، ويصرف ما تَبقَّى من مدخوله على غذائه، فكم ليرة يبلغ ما يصرفه على غذائه ؟

٢) مستخدَم يُحصِّل اجرة يوميَّة قدرُها ٧،٥ ليرات، ويصرف في الاسبوع ٣٥ ليرة، فبعد كم من الوقت يقدر ان يُوفِّر مبلغ ١٥١٥ ليرة مع العلم انه يُعطِّل ٥٥ يوماً في السنة ؟

٣) مستخدَم يقبض يوم العمل ٤،٧٥ ليرات يصرف منها ٣٠٠ غرش يومياً، فكم يكون مقدار ما يُوَفِّرُه في سنة كاملة اذا كان يُعطِّل ٥٥ يوماً منها ؟

٤) اشترى تاجر زجاج ١٢٠٠ لوح من الزجاج، على معدَّل سعر اللَّوح الواحد ١،٥ ليرة، ثم صرف على نقلها ٢٤ ليرة، فاذا انكسر منها في اثناء النقل ٦٠ لوحاً، فكم غرشاً تكون كلفة اللوح الواحد ؟

الدرس التاسع عشر

في التقسيم غير المتساوي

إحدى الحصص تكون ضعف الأخرى

١) اقسم مبلغ ٨٤ ليرة بين شخصين ، على ان تكون حصة الاول بمقدار ٣ اضعاف حصة الثاني ؟

كيفية الحل: القسم الصغير : ___ او حصة الثاني

القسم الكبير : ___ | ___ او حصة الاول

كل المبلغ : ___ | ___ | ___ او الحصتان معاً

يستنتج من الرسم اعلاه ان المبلغ كله = ٨٤ ليرة وهو ٤ اضعاف القسم الصغير .

واذاً فالقسم الصغير هو ٨٤÷٤=٢١ ليرة ، وهو حصة الثاني .

والقسم الكبير هو ٢١×٣=٦٣ ليرة ، وهو حصة الاول .

واليك هذا الايضاح بالارقام لتحقق الصحة في العملية : ٢١+٦٣=٨٤ ليرة

٢) قدة من الورق طولها ٤٥ سم يراد تقسيمها الى ٣ اقسام ، على ان يكون القسم الثاني ضعف الاول ، والقسم الثالث بمقدار ٣ امثال الثاني .

كيفية الحل :

القسم الاول : ___

القسم الثاني : ___ | ___ (وهو ضعف الاول)

القسم الثالث : ___ | ___ | ___ | ___ | ___ (وهو بمقدار ٣ امثال الثاني و٦ امثال الاول)

كل القدة : ___ | ___ | ___ | ___ | ___ | ___ | ___ | ___ | ___ او الاقسام الثلاثة معاً .

واذا تأملت في الشكل اعلاه يتضح لك ان طول القدة الورقية هو ٤٥ سم، وذلك ٩ اضعاف القسم الاول .

وبناء عليه فيكون طول القسم الاول : ٤٥÷٩=٥ سم

والقسم الثاني : ٥ ×٢=١٠ سم

والقسم الثالث : ١٠×٣=٣٠ سم

واليك هذا الايضاح بالارقام لتحقق الصحة في العملية : ٥+١٠+٣٠=٤٥ سم .

أسئلة للحل :

١) مجموع ثمن قاموس و كتاب حساب ٩٠٠ غرش ، فاذا كان ثمن القاموس ضِعف ثمن كتاب الحساب ، فكم يكون ثمن كل منهما ؟

٢) يُقدَّرُ مصروف شخص بـ ٦ أمثال ما يصرفه شخص آخر ، فكم يكون قد صرف كل واحد منهما اذا كان مقدار ما صرفاه معاً ٣٥٠ ليرة ؟

٣) مجموع عُمْرَيْ أب وابنه ٦٠ سنة ، فاذا كان عمر الاب ٥ امثال عمر ابنه ، فكم سنة يكون عمر كل منهما ؟

٤) قطعة ارض مستطيلة الشكل طول محيطها ١٢٠م وطولها يُقدَّرُ بثلاثة امثال عرضها ، فكم يكون طولها ؟ و كم يكون عرضها ؟

٥) إقتسم ثلاثة اشخاص مبلغ ٣٥٠ ليرة ، فاذا اخذ الثاني ضِعفَيْ ما أخذ الاول ، واخذ الثالث ضِعفَي ما اخذ الثاني ، فكم تكون حصة كل منهم ؟

٦) إقسِم ٢٥٥ جوزة بين سليم وحبيب واديب ، على ان تكون حصة حبيب بمقدار اربعة اضعاف حصة اديب ، وحصة سليم بمقدار ثلاثة اضعاف حصة حبيب ؟

مسائل مُتَنَوِّعَة ذات خمس درجات :

١) اشترى تاجر ٥ أكياس من البُن، فاذا كان في كل منها ٨٠ ك غ على معدَّل سعر الكيلوغرام الواحد ٤،٥ ليرات ، وبعد مُدَّة وجد ان البُن جَفَّ فنقص من وزنه ٢٠ ك غ، فاذا باع الباقي منه على معدَّل سعر الكيلوغرام الواحد ٥ ليرات ، فكم يكون ربحه في ذلك ؟

٢) غُرِسَ على جانِبَيْ شارع اشجار ، تبعد الواحدة منها عن الاخرى ٢٥ متراً ، فاذا كان ثمن الواحدة منها ٣،٥ ليرات ، واجرة غَرسِها ليرة واحدة ، فكم شجرة يكون قد غُرس على جانبَيْ هذا الشارع ، اذا كان طوله ٢٥٠٠ متر ، وكم ليرة يكون قد أُنفِق عليه ؟ (يُغرس في طرف واحد من الشارع)

٣) عاملان اجرة كل منهما في اليوم ٦ ليرات ، فاذا تَسلَّمَا مبلغ ٢٧٦ ليرة اجرة عمل أتمَّاه معاً ، فكم يوماً يكون قد اشتغل كل منهما في هذا العمل ، مع العلم ان الاول يزيد ما قبضه ٣٦ ليرة عمَّا قبض الثاني ؟

٤) اذا اشترك شخصان في شراء كيس صابون وَزْنُه ٤٠ ك غ على معدَّل سعر الكيلوغرام ٢٥٠ غرشاً ، ثم اقتَسَماه ، فاخذ الاول ٨ كيلوغرامات اكثر مما اخذ الثاني ، فكم يَتَوَجَّب ان يدفع كل منهما ؟

٥) قطعتان من الارض مجموع مساحتَيهما ٣٤٨ آراً ، فاذا بيع من كل منهما قطعة مساحتها ٢٨ آراً ، فاصبحَتْ مساحة القطعة الاولى تُقدَّر بـ ٣ امثال الثانية ، فكم تكون المساحة الباقية من القطعتَيْن ؟

الدرس العشرون

قسمة الاعداد الصحيحة

تقطع باخرة ٢٠٨٠ كيلومتراً في ٣٢ ساعة ، فكم كيلومتراً تقطع في الساعة الواحدة ؟

كيفية الحل :

الخارج ٦٥

المقسوم ٢٠٨٠ / ٣٢ المقسوم عليه

١٩٢

٠١٦٠

١٦٠

٠٠٠

وينبغي ان تنظم العملية كما يلي : ٢٠٨٠÷٣٢=٦٥ كم ، وهو الجواب .

عند قسمة عدد على عدد آخر، نرقم المقسوم والى يمينه المقسوم عليه مفصولا عنه بخط كما ترى في المثال اعلاه ، ويرسم خط فوق المقسوم ، ثم يفصل عن يسار المقسوم عدد يسمى المقسوم الجزئي الاول، يحتوي المقسوم عليه (من مرة الى ٩ مرات) ، ثم يكتب رقم الخارج فوق آخر رقم من المقسوم الجزئي، ويضرب الخارج في المقسوم عليه ، ويطرح الحاصل من المقسوم الجزئي ، ثم ينزّل الى يمين الباقي الرقم الذي يتلو المقسوم وتتابع القسمة كما هو معلوم .

ميزان القسمة :

اذا اريد تحقق الصحة في عملية القسمة، يضرب الخارج في المقسوم عليه، ويضاف الباقي الى الحاصل (ان كان هناك باق) فاذا جاءت النتيجة مساوية للمقسوم ، كانت القسمة صحيحة، والا فهي خطأ. ويجب ان يراعى فيها هذا الترتيب : (المقسوم عليه × الخارج) + الباقي = المقسوم .

الخارج العشري :

اشترى رجل ٨ كيلوغرامات تفاح بـ ١٨ ليرة، فكم يكون قد دفع ثمن الكيلوغرام الواحد؟

كيفية الحل :

```
      ٢،٢٥
  ٨ / ١٨
      ١٦
      ٢٠
      ١٦
      ٤٠
      ٤٠
      ٠٠
```

بما انه يوجد في القسمة باق ، توضع فاصلة عن يمين الخارج ، وصفر عن يمين الباقي، وتتابع القسمة كما هو معلوم ، فيكون الخارج عدداً عشرياً وهو ٢،٢٥ .

وينبغي ان تنظم العملية كما يلي : ١٨÷٨=٢،٢٥ ليرتين ، وهو الجواب .

اما اذا كان المقسوم أصغر من المقسوم عليه، فاننا نضع صفراً عن يمين المقسوم ، ثم نضع صفراً مكان الصحيح في الخارج ، وعن يمينه فاصلة ، ونقسم كالمعتاد ، واليك بيان ذلك :

```
      ٠،٨
  ١٥ / ١٢٠
       ١٢٠
       ٠٠٠
```

١٢÷١٥ = ؟

التمرين الاول : عمليات يكون فيها المقسوم من ثلاثة اقسام

(كل ثلاثة منها تأتي من نوع واحد، على اساس تقدير خارجها، ما عدا العمليتين الاخيرتين منها فانهما تؤلفان نوعاً واحداً) .

(١)	(٢)	(٣)	(٤)
٢٨٢÷١٤١	٤٤٤÷١٤٨	٥٢٥÷١٧٥	٨٦٦÷١٧٣
٨٧٠÷٤٣٠	٨٩٨÷٢٩٦	٧٣٢÷١٢٣	٥١٩÷١٨٣
٣٢٥÷٢٤١	٦٢١÷٣١٤	٦٩٦÷١٧٤	

التمرين الثاني : عمليات يكون فيها المقسوم من اربعة ارقام .

(١) عمليات يكون خارجها من رقم واحد .

(وكل ثلاثة منها تأتي من نوع واحد ، على اساس تقدير خارجها ، ما عدا العملية الاخيرة فانها تشكل بحد ذاتها نوعاً واحداً .

(١)	(٢)	(٣)	(٤)
٦٣١÷١٢٦٢	٣٨٢÷١٥٢٨	٢٦٣÷١٨٤١	٢٧٩÷١٨٧٤
٨٦٣÷٢٧٩٩	٧٣٧÷٢١٣٢	٣٩٩÷٢٨١٧	
١٤٠÷٣٢٨٠	٩٨٣÷١٩٢٧	٢٧٦÷١٩٧٩	

(٢) عمليات يكون فيها الخارج من رقمين .

(وكل اثنتين منها تأتيان من نوع واحد، على اساس تقدير خارجها، ما عدا العملية الاخيرة فانها تشكل بحد ذاتها نوعاً واحداً .)

(١)	(٢)	(٣)	(٤)
٢١٧÷٢٧٦٧	٣٤٢÷٩٨٦٦	١٢٤÷٩١٧٦	١٥٤÷٨٦٦٤
٤٣٧÷٩٤٧٧	٢٢٨÷٨٠٢٨	٢٩٧÷٧١٢٨	

التمرين الثالث : عمليات يكون فيها المقسوم من خمسة ارقام .

(١) عمليات يكون فيها الخارج من رقمين .

عمليات تتضمن في منازل آحاد خارجها اصفاراً .

٧١٦÷١٤٣٢٧ ٦١٤÷١٢٢٨٩ ٣٥٤÷٢١٢٦٧

(١) عمليات يكون فيها الخارج من ثلاثة ارقام .

عمليات تتضمن في منازل آحاد خارجها اصفاراً .

٢٣١÷٥٣١٣٨ ٣٤٧÷٥٢٠٥٧

عمليات تتضمن في منازل عشرات خارجها أصفاراً .

٢٤١÷٤٩٦٤٦ ٢٢٥÷٢٤٠٧٥

التمرين الرابع : عمليات يكون فيها المقسوم من ستة أرقام .

(١) عمليات يكون فيها الخارج من ثلاثة أرقام ، وتتخللها اصفار في منازل مختلفة .

(١)	(٢)	(٣)
٦٢٨÷٣٣٣١٣٥	٦٣٤÷٥٠٩٤٢٧	٨٦٣÷٢٥٩٣٤٢
٧٤٨÷٢٧٧١٤١	٨٢٩÷٢٥٥١٧٦	٧١٥÷٥٠٠٩٢٨

(٢) عمليات يكون فيها الخارج من أربعة أرقام ، وتتخللها أصفار في منازل مختلفة .

(١)	(٢)	(٣)
٦٣٧÷٨٧٩١٨٧	٢٣٤÷٧٥٠٧١٩	٢٣٤÷٧١٩٧٨٢
٢٨٦÷٣٨٣٤١٣	٥٣٤÷٦٤٤٦٧٥	٢٥٧÷٥٢٩٩٣٤

(٤)	(٥)	(٦)
٢٣٤÷٧٤٨٩٢٤	٤٣٨÷٩٠٦٦٦٥	٢٣٤÷٧٠٢١٩٧
٥١٨÷٥٦٩٨٣٧	٥١٦÷٥٥٧٣٨٩	٥١٧÷٥١٧٣٨١

مسائل مُتنوِّعة ذات خمس درجات :

١) كم ليرة ثمن الخشب لِسُلَّم مُسنَدَة الى جدار بيت ، أُنفِق على صُنْع درجاتها ٨ ليرات ، اذا كان سعر المتر الطُولي من هذا الخشب قَدَرُه ١،٢٥ ليرة ، مع العلم ان للسلّم ٨ دَرَجات تبعد الواحدة منها عن الاخرى ٠،٣٠م ؟
(لا يوجد درجة في بداية السلّم ولا في نهايتها)

٢) اشترى سمّان ٦٣ رطل بطاطا ، وبعد مُدَّة اضطُرَّ ان يرمي ربعَها بسبب الاهتراء الذي اصابها ، ثم باع ما تَبقّى منها على معدّل سعر الرطل الواحد ٨٥ غرشاً ، فخسر بذلك ٦٩١٠ غروش ، فكم غرشاً يكون قد دفع ثمن الرطل الواحد ؟

الدرس الحادي والعشرون

المعدّل الوسطيّ

اذا قطعت طائرة ٣٥٠كم في الساعة الاولى ، و٢٧٥ كم في الساعة الثانية ، و٣٢٥ كم في الساعة الثالثة ، و٣٩٠ كم في الساعة الرابعة ، فكم يكون معدل سرعة هذه الطائرة في الساعة ؟

ان معدل سرعة هذه الطائرة في الساعة ، يعرف بان نحل العملية هكذا :

٣٥٠+٢٧٥+٣٢٥+٣٩٠=١٣٤٠ كم وهي المسافة التي قطعتها الطائرة في الساعات الاربع . فيكون معدل ما قطعته في الساعة : ١٣٤٠÷٤=٣٣٥ كم ، وهو الجواب .

أسئلة للحل :

١) حَصّل نديم ٦٥ علامة في درس الجغرافيا، و٧٠ في التاريخ، و٧٥ في الحساب، و٨٠ في اللغة الانكليزية، و٩٠ في اللغة العربية، فكم يكون معدّل علاماته هذه؟ (العلامة الكاملة هي ١٠٠)

٢) باع غنّام ١٢ خروفاً، ٣ منها بـ ١٩٥ ليرة، و٥ على معدّل سعر الخروف الواحد ٧٥ ليرة، والباقي بـ ٣٣٠ ليرة ، فكم ليرة يكون معدّل ثمن الخروف الواحد؟

٣) باع تاجر ٢٠ تنكة زيت منها ٨ تنكات على معدّل سعر التنكة الواحدة ٦٥ ليرة، و١٢ تنكة، على معدّل سعر التنكة الواحدة ٥٥ ليرة، فكم يكون معدّل ثمن التنكة الواحدة في هذا البيع؟

٤) خلط بقّال ٣ أواق من الشاي بلغ ثمنها ٧٥٠ غرشاً، مع أوقيتين من النوع المحدد سعر الأوقية منه بـ ٢٠٠ غرش، فكم يكون معدّل ثمن الأوقية من المخلوط ؟

٥) سافر سائق درّاجة بخارية مدّة أربع ساعات، فقطع في الساعة الاولى منها ٤٥كم، وفي الساعة الثانية ٣٠كم، وفي الساعة الثالثة ٦٠كم، فكم يكون معدّل سرعته في الساعة؟ و كم كيلومتراً يجب ان يقطع في الساعة الرابعة، اذا كان معدّل ما قطعه في ٤ ساعات ٥٠ كم ؟

٦) وجدَ رجل أن معدّل مصروفه في الاشهر الثلاثة الاولى من السنة كان ١٦٠ ليرة، كما وجد أنه قد صرف في الاشهر الاربعة الاولى ٦٤٥ ليرة، فكم يكون مقدار ما صرفه في الشهر الرابع ؟

٧) وفّر موظّف من مرتّبه في أول شهر ٩٥ ليرة، وفي ثاني شهر ٨٢ ليرة، وفي ثالث شهر ٦٢ ليرة، فكم يكون مقدار ما وفّره في الشهر الرابع اذا كان متوسّط ما وفّره في الاشهر الاربعة هو ٨٥،٢٥ ليرة ؟

٨) كان متوسّط اعمار أربعة رجال ٣٨ سنة، فكم يكون عمر الرجل الرابع اذا كان متوسّط اعمار الثلاثة ٣٤ سنة ؟

٩) إتفق تلاميذ ستة صفوف في المدرسة الابتدائية على القيام برحلة، على ان يتقاسموا نفقاتها بنسبة عدد تلاميذ كل صف، ولما حسبوا حسابهم، وجدوا ان متوسط تلاميذ الصفوف الستة كان ٣١ تلميذاً، فكم يكون عدد تلاميذ الصف السادس اذا كان عدد تلاميذ الصفوف الخمسة كما يلي: ٣٨ و٣٦ و٣٤ و٢٦ و٣٠ ؟

الدرس الثاني والعشرون

قسمة الاعداد العشرية

المقسوم عدد عشري والمقسوم عليه عدد صحيح :

رجل دفع ٣٣،٧٥ ليرة ثمن ٥ كيلوغرامات سمن، فكم يكون قد دفع ثمن الكيلوغرام الواحد؟

كيفية الحل :

٦،٧٥
٥ / ٣٣،٧٥
٣٠
٣٧
٣٥
٢٥
٢٥
٠٠

ويفضل أخيراً ان توضع هذه العملية حسب هذا الترتيب :

٣٣،٧٥÷٥=٦،٧٥ ليرات ثمن الكيلوغرام وهو الجواب .

وترى مما سبق انه عندما يراد قسمة عدد عشري على عدد صحيح ، يقسم اولا العدد الصحيح وترفع الفاصلة الى الخارج عند الوصول اليها ، ثم ينزل اول رقم عشري وتتابع القسمة كما في الاعداد الصحيحة .

المقسوم عدد صحيح والمقسوم عليه عدد عشري :

سار رجل ٥٢ كم في ٦،٥ ساعات ، فكم كيلومتراً يكون قد قطع في الساعة ؟

كيفية الحل : ٥٢ / ٦،٥ تصبح ٦٥ / ٥٢٠ = ٨

٥٢٠
٠٠٠

ويفضل اخيراً ان توضع العملية حسب هذا الترتيب :

٥٢÷٦،٥=٨ كم يقطع في الساعة ، وهو الجواب .

عندما يراد قسمة عدد صحيح على عدد عشري، تحذف الفاصلة من المقسوم عليه، وتوضع اصفار الى يمين المقسوم تساوي بعددها عدد الارقام العشرية التي كانت في المقسوم عليه ، واذا بقي باق تتابع القسمة كما مر بك سابقاً .

المقسومان عددان عشريان :

دفع صاحب مطعم ٢٦،٢٥ ليرة ثمن لحم ، فاذا دفع ثمن الكيلوغرام ٣،٧٥ ليرات ، فكم كيلوغراماً يكون قد اشترى ؟

كيفية الحل : ٢٦،٢٥ / ٣،٧٥ تصبح ٢٦٢٥ / ٣٧٥

٧
٢٦٢٥
٠٠٠٠

ويفضل اخيراً ان توضع العملية حسب هذا الترتيب :
٢٦،٢٥÷٣،٧٥=٧ كغ ، وهو الجواب .

واذا كانت الارقام العشرية في المقسوم اقل من الارقام العشرية التي في المقسوم عليه ، تزاد أصفار الى يمين المقسوم ، بقدر ما تكون ارقامه العشرية أنقص من الارقام الموجودة في المقسوم عليه . مثال ذلك :

٢٧،٥ / ٣،٢٥ وتصبح ٢٧٥٠ / ٣٢٥ ثم تقسم هكذا : ٢٧٥٠ / ٣٢٥

٨،٤٦١
٢٦٠٠
١٥٠٠
١٣٠٠
٢٠٠٠
١٩٥٠
٠٠٥٠٠

قسمة الكسور العشرية :

٦٤÷٥١٢،٨٣	٠،٠٠٣١÷١٩٥٣	٣،٤٧÷٣،٤٥	٣٩÷٧٦،٤١٩
٣١،٤٣÷٦٠	٠،٧٨٥÷٠،٣٢٥	٧٨÷٢،٤٠٩٣	٣٤،٧٦÷١٠٠٠
٣،٢٠٧÷٦،٥١٠٢١	٢٥÷٠،٠٠٧٢	٠،٠١٧÷١٥٤٥٤	٦٤،٧÷٦،٧٢٨٨

مسائل مُتَنَوِّعَة ذات خمس درجات :

١) اشترى تاجر ١٥ دزينة من الاقداح، على معدَّل سعر الدزينة الواحدة ٢٠ ليرة، وفي اثناء نَقْلِها كُسِر منها ١٠ أقداح ، فبكم يجب ان يبيع القَدَح مما بقي لِيَحْصل على رِبْح مقداره ٤٠ ليرة ؟

٢) عند تاجر ٣٥٠ بِذْلة من الجوخ ، فاذا باع منها ١٠٠ بِذْلة بمبلغ ٩٠٥٠ ليرة ، ثم باع الباقي بالمُفَرَّق على معدَّل سعر البِذْلة الواحدة ٩٢ ليرة ، فكان ربحه في كل بِذْلة ٧ ليرات ، فبكم ليرة يكون قد اشترى مجموع هذه البِذْلات ؟

٣) اشترى تاجر ٦٢ دزينة من الصحون، على معدَّل سعر الصحن ١،٢٠ ليرة ، فاذا كُسِر منها في أثناء نَقْلِها ٢ دزينتان ، ثم بِيْع الباقي على معدل سعر الدزينة ١١،٥ ليرة ، فهل ربح أم خسر ؟ و كم كان ذلك ؟

٤) اشترى تاجر ٥ أكياس سُكَّر، في كل منها ١٠٠ ك غ ، على معدَّل سعر الكيلوغرام الواحد ٩٥ غرشاً ، فوجد في كل كيس منها ٥ ك غ سكر غير صالح للاستعمال ، فكم غرشاً تكون كلفة الكيلوغرام الواحد من السُكَّر الجَيِّد ؟

٥) قُسِم مبلغ من المال على شخصَيْن ، فاصاب الاول منه اربعة امثال ما اصابه الثاني ، ثم عاد الاول فاخذ ٣٠ ليرة ايضاً ، فكم يكون مقدار حصة الاول اذا كان المبلغ ٤٣٠ ليرة ؟

الدرس الثالث والعشرون

التقسيم الى عدة أقسام غير متساوية

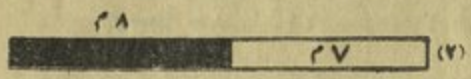
١) ثوب حرير طوله ٤١ م ، يُراد تقسيمه الى ثلاث قطع تزيد الاولى منها عن الثانية بمقدار ٣ امتار ، وتزيد الثانية عن الثالثة بـ ٧ امتار ، فكم يكون طول كل قطعة منها ؟

كيفية الحل :

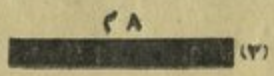
ليكن رسم القطع الثلاث كما يلي :

القطعة الاولى :

القطعة الثانية :



القطعة الثالثة :



فيتضح مما تقدم ان طول القطع الثلاث هو أكثر طولا من القطعة الثالثة بثلاث مرات مضافا اليها ٧+٧+٣=١٧ متراً .

واذاً فثلاث مرات من طول القطعة الثالثة : ٤١-١٧=٢٤ متراً

وطول القطعة الثالثة : ٢٤÷٣ =٨ امتار

وطول القطعة الثانية : ٨+٧=١٥ متراً

وطول القطعة الاولى : ١٥+٣=١٨ متراً

واليك هذا الايضاح بالارقام لتحقق الصحة في العمل :

٨+١٥+١٨=٤١ متراً

٢) كيف تقسم الـ ٣٥٠ غرشاً بين حبيب ووديع ونسيب ، على ان تزيد حصة وديع عن حصة حبيب بـ ٢٥ غرشاً وتنقص عن حصة نسيب بـ ١٢ غرشاً ؟

كيفية الحل :

حصة حبيب		٣٥٠
حصة وديع	٢٥	
حصة نسيب	١٢ ٢٥	

لنفترض ان وديعاً استدان ١٢ غرشاً فوق حصته فاصبحت غروشه — والحالة هذه — بقدر حصة نسيب ، ولنفترض ان حبيباً استدان أيضاً فوق حصته ٢٥ غرشاً ثم ١٢ غرشاً فاصبحت اذ ذاك غروشه بقدر حصة نسيب أيضاً واصبح ما مع الثلاثة : ٣٥٠+٢٤+٢٥=٣٩٩ غرشاً .

وبناء عليه فتكون حصة نسيب : ٣٩٩÷٣=١٣٣ غرشاً

وحصة وديع : ١٣٣—١٢=١٢١ غرشاً

وحصة حبيب: ١٢١—٢٥=٩٦ غرشاً

واليك هذا الايضاح بالارقام لتحقق الصحة في العملية :

٩٦+١٢١+١٣٣=٣٥٠ غرشاً

اسئلة الحل :

١) إقسم ٢٤٦ ليرة بين ٣ عمال ، بحيث يأخذ الاول منهم ٢١ ليرة زيادة عن كل من الثاني والثالث ؟

٢) ثلاثة أكياس تحتوي على ١٢٥ كغ صابون ، فاذا كان في الاول اكثر مما في الثاني بـ ٥ كغ ، وفي الثاني اكثر مما في الثالث بـ ١٥ كغ ، فكم تكون سعة كل من هذه الاكياس ؟

٣) اشترك اربعة تجار في شراء بضاعة بلغ ثمنها ٢٢٥٠ ليرة ، فدفع الاول منهم ١٠٠ ليرة اكثر مما دفع الثاني ، والثاني ١٥٠ ليرة اكثر مما دفع الثالث ، والثالث ٢٥٠ ليرة اكثر مما دفع الرابع ، فكم يكون قد دفع كل واحد من التجار الاربعة ؟

٤) وُزِّعَت ثروة بين ٣ عمال ، فكانت حصة كل من العاملين الأوَّلين تزيد على حصة العامل الثالث بـ ٤٥٠ ليرة ، فكم تكون حصة كل منهم اذا كانت هذه الثروة تبلغ ٣٣٠٠ ليرة ؟

٥) اذا كان مجموع ما وَفَّره ثلاثة اخوة يبلغ ٧٧٢ ليرة ، على ان هناك تفاوتاً بين توفير كل منهم ، فقد زادت القيمة التي وَفَّرَها الاكبر ٣٠ ليرة على ما وَفَّره الاوسط ، و١٧٣ ليرة على ما وَفَّرَهُ الاصغر ، فكم يكون - والحالة هذه - مقدار ما وَفَّرَه كل منهم ؟

مسائل مُتَنَوِّعَة ذات خمس درجات :

١) خادم يأكل وينام عند عائلة ، ويأخذ كل ٤ اشهر ١٢٠ ليرة ، فاذا سُئِل ان ينتقل الى احد المعامل باجرة يومية قَدَرُها ٣ ليرات حيث يشتغل ٣٢٥ يوماً في السنة ، على ان يصرف سنوياً ٥٠٠ ليرة اجرة سكنه وطعامه ، فاي المَحلَّين أوفَق له ولماذا ؟

٢) اشترى خياط ٢٥ متراً من الجوخ على معدَّل سعر المتر الواحد ٢٠ ليرة ، و١٨ متراً من البِطَانة على معدَّل سعر المتر الواحد ٣ ليرات ، ثم فَصَّلها ٨ بِذْلات فصرف على البِذْلَة الواحدة ٨،٥ ليرات ، فبكم يجب ان يبيع البِذْلَة ليَحصل على ربح مقداره ٦٦ ليرة ؟

الدرس الرابع والعشرون

١ ـ مسائل نموذجية

أسئلة للحل تختلف عما سبقها بكونها تتضمن اكثر من نوع واحد من الكميات

أخي الطالب ، هذه انواع من العمليات الحسابية لا تتبع في حلها الطريقة التي ألفتها من قبل ، ولهذا فانني اقدم لك نماذج عن حلها تستطيع ان تتخذها دليلاً يهديك الى معرفة حل كل المسائل التي تأتي من نوعها ، ويمكنك كل مرة يتعذر عليك فهم معالجة مسألة منها ان ترجع الى النموذج الذي اوردته لك محلولا ، تذليلا لصعوبات قد تجابهك في حل امثاله ، واليك فيما يلي القسم الاول من هذه المسائل :

١) مبلغ من المال مؤلف من قطع فئة الـ ٥ غروش، ومن قطع فئة الـ ١٠ غروش ، فكم يكون عدد قطع كل نوع اذا كان هـــذا المبلغ يساوي ٦٠٠ غرش ، واذا كان عدد قطع كل من الفئتين متساوياً ؟

كيفية الحل : قيمة القطعتين : ٥+١٠=١٥ غرشاً

وبما ان عدد القطع من الفئتين متساو ، فمقدار تكرار الـ ١٥ غرشاً في الـ ٦٠٠ يكون عدد القطع من كل نوع .

فيكون الجواب اذاً : ٦٠٠÷١٥=٤٠ قطعة من كل من الفئتين .

أي ٤٠ قطعة من فئة الـ ٥ غروش و ٤٠ قطعة من فئة الـ ١٠ غروش.

٢) اشترى خياط قطعتين متساويتين في الطول، احداهما من الجوخ ، والاخرى من الحرير ، فكم متراً هو طول القطعة الواحدة اذا كان ثمن متر الجوخ ١٢ ليرة ، وثمن متر الحرير ٨ ليرات ، وثمن قطعة الجوخ أكثر من ثمن قطعة الحرير بـ ١٢٨ ليرة ؟

كيفية الحل : الفرق في الثمن بين متر الجوخ ومتر الحرير : ١٢—٨=٤ ليرات.

وبقدر ما يتكرر هذا الفرق في الـ ١٢٨ — وهي الفرق بين ثمن أمتار الجوخ وأمتار الحرير — يكون عدد كل من أمتار الجوخ وامتار الحرير .

فيكون الجواب اذاً : ١٢٨÷٤=٣٢ متراً من كل جنس . أي ٣٢ م جوخ و٣٢ م حرير .

وعلى نَسَق حَلِّ هذَيْن النموذَجَيْن حِلَّ الاسئلة الآتية :

١) اشترى تلميذ دفاتر من نوعَيْن متساوِيَيْن في العدد ، فاذا كان ثمن الدفتر من النوع الاول ١٥ غرشاً ، ومن النوع الثاني ٢٥ غرشاً ، ودفع ثمن النوعَيْن ٤٨٠ غرشاً ، فكم دفتراً يكون قد اشترى من كل صِنف ؟

٢) اشترى رجل عدداً من الدَّجاج والحمام ، على معدَّل سعر الدَّجاجة الواحدة ٤،٥ ليرات ، وسعر الحمامة ١،٥ ليرة ، فكم يكون عدد كل جنس ، اذا كان ثمن الدَّجاجات يزيد عن ثمن الحمامات بـ ٥٤ ليرة ؟

٣) اشترى شخص قطعتَيْن من الارض متساويَتَيْن في المساحة ، ولكن ثمن المتر المربَّع من الاولى ١٨ ليرة ، وثمن المتر المربَّع من الثانية ١٢ ليرة ، والفرق بين الثَّمَنَيْن ٢٧٠٠ ليرة ، فكم يكون ثمن كل قطعة ؟

٤) يقبض احد أَخَوَيْن أُجرة يوميَّة قَدَرُها ٥،٥ ليرات ، ويقبض الاخ الآخَر ٤،٥ ليرات ، فكم يوماً يجب عليهما ان يشتغلا لِيَفِيَا دَيْنًا قَدَرُه ٤٥ ليرة ، مع العلم أن مصروفهما اليوميّ ٧ ليرات ؟

٥) اشترت مدرسة عدداً من الطاولات ، وعدداً من الكراسي مساوياً لعدد الطاولات ، فاذا كان سعر الطاولة الواحدة ٣٥،٥ ليرة ، وسعر الكرسي ١٠،٥ ليرات ، وزاد ثمن الطاولات ٣٠٠ ليرة عن ثمن الكراسي ، فكم طاولة وكم كرسياً تكون قد اشترَتْ هذه المدرسة ؟ وكم ليرة تكون قد دَفعَتْ ثمن كل نوع ؟

الدرس الخامس والعشرون

مقاييس السعة

ان الليتر هو الوحدة الاساسية لقياس السعة ، ويستعمل ايضاً لكيل السوائل وغيرها كالحليب والزيت والماء والحبوب .

والليتر هو حجم مكعب طول ضلعه ١ دسم ، وسعة هذا المكعب كيلوغرام من الماء المقطر بدرجة ٤ من الحرارة فوق الصفر بميزان السنتغراد . وتختصر كلمة الليتر بالحرف (ل) .

ولليتر أضعاف هي هذه :

دكاليتر (دل) ويساوي ١٠ ل
هكتوليتر (هل) ويساوي ١٠٠ ل
كيلوليتر (كل) ويساوي ١٠٠٠ ل

وله ايضاً اجزاء هي : —

دسيليتر (دسل) ويساوي عشر الليتر ، ويكتب هكذا : ٠،١ ل
سنتيليتر (سل) ويساوي جزءاً من مائة من الليتر ويكتب هكذا : ٠،٠١ ل
ميليليتر (م ل) ويساوي جزءاً من الف من الليتر ويكتب هكذا : ٠،٠٠١ ل

وهذه المقاييس كما رأيت آنفاً تكتب وتقرأ وتحول كالاعداد الدالة على قياسات الطول بالمتر.

وعندما يكون الليتر وحدة تكون أجزاؤه عن يمين الفاصلة ، ومضاعفاته عن يسارها ، وبناء عليه فالعدد ٥٦٣٤،٢٨٧ ليتراً يكتب كما يأتي :

اجزاء الوحدة			الوحدة	اضعاف الوحدة		
م ل	سل	دسل	ل	دل	هل	ك ل
٧	٨	٢	٤،	٣	٦	٥

ويقرأ : خمسة آلاف وستمائة واربعة وثلاثون ليتراً، ومئتان وسبعة وثمانون من الف من الليتر.

ويمكن كتابة هذه المقاييس بجدول آخر يبتدأ به من الاصغر الى الاكبر .

١٠ م ل = ١ سل
١٠ سل = ١ دسل
١٠ دسل = ١ ل
١٠ ل = ١ دل
١٠ دل = ١ هل
١٠ هل = ١ ك ل

أسئلة للحل :

١) برميل يحتوي على ١٣٨ ليتراً من الخلّ ، فاذا افرغنا ما يحتويه في زجاجات تَسَع الواحدة منها ٠،٧٥ ل ، فكم يكون عدد الزُّجاجات اللازمة لذلك ؟

٢) اشترى تاجر ٨٥ ليتر زيت على معدّل سعر الليتر الواحد ليرتان ، واشترى سمناً بـ ٢٣٦ ليرة ، ثم باع الجميع بمبلغ ٥٠٠ ليرة ، فكم يكون قد ربح ؟

٣) اشترى رجل برميلَيْن من الخلّ يَسَع الاول منهما ٢٥٠ ليتراً ، واما الثاني فليس مقدار ما يسعه معلوماً ، فاذا مُلِئَا خلًّا على معدّل سعر الليتر ٤٥ غرشاً ، ثم بيع ما تَضَمَّنَاه من الخلّ على معدّل سعر الليتر ٦٠ غرشاً ، فكم تكون سَعة البرميل الثاني اذا بلغ الربح في بَيع البرميلَيْن ٧٦٥٠ غرشاً ؟

٤) يشتغل وديع وحبيب معاً عدداً من الايام في الشهر ، فاذا قبض وديع ٢٠٨ ليرات ، وحبيب ١٥٦ ليرة ، فكم تكون الاجرة اليوميَّة لكل منهما اذا كانت اجرة وديع اكثر من اجرة حبيب بليرتين ؟

مسائل مُتَنَوِّعة ذات خمس درجات :

١) تاجران اشتريا معاً ٢٥٠٠ك غ من الطحين بـ ٨٧٥٠٠ غرش ، فاذا دفع الاول اكثر مما دفع الثاني بـ ١٧٥٠٠ غرش، فكم كيلوغراماً من الطحين تكون حصته ؟

٢) اشترى رجل خزانة وطاولة و٦ كراسي، ودفع ثمنها كلها ١٠٩٠ ليرة ، فاذا كان ثمن الخزانة يساوي ٣ اضعاف ثمن الطاولة ، واذا كان ثمن الكرسي ١٥ ليرة ، فكم يكون ثمن كل من الخزانة والطاولة ؟

٣) اشترى تاجر ٢٥٠م حرير ، فباع اولا ٥٠م على معدَّل سعر المتر الواحد ٧ ليرات ، ثم باع الباقي بـ ١٦٥ ليرة ، فاذا كان معدَّل رِبْحِهِ في المتر الواحد ليرتين ، فكم يكون ما دفعه ثمن متر الحرير ؟

٤) شَقَّ فلَّاح وهو يَحرُث بستانه الذي يبلغ طوله ٢هم ، وعرضه ٤دم ، ٣٠٠ ثَلْم بِمُوَازَاة الطول ، و٢٠ ثَلْمًا بِمُوَازَاة العرض ، فكم يكون طول المسافة التي قد مشاها وهو يَحرُث البستان ؟

٥) كم يكون ثمن كل ليتر من مَزِيج فيه ٤٠ ليتر زيت ، دُفِع ثمن الليتر منه ليرتان ، و٦٠ ليتراً من نوع آخر ، دُفِع ثمن الليتر منه ١،٧٥ ليرة ؟

الدرس السادس والعشرون

٢ - مسائل نموذجية

١) ثمن ٢٠ كغ من الصابون و٣٠ كغ من الارز ٦٥٠٠ غرش ، فكم يكون ثمن الكيلوغرام من كل نوع ، اذا كان ثمن كيلوغرام الصابون يساوي ثمن ٥ كغ من الارز ؟

كيفية الحل :

ثمن الكيلوغرام من الصابون يساوي : ثمن ٥ كغ من الارز
وثمن ٢٠ كيلوغراماً من الصابون يساوي : ٥×٢٠ أو ثمن ١٠٠ كغ من الارز
وبما ان المبلغ ٦٥٠٠ غرش هو ثمن : ٢٠ كغ صابون +٣٠ كغ أرز
يكون هو ذاته أيضاً ثمن : ١٠٠ كغ ارز (ثمن صابون) + ٣٠ كغ أرز
اي ١٣٠ كغ أرز .
واذاً فيكون ثمن كيلوغرام الارز : ٦٥٠٠÷١٣٠=٥٠ غرشاً
وثمن كيلوغرام الصابون : ٥٠×٥=٢٥٠ غرشاً

٢) قطعتان من الشريط ، طول الاولى منهما ٤ أضعاف طول الثانية ، فكم يكون طول كل من القطعتين اذا كان الفرق بينهما ٣٦ م.

كيفية الحل :

طول القطعة الاولى : ١ | ٢ | ٣ | ٤
طول القطعة الثانية : ١ | الفرق بينهما

طول القطعة الاولى - طول القطعة الثانية = ٣٦م. (وهي الفرق بينهما بالامتار)
و ٤ أضعاف الاولى - ١ ضعف الثانية = ٣ أضعاف (وهي الفرق بينهما بالاضعاف)
وبما ان هذين الفرقين متساويان يقال :
٣ اضعاف = ٣٦ م
١ ضعف = ٣٦÷٣=١٢م وهي طول القطعة الثانية .
و ٤ أضعاف = ١٢×٤=٤٨م وهي طول القطعة الاولى .

وعلى نَسَق حلِّ النُّمُوذَجَيْن السابِقَيْن حِلَّ المسائل الآتية :

أسئلة للحل :

١) اشترى مُنَجِّد ١٥ كغ صوف و ١٠ كغ قطن، ودفع ثمن الكميَّتَيْن ٢٠٠ ليرة، فكم يكون قد دفع ثمن الكيلوغرام الواحد من كل نوع، اذا كان ثمن الكيلوغرام من الصوف ، يساوي ثمن كيلوغرامَيْن من القطن ؟

٢) قُسِم مبلغ من المال على شَخْصَيْن ، فاخذ الاول ٣ اضعاف ما اخذه الثاني ، فكم تكون حصة كل واحد منهما ، اذا كان الفرق بين حصَّتَيْهما ٥٠٠ ليرة ؟

٣) اشترى ساعاتي ٨ ساعات ذهبية ، و ١٢ فضية ، بمبلغ ١٨٠٠ ليرة ، فاذا كان ثمن الساعة الذهبية يساوي ثمن ٣ ساعات فضية ، فكم يكون ثمن الساعة من كل نوع ؟

٤) ثمن ٢٠ كغ سُكَّر و ١٥ كغ قهوة ٩٥ ليرة ، فكم يكون ثمن الكيلوغرام من كل نوع ، مع العلم ان ثمن كيلوغرام القهوة يساوي ٥ اضعاف ثمن كيلوغرام السكر ؟

٥) اشترى رجل بيتاً وجنينة ، وكان ثمن البيت ٤ اضعاف ثمن الجنينة ، فكم يكون ثمن كل من البيت والجنينة ، اذا كان الفرق بين ثمنَيْهما ٢٢٥٠ ليرة ؟

٦) أراد طالب ان يزيد مجموعة طوابع بَرِيدِيَّة له ، فاشترى ١٥٠ طابعًا جديداً ، فأصبحتْ مجموعته الجديدة ، أربعة أضعاف المجموعة القديمة ، فكم يكون عدد طوابع مجموعته القديمة ؟ وكم يُصبح عدد مجموعته الحاضرة ؟

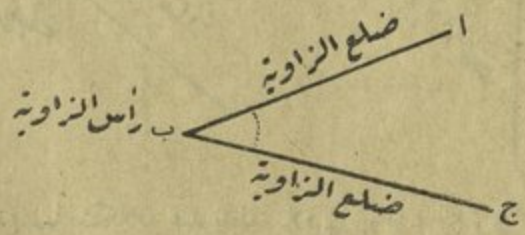
الدرس السابع والعشرون

الزوايا

أوضاع الخطوط المستقيمة من حيث نسبة بعضها الى بعض

رسم الزاوية :

اذا رسمت خطين مستقيمين مبتدئاً بهما من نقطة واحدة ، او اذا فتحت بيكاراً او مقصاً فانك بذلك ترى امامك شكلا هندسياً يسمى « زاوية » . فساقا البيكار اذاً وجزءا المقص ، والخطان المستقيمان ، كلها تمثل « ضلع الزاوية » ، والنقطة التي يلتقيان فيها تسمى « رأس الزاوية » ، وهذا واضح في الرسم الذي في اعلى الصفحة والرسم الذي يتوسطها.

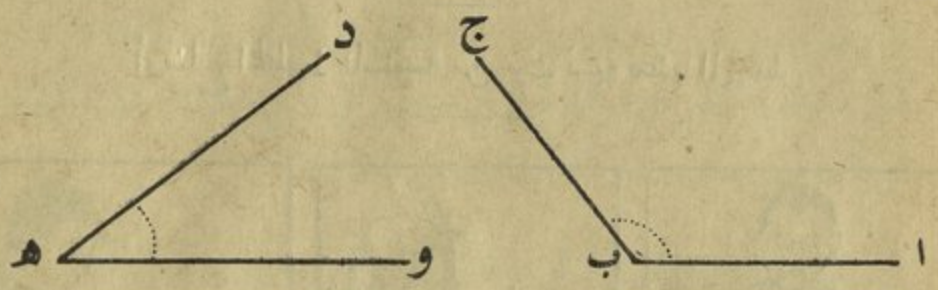


تسمية الزاوية وقراءتها :

تسمى الزاوية باسم الاحرف الثلاثة المكتوبة على اطرافها بشرط ان يكتب حرف الرأس في الوسط ، فالزاوية أعلاه اذاً تسمى الزاوية « ابج » او « ب »

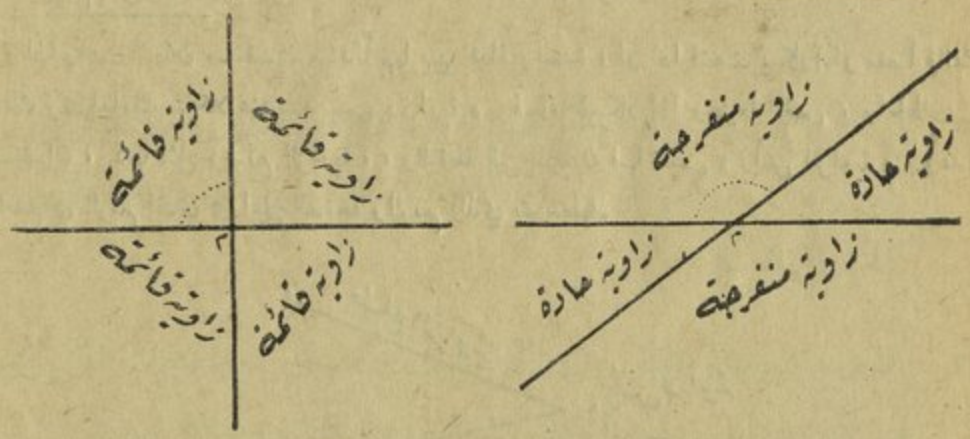
مقدار انفراج الزاوية :

ان الزاوية لا تتأثر بطول ضلعيها او قصرهما ، بل تكبر كلما تباعد ضلعاها ، وتصغر كلما اقتربا ، مثال ذلك :



وبناء عليه ، ترى ان الزاوية ابج هي اكبر من الزاوية دهو ، مع ان ضلعي الاولى هما اصغر من ضلعي الثانية .

انواع الزاوية :



اذا تلاقى مستقيمان فانهما يشكلان عند نقطة تلاقيهما زوايا ، كما ترى في الرسمين اعلاه ، فاذا كانا مائلين كما يظهر في الشكل الاول ينجم عن ذلك زوايا حادة ومنفرجة .

واذا كانا متعامدين كما يظهر في الشكل الثاني ، يحصل من تلاقيهما ٤ زوايا قائمة ، وكل الزوايا القائمة تكون متساوية .

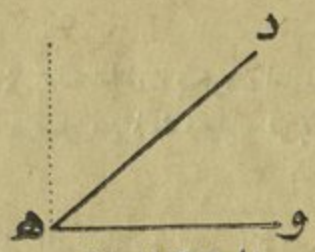
(١) الزوايا القائمة :

الزاوية القائمة

ان الزاوية القائمة هي تلك التي تتم من اتصال خطين مستقيمين متعامدين . ففي الرسم اعلاه ، مثلا ، تتألف الزاوية القائمة « ب » من اتصال الخط المستقيم « اب » بالخط المستقيم « جب » وزوايا المربع والمستطيل كلها قائمة لانها تتم من التقاء خطوط مستقيمة ومتعامدة .

وتساوي الزاوية القائمة : ٩٠ قسماً متساوياً يسمى كل قسم منها « درجة »

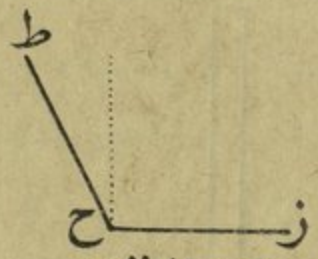
(٢) الزاوية الحادة:



الزاوية الحادة

ان الزاوية الحادة هي أصغر من الزاوية القائمة كالزاوية « هـ » مثلا في الشكل الثاني .

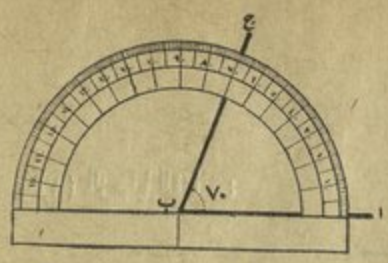
(٣) الزاوية المنفرجة :



الزاوية المنفرجة

ان الزاوية المنفرجة هي اكبر الزوايا القائمة كالزاوية : « ح » مثلا الظاهرة في الشكل الثالث.

قياس الزوايا :



ان الزاوية تقاس بالدرجات بواسطة آلة خاصة تسمى « المنقلة » وهي مصنوعة من الحديد او النحاس على شكل نصف دائرة قسم محيطها الى ١٨٠ درجة، وعند اجراء القياس يوضع مركز المنقلة على رأس الزاوية ، ثم يوضع نصف قطرها على الضلع الاولى ويقرأ عندئذ الرقم الذي تدل عليه ضلع الزاوية الاخرى، ويكون هو بالواقع قياس تلك الزاوية .

١) المتوازيان :

فيتضح مما مرّ بنا ان المستقيمين اما ان يكونا متوازيين – وذلك عندما تكون المسافة الفاصلة بينهما على قياس واحد – ولهذا فهما لا يلتقيان مهما امتدا . مثال ذلك هذان الخطان :

———— الذان يمثلان مستقيمين متوازيين . وحدود اللوح الاسود المتقابلة ، واسطر صحيفة الدفتر ، وخطوط السكة الحديدية كلها تمثل الخطوط المتوازية .

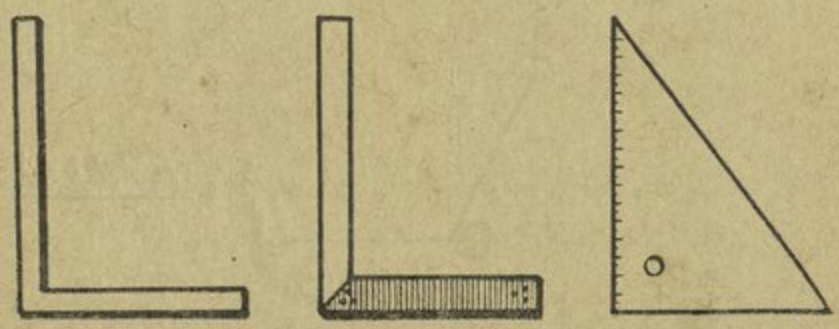
٢) المتقاطعان :

واما ان يكونا متقاطعين ، وفي مثل هذه الحال ، يكونان اما متعامدين، ويحصل من تعامدهما زاوية قائمة ، واما ان يكونا مائلين ، ويحصل من ذلك زوايا منفرجة وحادة .

رسم المستقيمات القائمة :

عندما يراد رسم المستقيمات القائمة او المتعامدة ، تستعمل آلة تسمى «المثلث القائم» او «القائمة» وقد سميت بهذا الاسم لان لها زاوية واحدة قائمة كما يلاحظ من الرسوم ادناه .

وهي تصنع من الخشب ، كالتي يستعملها الرسام ، او من الحديد ، كالتي يستعملها النجار والنحات ، وفي الاشكال الثلاثة امامك ايضاح لما ذكرناه :



قائمة الرسام — قائمة النجار — قائمة النحات

أجبْ عن الاسئلة الآتية :

أُرسم زاوية قائمة ... زاوية حادة ... زاوية منفرجة .

دُلَّ على زوايا قائمة في غرفة الصف ... زوايا حادَّة ... زوايا مُنفرِجَة .

خُذْ مِستطرتَيْن وَشكِّل بواسطتهما زوايا قائمة ... زاويتَيْن حادَّتَيْن ... زاويتَيْن مُنفرجتَيْن .

ماذا تُسمَّى الزاوية ، و كيف تُقرأ ؟

كم وَضْعًا للخطوط من حيث نِسبة بعضها الى بعض ؟... ما هي ؟... اعط ايضاحاً عن كل منها .

أُرسُم خطَّيْن متوازِيَيْن .

مسائل مُتَنَوِّعة ذات خمس درجات :

١) اشترى خياط ٥٢٥ متراً من الكتَّان ، فاذا باع منها ٢٢٥م بمبلغ ٢٢٥٠ ليرة ، ثم باع الباقي على معدَّل سعر المتر الواحد ١١ ليرة ، وبلغ ربحه في كلها ٨٢٥ ليرة ، فبكم ليرة يكون قد اشترى المتر الواحد ؟

٢) اشترى فاكهاني ٤٣٢٠ ليمونة ، كل مائة منها بـ ٢٠٠ غرش ، ثم باعها بالمُفرَّق ، كل ٦ ليمونات بـ ١٠ غروش ، فكم تكون خسارته فيها ؟

٣) سَيِّدتَان اشترَتَا قطعة من الحرير ، طولها ٢١ متراً ، وقد بلغ ثمنها ١٢٦ ليرة ، فاذا دفعَتِ الاولى منهما اكثر مما دفعَتِ الثانية بـ ١٨ ليرة ، فكم متراً تكون حصة الاولى ؟

الدرس الثامن والعشرون

٣ - مسائل نموذجية

١) ثوب شريط اذا بيع المتر منه بـ ١٢ غرشاً ، يكون الربح فيه ٧٠ غرشاً ، واذا بيع بـ ٩ غروش ، تكون الخسارة فيه ٣٥ غرشاً ، فكم متراً يكون طول هذا الثوب ؟

كيفية الحل :

المبيع الاول = ثمن المشترى الربح ٧٠ غرشاً

المبيع الثاني = الخسارة ٣٥

الفرق بين المبيعين = ١٠٥

فمما تقدم يتضح لك ان الفرق بين ثمني المبيع : ٧٠+٣٥=١٠٥ غروش

وان الفرق بين ثمني مبيع المتر الواحد : ١٢-٩=٣ غروش

فيكون طول القطعة اذا : ١٠٥÷٣=٣٥ متراً وهو الجواب .

٢) مع فريد واديب ٣٠٨ ليرات، فاذا زادت دراهم أديب ٤٠ ليرة، ونقصت دراهم فريد ٢٠ ليرة، تصبح حصة كل منهما مساوية للاخرى، فكم ليرة يكون مع فريد؟ وكم ليرة يكون مع اديب؟

كيفية الحل :

اذا كانت دراهم فريد أكثر من دراهم اديب بـ ٤٠+٢٠=٦٠ ليرة، فيجب ان نأخذ من فريد ٦٠ ليرة - وهي الفرق بين حصتيهما - لتصبح حصة الواحد منهما مساوية لحصة الآخر .

اي ٣٠٨-٦٠=٢٤٨ ليرة تقسم مناصفة بين الاثنين

و ٢٤٨÷٢=١٢٤ ليرة وهي حصة اديب

و ١٢٤+٦٠=١٨٤ ليرة وهي حصة فريد

واليك هذا الايضاح بالاعداد لتحقق الصحة في العملية : ١٨٤+١٢٤=٣٠٨ ليرات .

وعلى نَسَقِ حَلِّ هذَيْن النموذَجَيْن حِلَّ المسائل الآتية :

أسئلة للحل :

١) مجموع تلاميذ صَفَّيْن ٧٠ تلميذاً ، واذا نَقَص من تلاميذ الصف الاول ٢ تلميذان وزاد عدد تلاميذ الصف الثاني ٤ تلاميذ ، تساوى الصفّان بالعدد ، فكم يكون عدد تلاميذ كل صف ؟

٢) بائع عنده عدد من اللُّعَب ، فاذا جعل سعر الواحدة ١٢٠ غرشاً كان رِبْحُه ٢٥٠٠ غرش ، واذا جعل سعرها ١٠٠ غرش كانت خسارته ٢٥٠٠ غرش ، فكم لعبة يكون عنده ، وبكم يكون قد اشترى الواحدة منها ؟

٣) أجرة احد الرجال مع أجرة ابنه ١٣٥٠ غرشاً كل يوم ، فاذا زدنا أجرة الابن ٥٠ غرشاً ، وأخذنا من أجرة ابيه ٢٠٠ غرش ، تساوت أُجْرَتَاهُمَا ، فكم تكون أجرة كل منهما ؟

٤) باع فلاح بقراته على معدَّل سعر البقرة الواحدة ٧٥٠ ليرة ، واشترى بثمنها سيارة ، فلو باع البقرة بـ ٨٠٠ ليرة ، لكان بقي معه بعد دفع ثمن السيارة ٥٠٠ ليرة ، فكم يكون قد دفع ثمن السيارة ؟... و كم يكون عدد بقراته ؟

٥) نزل فَلَّاحَان الى المدينة ، وكان مجموع ما معهما ٣٤٠٠ ليرة ، فاشترى الاول من السوق ما يلزمه ، ودفع ٦٢ ليرة ، أما الثاني فقد قبض ٥٨ ليرة ثمن بَيض ولم يشترِ شيئاً ، فاذا اصبحتْ دراهم كل منهما بعد هذا متساوية ، فكم يكون مقدار القيمة التي كانت مع كل منهما أوَّلاً ؟

الدرس التاسع والعشرون

مقاييس الوزن

الغرام (غ) والكيلوغرام (ك غ)

الغرام هو الوحدة الاساسية لمعرفة الوزن ، ويستعمل لوزن الاشياء الخفيفة، والاشياء الثمينة، وعلى الخصوص في الصيدليات ، ومحلات باعة الجواهر. ويشار الى الغرام بالحرف (غ) للاختصار.

وله اضعاف هي هذه :

الدكاغرام (دغ) : ١٠ غرام

الهكتوغرام (هغ) : ١٠٠ غرام

الكيلوغرام (ك غ) : ١٠٠٠ غرام

وله اجزاء هي :

الدسيغرام (دسغ) = عُشر الغرام ، ويكتب هكذا : ٠،١ غ.

السنتيغرام (سغ) = جزءاً من مائة من الغرام ، ويكتب هكذا : ٠،٠١ غ.

الميليغرام (م غ) = جزءاً من الف من الغرام ، ويكتب هكذا : ٠،٠٠١ غ.

وعندما يكون الغرام وحده ، تكون اجزاؤه عن يمين الفاصلة ، واضعافه عن يسارها ، وبناء عليه ، فالعدد ٨٤٢٣،٥٧٦ غراماً يكتب كما يأتي :

اضعاف الوحدة			الوحدة	اجزاء الوحدة		
كغ	هغ	دغ	غ	دسغ	سغ	مغ
٨	٤	٢	٣،	٥	٧	٦

ويقرأ : ثمانية آلاف وأربع مائة وثلاثة وعشرون غراماً ، وخمس مائة وستة وسبعون من الف من الغرام .

والكيلوغرام هو الوحدة الاساسية لوزن الاشياء الثقيلة ، وهو يساوي وزن ليتر من الماء المقطر ، بدرجة ٤ فوق الصفر بميزان سنتغراد .

والكيلوغرام اضعاف هي :

الكنتال (كا) = ١٠٠ كغ

الطن (ط) = ١٠٠٠ كغ او ١٠ كا

ويمكن كتابة هذه المقاييس بجدول آخر ، يبتدأ به من الاصغر الى الاكبر كما ترى فيما يلي :

١٠ مغ = ١ سغ
١٠ سغ = ١ دسغ
١٠ دسغ = ١ غ
١٠ غ = ١ دغ
١٠ دغ = ١ هغ
١٠ هغ = ١ كغ

وهذه المقاييس ، كما رأيت ، تكتب وتقرأ وتحول كالاعداد الدالة على قياسات الطول ، وعلى مقاييس السعة ، لان وحداتها يكبر بعضها بعضاً ، ويصغره بعشر مرات .

أسئلة للحل :

١) إشترى وديع كيلوغراماً واحداً من اللحم بـ ٥٠٠ غرش ، فاذا كان وزن العَظم الذي فيه ٢٠٠ غرام ، فكم يكون ثمن الكيلوغرام من اللحم الصافي ؟

٢) إشترى رجل كميّتين متساويتين من السُّكر والزُّبدة ، ودفع ثمنها ٥٤٠٠ غرش ، فاذا كان قد اشترى كيلوغرام السُّكر بليرة واحدة ، و كيلوغرام الزُّبدة بخمس ليرات ، فكم كيلوغراماً يكون قد اشترى من كل نوع ؟

٣) اشترى تاجر ٣٢٥ ك غ من العسل ، بـ ١٦٢٥ ليرة ، ثم أعدّها للبيع في زجاجات تسع الواحدة منها هكتوغراماً ، فكم ليرة ربح في بيعها ، اذا باع كل زجاجة منها بـ ٠،٧٥ ليرة ، مع العلم انه دفع ثمن الزجاجات الفارغة ٣١٢،٥ ليرة ؟

مسائل مُتنوّعة ذات خمس درجات :

١) اشترى تاجر ٢٥٠ ك غ بُن غير مُحمّص على معدّل سعر الكيلوغرام الواحد ١٢٥ غرشاً ، وبعد ان نظّفها وحمّصها نقص وزنها ٥٠ ك غ ، فاذا باع بعد ذلك كل ٢٠٠ غرام بـ ١،٢٥ ليرة ، فهل يربح او يخسر و كم يكون ذلك ؟

٢) رفض تاجر بيع ٢٥٠٠ ك غ بطاطا ، على معدّل سعر الكيس الذي يحتوي منها على ٥٠ ك غ ٢٥ ليرة ، فاذا باعها بعد مُضيّ ثلاثة اشهر ، وبعد ان تلف منها ٥٠ ك غ على معدّل سعر الكيلوغرام الواحد ٠،٥٠ ليرة ، فهل يكون ربح في تأخير بيعها أو خسر ؟ و كم مقدار ذلك ؟

الدرس الثلاثون

٤ - مسائل نموذجية

١) اذا باع نجار ٨ كراسي وطاولتين بـ ٣٧٥ ليرة ، و٥ كراسي وطاولتين من النوع ذاته بـ ٣٣٠ ليرة ، فكم يكون ثمن الكرسي الواحدة ، وثمن الطاولة الواحدة ؟

كيفية الحل:

	كرسي		طاولة		ليرة
ثمن :	٨	+	٢	=	٢٦٠
ثمن :	٥	+	٢	=	٢١٥
ثمن :	٣	+	٠	=	٤٥

يلاحظ في العملية أعلاه ان عدد الطاولات هو واحد في كلتا البيعتين وبناء عليه ، فالفرق في الثمن يعود الى الفرق في عدد الكراسي .

فيكون ثمن الكرسي الواحدة اذاً : ٤٥÷٣=١٥ ليرة
وثمن الـ ٥ كراسي : ١٥×٥=٧٥ ليرة
وثمن الطاولتين : ٢١٥-٧٥=١٤٠ ليرة
وثمن الطاولة الواحدة : ١٤٠÷٢=٧٠ ليرة

٢) اذا اشتريت ثلاثة صناديق بيض، وكان في الاول والثاني ٢٦٠ بيضة، وفي الاول والثالث ٣٢٥ بيضة ، وفي الثاني والثالث ٢٨٥ بيضة، فكم بيضة يكون في كل صندوق من الصناديق الثلاثة؟

كيفية الحل:

ما في الاول + ما في الثاني = ٢٦٠ بيضة
ما في الاول + ما في الثالث = ٣٢٥ بيضة
ما في الثاني + ما في الثالث = ٢٨٥ بيضة

فيكون ضعف الاول + ضعف الثاني + ضعف الثالث = ٨٧٠ بيضة
ويكون ما في الاول + ما في الثاني + ما في الثالث : ٨٧٠÷٢=٤٣٥ بيضة
ويستنتج اخيراً ان في الصندوق الاول : ٤٣٤-٢٨٥=١٥٠ بيضة
وان في الصندوق الثاني : ٤٣٥-٣٢٥=١١٠ بيضات
وان في الصندوق الثالث: ٤٣٥-٢٦٠=١٧٥ بيضة

وعلى نَسَق حلِّ النُّمُوذَجَيْن السابِقَيْن حِلَّ المسائل الآتية :

(إِنْتَبِهْ فيما يلي الى أنَّ كلًّا من السؤال الثاني والرابع والخامس قد ورد من خمس درجات)

١) ثمن ٥ قواميس و٤ كتب حساب ٣٩ ليرة، وثمن ٣ قواميس و٤ كتب حسابٍ ٢٥ ليرة، فكم يكون ثمن كل من القاموس و كتاب الحساب ؟

٢) كم متراً يكون طول كل واحدة من ثلاث قِطَع من الجوخ، اذا كان طول الاولى والثانية معاً ٢٨ م، وطول الثانية والثالثة معاً ٣٢ م، وطول الاولى والثالثة معاً ٣٦ م ؟

٣) باع نجّار ١٥ مقعداً و٣ خزائن، بمبلغ ١٤٢٥ ليرة، ثم باع بالسعر عينه ٨ مقاعد و٣ خزائن من نوعها بمبلغ ١٢٥٠ ليرة، فكم يكون ثمن كل من الخزانة والمقعد ؟

٤) يملك وديع وحبيب ٢٧٥ ليرة، وحبيب ونعيم ٣٣٥ ليرة، ووديع ونعيم ٣٦٠ ليرة، فكم يكون مع كل منهم ؟

٥) باع تاجر ثلاثة اثواب نسيج من نوع واحد، ثمن الاول والثاني منها ٢٧٠ ليرة، وثمن الثاني والثالث ٢٢٥ ليرة، وثمن الاول والثالث ٢٥٥ ليرة، فكم يكون ثمن كل ثوب منها ؟

الدرس الحادي والثلاثون

قابلية الانقسام

اذا قسمنا ١٢ تفاحة عـــلى ٣ اولاد يصيب كل واحد منهم ٤ تفاحات ولا يبقى باق ، لذلك نقول : ان العدد ١٢ يقبل القسمة على ٣ .

والعدد ١٢ الذي يقبل القسمة على ٣ يسمى مضاعف الرقم ٣ او معدوداً له ، والرقم ٣ يسمى ضلع العدد ١٢ او عاملا له .

١) امكانية القسمة على ٢ :

يقبل العدد القسمة على ٢ بدون باق اذا كان منتهياً بصفر او برقم مزدوج ، كالاعداد : ٢ و ٤ و ٦ و ٨ الخ.

ومهما كبر العدد ينقسم على ٢ بدون باق اذا كان في منازل آحاده صفر او رقم مزدوج ، مثال ذلك : ٤٣٠ و ٨٧٦ و ٣٦٧١٨ الخ .

٢) امكانية القسمة على ٣ :

يقبل العدد القسمة على ٣ بدون باق اذا كان مجموع ارقامه يقبل القسمة على ٣. ومهما كبر العدد فهو يقسم على ٣ بدون باق اذا كان مجموع ارقامه يقبل القسمة عليها ، مثال ذلك : ٣٥٢٢ فان هذا العدد يقبل القسمة على ٣ بدون باق لان مجموع ارقامه (٢+٢+٥+٣) يقبل القسمة عليها .

٣) امكانية القسمة على ٤ :

يقبل العدد القسمة على ٤ بدون باق اذا كانت آحاده وعشراته تقسم على ٤ بدون باق ، واذا كان في كل من منزلتي آحاده وعشراته صفر ، مثال ذلك : ٧٣٢ فان هذا العدد يقبل القسمة على ٤ بدون باق لان آحاده وعشراته اي الـ ٣٢ تنقسم على ٤ بدون باق ، والعدد ٦٧٠٠ يقبل القسمة على ٤ بدون باق أيضاً لان في منازل آحاده وعشراته صفرين

٤) امكانية القسمة على ٥ :

يقبل العدد القسمة على ٥ بدون باق اذا كان في منزلة آحاده صفر او خمسة مثال ذلك : ٤٥٠ و ٦٢٥ و ٣٧٥ و ٦٤٧٨٥ الخ .

٥) امكانية القسمة على ٩ :

يقبل العدد القسمة على ٩ بدون باق اذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩ ، مثال ذلك : ٣٦٧٣٨ فان هذا العدد يقبل القسمة على ٩ بدون باق لان الارقام : ٨+٣+٧+٦+٣=٢٧ وهذا العدد الاخير يقبل القسمة على ٩ .

أجِبْ عن الاسئلة الآتية :

أيُّ الاعداد يقبل القسمة على ٢ بدون باق ؟... على ٣ ؟... على ٤ ؟... على ٥ ؟... على ٩ ؟

اذكر اعداداً تقبل القسمة على ٢ بدون باق ؟... على ٣ ؟... على ٤ ؟... على ٥ ؟... على ٩ ؟

أيُّ رقم يجب ان نضيفه الى يمين الاعداد الآتية ليصير قابلا الانقسام على ٣ ؟

٢٤٢ و ٨٨٣ و ٨٨٩ و ١٢٧٤ .

ما هي قواسم كل من الاعداد الآتية :

١٣٠ و ٤١٨ و ٦٢٠ و ٣٤٨٦ و ٧٥٢٥ و ٥٣٤٦

مسائل مُتَنَوِّعَة ذات خمس درجات :

١) اشترى رجل قطعة من الجوخ ، فباع منها ١٠ أمتار ، فربح في كل متر ٥ ليرات، ثم باع الباقي فخسر في كل متر ٠،٧٥ ليرة ، فكم يكون طول هذه القطعة اذا كان رِبْحُه فيها ٤١ ليرة ، ثمَّ كم يستطع ان يَرْبَح فيها كلها اذا تمكَّن من بَيع المتر منها بالسعر الذي باع به كلا من الـ ١٠ أمتار السابقة ؟

٢) اشترى تاجر قطيعاً من الغنم ، فاذا دفع ثمنه ٩٦٠٠ ليرة ، ثم باع منه ٢٠ خروفاً بمبلغ ٢٠٠٠ ليرة ، فربح ٢٠ ليرة في كل خروف ، فكم يكون عدد الخراف الباقية ؟... و كم يكون مبلغ ربحه في القطيع كله ؟

٣) تَعَهَّد مُقاوِل باتمام عملٍ في ٦٠ اسبوعاً ، على ان يأخذ في كل اسبوع يشتغل فيه ٧٥ ليرة ، ويدفع عن كل اسبوع لا يشتغل فيه ٢٥ ليرة ، وبعد انتهاء المدة المحدودة ، وجد انه يستحق قيمة ٣٧٥ ليرة ، فكم اسبوعاً يكون قد اشتغل ؟... و كم ليرة كان يقدر أن يقبض اكثر من ذلك لو انه تمكَّن من العمل مُدَّة الاسابيع كلها ؟

٤) سار ولد مع ابيه مسافة ٣ كم و كان الابن يمشي ٤ خُطُوات كلَّما مشى الاب ٣ خُطُوَات ، فكم يكون طول خُطوة كل منهما ، مع العلم ان عدد الخُطُوَات التي مشاها الابن تزيد عن عدد الخُطُوَات التي مشاها الاب بـ ١٢٥٠ خُطْوَة ؟

٥) اشترى حُلْوَاني مقداراً من الشوكولاته على معدَّل سعر الكيلو ٢،٥ ليرتان ، فاذا تَلِف منها ٨ كغ ، وما بقي منها يربح في بيعه ٢٢ ليرة اذا باع الكيلوغرام بـ ٣،٥ ليرات ، فكم كيلوغراماً يكون قد اشترى ؟

الدرس الثاني والثلاثون

٥ ـ مسائل نموذجية

١) اذا كان عمر وديع ٢٠ سنة ، وعمر حبيب ٨ سنوات ، فبعد كم سنة يصير عمر وديع ضعفي عمر حبيب ؟

كيفية الحل :

عمر وديع ٨ | ١٢ ١٢ | ١ ١٢

عمر حبيب ٨ ١٢

الفرق بين عمر وديع وحبيب : ٢٠ - ٨ = ١٢ سنة

وهذا الفرق ثابت لا يتغير عندما يصبح عمر وديع ضعفي عمر حبيب وهكذا نرى ان ضعفين - ضعفاً = ضعف عمر حبيب او ١٢ سنة

وكذلك عندما يصير عمر حبيب ١٢ سنة يصير عمر وديع ١٢×٢=٢٤ سنة .

اي بعد ١٢-٨=٤ سنوات او ٢٤-٢٠=٤ سنوات وهو الجواب .

٢) يزيد عمر اب عن عمر ابنه ٣٢ سنة ، وبعد ٦ سنوات يصير عمر الاب ٥ امثال عمر الابن ، فكم سنة يكون عمر كل منهما الآن .

كيفية الحل :

عندما يصير عمر الاب ٥ امثال عمر الابن يكون الفرق بين عمريهما بالامثال : ٥-١=٤ امثال

والفرق بالامثال : ٤ = ٣٢ وهو الفرق بالسنين

فيكون عمر الابن بعد ٦ سنوات : ٣٢÷٤=٨ سنوات

وعمر الابن الحالي : ٨-٦=٢ سنتين

وعمر الاب الحالي : ٣٢+٢=٣٤ سنة

٣) مجموع عمر اب وعمر وابنه ٥٠ سنة ، وبعد ٣ سنوات يصير عمر الاب ٣ امثال عمر الابن ، فكم هو عمر كل منهما الآن ؟

كيفية الحل :

يكون مجموع عمريهما بعد ٣ سنوات : ٥٠+٦=٥٦

فالـ ٥٦ سنة تعادل ٣ امثال + ١ = ٤ امثال عمر الابن

وحينئذ يكون عمر الابن : ٥٦ ÷ ٤ =١٤ سنة

فيكون عمر الابن الحالي : ١٤ - ٣ =١١ سنة

ويكون عمر الاب الحالي : ٥٠-١١=٣٩ سنة

٤) أب يزيد عمره عن عمر ابنه ٣٩ سنة ومنذ خمس سنوات كان عمر الاب اربعة امثال عمر ابنه فكم هو عمر كل منهما الحالي :

كيفية الحل :

عدد الامثال : ٤-١=٣ امثال

فاذاً ٣٩ سنة تعادل ٣ امثال عمر الابن منذ ٥ سنوات

واذاً كان عمر الابن منذ ٥ سنوات : ٣٩÷٣=١٣ سنة

فيكون عمر الابن الحالي : ١٣ سنة + ٥ = ١٨ سنة

ويكون عمر الاب الحالي : ١٨ سنة + ٣٩ = ٥٧ سنة

وعلى نَسَق النَّمَاذِج الاربعة السابقة حِلّ المسائل الآتية :

أسئلة للحل :

١) عمر سامية ١٥ سنة ، وعمر داود ٥ سنوات ، فبعد كم سنة يصير عمر سامية ضِعْفَي عمر داود ؟

٢) يزيد عمر أب عن عمر ابنه ٢٠ سنة ، وبعد ٤ سنوات يصير عمر الاب ٣ أضعاف عمر الابن ، فكم سنة يكون عمر كل منهما الآن ؟

٣) مجموع عمر أب وابنه ٤٦ سنة ، وبعد سنتين يصير عمر الاب ٤ امثال عمر الابن ، فكم يكون عمر كل منهما الآن ؟

٤) أب يزيد عمره عن عمر ابنه ٢٠ سنة ، ومنذ ٤ سنوات كان عمر الاب ٣ امثال عمر الابن ، فكم يكون عمر كل منهما الحالي ؟

٥) عمر الاب ٢٦ سنة ، وعمر الابن ٤ سنوات ، فبعد كم سنة يصير عمر الاب ضِعفَيْ عمر الابن ؟

٦) يكبر جميل ابنه بـ ٣٦ سنة ، ومنذ ٦ سنوات كان عمره ٤ امثال عمر ابنه ، فكم هو عمر كل منهما الحالي ؟

٧) الفرق بين عمر أب وعمر ابنه ٢٥ سنة ، وبعد ٤ سنوات يصير عمر الاب ضِعفَي عمر الابن ، فكم سنة يكون عمر كل منهما الآن ؟

٨) شخص عمره ٤٧ سنة ، وعمر ابنه ١٣ سنة ، فبعد كم سنة يصير عمر الابن نصف عمر الاب ؟

٩) عمر اب مع عمر ابنه ٣٤ سنة ، وبعد ٣ سنوات يصير عمر الاب ٣ امثال عمر الابن ، فكم هو عمر كل منهما الآن ؟

الدرس الثالث والثلاثون

المضاعف الاصغر المشترك

الاضلاع الاولية :

من المعلوم انه يوجد فئة من الاعداد ، لا تنقسم بدون باق الا على ذاتها وعلى واحد ، كالاعداد : ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ ومثل هذه تسمى اعداداً اولية .

ومنها فئة تنقسم على اعداد اخرى كما تنقسم على ذاتها وعلى واحد ايضاً بدون باق ، كالعدد ٣٠ مثلاً ، فانه ينقسم بدون باق على ٢ و ٥ و ٣ .

واذاً فالعدد ٣٠ = ٢ × ٥ × ٣

ولذلك تسمى الـ ٢ والـ ٥ والـ ٣ أضلاع العدد ٣٠ وبما ان هذه الاضلاع هي في الاصل اعداد اولية كما سبق لك ان تعلمت في اول هذا الدرس ، فانها ايضاً الاضلاع الاولية للعدد ٣٠

ومما مر بنا يستنتج ان تحويل العدد الى اضلاعه الاولية معناه ايجاد الاعداد الاولية التي اذا ضرب بعضها في بعض يأتي حاصلها مساوياً للعدد نفسه .

تحويل العدد الى اضلاعه الاولية

اعلم ان اسهل طريقة تتبع لتحويل العدد الى اضلاعه الاولية هي طريقة القسمة القصيرة ، على شرط ان يكون المقسوم عليه دائماً عدداً اولياً ، مثال ذلك :

لتحويل العدد ٢١٠ الى اضلاعه الاولية ينبغي ان تتم القسمة هكذا :

٥ / ٢١٠
٢ / ٤٢
٣ / ٢١
٧

وبناء عليه تكون الاضلاع الاولية للعدد ٢١٠ هي : ٥ و ٢ و ٣ و ٧ .

ماذا تكون معدودات الـ ٦ اذا اعتبرت عادة ؟ ١٢ و ١٨ و ٢٤ و ٣٠ و ٣٦ و ٤٢ و ٤٨ و ٥٤

وماذا تكون معدودات الـ ٨ أيضاً ؟ ١٦ و ٢٤ و ٣٢ و ٤٨ و ٥٦ و ٦٤ و ٧٢

اذا تأملت في معدودات الرقمين السابقين ٦ و ٨ حسب كتابة بعضها اعلاه تستنتج ان الـ ٢٤ والـ ٤٨ توجد بين معدودات الرقمين ، ولذلك فيمكن القول ان الـ ٢٤ والـ ٤٨ هي مضاعفات مشتركة للرقمين ٦ و ٨ ، وبما ان العدد ٢٤ هو أصغر هذين المضاعفين ، فانه يسمى المضاعف الاصغر المشترك ، ومن هنا نعلم ان المضاعف الاصغر المشترك بين عددين او اكثر انما هو اصغر عدد يقسم على كل من تلك الاعداد بدون باق ويكتب باختصار م.ص.م.

معرفة المضاعف الاصغر المشترك

اعلم ان اسهل طريقة لمعرفة المضاعف الاصغر المشترك لعددين او اكثر ، هي ذات الطريقة التي تتبع في تحويل العدد الواحد الى اضلاعه الاولية بواسطة طريقة القسمة القصيرة ، واليك مثالاً على ذلك :

ما هو المضاعف الاصغر المشترك (الـ م ص.م.) ل ٣٦ و ٤٥ و ٥٤ ؟... ينبغي تنظيم هذه الاعداد كما يأتي :

٣٦ و ٤٥ و ٥٤	٢
١٨ و ٤٥ و ٢٧	٣
٦ ١٥ ٩	٣
٢ و ٥ و ٣	

وتتابع القسمة حتى لا يبقى في الخوارج اثنان لهما ضلع مشتركة كما رأيت في العملية اعلاه . ثم تضرب بعد ذلك القواسم في الخوارج ، واليك هذا الايضاح بالارقام لتحقق الصحة في العملية :

٢×٣×٣×٣×٥×٢=٥٤٠ وهو الـ م.ص م.

ما هي الاضلاع الاولية لـ :

١٢	١٤	١٨	٤٤	١١٨	١٥٦	٢١٦
٣٠	٣٣	٣٩	٨٨	٣٦	٥٣٩	٩٤٨
٦٣	٧٠	٨١	١١٧	١٣٦	١٦٥	٥٤٣
٩٦	٩٨	٢٤	٢٤٠	٤٩٥	٦٩٦	١٤٧

ما هو المُضاعَف الاصغر المشترك للاعداد التالية ؟

٢ و ٤ و ٨	٥ و ١٢ و ١٥	١٤ و ١٨ و ٢٠	١٥ و ٣٥ و ٦٣
٦ و ١٠ و ١٥	٦ و ٧ و ٨	٢١ و ٤٥ و ٦٠	١٨ و ٢٠ و ٢١
٢ و ٨ و ١٢	٩ و ١٢ و ١٥	٤٤ و ٤٨ و ٦٦	٤٨ و ٥٦ و ٢٤
٦ و ١٢ و ٢٤	٨ و ١٦ و ٢٤	٢٤ و ٣٢ و ٤٨	٣٩ و ١٣ و ٤٥

أسئلة للحل :

١) ما هو أقلُّ عدد من الليرات يمكن صَرفُه باوراق من فِئَة الـ ١٠ ليرات والـ ٢٥ ليرة ؟

٢) ما هو أقلُّ عدد من الغروش يمكن ان يُقسَم على ٢٤ تلميذاً ، وعلى ١٨ تلميذاً بدون باق ؟

٣) عاملان اشتغلا معاً في معمل واحد أياماً كاملة متساوية ، وبعد انتهاء الشغل اعطي الاول منهما ١٥٠ غرشاً ، والثاني ٢١٠ غروش ، فكم تكون اقل اجرة يمكن ان يأخذها كل منهما ؟

٤) سأل طالب رفيقه عن عدد الغروش التي معه ، فقال له : معي عدد من الغروش ، لو عددته خمسة خمسة ، او ستة ستة ، او ثمانية ثمانية ، او اثني عشر اثني عشر ، لما بقي منه شيء ، فكم يكون - والحالة هذه - اقل عدد من الغروش التي يملكها ؟

٥) ثلاثة مراكب بحرية تسافر من بيروت الى اوروبا ، فيسافر الاول منها كل ٨ أيام ، والثاني كل ١٢ يوماً ، والثالث كل ١٦ يوماً ، فاذا سافرت من بيروت في يوم واحد ، فبعد كم يوم يمكن ان تسافر معاً مرة ثانية ؟

الدرس الرابع والثلاثون

١ - مسائل نموذجية

١) يبلغ ثمن قطعتي جوخ ٦٨٦ ليرة ، ثمن المتر من الاولى ١٩ ليرة، وثمن المتر من الثانية ٢٢ليرة، فاذا كان طول القطعة الاولى ٤ أضعاف طول القطعة الثانيـــة ، فكم يكون طول كل من القطعتين ؟

كيفية الحل :

كلما وجد متر من الثانية ، يوجد ٤ أمتار من الاولى ويكون ثمن هذه الامتار :

٢٢+(١٩×٤) = ٩٨ ليرة

وبناء على هذا فكلما تكررت الـ ٩٨ ليرة في الـ ٦٨٦ ليرة مرة تكون النتيجة متراً واحداً من القطعة الثانية ، و٤ أمتار من القطعة الاولى .

واذاً فيكون عدد أمتار القطعة الثانية : ٦٨٦÷٩٨=٧ امتار

وعدد امتار القطعة الاولى : ٧×٤=٢٨ متراً

٢) قبض تاجر ١٢٦٠٠ ليرة ثمن غنم وبقر ، فاذا باع الخروف بـ ٤٠ ليرة والبقرة بـ ٣٦٠ ليرة ، فكم خروفاً وكم بقرة يكون قد باع ، اذا كان عدد الخراف يزيد عن عدد ما باعه من البقر بمقدار ١١٥ خروفاً ؟

كيفية الحل :

لو انه باع من البقر عدداً يساوي ما باعه من الغنم ، لكان قبض زيادة :

٣٦٠ × ١١٥ = ٤١٤٠٠ ليرة

ولكان كل ما قبضه ١٢٦٠٠+٤١٤٠٠=٥٤٠٠٠ ليرة

ولكان هذا المبلغ الاخير هو سعر عدد واحد من الغنم والبقر .

ومعلوم ان ثمن الخروف مع ثمن البقرة : ٣٦٠ + ٤٠ = ٤٠٠ ليرة

واذاً فيكون عدد الخراف : ٥٤٠٠٠÷٤٠٠=١٣٥ خروفاً

ويكون عدد البقر : ١٣٥ - ١١٥=٢٠ بقرة

وعلى نَسَقِ حَلِّ النُّمُوذَجَيْنِ السابِقَيْنِ ، حِلَّ الاسئلة الآتية :

اسئلة للحل :

١) مهندسان اشتركا بعمل اجرته ٥٤٦ ليرة ، فكم تكون الاجرة اليومية لكل منهما ، مع العلم أن الاول اشتغل فيه ١٥ يوماً ، والثاني ١٢ يوماً ، وأن اجرة الاول في اليوم تزيد ٤ ليرات عن اجرة الثاني ؟

٢) اشترى رجل قطعتَيْن من الجوخ ، بـ ٥٤٦ ليرة ، يساوي طول الاولى منهما ٣ امثال طول الثانية ، فاذا كان سعر المتر من الاولى ١٠ ليرات ، وسعر المتر من الثانية ١٢ ليرة ، فكم متراً يكون طول كل قطعة منهما ؟

٣) دفع خياط ٢٩٤ ليرة ثمن قطعتَي جوخ وحرير ، واشتراهما على معدَّل سعر متر الجوخ ١٦ ليرة ، ومتر الحرير ١٢ ليرة ، فاذا كانت قطعة الجوخ يزيد طولها ٤ أمتار عن طول قطعة الحرير ، فكم متراً يكون قد اشترى من كل نوع ؟

٤) باع حُلْوانيّ عدداً من علب المُرَبّى بمبلغ ١٨٧،٥ ليرة ، فاذا باع قسماً منها على معدَّل سعر العلبة ٤،٥ ليرات ، وقسماً آخر على معدَّل سعر العلبة ٣،٥ ليرات ، فكم علبة يكون قد باع من كل نوع ، اذا كان عدد العلب التي باعها أوَّلاً ضِعف عدد العلب التي باعها ثانياً ؟

٥) أُسْتُؤْجِر عاملان في عمل ، فاشتغل الاول ١٢ يوماً ، واشتغل الثاني ١٥ يوماً ، وَصُرِفَ لهما مبلغ ١٥٩ ليرة ، فكم يكون نصيب كل منهما من ذلك المبلغ اذا كانت اجرة الاول اليومية اكثر من اجرة الثاني اليومية بليرتَيْن ؟

الدرس الخامس والثلاثون

الكسور الدارجة (العادية)

اذا اخذنا بطيخة مثلاً ، وقسمناها الى ثمانية اقسام متساوية ، فان القسم الواحد منها يسمى ثمن البطيخة ، واذا اكلنا ثلاثة من هذه الاقسام ، فاننا نكون قد أكلنا ثلاثة أثمان البطيخة ، واذا أكلنا خمسة منها ، فاننا نكون قد أكلنا أيضاً خمسة اثمان البطيخة .

فالثمن اذاً ، والثلاثة اثمان ، والخمسة اثمان ، هي كسور دارجة ، وتكتب هكذا :

$\frac{١}{٨}$ و $\frac{٣}{٨}$ و $\frac{٥}{٨}$

والخمسة في الكسر : $\frac{٥}{٨}$ هي «صورة الكسر» والـ ٨ هي «مخرجه» وصورة الكسر ومخرجه يسميان معاً «حدّي الكسر» ، مثال ذلك :

٥ صورة الكسر
٨ مخرج الكسر

ويدل المخرج على الاقسام المتساوية التي قسم اليها الواحد الصحيح .

والصورة تدل على عدد الاقسام التي اخذت منها ، مثال ذلك :

$\frac{٣}{٨}$ البطيخة ، فانها تعني ان الواحد الصحيح قد قسم الى ثمانية اقسام متساوية ، وأنه قد أخذ من هذه الاقسام ثلاثة فقط .

اما كتابة صورة الكسر ، فتكون فوق الخط الافقي ، وكتابة مخرجه ، تحت الخط ، واليك مثالا على ذلك :

سبعة أثمان ، فانها تكتب هكذا : ٧/٨ وقد سبق لك ان رأيت مثل هذا في الامثلة السابقة .

واما كيفية قراءة هذا النوع من العمليات ، فان الصورة تقرأ اولا ويتلوها المخرج ، على ان تأتي بينهما كلمة « من » او « على » مثال ذلك ١٣/١٧ فانها تقرأ ثلاثة عشر من سبعة عشر ، او ثلاثة عشر على سبعة عشر .

اما اذا كانت الكسور ذات مخارج من ١-٩ او اذا كان احد مضاعفاتها مثل :

١/٢ ، ١/٣ ، ١/٤ ، ١/٥ ، ١/٦ ، ١/٧ ، ١/٨ ، ١/٩ فانها تقرأ كما يأتي :
نصف ، ثلث ، ربع ، خمس ، سدس ، سبع ، ثمن ، تسع .

١/٣ ثلثان ، ٣/٤ ثلاثة ارباع ، ٤/٥ اربعة اخماس ، ٥/٦ خمسة اسداس ، ٦/٧ ستة اسباع ، ٧/٨ سبعة اثمان ، ٨/٩ ثمانية اتساع

أجِبْ عن الاسئلة الآتية :

على اي شيء يدل مخرج الكسر ؟... على اي شيء تدل صورته ؟...

إقرَإِ الكسور الآتية : ٣/٧ ، ٥/٦ ، ١٣/٢٥ ، ٣/١٠ ، ٢٥/٥٥

أكتبِ الكسور العادية الآتية : ثلاثة أتساع ، اربعة عشر على ستة وعشرين ، اربعة أسباع ، واحد وعشرون على ثلاثة وثلاثين ، تسع ، خمسة أثمان ، ستة أعشار ، سبعة على خمسة عشر ، اربعة على ستة عشر .

ايّ كسر من عدد اشهر السنة تكون الثلاثة اشهر ؟... الـ ١٥ دقيقة من الساعة ؟... الاسبوع من شهر ؟... الـ ٢٠ سم من المتر ؟...

اذا كان عامل يبني حائطاً في ١٥ يوماً ، فاي جزء يمكنه ان يبني في اليوم الواحد ؟... في ثلاثة ايام ؟... في سبعة ايام ؟...

اذا قُسِمَتْ تفاحة الى خمسة أقسام متساوية ، فاي كسر تمثل الـ ٣ أقسام ؟

ماذا نُضيف الى كل من الكسور الآتية لتُصبح وَحْدَة :

$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٤}{٩}$ ، $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ؟

اذا صرف مستخدم $\frac{٤}{٥}$ مدخوله ، فكم يبقى معه ؟

دَلْو يَسَع ١٥ ليتر ماء ، فاذا أُخِذَ منه ١٠ ليترات ، فاي جزء منه يبقى مغموراً بالماء ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) إشترى ولد فقير عُلبة مُلَبَّس وَزْنُها ٣ كغ بـ ١٢٠٠ غرش ، فاذا باعها بالمُفرَّق على معدَّل سعر كل دكاغرام ٥ غروش، فكم غرشاً يكون قد ربح فيها ؟

٢) ثلاثة اجراس يدق الاول منها كل ٤٠ دقيقة ، والثاني كل ٤٥ دقيقة ، والثالث كل ٦٠ دقيقة ، وقد دقت هذه الاجراس في آن واحد عند الساعة العاشرة صباحاً ، فبعد كم من الزمان تدق ثانية معاً ؟

٣) يعلم المهندس ان سلسلته التي طولها ١٠ أمتار هي اطول من اللازم بـ ٣٠ سم ، مع ذلك فقد استعملها لقياس طول بستانه فوجد ان طوله ٤٢ سلسلة ، فكم يكون الطول الحقيقي للبستان ؟

٤) اشترى رجل ١٢٠٠ بيضة ، على معدَّل سعر البيضة الواحدة ١٢،٥ غرشاً ، فاذا كُسِر منها في الطريق ١٠٠ بيضة ، فبكم يجب ان يبيع البيضة الواحدة من الباقي ، ليكون مجموع ربحه ٧٥٠ غرشاً ؟

٥) باع فلاح ثلاثة أكياس من الحنطة ، فاذا كان في الكيسين الأولين منها ١٧٥ كغ ، وفي الثاني والثالث ١٩٥ كغ ، وفي الاول والثالث ٢١٠ كغ ، فكم كيلوغراماً يكون في كل كيس منها ؟

٦) غُرِسَ على جانبي شارع اشجار كينا ، تبعد الواحدة منها عن الاخرى ٢٠ متراً ، فاذا كان عدد الاشجار ١٥٠ شجرة ، فكم كيلومتراً يكون طول الشارع ؟ (لم تُغرَس اشجار في بداية ونهاية كل صف)

٧) سلسلة مهندس يجب ان يكون طولها ٢٠م ، وهي انقص من الطول الاصلي بـ ٢٠مم ، فاذا استُعملَتْ لقياس احد الشوارع فبلغ طوله ٨٤٠م ، فكم يكون طوله الحقيقي ؟

٨) ورث ٣ أخوة عن والدهم معملا تُقدَّر قيمته بـ ١٥٥٠ ليرة ، وبيتاً ثمنه ٣٧٣٠٠ ليرة ، فاذا كان أخذ الولد الاكبر البيت ، وأخذ الولد المتوسط المعمل ، فكم يجب ان يدفع كل منهما لاخيهما الصغير حتى تصبح حصصهم متساوية ؟

٩) اشترى طاه (عشي) قطعة لحم وزنها ٦،٥ كغ ، فاذا كان سعر الكيلوغرام منها ٤٠٠ غرش ، وكان وزن العظم ١،٣ كغ ، فكم ليرة يكون ثمن اللحم المجرَّد عن العظم (بدون عظم) ؟

١٠) باع غنّام كل خروفَين بـ ١٢٠ ليرة ، ولو باع الخروف الواحد بـ ٧٠ ليرة لقبض اكثر مما قبض بـ ١٠٠ ليرة ، فكم خروفاً يكون قد باع ؟ وكم ليرة يكون قد قبض ؟

١١) كِيسَان وَزْن ما فيهما من القمح ٣٢٠ ك غ، فاذا أخذنا ٢٠ ك غ من الكيس الاول، وأفرغنا في الكيس الثاني ١٠ ك غ تساوى وَزْنَا الكِيسَيْن، فكم ك غ يكون وَزْن كل منهما؟

١٢) حقل طوله ٣٥٠م، وقد غُرِس فيه ٨ صفوف من الاشجار، على ان الاشجار المغروسة في الاطراف تبعد ٢،٥ مترَيْن عن حدود الحقل، والمسافة بين كل شجرة وشجرة ٥ امتار، فكم يكون عدد الاشجار المغروسة؟

١٣) إشترى رجل ١٥ دَجاجة، و٢٥ بَطّة، ودفع ثمنها كلها ١٧٥ ليرة، ثم اشترى بالسعر عَينِه ١٥ دَجاجة، و٢٠ بَطّة، ودفع ثمنها ١٥٥ ليرة، فكم يكون ثمن كل بطة، وثمن كل دجاجة؟

١٤) إشترك ٣ اشخاص في شراء ٢٧٥٠ ك غ من التفاح، فاذا اخذ الاول اكثر مما اخذ الثاني بـ ٥٠٠ ك غ، واخذ الثاني اكثر مما اخذ الثالث بـ ٧٥٠ ك غ، فكم كيلوغراماً تكون حصة كل واحد منهم؟

١٥) إشترى تاجر ٦٠ قطعة من المُشمَّع، تَزِن الواحدة منها ٠،٥٠ ك غ، على معدَّل سعر الكيلوغرام الواحد ٣،٥٠ ليرات، ودفع أُجرة نَقْل تلك القِطَع ١،٥٠ ليرة، فكم يكون رِبْحُه فيها كلّها اذا باعَ القطعة الواحدة بليرَتَيْن؟

١٦) اشترى تاجر ١٢ متراً من الجوخ، و ١٦ متراً من الحرير، بمبلغ ٢٧٢ ليرة، ثم اشترى من هذَيْن النوعَيْن ١٢ متراً من الجوخ، و٨ أمتار من الحرير بمبلغ ٢٠٨ ليرات، فكم يكون ثمن المتر من كل نوع؟

الدرس السادس والثلاثون

٦ - مسائل نموذجية

١) باع جابي الترامواي ٢٥٠ تذكرة ، بمبلغ ١٧٥٠ غرشاً ، فاذا كان ثمن التذكرة من الدرجة الاولى ١٠ غروش ، وثمن التذكرة من الدرجة الثانية ، ٥ غروش ، فكم عدد تذاكر كل نوع منها ؟

كيفية الحل :

لنفترض انه باع كل التذاكر من الدرجة الاولى ، وعندئذ يبلغ ما قبضه :

٢٥٠×١٠=٢٥٠٠ غرش .

لكنه قبض ١٧٥٠ غرشاً .

فيكون الفرق اذاً : ٢٥٠٠-١٧٥٠=٧٥٠ غرشاً .

فقد زاد المبلغ لاننا استبدلنا تذاكر درجة ثانية بتذاكر درجة اولى، فلانقاص المبلغ يجب ان نعمل بالعكس ، فكلما استبدلنا تذكرة درجة اولى ، بتذكرة درجة ثانية ينقص المبلغ :

١٠-٥=٥ غروش

وكلما نقص المبلغ ٥ غروش ، نكون استبدلنا تذكرة درجة اولى بتذكرة درجة ثانية .

اذاً يكون عدد تذاكر الدرجة الثانية : ٧٥٠ ÷ ٥ =١٥٠ تذكرة .

ويكون عدد تذاكر الدرجة الاولى : ٢٥٠-١٥٠=١٠٠ تذكرة .

٢) اشتغل عامل في معمل على ان تكون اجرته اليومية ٥،٥ ليرات ، واذا انقطع عن العمل يدفع ٣ ليرات يومياً ، وبعد ٢٦ يوماً قبض ١٠٠،٥ ليرة ، فكم يكون عدد الايام التي اشتغل فيها ؟

كيفية الحل :

لو اشتغل العامل كل الايام لاستحق اجرة قدرها :

٢٦×٥،٥=١٤٣ ليرة .

وتكون خسارته : ١٤٣-١٠٠،٥=٤٢،٥ ليرة .

ويخسر في يوم البطالة : ٥،٥+٣=٨،٥ ليرات .

واذاً فيكون عدد ايام البطالة : ٤٢،٥÷٨،٥=٥ ايام .

ويكون عدد ايام العمل : ٢٦-٥=٢١ يوماً وهو الجواب .

وعلى نَسَق حَلِّ النُّمُوذَجَيْن السابِقَيْن، حِلَّ المسائل الآتية :

أسئلة للحل :

١) إشترى حدّاد ٣٠٠ قطعة من الحديد، منها قطع تَزِن الواحدة ١٥ كغ، ومنها ما تَزِن ١٠ كغ، فكم يكون عدد القطع من كل نوع منها، مع العلم ان وزنها كلها ٣٥٠٠ كغ ؟

٢) تعهّد عامل أن يأخذ في كل اسبوع يشتغل فيه ٤٠ ليرة، ويدفع في كل اسبوع لا يشتغل فيه ١٠ ليرات، وبعد مُضِيّ ٤٦ اسبوعاً وَجَد أنه يستحق له ١٤٩٠ ليرة، فكم اسبوعاً يكون قد اشتغل ؟ و كم اسبوعاً يكون قد انقطع عن العمل؟

٣) قاعة سينما تُقسَم مقاعدها الى نوعَيْن : النوع الاول درجة اولى وثمن البطاقة فيه ١،٧٥ ليرة، والنوع الثاني درجة ثانية وثمن البطاقة فيه ١،٢٥ ليرة، وفي أحد الايام كان عدد الحاضرين ٩٥٠ شخصاً، وكان مجموع ثمن بطاقاتهم ١٣٦٢،٥ ليرة، فكم شخصاً يكون في الموضع الاول ؟ و كم شخصاً يكون في الموضع الثاني؟

٤) مبلغ مقداره ١٠٠٠ ليرة، يتألّف من اوراق من فئة الـ ١٠ ليرات، ومن فئة الـ ٥ ليرات، فاذا كان عدد أوراق الفئتَيْن ١٤٠، فكم يكون عدد كل نوع منها ؟

٥) تَحْوي مِحفَظة ٦٠ ورقة نَقْدِيّة قيمتها ٢٥٠٠ غرش، بعضها من فئة الـ ٢٥ غرشاً، والباقي من فئة الـ ٥٠ غرشاً، فكم ورقة نقديّة من كل فئة يكون موجوداً في المحفظة ؟

٦) حمّال تعهّد ان ينقل ١٦٠ صحناً ، بشرط ان يأخذ ٢٥ غرشاً اجرة عن كل صحن يصل سالماً ، وان يدفع ٥٠ غرشاً عن كل صحن ينكسر ، فاذا قبض ٣٢٥٠ غرشاً ، فكم صحناً يكون قد انكسر من تلك الصحون ؟ وكم صحناً يكون قد سَلِم منها ؟

٧) قطار فيه ١٤٥ راكباً بالدرجتين الاولى والثانية ، فكم هو عدد ركاب كل درجة اذا كان ثمن التذكرة من الدرجة الاولى ١،٥ ليرة ، وثمن التذكرة من الدرجة الثانية ٠،٧٥ ليرة ، وثمن الجميع ١٧٢،٥ ليرة ؟

٨) اتفق طالب مع والده أن يأخذ منه ثلاث ليرات عن كل مسابقة ينجح فيها ، على أن يدفع لوالده ليرتين في كل مسابقة يقصّر فيها ، وبعد اجراء ٢٠ مسابقة وجد أنه يَحقُّ للطالب ٣٥ ليرة ، فكم يكون عدد المسابقات التي نجح فيها ؟ وعدد المسابقات التي قصّر فيها ؟

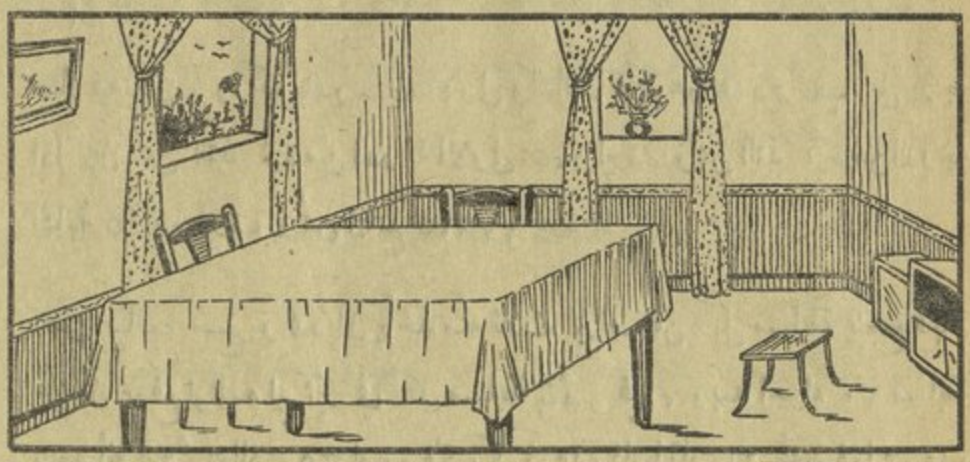
مسائل مُتَنَوِّعَة للحل :

١) قطعتان من الجوخ ثمنهما ٥١٠ ليرات ، فاذا كان طول الاولى ضِعف طول الثانية ، وثمن المتر من الاولى ١٨ ليرة ، وثمن المتر من الثانية ١٥ ليرة ، فكم يكون طول كل منهما ؟

٢) باع تاجر قمصاناً ومناشف ، فقبض مبلغاً قدره ٦٢٤ ليرة ، فاذا باع القميص بـ ١٢ ليرة ، والمنشفة بـ ٨ ليرات ، وكان عدد القمصان يزيد عن عدد المناشف بـ ١٢ قميصاً ، فكم قميصاً وكم منشفة يكون قد باع ؟

الدرس السابع والثلاثون

مقاييس السطوح



المتر المربع :

وجه الطاولة وأرض الغرفة وجدارها وما الى ذلك تسمى كلها سطوحاً .

واذا اردنا ان نقيس سطحاً منها ، فاننا نقارن هذا السطح بسطح المربع الذي طول ضلعه هو وحدة الطول ، وهذا المربع يسمى وحدة السطوح . ولما كان المتر يمثل وحدة الطول الاساسية ، فاننا نعتبر وحدة السطوح الاساسية، المتر المربع، وهو كناية عن سطح مربع طول كل من اضلاعه متر واحد ، ويُشار اليه للاختصار بـ (م٢) والمساحة هي ذلك القسم المحدد من الجسم الذي يمكن رؤيته ولمسه .

وللمتر المربع اضعاف هي هذه :

الدكامتر المربع (دم٢) وهو سطح مربع طول ضلعه ١ دم

الهكتومتر المربع (هم٢) وهو سطح مربع طول ضلعه ١ هم

الكيلومتر المربع (كم٢) وهو سطح مربع طول ضلعه ١ كم

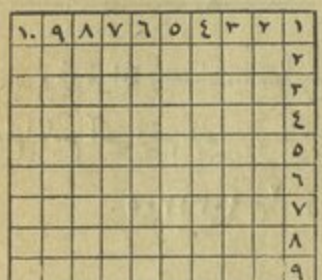
وللمتر المربع أجزاء هي :

الدسيمتر المربع (دسم^{٢}) وهو سطح مربع طول ضلعه ١ دسم

السنتيمتر المربع (سم^{٢}) وهو سطح مربع طول ضلعه ١ سم

الميليمتر المربع (مم^{٢}) وهو سطح مربع طول ضلعه ١ مم

نسبة وحدات الطول بعضها الى بعض او مقارنة بعضها ببعض



اذا قسمنا اضلاع متر مربع (اي مربعاً طول ضلعه متر واحد) الى دسيمترات، ووصلنا بين كل نقطتين متقابلتين بمستقيم نحصل على ١٠٠ مربع صغير ، طول ضلع الواحد منها دسيمتر اي اننا نحصل على ١٠٠ دسيمتر مربع . وفي الرسم الى يسار هذه الصفحة ايضاح لذلك .

ومما تقدّم يتضح ان المتر المربع يساوي ١٠٠ دسيمتر مربع وأن كل وحدة من وحدات مقاييس السطوح ، هي اكبر بـ ١٠٠ مرة من الوحـــدات التي تليها في الصّغر .

والجدول الآتي يبين لك ذلك :

١٠٠ مم^{٢} = ١ سم^{٢}	١٠٠ م^{٢} = ١ دم^{٢}
١٠٠ سم^{٢} = ١ دسم^{٢}	١٠٠ دم^{٢} = ١ هم^{٢}
١٠٠ دسم^{٢} = ١ م^{٢}	١٠٠ هم^{٢} = ١ كم^{٢}

كتابة وقراءة وحدات السطوح :

بما ان وحدات المساحة يكبر بعضها بعضاً، ويصغره بمائة مرة، يقتضي ان يخصص لكل وحدة منها منزلتان : واحدة للآحاد، واخرى للعشرات . واذا خلت احدى المنازل من وحدة ما، فاننا نضع

مكانها صفراً . مثال ذلك : ٩ كم^{٢} و ٣ هم^{٢} و ١٢ دم^{٢} و ٥ م^{٢} و ٨ سم^{٢} و ١٢ مم^{٢} ويجب تنظيمها هكذا :

اجزاء الوحدة				الوحدة				اضعاف الوحدة			
مم^{٢}		سم^{٢}		دسم^{٢}		م^{٢}		دم^{٢}		هم^{٢}		كم^{٢}	
آ	ع	آ	ع	آ	ع	آ	ع	آ	ع	آ	ع	آ	ع
٢	١	٨	٠	٠	٠	٥،	٠	٢	١	٣	٠	٩	

وفي قراءة وحدات السطوح يبتدأ اولا بالوحدات الصحيحة ، فالاجزاء العشرية ، ويقرن كل منها باسم آخر رقم فيها ، وبناء عليه ، فالعدد المرقوم اعلاه ، يقرأ هكذا :

٩٠٣١٢٠٥ م^{٢} و ٨١٢ مم^{٢}

ملاحظة :

(١) يُستعمل اسم آخر للمتر المربع هو السنتآر (سنتي آ) ، و كذلك الدكامتر المربع يستعمل له اسم آخر هو الآر (آ) ، وللهكتومتر المربع كذلك اسم آخر هو الهكتار (هك آ) .

(٢) واذا أريد تحويل الاعداد الدالة على قياس السطوح، من وحدة الى وحدة اخرى، تنقل الفاصلة الى الجهة اليمنى، او الى الجهة اليسرى منزلتين مع وضع اصفار في المنازل الخالية، مثال ذلك: في تحويل ٢٥،٥٦١٤ م٢ الى دسم٢ تنقل الفاصلة الى اليمين منزلتين، والجواب هو ٢٥٥٦،١٤ دسم٢ . وعند تحويل ٥،٥ دسم٢ الى امتار مربعة، تنقل الفاصلة منزلتين الى اليسار، ويوضع صفر في المنزلة الخالية من الرقم، كما ذكرنا سابقاً، فيكون الجواب ٠،٠٥٥ م٢ .

إقرإ الكميات الآتية :

٧٥ م٢ و ٢٥،٧ سم٢ و ١٨،٥ مم٢ و ٠،١٤ دسم٢ و ٤٥،١٣ سنتي آ و ٧٣٠ هك آ و ٣٨،١٦ آ و ٤٢٠ كم٢

أجِبْ عن الاسئلة الآتية شفاهاً :

ماذا تعني بقولك سنتياراً، وكيف تكتبها باختصار ؟

ماذا تعني بقولك آراً ، وكيف تكتبها باختصار ؟

ماذا تعني بقولك هكتاراً، وكيف تكتبها باختصار ؟

حوِّل ما يأتي الى امتار مربَّعة :

٤ دم٢ و ١٥ م٢ و ١٢ هم٢ و ٧ دم٢ و ٦ كم٢ و ١٨ هم٢ و ١٢٠٠ دسم٢ و ٦٠٠٠٠ سم٢ .

حوِّل ما يأتي الى آرات :

٥٦٧٣٨ دسم٢ ، ١٢ هم٢ و ١٨ م٢ ، ٣٢٤٦٠٥ سم٢ ، ١٩ كم٢ و ٦ هم٢ ، ٥٦٢٢ سنتي آراً ، ١٢ هك آر و ٨ آرات

أسئلة للحل :

١) بستان مستطيل الشكل طوله ١٦٠م، وعرضه ١٢٠م، فكم هكتاراً تكون مساحته ؟

٢) حقل مساحته ٨،٥ هكتارات، فاذا بلغ ثمنه ١٢٧٥٠ ليرة، فكم يكون ثمن الآر منه ؟

٣) كانت غلة قطعة ارض ١٤٤ هكتوليتراً من القمح، فكم سنتي آراً تكون مساحتها اذا كانت غلة الآر ١٨ هكتوليتراً ؟

٤) كم يكون ثمن قطعة ارض مساحتها ٧٥٠م٢ اذا بيعت على معدل سعر الـ هم٢ ١٨٠٠ ليرة ؟

٥) كم هو عدد البلاط اللازم لتبليط شارع مساحته ٧٥٠م٢ اذا كانت مساحة البلاطة ٢٥٠ سم٢ ؟

٦) يلزم للمتر المربع ١٥٠ غراماً من السماد الكيماوي، فكم تكون الكمية التي تستعمل لتسميد قطعة ارض مساحتها ٨،٧٥ هكتارات ؟

٧) كم هو ثمن قطعة ارض مساحتها ٦ هكتارات و١٥٠ سنتي آراً اذا بيعت على معدل سعر المتر المربع ٥،٥ ليرات ؟

٨) مجموع مساحة حقلين ٢،١٠ هكتاران، فاذا كانت مساحة احدهما تزيد ٣٠ آراً عن مساحة الحقل الآخر، فكم آراً تكون مساحة كل منهما ؟

الدرس الثامن والثلاثون

تمارين متنوّعة

على المسائل النموذجية التي مرّتْ في بعض الدروس السابقة.

١) اذا باع تاجر، المتر الواحد من الجوخ، بـ ١٥ ليرة، يربح فيها ٦٠ ليرة، واذا باع المتر منها بـ ١٠ ليرات، يخسر فيها ٤٠ ليرة، فكم يكون طول القطعة، وبكم ليرة يكون قد اشتراها؟

٢) اشترى خيّاط ١٥م حرير و١٨م جوخ، بمبلغ قيمته ٤٥٠ ليرة، فاذا كان ثمن متر الجوخ يزيد عن ثمن متر الحرير بـ ٣ ليرات، فكم يكون سعر كل من الصنفَيْن؟

٣) عمر فؤاد ١٨ سنة، وعمر سهيل سنتان، فبعد كم سنة يصير عمر فؤاد ٣ أضعاف عمر سهيل؟

٤) اشترى رجل كميات متساوية من العسل والدبس، فبلغ مجموع ما اشتراه ٣٠ كيلوغراماً من الجنسَيْن، وبلغ ثمنها ١٣٥ ليرة، فكم يكون سعر الكيلو من كل جنس، اذا كان سعر كيلو العسل يساوي ضِعْفَيْ سعر كيلو الدبس؟

٥) يريد خيّاط أن يبيع عدداً من البِذْلات، ليشتري بقيمتها قطعاً من الجوخ، فاذا باع البِذلة بـ ٦٥ ليرة، أمكنه شراء هذه القطع، وبقي معه من ثمنها ٥٥٠ ليرة، ولو جعل ثمن البِذلة ٤٥ ليرة، لكان لزمه مبلغ ٨٥٠ ليرة لشراء القطع عينها؟ فكم بِذلة يكون عنده، وكم يكون ثمن قطع الجوخ؟

٦) اشترى كُتُبِيّ ٤٥ كتاب لغة، و١٥ قاموساً بـ ٢٧٠ ليرة، فاذا كان ثمن القاموس ٣ أضعاف ثمن كتاب اللغة، فكم غرشاً يكون سعر كل منهما ؟

٧) اشترى خيّاط قطعتَي حرير من جنس واحد، فاذا كان ثمن الاولى يزيد عن ثمن الثانية بـ ٩٦ ليرة، في حين ان القطعة الثانية، هي اقصر من الاولى بـ٣ مرات، فكم يكون طول كل منهما اذا كان سعر المتر ٦ ليرات ؟

٨) مجموع ما في برميلَيْن من الزيت ١٨٧ ليتراً، على معدّل سعر الليتر الواحد ليرتان، فاذا افرغنا من البرميل الاول ٤٥ ليتراً، واضفناها الى البرميل الثاني يصير حينئذٍ ما في احدهما من الزيت مساوياً لما في الآخر، فكم ليتراً من الزيت يكون في كل برميل، و كم يكون ثمن ما في البرميل الثاني ؟

٩) اشترى جوهريٌّ ساعة ذهبية وخاتَمًا، فكان ثمن الخاتَم أكثر من ثمن الساعة بـ ١٢٠ ليرة، فاذا افترضنا ان هذا الثمن هو ٣ أضعاف ثمن الساعة، فبكم يجب أن يبيعهما معاً ليربح ١٥ ليرة في الخاتَم، و١٠ ليرات في الساعة ؟

١٠) مجموع اثمان دار سَكَنٍ وبستان ومخزن ٤٠٧٥ ليرة ذهبية، فاذا كان ثمن البستان ١٣٠٠ ليرة، وثمن دار السكن اقل من ثمن البستان بـ ٥٠٠ ليرة، وثمن المخزن أكثر منه بـ ٢٧٥ ليرة، يكون ثمنا البستان والمخزن متساوِيَيْن، فكم يكون - والحالة هذه - ثمن الدار ؟... و كم يكون ثمن المخزن ؟

١١) اشترى رجل ٢٥ كتاباً، و٢٠ دفتراً، بقيمة ٦٠ ليرة، ثم اشترى ٣٥ كتاباً و٢٠ دفتراً بقيمة ٨٠ ليرة، فكم يكون ثمن كل من الدفتر والكتاب ؟

١٢) أُستُؤجِر عامل مدة ٦٠ يوماً ، على ان يُدفَع له يوم العمل ٥ ليرات ، وَيُؤخذ منه يوم البطالة ١،٥ ليرة بدل أكل ، وفي آخر المدة استحق ٢٤٨ ليرة ، فكم يوماً يكون قد انقطع عن العمل ؟ و كم يوماً يكون قد واظب عليه ؟

١٣) اذا كان مجموع عمرَيْ فريد واديب ٥٥ سنة ، ومجموع عمرَيْ فريد ووديع ٥٠ سنة ، ومجموع عمرَيْ أديب ووديع ٤٥ سنة ، فكم يكون عمر كل منهم ؟

١٤) اشترى فاكهاني ١٣٥ بطيخة ، بقيمة ٢٤٧٥ غرشاً ، فاذا وُجِدَ بينها نوع أصفر ، سعر البطيخة منه ٢٠ غرشاً ، ونوع احمر ، سعر البطيخة منه ١٥ غرشاً ، فكم بطيخة يكون فيها من كل جنس ؟

١٥) قال رجل لابنه : إنني أُعطيك ٥٠ غرشاً كل اسبوع تكون فيه الاوّل في صفك ، واذا كنت الثاني أُعطيك ٢٥ غرشاً ، فكم يكون عدد المرّات التي كان فيها الاول ، وعدد المرّات التي كان فيها الثاني اذا اعطاه والده بعد ٢٥ اسبوعاً ١٠٠٠ غرش ؟

١٦) لو باع سمّان ما عنده من السُّكّر على معدّل سعر الكيلوغرام ٨٥ غرشاً لربح ٤٥٠ غرشاً ، ولو باعه على معدّل سعر الكيلوغرام ٩٠ غرشاً لربح ٩٠٠ غرش ، فكم كيلوغراماً من السُّكّر يكون عنده ؟ و كم يكون ثمن الكيلوغرام الاصليّ ؟

١٧) أراد شخص ان يشتري مقداراً من السُّكّر ، فرأى انه اذا اشترى الكيلوغرام بـ ٩٠ غرشاً يبقى معه ١٣٠٠ غرش ، واذا اشتراه بـ ١٠٠ غرش يبقى معه ٥٠٠ غرش ، فكم كيلوغراماً اراد ان يشتري ؟ و كم يكون المبلغ الذي معه ؟

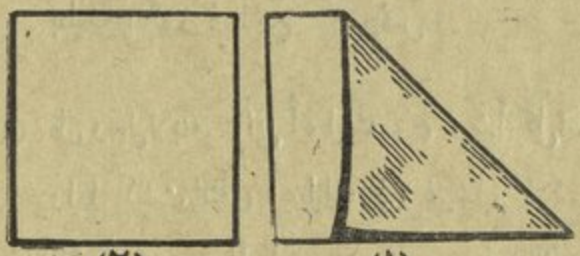
الدرس التاسع والثلاثون

الاشكال الرباعية

كل مضلع له اربعة اضلاع يسمى رباعي الشكل ، وبناء عليه ، فكل من المربع والمستطيل ومتوازي الاضلاع والشبيه بالمعين وشبه المنحرف يسمى رباعي الشكل .

المربّع :

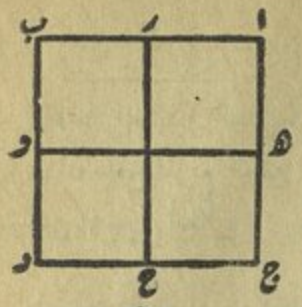
اطوِ طلحية ورق بنوع ان تأتي مماثلة للرسم الاول في هذه الصفحة ، واقطع ما زاد منها، ثم افردها، تجد بين يديك شكلاً رباعياً يدعى المربع كما هو ظاهر في الرسم الثاني .



(١) (٢)

واذا شئت معرفة وضعية أضلاع المربع وزواياه ، فاطوِ الورقة التي تمثل مربعاً من يمينها الى اليسار ، او من اعلاها الى الاسفل ، او اطوها على احد قطريها ، يتبين لك بكل وضوح كما ترى في هذه الرسوم الثلاثة امامك ، ان اضلاعه الاربع متساوية، وزواياه الاربع متساوية ايضاً ، وعند قياس هذه الزوايا بواسطة الزاوية القائمة ، يظهر لك ان هذه الزوايا المتساوية هي زوايا قائمة .

(٣) (٤) (٥)



(٦)

متوسطا المربّع :

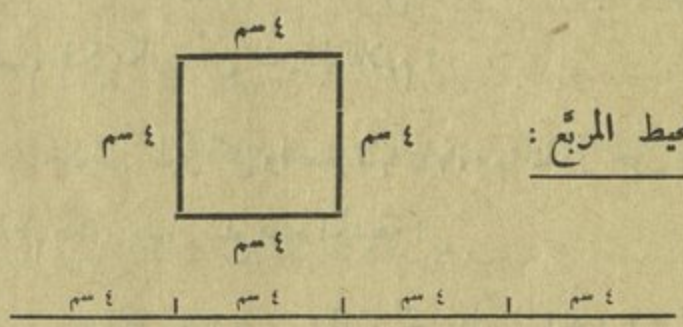
واذا تأملت في الرسم السادس ترى خطين « هـ و » و « ر ح » يصل كل منهما بين وسطي الضلعين المتقابلين « اج » و « ب د » من جهة و « ا ب » و ج د » من جهة ثانية ، ولهذا سميا متوسطي المربع . ثم انك ترى ان هذين الخطين هما ايضاً متعامدان ومتقاطعان عند منتصفها بنوع انهما يجعلان من المربع الكبير اربعة مربعات متساوية .

(٧)

القطران :

واذا تأملت في الرسم السابع ترى ان هناك خطين متعامدين « ا د » و « ب ج » ، يصلان بين كل زاويتين متقابلتين ، وهذان الخطان يسميان قطري المربع . فالقطران كما هو واضح متساويان ومتقاطعان عند منتصفها .

محيط المربّع :



اذا رسمت مربعاً طول كل ضلع فيه ٤ سم كما ترى في الرسم الآتي ، تجد ان محيطه يبلغ :

٤+٤+٤+٤=١٦ سم . او ٤×٤=١٦ سم .

واذا شئت ان تجد الضلع الواحدة فاقسم المحيط على ٤ تحصل عليها .

مثال ذلك : ١٦÷٤=٤ سم .

مساحة المربّع :

		٣
		٢
٣	٢	١

ترى في المستطيل السفلي من هذا الرسم المربع في يسار الصفحة ٣ سم^{٢}، وترى ان سطح المربع الكبير مؤلفاً من ٣ مستطيلات صغيرة يحتوي كل منها على ٣ سم^{٢} أيضاً .

فمساحة المربع اذاً = الضلع × الضلع (او الضلع في نفسه) هكذا : ٣×٣=٩ سم^{٢} ، وبناء عليه ، فانك عندما تريد معرفة ضلع المربع ، فما عليك الا ان تعرف مساحته ، لانك بذلك تحصل على الضلع بأستخراجك جذر العدد التربيعي الذي يمثل المساحة كما ستعرف هذا فيما بعد .

أسئلة للحل :

١) حَوْل حديقة مربعة طول محيطها ١٥٢م ، يُراد تثبيت أوتاد بحيث تكون المسافة بين كل وتد وآخر ٤ امتار ، فكم وتداً يُستَعمَل ؟

٢) طُوِّق بستان مربع الشكل ، طول ضلعه ٣٥،٥٠م بشريط حديديّ ، ثمن المتر منه ٣،٥٠ ليرات ، فكم يكون ثمن الشريط اللازم ؟

٣) اذا مشيَت ٤٠٠ خطوة ، طول كل واحدة منها ٠،٧٥م لتدور حول حديقة مربعة الشكل ، فكم يكون طول ضلع هذه الحديقة ؟

٤) طُوِّقَتْ حديقة مربعة الشكل بالواح من الحديد ثمن المتر منها ٣ ليرات ، فاذا بلغَتْ النفقة ٣٢٤ ليرة ، فكم يكون طول ضلع هذه الحديقة ؟

٥) اذا أريد تبطين سجّادة مربعة الشكل طول ضلعها ٣ امتار بنسيج عرضه ٠،٧٥م ، فكم متراً يلزم لذلك ؟

٦) جنينة مربعة الشكل، غُرِسَتْ أشجارها في خطوط مستقيمة، وبين كل صفّين منها ٣ امتار، فاذا غُرِس على محيطها ١٦ شجرة، فكم متراً يكون طول كل من أضلاعها؟

٧) سَجّادة مربعة الشكل، طول ضلعها ٢،٥ متران، تغطي ثلث ارض غرفة، فكم يكون عرض الغرفة اذا كان طولها ٥ أمتار؟

٨) بلغت النفقة على بناء سور يُقام حول حقل مربّع الشكل ١٠٨٠ ليرة، فاذا كان معدّل ما يُنفَق على المتر من هذا السور ٧،٥ ليرات، فكم تكون مسافة الحقل؟

مسائل مُتَنَوِّعَة للحل:

١) اذا باع تاجر ما عنده من السمن على معدّل سعر الكيلوغرام ٥ ليرات، يصير قادراً ان يشتري بثمن السمن بستاناً ويبقى معه فوق ذلك ٥٨٠ ليرة، اما اذا باعه على معدّل سعر الكيلوغرام ٤ ليرات، فانه يقدر ان يشتري بثمنه ذلك البستان غير انه لا يبقى معه عندئذ سوى ٨٠ ليرة، فكم كيلوغراماً من السمن يكون عنده؟... وكم يكون ثمن البستان؟

٢) قُسِمَتْ ٢٢٠ ليرة على ثلاثة اشخاص، فنال الثاني منهم أقلّ ممّا ناله الاول بـ ٣٠ ليرة، والثالث اكثر من الاول بـ ٤٠ ليرة، فكم تكون حصة كل منهم؟

٣) تحتوي سَلّة على ١٥٥ ثمرة من التُفّاح والإجّاص والخوخ، فاذا كان عَدَدُ التُفّاحات ٤ أضعاف عدد الإجاصات، وَعَدَد الإجّاصات اكثر من عَدَد الخوخات بـ ٥ ثمرات، فكم يكون عدد التُفّاحات؟... الإجّاصات؟

الدرس الاربعون

مقارنة الكسور الدارجة

١ ـ مقارنة الكسور بالوحدة :

(١) اذا اخذنا ٣ اقسام من التفاحة يكون الكسر المأخوذ $^{٣}/_{٤}$ اي اقل من الواحد الصحيح بربع ، واذا قابلنا صورة هذا الكسر بمخرجه نرى انه اصغر من المخرج .

(٢) فاذاً عندما نأخذ ٤ اقسام من التفاحة مثلاً يكون الكسر المأخوذ $^{٤}/_{٤}$ اي التفاحة بكاملها. وعند مقابلة الصورة بالمخرج نرى انهما متساويان .

(٣) واذا أخذنا ٥ أقسام يكون الكسر المأخوذ $^{٥}/_{٤}$ وهو اكبر من التفاحة ، وبناء عليه فيلاحظ هنا ان الصورة اكبر من المخرج .

ومما تقدم نستنتج ما يأتي : اذا كانت صورة الكسر اصغر من مخرجه يكون الكسر الدارج أصغر من واحد صحيح ، ويسمى ـ والحالة هذه ـ كسراً حقيقياً . واذا كانت صورته مساوية لمخرجه ، يكون الكسر مساوياً لواحد صحيح ، ويسمى « كسراً غير حقيقي » امـــا اذا كانت صورته اكبر من مخرجه ، فيكون الكسر أكبر من الوحـــدة ، ويسمى اذ ذاك « كسراً غير حقيقي » ايضاً .

وكل مرة يكون الكسر غير حقيقي ، يجب استخراج الصحيح منه ، وذلك بقسمة صورته على مخرجه كما في المثال الآتي : $^{٥}/_{٤} = ١\,^{١}/_{٤}$ ويسمى هذا النوع من الكسر « الكسر الممتزج ».

واذا اتفق ان اردنا تحويل الكسر الممتزج الى كسر غير حقيقي ، فما علينا الا ان نضرب العدد الصحيح في مخرج الكسر ، ونجمع الى الحاصل صورة الكسر ، جاعلين المجموع كله صورة لكسر يكون مخرجه معادلا لمخرج الكسر الاول .

مثال ذلك : $١\frac{١}{٤} = (٤ \times ١) + ١ = \frac{٥}{٤}$

٢ ـ مقارنة الكسور بعضها ببعض :

اذا قسم مبلغ من المال بين شخصين فاخذ الاول $\frac{٤}{٧}$ المبلغ ، وأخذ الثاني $\frac{٣}{٧}$ منه فأيهما تكون حصته اكبر ؟

يلاحظ في هذه العملية ان الكسرين مخرجاً واحداً ، وهو الـ ٧ اما الـ ٤ فهي اكبر من الـ ٣ لذلك تكون الـ $\frac{٤}{٧}$ اكبر من $\frac{٣}{٧}$ وبناء عليه فنقول : ان حصة الاول اكبر من حصة الثاني .

قد يتفق ان يكون الكسور ذات المخرج ، وفي مثل هذه الحالة ، يكون اكبرها ، ذا صورة اكبر ، وكلما زادت صورة الكسر ، زادت قيمته والعكس بالعكس .

اذا اخذ نسيب $\frac{٢}{٣}$ مبلغ من المال ، وحليم $\frac{٢}{٥}$ منه فأيهما تكون حصته اكبر ؟ يكفي ان نتأمل صورتي الكسرين حتى نعلم ان كلاً منهما يُمثل جزئين من الوحدة ، على ان اجزاء الكسر الاول هي اثلاث ، واجزاء الكسر الثاني اخماس ، وبما ان الثلث هو اكبر من الخمس ، يمكننا القول ان الـ $\frac{٢}{٣}$ اكبر من الـ $\frac{٢}{٥}$ وبناء عليه تكون حصة نسيب اكبر من حصة حليم .

واعلم انه عندما يكون الكسور ، الصورة عينها ، فاكبر كسر منها هو الذي يكون له اصغر مخرج .

فنستنتج مما تقدم ، ان الكسر يزيد كلما قل مخرجه والعكس بالعكس .

أيٌّ من الكسور الآتية هو كسر حقيقيّ وأيُّها كسر غير حقيقي :

$\frac{٣}{٥}$ و $\frac{٦}{٤}$ و $\frac{٨}{٦}$ و $\frac{١}{٢}$ و $\frac{٩}{٥}$ و $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٢}{٧}$ و $\frac{٤}{٣}$ و $\frac{٥}{٨}$

نَظِّم الكسور الآتية تنظيماً يتقدم فيه الاصغرُ الاكبرَ :

$\frac{٧}{١٤}$ و $\frac{٣}{١٤}$ و $\frac{٨}{١٤}$ و $\frac{٥}{١٤}$ و $\frac{١١}{١٤}$ و $\frac{٤}{١٤}$

نظِّم الكسور الآتية تنظيماً يتقدم فيه الاكبرُ الاصغرَ :

$\frac{١٢}{٥}$ و $\frac{١٨}{٥}$ و $\frac{١٥}{٥}$ و $\frac{٨}{٥}$ و $\frac{٣}{٥}$ و $\frac{٦}{٥}$

حَوِّل الكسور الممتزِجة الآتية الى كسور غير حقيقية :

$٢\frac{١}{٣}$ و $٣\frac{١}{٤}$ و $٤\frac{٥}{٨}$ $٩\frac{٣}{١٠}$ و $٧\frac{٣}{٨}$ و $٣\frac{٦}{٩}$ و $٩\frac{٣}{١١}$

$٤\frac{١٥}{١٧}$ و $٢٠\frac{٤}{٧}$ و $٣١\frac{٣}{٤}$

حَوِّل هذه الكسور غير الحقيقية الى كسور ممتزجة :

$\frac{١٣}{٦}$ و $\frac{٣٠}{٢}$ و $\frac{٤٤}{١١}$ و $\frac{٦٤}{٨}$ و $\frac{٢٧}{٥}$ و $\frac{٥١}{١٧}$ و $\frac{٢١}{٥}$

$\frac{١٨}{٤}$ و $\frac{٢٥}{٩}$ و $\frac{١٦}{١٢}$

أسئلة للحل :

١) باع رجل كَمِيَّتَين متساوِيَتَيْنِ من الجوخ والحرير ، فقبض ثمن الجوخ ٧٠٢ وليرتَين ، وثمن الحرير ٤٦٨ ليرة ، فكم متراً يكون قد باع من كل نوع ، وكم يكون ثمن المتر اذا كان مجموع ثمن متر واحد من الجوخ ، وآخر من الحرير ٣٠ ليرة ؟

٢) قطعتان من الحرير متساويتان في الطول ، وثمن الاولى منهما ٤٥٠ ليرة ، وثمن الثانية ٦٧٥ ليرة ، فاذا كان ثمن المتر من القطعة الثانية يزيد ٥ ليرات عن ثمن المتر من القطعة الاولى ، فكم يكون طول كل قطعة ؟ وكم يكون ثمن المتر من كل نوع ؟

١) اشترى تاجر كَنتالا من السكّر، وكَنتالا آخر من الأُرُزّ، ودفع ثمنهما ١٨٠ ليرة، ولو كان سعر كَنتال الأُرُزّ يساوي سعر كَنتال السُّكّر، لَبلَغ مقدار القيمة التي يدفعها ٢٢٠ ليرة، فكم يكون ثمن الكيلوغرام من كل نوع ؟

٢) تشارك أديب وحبيب بِمُشتَرَى بِرميل زيت سَعَتُه ٢٤٠ ليتراً، على معدّل سعر الليتر ٣ ليرات، فاذا اخذ اديب ٥٠ ليتراً زيادة عما أخذه حبيب، فكم يكون ثمن حصة كل منهما ؟

٣) بلغ ثمن كيسَيْن من السُّكّر ٢٠٩٠٠ غرش، فاذا كان الاول يحتوي على اكثر مما يحتوي عليه الثاني بـ ١٠ كغ، ويزيد ثَمَنُه ايضاً ١١٠٠ غرش، فكم يكون مقدار ما يحتوي عليه كل بِرميل ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) ثمن ١٠٠ كغ زيت ٢٠٠ ليرة، فكم يكون ثمن بِرميل يسع ٢٠٠ ليتر اذا كان وزن ليتر الزيت ٩١٥ غراماً ؟

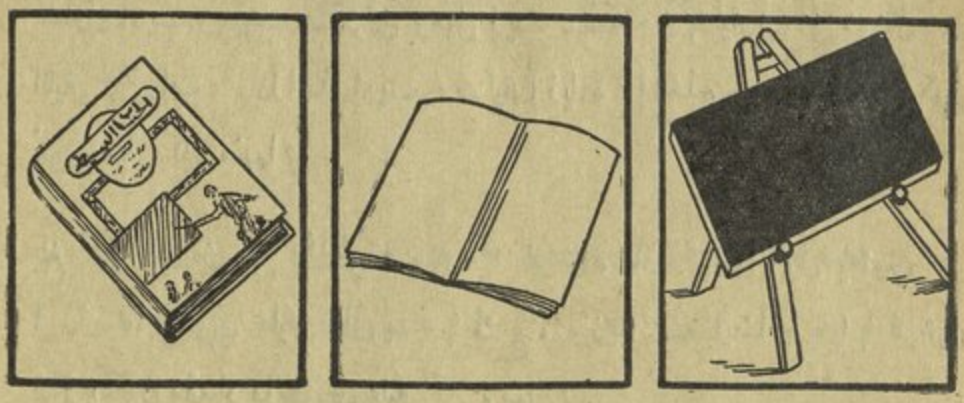
٢) باع فلاح ٣ خراف على معدّل سعر الخروف الواحد ٥٠ ليرة، واشترى بثمنها كمية من الأُرُزّ والسُّكّر على معدّل سعر الـ كغ من الأُرُزّ ٦٥ غرشاً، والـ كغ من السُّكّر ٨٥ غرشاً، فكم كيلوغراماً يكون قد اشترى من كل جنس؟

٣) باع فلّاح ١٠ ليترات زبدة، و٤ ليترات حليب، وقبض ثَمَن الجميع ٦٣ ليرة، فكم يكون ثمن كل من ليتر الزبدة وليتر الحليب، اذا كان ثمن ليتر الزبدة يساوي ٨ اضعاف ثمن ليتر الحليب ؟

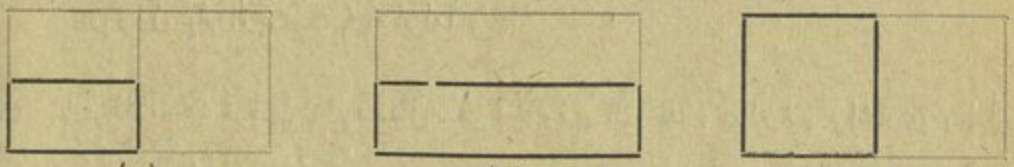
الدرس الحادي والاربعون

الاشكال الرباعية

المستطيل

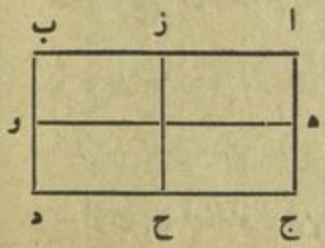


ان اللوح الاسود والدفتر والكتاب وما اليها تمثل جميعاً اشكالا رباعية لا تختلف عن المربع الا بعدم تساوي أضلاعها الاربع، وهذه الاشكال تدعى مستطيلات ، خذ ورقة دفتر مثلاً ... اطوها من الجهة اليمنى الى اليسرى ثم من الجهة العليا الى السفلى ثم اطو زاويتيها المتقابلتين ، يظهر لك بوضوح ان ضلعي المستطيل المتقابلتين هما متساويتان ومتوازيتان ، وان الزوايا الاربع متساوية ايضاً وقائمة كما يبدو لك هذا في الرسوم الثلاثة ادناه .



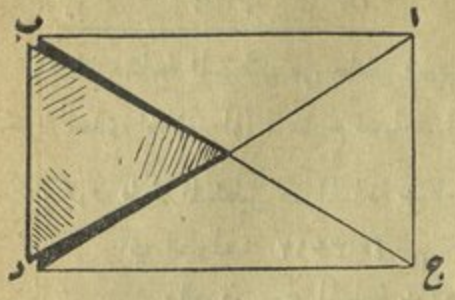
(١) (٢) (٣)

المُتَوسِّطَان :



ان لكل مستطيل كالمربع متوسطين ايضاً يكونان متعامدين، لكنهما غير متساويين لان الواحد منهما (ه و) مساو لطول المستطيل ، والثاني (ز ح) مساو لعرضه ، وهذا واضح في الشكل الرابع .

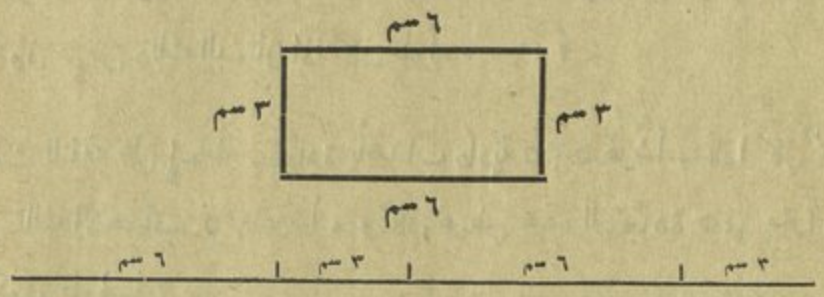
القطران :



وكذلك يكون للمستطيل كما للمربع قطران متساويان ومتقاطعان في وسطهما ، على انهما غير متعامدين ، وهما يصلان بين كل زاويتين متقابلتين كما يبدو لك في الرسم الخامس ، والقطران هما : «ا د» و «ب ج» .

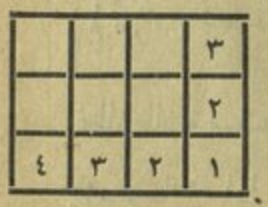
محيط المستطيل :

اذا كان طول مستطيل مثلاً ٦ سم . وعرضه ٣ سم يكون طول محيطه ٣+٦+٣+٦=١٨سم او (٣+٦)×٣=١٨ سم كما هو مبين في الرسم السادس .



ويستدل من هذا انه عندما يراد معرفة احدى ضلعي المستطيل ، نأتي بنصف محيطه ثم نطرح منه الضلع المعلومة .

مساحة المستطيل :



اذا تأملت في الرسم المستطيل الى يسار هذه الصفحة ، يظهر لك ان المستطيل الاخير منه مؤلف من ٤ سم وان سطحه الكبير ، يتضمن ٣ مستطيلات صغيرة ، فهذا الرسم اذاً هو عبارة عن ٤×٣=١٢سم^{٢} اي ان مساحة المستطيل = الطول × العرض .

ايجاد احد بُعْدَي المستطيل :

وبما ان مساحة المستطيل هي حاصل ضرب طوله في عرضه، كما اتضح لك هذا في الرسم السابق، تكون احدى اضلاعه اذاً ، خارج قسمة مساحته على الضلع الاخرى ، وفي المثل الآنف الذكر

يكون طول المستطيل = المساحة ÷ العرض

اي الطول : ١٢÷٣=٤ سم

والعرض = المساحة ÷ الطول

اي العرض: ١٢÷٤=٣ سم

أسئلة للحل :

١) خَطَوتَ في دورتك حولَ بستان ٥٠٠ خُطوة، طول كل منها ٠،٧٠ م، فكم يكون عرض ذلك البستان اذا كان طوله ١٠٠م ؟

٢) بلغَتِ النفقة على إحاطة سَجّادة بأهداب عادية ٥٢٥ غرشاً ، فاذا كان ثمن المتر من تلك الاهداب ٧٥ غرشاً ، وكان عرض هذه السَجّادة ١،٥ متراً، فكم يكون طولها ؟

٣) بستان طوله ١٣٠م ، غُرِسَتْ فيه أشجار بصفوف موازية لطوله ، فاذا كان عدد هذه الصفوف ١٢ صفاً ، وكانت المسافة بين كل اثنتَيْن من تلك الاشجار ٥ امتار ، فكم شجرة يكون في البستان كله ؟
(لم تُغْرَس شجرة لا في أول الصف ولا في نهايته) .

٤) غِطاء طاولة مستطيل الشكل طوله يساوي ٤ أمثال عرضه ، فكم متراً من الشريط يلزم لاحاطته اذا كان عرضه ١،٥٠ متراً ؟

٥) لرجل قِطْعَتا أرض مُتَكافِئَتان في المساحة ، الاولى مربعة ، وطول محيطها ٢٨٠م ، والثانية مستطيلة الشكل ، وعرضها ٢٥م ، فكم متراً يكون طولها ؟

٦) سَجّادة طول محيطها ١٥،٣٠م ، وطولها ٤،١٥ امتار ، فاذا أُرِيد تبطينها بنسيج عرضه ٠،٥٠م ، فكم متراً من النسيج يلزم لذلك ؟

٧) ملعب مستطيل الشكل يبلغ محيطه ٣٦م ، فاذا كان طوله أكثر من عرضه بـ ٦ امتار ، فكم يكون كلٌّ من طوله وعرضه ؟

٨) ممر مستطيل الشكل يبلغ محيطه ٣٠م ، فاذا كان طوله ٤ أضعاف عرضه ، فكم يكون طوله ؟ و كم يكون عرضه ؟

اسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) اذا باع تاجر ليتر الزيت بـ ١٧٠ غرشاً ، يخسر في بيع ما يحتويه بِرميل من الزيت ٥٤ ليرة ، واذا باعه بـ ٢٢٠ غرشاً ، يربح في بيع الزيت ٣٦ ليرة ، فكم ليتر زيت يكون في هذا البرميل ؟... وبكم يكون قد اشترى الليتر الواحد منه ؟

٢) باع تاجرُ طيورٍ ١٠ ديوك ، و١٢ دجاجة بقيمة ٩٠ ليرة ، فاذا كان ثمن كل ٣ دجاجات بمقدار ثمن ٥ ديوك ، فكم يكون ثمن كل من الدجاجة والديك ؟

٣) استأجر احد الملّاكين عاملا مدة ٨٠ يوماً ، على ان يدفع له ٦ ليرات كل يوم عمل ، وليرتين كل يوم بِطالة ، فكم يوماً يكون قد انقطع عن العمل اذا قبض في نهاية المدة ٤٤٠ ليرة ؟

الدرس الثاني والاربعون

خواص الكسور واختزالها

١) تكبير الكسر عدة مرات :

(١) اذا ضربت صورة الكسر في عدد ما ، فان الكسر يكبر بقدر ذلك العدد ، مثال ذلك: اذا ضربت صورة الكسر $^{٢}/_{٥}$ في ٢ ، يصير $^{٤}/_{٥}$ وهذا الاخير هو اكبر من الكسر الاول بمرتين لان عدد الاخماس فيه هو ضعف ما في الاول .

(٢) عندما نقسم مخرج الكسر على عدد ما ، فان الكسر يكبر ايضاً بقدر ذلك العدد ، مثال ذلك : اذا قسمت مخرج الكسر $^{٣}/_{٨}$ على ٢ ، يصير $^{٣}/_{٤}$ وهو اكبر من الكسر الاول بمرتين ، وذلك يتضح لك عندما توحّد مخرجي هذين الكسرين بتحويلك الـ $^{٣}/_{٤}$ مثلاً الى $^{٦}/_{٨}$ ، فالـ $^{٦}/_{٨}$ هي بالحقيقة مضاعف الـ $^{٣}/_{٨}$ لان عدد الاثمان فيها هو ضعف ما في الاول فيستنتج مما تقدم ، انه عندما يراد تكبير احد الكسور عدداً من المرات تضرب صورة الكسر في ذلك العدد ، او يقسم مخرجه عليه .

٢) تصغير الكسر عدة مرات :

(١) عندما تقسم صورة الكسر ، فان الكسر يصغر بقدر عدد المقسوم عليه ، مثال ذلك : اذا قسمت صورة العدد $^{٢}/_{٥}$ على ٢، يصير $^{١}/_{٥}$ وهذا الاخير هو اصغر من الاول بمرتين ، لانه يشتمل على نصف ما يشتمل عليه الاول من الاخماس .

(٢) عندما تضرب مخرج الكسر في عدد ما ، فان الكسر يصغر بقدر عدد المضروب فيه ، مثال ذلك : اذا ضربت مخرج الكسر $^{٣}/_{٤}$ في ٢ ، يصير $^{٣}/_{٨}$ ويكون اصغر من الكسر الاول بمرتين ، لانهما وان اشتملا على اجزاء متساوية عدداً فان الجزء من الثاني يساوي نصف الجزء من الاول .

ويستنتج هنا ايضاً ، انه عندما يراد تصغير احد الكسور عدداً من المرات ، يضرب مخرج الكسر في ذلك العدد او تقسم صورته عليه .

٣) جعل الكسور متعادلة :

(١) عندما تضرب حدي كسر في عدد واحد ، فان قيمته تبقى ثابتة لا تتغير ، مثال ذلك : اذا ضربت حدّي الكسر ٢/٥ في ٢ ، يصير ٤/١٠ وهو كما ترى مساو في القيمة الكسر ٢/٥

(٢) وعندما تقسم حدي كسر على عدد واحد ، فان قيمته لا تتغير ايضاً ، مثال ذلك : اذا قسمت حدي الكسر ٦/٨ على ٢ ، يصير ٣/٤ وهو كما ترى مساو في القيمة الكسر ٦/٨

وبناء عليه ، فيستفاد من هذه الخاصة في اختزال الكسور وتوحيد مخارجها ما نورده فيما يلي :

٤) اختزال الكسور :

١) ١/٢ ١

٢) ١/٤ ١/٤ ١ ١

٣) ١/٨١ ١/٨١ ١/٨١ ١/٨١ ١

اذا قسمت خطاً ما ، الى قسمين متساويين يكون كل قسم منهما مساوياً لـ ١/٢ الخط ، كما ترى في الرسم الاول ، واذا عدت فقسمت ايضاً نصف الخط الى قسمين متساويين ، يكون كل قسم منهما مساوياً لـ ١/٤ الخط كما تلاحظ هذا في الرسم الثاني .

وبناء عليه فالـ ١/٢ = ٢/٤

ثم اذا انت قسمت ايضاً ١/٤ الخط الى قسمين متساويين ، يكون كل قسم منهما مساوياً لـ ١/٨ الخط كما يتضح لك ذلك في الرسم الثالث .

فالنصف اذاً في مثل هذه الحالة يساوي ٤/٨ الخط ، فيكون الـ ١/٢ = ٢/٤ = ٤/٨

والـ ١/٢ والـ ٢/٤ والـ ٤/٨ تسمى كسوراً متعادلة لانها تتساوى من حيث القيمة ولو كانت مختلفة الحدين .

وبما ان قيمة الكسر لا تتغير اذا قسمنا حدّيه على عدد واحد ، فاننا نجعل الكسر في أبسط شكل ممكن مع المحافظة على قيمته الاصلية .

وقسمة حدّي الكسر على عدد واحد ، حتى يصبحا في ابسط حالة ممكنة ، تسمى اختزال الكسر ، واليك مثالا على ذلك :

واذا اردنا ان نختزل الكسر ١٢/٥٤

فاننا نقسم حدّي الكسر اولا على ٣ كما ترى في هذه العملية الى يسار الصفحة امامك ، فيصبح معنا الكسر ٤/١٨ ثم نقسم بعد ذلك، حدي هذا الكسر ايضاً على ٢ فيصير ٢/٩ وهو هنا، كما ترى في ابسط حالاته لم يعد قابلا للاختزال أبداً .

$$\frac{٢}{٩} = \frac{\cancel{١٢}\ ٢}{\cancel{٥٤}\ \cancel{٤}\ ٩}$$

وعلى هذا النسق اختزل الكسور الآتية :

٦/٨	و ٨/١٢	و ٦/١٤	و ٤/١٦	و ٥/١٥	و ٧/١٤	و ٩/١٢
٦/٨١	و ٧/٢١	و ٦/٣٠	و ٧/٢٨	و ٨/٤٠	و ١٢/١٨	و ١٤/٣٥
١٨/٢٧	و ١٢/١٦	و ١٨/٢٤	و ١٨/٣٦	و ٢٠/٢٥	و ٢٠/٢٦	و ٧٨/٢٦
٢٧/٣٦	و ٢٧/٤٥	و ٣٢/٤٠	و ٣٦/٥٤	و ٣٣/٥٥	و ٣٦/٤٨	و ٣٦/٨١
٤٥/٨٥	و ٤٨/٨١	و ٥٢/٦٠	و ٥٦/٩٦	و ٥٧/٧٥	و ٧٨/٩٠	و ٨٤/٩٦

أسئلة للحل ذات خمس درجات : تدور حول مَوضُوعَيْ المربّع والمستطيل .

١) فَلّاح يملُك حقلا مستطيل الشكل محيطه ٩٦م ، فكم تكون مساحته اذا كان طوله اكثر من عرضه بـ ٨ امتار ؟

٢) اشترى رجل حقلا مربعاً طول محيطه ٢٤٠م ، على معدّل سعر المتر المربع ٦٥ ليرة ، وأحاطه بشريط ، فبلغَتْ نفقة المتر من هذا الشريط ١،٥ ليرة ، فكم يكون قد بلغ ثمن هذا الحقل مع ثمن الشريط ؟

٣) ثمن حقل مربع الشكل مُحاط بسياج ١٧٢١٢،٥ ليرة، فاذا بلغَتْ تكاليف السياج ٨١٠ ليرات، وَكَلَّف المتر الواحد ٢،٥ ليرتَين، فكم تكون مساحة الحقل؟ و كم يكون ثمن المتر المربع منه؟

٤) اشترى رجل أرضاً مستطيلة الشكل، عرضها ٤٠م ومحيطها يساوي محيط مربَّع طول ضلعه ٥٠م فكم يكون ثمن هذه الارض اذا كان ثمن المتر المربع منها ٣،٥ ليرات ذهبية؟

٥) ثمن متر الشريط ١،٢٥ ليرة، فكم متراً يلزم لإحاطة حديقة مربعة طول ضلعها ٩٠ متراً، ويقتضي لتثبيت الشريط أعمدة حديد بين كل اثنَين منها مسافة ٣ امتار، وثمن العمود ٤،٥ ليرات، فكم يكون ثمن الشريط، و كم يكون عدد الاعمدة وثمنها؟... و كم يكون مجموع النفقة؟

٦) رواق بشكل المستطيل طول محيطه ٢٤م وطوله يساوي ٥ أمثال عرضه، فكم يكون طوله؟... و كم يكون عرضه؟... واذا فُرِشَتْ ارضه بالإسمَنْت الذي سعر المتر المربع منه ٨،٥ ليرات، فكم يكون مقدار ما يُصْرَف عليه؟

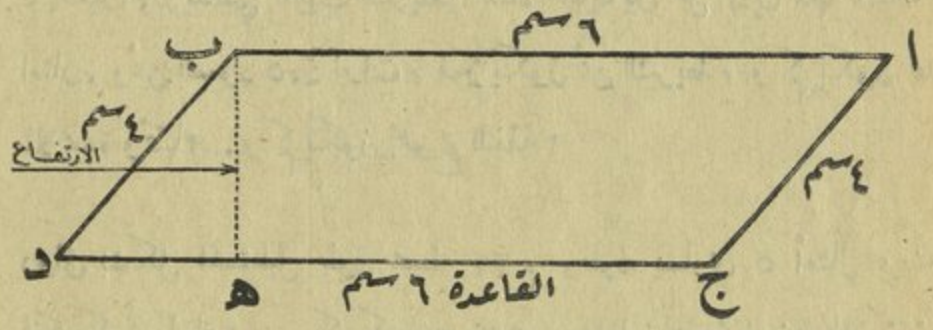
٧) اشترى رجل قِطعَتَيْ ارض، مساحة الاولى منهما ٢٥٠ متراً مربعاً، ومساحة الثانية ١٨٠ متراً مربعاً، بمبلغ قدره ١٢٠٠ ليرة، فكم يكون ثمن المتر المربَّع من كل قطعة، اذا كان ثمن المتر المربَّع من الاولى، يزيد عن ثمن المتر من الثانية بـ ٠،٥٠ ليرة؟

الدرس الثالث والاربعون

الاشكال الرباعية

متوازي الاضلاع

عندما ترسم على اللوح مثلا ، مستقيمين متوازيين ، ا ب و ج د وتقطعهما بمستقيمين متوازيين ايضاً ومائلين : ا ج و ب د ، فانك ترى امامك شكلا رباعياً يتساوى ويتوازى كل ضلعين من أضلاعه المتقابلة ، ولهذا فهو يسمى متوازي الاضلاع .



(١)

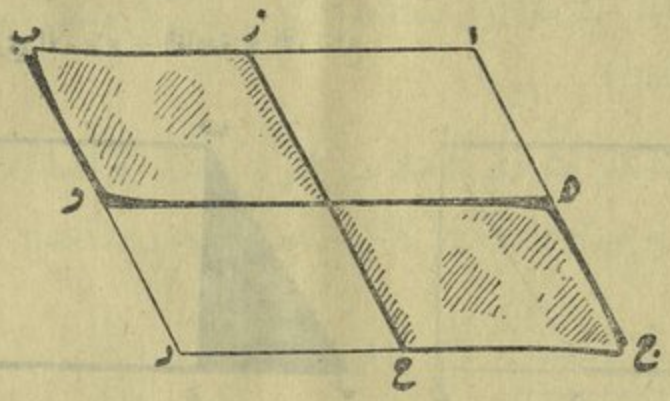
ولمتوازي الاضلاع قاعدة ، تكون الضلع التي يرتكز عليها مثل ج د ، وارتفاع ، وهو الخط العمودي « ب هـ » المنحدر من الرأس الى القاعدة .

محيط متوازي الاضلاع :

واذا شئت ان تعرف محيط متوازي الاضلاع ، فما عليك الا ان تجمع أضلاعه الاربع ، او تضرب نصف محيطه (اي مجموع الضلعين المتجاورتين) في ٢ .

المتوسطان :

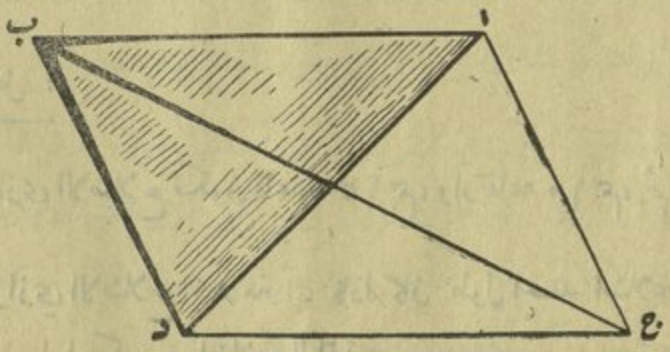
اذا فصّلت ورقة مثلا ، وجعلت منهـــا متوازي الاضلاع ، ثم قطعته باتجاه الخطين اللذين يتوسطانه ، وطويت القسمين الناتجين عن ذلك احدهما على الآخر ، يتضح لك ان الضلعين المتقابلتين تساوي الواحدة منهما الاخرى تماماً ، كما تساويان معاً المتوسط المقابل لهما .



(٢)

القطران :

كذلك اذا قطعت الشكل المتوازي الاضلاع باتجاه احد قطريه ، ثم طويت قسميه احدهما على الاخر ، اي القسم المظلل ، على القسم غير المظلل ، كما في الشكل الثالث ، يظهر لك جلياً ان كل زاويتين متقابلتين في متوازي الاضلاع هما متساويتان ايضاً .

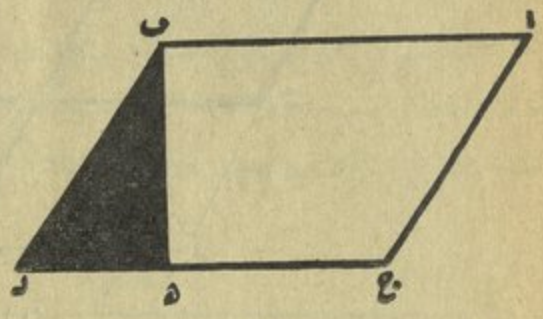


(٣)

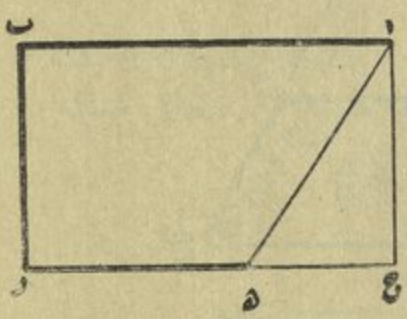
مساحة متوازي الاضلاع :

لنفترض اننا قطعنا جزءاً من متوازي الاضلاع ا ب ج د كما في الشكل الرابع بأتجاه ارتفاعه ب هـ ثم نقلنا هذا الجزء المقتطع واثبتناه في جهة اليمين كما هو ظاهر في الشكل الخامس ، فاننا بذلك نحصل على مستطيل يساوي بطوله طول متوازي الاضلاع ، وبعرضه ارتفاعه ، وبناء عليه تكون مساحة الشكلين المذكورين واحدة ، وهذا ما يقودنا الى الاستنتاج ان :

مساحة متوازي الاضلاع = القاعدة × الارتفاع



(٤)



(٥)

حساب أحد بعدَي متوازي الاضلاع :

لقد اتضح مما تقدم ان مساحة متوازي الاضلاع = قاعدته × ارتفاعه

واذاً فقاعدته = المساحة ÷ ارتفاعه

وارتفاعه = المساحة ÷ قاعدته

أسئلة للحل :

١) أرسم متوازي الاضلاع تكون قاعدته ١٥ سم، وارتفاعه ١٠ سم، ثم جِدْ مساحته؟

٢) محيط متوازي الاضلاع ٨٠ متراً ، فاذا كان طول احد اضلاعه ٢٤ متراً ، فكم يكون طول كل من اضلاعه الباقية ؟

٣) قطعة ارض بشكل متوازي الاضلاع ، طول قاعدته ١٥٠م وارتفاعه ٨٠م فكم تكون مساحته ؟... واذا بِيعَت الارض على معدّل سعر الآر ٤٥ ليرة ، فكم يبلغ ثمنها ؟

٤) ارض بشكل متوازي الاضلاع ، طول قاعدته ١٤٠م وارتفاعه ٣٠م فكم يكون عرض مزرعة اخرى مستطيلة الشكل ، مساحتها ضِعف المساحة الاولى ، وطول قاعدتها ١٠٠م ؟

٥) مزرعة بشكل متوازي الاضلاع ، مجموع قاعدته وارتفاعه ١٦٠م وطول قاعدته يزيد عن ارتفاعه ٤٠م فكم متراً مربعاً تكون مساحته ؟

مسائل مُتَنَوِّعَة للحل : تأتي الاخيرة منها من ست درجات .

١) اشترى تاجر طيور ٢٥٠ دجاجة ، بمبلغ ٧٥٠ ليرة ، فاذا باع منها ٧٥ دجاجة على معدّل سعر الدجاجة الواحدة ٣ ليرات ، فبكم يجب ان يبيع الدجاجة مما بقي منها ليكون ربحه في الجميع ١٣١،٢٥ ليرة ؟

٢) لو أن تاجر صوف دفع ثمن كَنتال الصوف ١٠٠٠ ليرة ، لكان بقي معه ٥٠٠ ليرة ، ولو أنه دَفَعَ ١٢٠٠ ليرة ، لاحتاج الى ٨٠٠ ليرة ، فكم كَنتالاً من الصوف يُريد أن يشتري ؟... و كم يكون المبلغ الذي معه ؟

٣) اشترى شخص ثَوْبَيْن من الشَّريط ، ثمن أحدهما ١٠٨٠ غرشاً ، وثمن الثاني ٢٠٠ غرش ، فاذا كان طول الاول يزيد عن طول الثاني بـ ١٦م وثمن المتر من الثوب الاول ، يبلغ ٣ أمثال ثمن المتر من الثوب الثاني ، فكم يكون طول كل ثوب ؟... و كم يكون ثمن المتر من كل منهما ؟

الدرس الرابع والاربعون

توحيد المخارج

اذا قسمت مثلا لوح شوكولاته الى ستة اقسام متساوية ، واكلت منها ٢/٦ اللوح ، ثم عدت فأكلت منها ايضاً ٣/٦ اللوح ، تكون قد اكلت في المرتين : ٢ سدسين + ٣ اسداس = ٥ أسداس اللوح . واليك صورة الحل بالارقام : ٢/٦ + ٣/٦ = ٥/٦

ويستنتج مما مرّ ، انه عندما تكون الكسور متجانسة ، اي عندما يكون لها عين المخرج ، يمكن جمع صورها ، ووضعها صورة على مخرج الكسور ، وبعد ذلك يتابع حل العملية حسب ما يقتضيه الحال .

ولقد سبق لك ان تعلمت انه لا يمكن جمع الاعداد الصحيحة الا اذا كانت من نوع واحد ، واعلم ان ما يصدق على الاعداد الصحيحة من هذا القبيل ، يصدق ايضاً على الكسور الدارجة . واذا امكن مثلا جمع ٢/٦ + ٣/٦ = ٥/٦ فلانها كسور من جنس واحد ، اي لان لها عين المخرج وكل مرة تكون الكسور المراد جمعها ذات مخارج مختلفة ، فلا يمكن جمعها الا بعد توحيد مخارجها .

ولتوحيد مخارج الكسور الدارجة اربع طرق رئيسية :

فالطريقة الاولى منهـــا هي ضرب حدّي كل من الكسور بمخرج الكسر الآخر ، اذا كانا كسرين فقط ، او بحاصل مخارج الكسور الاخرى ، اذا كانت اكثر من كسرين ، مثال ذلك :

(١) $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{١}{٣}$ $\qquad$ $\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٣}{٤ \times ٣} = \frac{٩}{١٢}$ $\qquad$ $\frac{١}{٣} = \frac{١ \times ٤}{٣ \times ٤} = \frac{٤}{١٢}$

فيصبح الكسران بعد توحيد مخرجيهما ٩/١٢ و ٤/١٢

(٢) $\frac{١}{٣}$ و $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٢}{٥}$

$$\frac{١}{٣} = \frac{١ \times ٤ \times ٥}{٣ \times ٤ \times ٥} = \frac{٢٠}{٦٠}$$

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٣ \times ٥}{٤ \times ٣ \times ٥} = \frac{٤٥}{٦٠}$$

$$\frac{٢}{٥} = \frac{٢ \times ٣ \times ٤}{٥ \times ٣ \times ٤} = \frac{٢٤}{٦٠}$$

وتصبح هذه الكسور بعد توحيد مخارجها $٢٠/٦٠$ و $٤٥/٦٠$ و $٢٤/٦٠$

والطريقة الثانية لتوحيد مخارج الكسور هي اتخاذ احد المخارج مخرجاً مشتركاً اذا كان ضعف مخارج الكسور الاخرى . مثال ذلك : $١/٢$ و $١/٣$ و $٥/٦$

ففي هذه الكسور ، يمكننا ان نتخذ مخرج الكسر الاخير ، اي الـ ٦ مخرجاً مشتركاً لها لامكان قسمته بدون باق على المخارج الباقية ، اي ٢ و ٣ وذلك بضرب حدّي الكسر الاول $١/٢$ في ٣ وحدّي الكسر الثاني $١/٣$ في ٢ هكذا :

$$\frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٣}{٢ \times ٣} = \frac{٣}{٦}$$

$$\frac{١}{٣} = \frac{١ \times ٢}{٣ \times ٢} = \frac{٢}{٦}$$

وعليه فتصبح هذه الكسور بعد توحيد مخاجها : $٣/٦$ و $٢/٦$ و $٥/٦$.

والطريقة الثالثة لتوحيد مخارج الكسور هي اتخاذ ضعف اكبر المخارج او ثلاثة اضعافه مخرجاً مشتركاً ، على ان يكون ضعف المخارج الباقية ، اي ان تمكن قسمته على كل من المخارج الباقية بدون باق . مثال ذلك : $٣/٨$ و $٥/٦$ و $٧/١٢$ ويلاحظ من هذا ان ضعف اكبر هذه المخارج اي الـ ١٢ هو ٢٤ . وهذا العدد في الوقت ذاته هو ضعف المخارج الباقية اي الـ ٨ و الـ ٦ . لذلك نجعل الـ ٢٤ مخرجاً مشتركاً لهذه الكسور ، ثم يقسم هذا المخرج المشترك على مخرج كل كسر

في العملية ، ويضرب بعد ذلك الخارج من هذه القسمة في حدّي ذاك الكسر .

واليك كيفية الحل :

٢٤ ÷ ٨ = ٣

$$\frac{٣}{٨} = \frac{٣ \times ٣}{٣ \times ٨} = \frac{٩}{٢٤}$$

٢٤ ÷ ٦ = ٤

$$\frac{٥}{٦} = \frac{٥ \times ٤}{٦ \times ٤} = \frac{٢٠}{٢٤}$$

٢٤ ÷ ١٢ = ٢

$$\frac{٧}{١٢} = \frac{٧ \times ٢}{١٢ \times ٢} = \frac{١٤}{٢٤}$$

فتصبح هذه الكسور بعد توحيد مخارجها : ٩/٢٤ و ٢٠/٢٤ و ١٤/٢٤

والطريقة الرابعة لتوحيد مخارج الكسور هي اولا عبارة عن ايجاد المضاعف الاصغر المشترك لمخارج الكسور ، وثانياً قسمة هذا المضاعف الاصغر المشترك على مخرج كل كسر يكون في العملية ، وضرب خارج القسمة بعد ذلك في صورة الكسر . واذا كان من سبيل للاختزال قبل توحيد المخارج فينبغي أجراؤه اولا . مثال ذلك : ٣/١٢ و ٩/١٥ و ١٥/٤٠

فتصبح هذه الكسور بعد اختزالها : ١/٤ و ٣/٥ و ٣/٨

ثم تتم معرفة المضاعف الاصغر المشترك لهذه الكسور كما تعلمت سابقاً ، وهو ٤٠ وبعد تحويلها الى هذا المخرج تصبح ١٠/٤٠ و ٢٤/٤٠ و ١٥/٤٠

أجِبْ عن الاسئلة الآتية :

ماذا تعني بقولك : كسور مُتجانِسة ؟... قَدِّم أمثلةً على ذلك .

كم طريقة تعرف لتوحيد مخارج مختلفة ؟

ما هي هذه الطرق ؟

هل تُفَضِّل الاختزال ـ اذا اقتضى الامر ـ قبل توحيد المخارج ؟... ولماذا ؟

وَحِّدْ مخارج الكسور الآتية :

١) $\frac{١}{٣}$ و $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٢}{٥}$ و $\frac{٣}{١٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ و $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{١}{٢}$ و $\frac{٤}{٦}$

$\frac{٣}{٨}$ و $\frac{٢}{٤}$ ، $\frac{٥}{١٢}$ و $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٧}$ و $\frac{٢}{١٤}$ ، $\frac{٣}{٥}$ و $\frac{٨}{١٥}$ ، $\frac{١}{٤}$ و $\frac{٥}{١٦}$

٢) $\frac{٢}{٥}$ و $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{٣}{٨}$ و $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٧}$ و $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٥}{١١}$ و $\frac{١}{٣}$

$\frac{٣}{١٢}$ و $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٣}{٨}$ و $\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{٧}{١٠}$ و $\frac{٣}{٩}$ ، $\frac{٣}{١٤}$ و $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٧}{٨}$

٣) $\frac{٥}{١٢}$ و $\frac{١٤}{١٥}$ ، $\frac{٧}{٨}$ و $\frac{٥}{١٤}$ ، $\frac{١١}{١٤}$ و $\frac{٧}{٦}$ ، $\frac{٣}{١٠}$ و $\frac{١١}{١٥}$ ، $\frac{٥}{٢١}$ و $\frac{٨}{١٥}$

$\frac{٨}{٩}$ و $\frac{١١}{١٢}$ ، $\frac{٧}{٨}$ و $\frac{١١}{٢٠}$ ، $\frac{٨}{١٤}$ و $\frac{٧}{٢١}$ ، $\frac{١}{٦}$ و $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٦}$ و $\frac{١}{٩}$

٤) $\frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٦}$ و $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{١}{٢}$ و $\frac{٣}{٥}$ و $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٧}{١٥}$ و $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٣}{١٠}$

$\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٥}{٦}$ و $\frac{٧}{٩}$ ، $\frac{١٢}{٨}$ و $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{١٥}{١٦}$ ، $\frac{١٢}{٥}$ و $\frac{٥}{١٨}$ و $\frac{٧}{٤٥}$

$\frac{١}{٤}$ و $\frac{٥}{١٢}$ و $\frac{١١}{٢٦}$ ، $\frac{٤}{٧}$ و $\frac{٣}{٢١}$ و $\frac{٥}{٤٢}$ ، $\frac{٢١}{١٣}$ و $\frac{١}{٣}$ و $\frac{٢}{٢١}$

$\frac{٩}{١٥}$ و $\frac{٣}{٢٠}$ و $\frac{١٥}{٢٥}$ ، $\frac{١٥}{٨}$ و $\frac{٧}{١٦}$ و $\frac{٩}{٢٤}$ ، $\frac{٥}{١٤}$ و $\frac{١١}{٢١}$ و $\frac{١٥}{٢٨}$

مسائل للحل : تتألف كل من المسائل الثلاث الاخيرة منها ، من ست درجات .

١) رجل عاهَدَ احدهم ان يَنقل ٤٠٠ كأسٍ على ان يَقبض ٢٠ غرشاً على كل كأس تصل سالمة ، ويدفع ٣٠ غرشاً عن كل كأس تكسر ، وحينما أكمل العمل قبض ٧٧ ليرة ، فكم يكون عدد الكؤوس التي انكسرت ؟... و كم يكون عدد الكؤوس التي وصلت سالمة ؟

٢) اذا دفع رجل ١٥٢ ليرة ثمن قطعتين من الحرير من نوع واحد ، على معدّل سعر المتر ٣،٨ ليرات ، فكم يكون طول كل قطعة ، مع العلم ان طول الاولى يزيد عن طول الثانية بـ ١٠ أمتار ؟

٣) اشترت سيدتان كيساً من الصابون وزنه ٣٢،٥ كغ ، على معدّل سعر الكيلوغرام ٢٥٠ غرشاً ، فاذا أخذت الاولى أكثر مما أخذت الثانية بـ ٨،٥ كغ ، فكم غرشاً يجب ان تدفع كل منهما ؟

٤) اشتغل طبيبان معاً مدة ٢٠ يوماً ، فقبضا مبلغ ٨٠٠ ل ل ، فكم تكون أجرة كل واحد منهما ، اذا كان الاول يأخذ كل يوم اكثر من الثاني بـ ٥ ل ل ؟

٥) اشتغل رجل وابنه في عمل ، فكانت اجرة الرجل اليومية بمقدار ٤ أمثال أجرة ابنه ، وفي نهاية العمل ، أخذ الرجل ٣٦٠ ليرة ، واخذ ابنه ٧٥ ليرة ، فكم يوماً يكون قد اشتغل كل منهما اذا كان الرجل قد اشتغل اكثر من ابنه بـ ٥ أيام ؟

٦) سيدتان اشترتا معاً قطعة من الحرير ، وبلغ طولها ٦٥ م وثمنها ٧٨٠ ليرة ، فاذا دفعت الاولى اكثر مما دفعت الثانية بـ ٦٠ ليرة ، فكم متراً تكون حصة كل منهما ؟

الدرس الخامس والاربعون

المثلث

اذا وضعت على ورقة ثلاث نقط بخط غير مستقيم ، وجمعت بينها بخطوط مستقيمة ، ترى امامك شكلا هندسياً مؤلفاً من ثلاث أضلاع ، وثلاث زوايا ، وهذا الشكل يسمى مثلثاً .

واذا تأملت الرسم في يسار هذه الصفحة يتضح لك ما ذكر اعلاه، فضلا عن انك ستعرف اربعة امور مهمة في المثلث ، من الضروري معرفتها وهي هذه :

١ ـ كل واحد من الخطوط الثلاثة المستقيمة يسمى ضلع المثلث .

٢ ـ ان الضلع التي يرتكز عليها المثلث تسمى قاعدة المثلث .

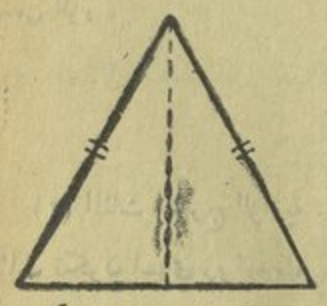
٣ ـ ان نقطة الالتقاء لكل ضلعين من اضلاع المثلث تسمى رأس المثلث .

٤ ـ ان الخط العمودي المنحدر من رأس المثلث الى القاعدة : ب ج يسمى ارتفاع المثلث .

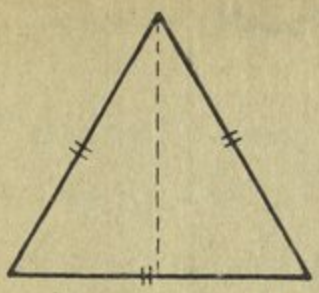
١ ـ انواع المثلث بالنسبة الى اضلاعه :

ان انواع المثلث بالنسبة الى اضلاعة ثلاثة :

(١) المثلث المتساوي الساقين : وهو عبارة عن مثلث له ضلعان متساويتان وبالتالي زاويتان متساويتان .

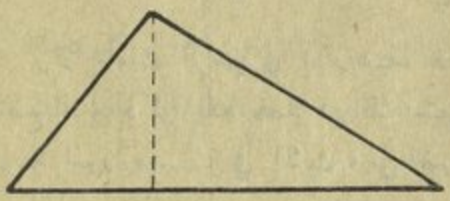


مثلث متساوي الساقين



مثلث متساوي الاضلاع

(٢) المثلث المتساوي الاضلاع : وهو عبارة عن مثلث تتساوى كل اضلاعه وبالتالي تتساوى كل زواياه .



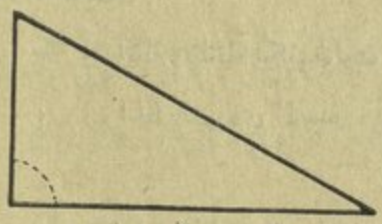
مثلث مختلف الاضلاع

(٣) المثلث المختلف الاضلاع : وهو عبارة عن مثلث لا تتساوى اضلاعه وبالتالي لا تتساوى زواياه .

٢ـ انواع المثلث بالنسبة الى زواياه :

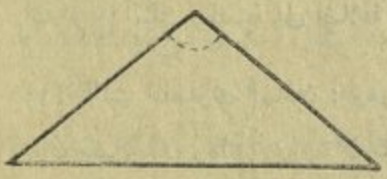
ان انواع المثلث بالنسبة الى زواياه ثلاثة :

(١) المثلث القائم الزاوية : وهو عبارة عن مثلث تكون احدى زواياه قائمة ، والضلع المقابلة لهذه الزاوية تسمى الوتر .

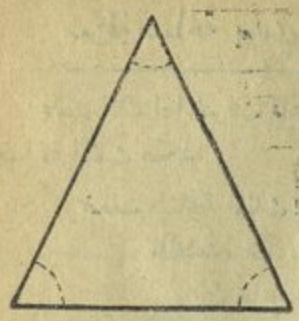


مثلث قائم الزاوية

(٢) المثلث المنفرج الزاوية : وهو عبارة عن مثلث تكون احدى زواياه منفرجة .



مثلث منفرج الزاوية



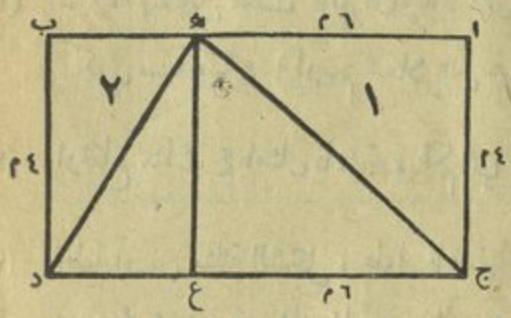
مثلث حاد الزوايا

(٣) المثلث الحاد الزوايا : وهو عبارة عن مثلث تكون جميع زواياه حادة .

محيط المثلث :

ان محيط المثلث يساوي مجموع أضلاعه .

مساحة المثلث :



اذا تأملت المستطيل المرسوم في الجهة اليسرى من هذه الصفحة ، ترى انه قد وضعت الـ هـ فيه على نقطة الالتقاء اي على ضلعه العليا ، وانه قد وصل بين هذه النقطة وبين طرفي القاعدة السفلى ، فنتج عن ذلك ثلاث مثلثات ١ و٢ والمثلث ج هـ د . وترى ايضاً أنك اذا اقتطعت المثلثين ١ و ٢ واطبقتهما على المثلث ج هـ د يظهر لك انهما ينطبقان تمام الانطباق عليه وبالتالي يساويانه بالمساحة ، وبناء عليه ، يستنتج ان مساحة هـــذا المستطيل ذات قسمين متساويين أحدهما المثلث ج هـ د ، وثانيهما ، المثلثان المشار اليهما بالرقمين ١ و٢ .

وبما ان مساحة المستطيل = الطول × العرض او القاعدة × الارتفاع فان مساحة المثلث التي ثبت انها تعادل نصف مساحة المستطيل تكون : = $\frac{\text{الطول} \times \text{العرض}}{٢}$

او $\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{٢}$

معرفة مساحة بعدي المثلث :

علمت انك اذا ضربت قاعدة المثلث في الارتفاع ، ولم تقسم الحاصل على ٢ تحصل على ضعف مساحة المثلث هكذا :

ضعف مساحة المثلث = القاعدة × الارتفاع
فالقاعدة اذاً = ضعف مساحة المثلث ÷ الارتفاع
والارتفاع = ضعف مساحة المثلث ÷ القاعدة .

أسئلة للحل :

١) مزرعة بشكل مثلث قائم الزاوية ، طول ضِلْعَي القائمة فيه ٧٠م و٦٠م فكم تكون مساحتها ؟ (ارسم شكلا يمثل هذه العملية قبل ان تبدأ في حلها) .

٢) ارتفاع مثلث ٤ امثال قاعدته ، فكم هي مساحته اذا كانت القاعدة ٦ امتار ؟

٣) قطعة أرض مثلثة الشكل ، طول قاعدتها ٢٥٠م وارتفاعها ٦٠م يراد تسميدها بحيث يُصْرَف على المتر المربع منها ١٥ غرشاً ، فكم يُصْرَف على ذلك ؟

٤) حديقة بشكل مثلث ، طول قاعدته ١٤٠م وارتفاعه ٩٠م بلغ ثمنها ٨٢٣٥ ليرة لبنانية ، فكم يكون ثمن الآر منها ؟

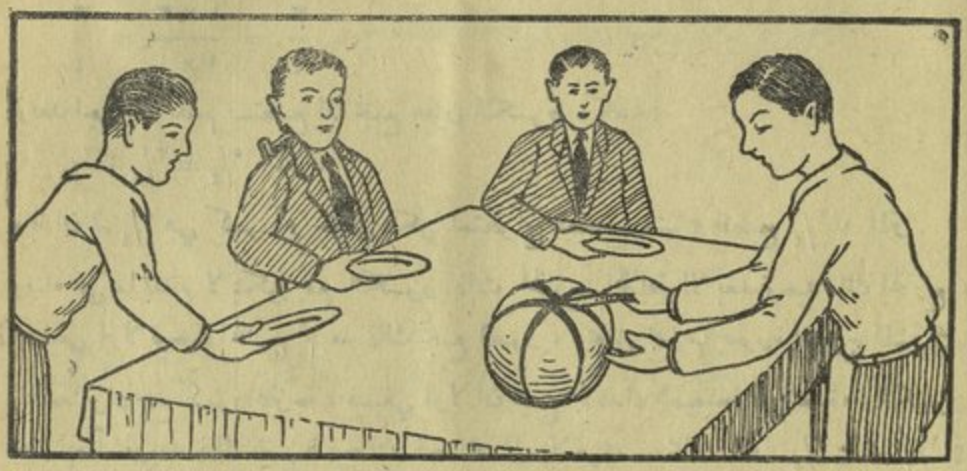
٥) مزرعة مساحتها ٣٠٠ آر ، بيع منها قطعة بشكل مثلث طول قاعدته ٣٠ م وارتفاعه ٥٥م فكم تكون مساحة القطعة الباقية ؟

٦) مثلث مساحته ٢٢٣٦م٢ فكم هو طول قاعدته اذا كان ارتفاعه ٥٢ متراً ؟

٧) مزرعة بشكل مثلث بِيعَتْ بـ ٢٤٨ ليرة بـ ٢٠ ليرة الآر ، فكم هو طول قاعدتها اذا كان ارتفاعها ٤٠م ؟

الدرس السادس والاربعون

جمع الكسور الدارجة



١) جمع الكسور المتجانسة :

قسم لبيب بطيخة الى ستة اقسام متساوية ، فاخذ منها ٣/٦ ، واعطى اخاه منها ٢/٦ ، فاي جزء من البطيخة يكون قد أخذ لبيب وأخوه ؟

اليك كيفية حل هذه المسألة :

ثلاثة اسداس البطيخة مع سدسيها تساوي ٥ اسداسها وتكتب العملية هكذا :

٣/٦ + ٢/٦ = ٥/٦ البطيخة ، ويستنتج مما تقدم انه عندما يراد جمع الكسور المتجانسة يجب جمع صورها وجعل المجموع صورة على المخرج، على ان تختزل النتيجة الى أبسط حدّيها حين الحاجة.

٢) جمع الكسور غير المتجانسة :

اشترى رجل قطعتي مرس ، فاذا كان طول الاولى ١/٢ المتر ، وطول الثانية ٣/٤ المتر ، فكم يكون طول هاتين القطعتين ؟

بما انه لا يمكن جمع هذين الكسرين لكونهما غير متجانسين ، فانه ينبغي اولا توحيد مخرجيهما

كما علمت سابقاً ، ويلاحظ هنا ان احد المخرجين اي الـ ٤ يصلح ان يكون المخرج المشترك لهذين الكسرين كما ترى فيما يأتي :

$$\frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٢}{٢ \times ٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ١}{٤ \times ١} = \frac{٣}{٤}$$

وبعد اجراء ما تقدم نستطيع ان نجمع هذين الكسرين هكذا :

$٢/٤ + ٣/٤ = ٥/٤$ المتر .

وبما ان الـ $٥/٤$ هي كسر غير حقيقي يمكن استخراج الصحيح منها ، فتصبح $١\ ١/٤$ المتر .

وبناء على ما تقدم لا يمكن جمع الكسور ذات المخارج المختلفة الا بعد توحيد تلك المخارج ، واذاً فينبغي اولا توحيد المخارج ثم بعد ذلك تجمع الصور ، ويجعل مجموعها صورة للمخرج المشترك .

وعندما يراد جمع كسور ممتزجة ، فينبغي اولا ان تجمع الاعداد الصحيحة على حدة ، والكسور على حدة ايضاً ، وبعد ذلك تضم النتيجتان احداهما الى الاخرى . مثال ذلك : $٣\ ٢/٥ + ٤\ ١/٢$

فيكون مجموع الاعداد الصحيحة : ٣+٤=٧

ومجموع الكسور : $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٢} = \frac{٤+٥}{١٠} = \frac{٩}{١٠}$

والجواب : $٧\ ٩/١٠$

إجمع الكسور الآتية :

(١) كسور متجانسة :

١ ـ يكون مجموعها كسراً حقيقياً

$\frac{١}{٣} + \frac{١}{٣}$ و $\frac{٤}{٧} + \frac{١}{٧}$ و $\frac{٢}{٨} + \frac{٣}{٨}$ و $\frac{٥}{٩} + \frac{٢}{٩}$ و $\frac{٣}{١٠} + \frac{٥}{١٠}$

٢ ـ يكون مجموعها كسراً غير حقيقي (لا تنس ان تحوّل الكسر)

$\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}$ و $\frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٤}$ و $\frac{٣}{٥} + \frac{٤}{٥}$ و $\frac{٤}{٦} + \frac{٣}{٦}$ و $\frac{٥}{٧} + \frac{٤}{٧}$

(٢) كسور غير متجانسة :

١ ـ أحد المخارج هو المخرج الاصغر المشترك

المجموع يكون فيها دون الواحد الصحيح .

$\frac{١}{٤} + \frac{١}{٨}$ و $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٦}$ و $\frac{١}{٤} + \frac{١}{١٢}$ و $\frac{١}{٣} + \frac{٣}{٦}$

$\frac{٣}{١٠} + \frac{١}{٥}$ و $\frac{١}{٣} + \frac{٤}{١٢}$ و $\frac{٢}{٦} + \frac{١١}{١٨}$ و $\frac{٣}{٦} + \frac{٤}{١٢}$ و $\frac{٥}{١١} + \frac{٧}{٢٢}$

المجموع يكون فيها واحداً صحيحاً فما فوق (لا تنس ان تُحوِّل الكسر)

$\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٢}$ و $\frac{٣}{١٠} + \frac{٤}{٥}$ و $\frac{٥}{١٦} + \frac{٣}{٤}$ و $\frac{٣}{٤} + \frac{٥}{١٢}$ و $\frac{٥}{٦} + \frac{٩}{٢٤}$

$\frac{٣}{٧} + \frac{٢٧}{٣٥}$ و $\frac{٧}{٢٢} + \frac{٩}{١١}$ و $\frac{٥}{٦} + \frac{١١}{١٨}$ و $\frac{٧}{١٥} + \frac{٢}{٣}$ و $\frac{٧}{١٢} + \frac{٣}{٤}$

٢ ـ المخرج الاصغر المشترك غير موجود

$\frac{٣}{٤} + \frac{٤}{٦}$ و $\frac{٥}{٨} + \frac{٥}{١٢}$ و $\frac{٧}{١٢} + \frac{٥}{٨}$ و $\frac{٧}{١٢} + \frac{١١}{١٦}$ و $\frac{٧}{١٥} + \frac{٩}{١٢}$

المخرج الاصغر المشترك يحصل بضرب المخارج بعضها ببعض

$\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥}$ و $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}$ و $\frac{١}{٤} + \frac{٢}{٥}$ و $\frac{٢}{٥} + \frac{٨}{٩}$ و $\frac{٣}{٨} + \frac{٤}{٥}$

$\frac{٤}{٥} + \frac{٣}{٧}$ و $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤}$ و $\frac{٤}{٣} + \frac{٥}{٧}$ و $\frac{٤}{٧} + \frac{٥}{٩}$

تمارين مُتَنَوِّعَة :

$\frac{١}{٤} + \frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٢} + \frac{٤}{٥}$ و $\frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٥}$ و $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٦} + \frac{١}{١٢}$

$\frac{٥}{٦} + \frac{٥}{١٢} + \frac{٢}{٣}$ و $\frac{٧}{١٥} + \frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٥}$ و $\frac{٣}{٤} + \frac{٣}{٨} + \frac{٧}{١٢}$

$\frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٨} + \frac{٧}{١٦}$

جمع كسور ممتزجة (لا تنس ان تجمع الصحيح)

١) $٥\frac{٤}{٥} + ٧\frac{٣}{٥}$ و $٣\frac{٢}{٣} + ٦\frac{١}{٣}$ و $٧\frac{١}{٢} + ٤\frac{١}{١٠}$ و $٩\frac{١}{٣} + ٤\frac{٧}{١٥}$

$٧\frac{١١}{١٢} + ٧\frac{١}{٤}$ و $٨\frac{١}{١٥} + ٢\frac{٢}{٣}$ و $٧\frac{١}{١٦} + ٦\frac{٣}{٤}$ و $٤\frac{١}{٤} + ٧\frac{١}{٢}$

$٤\frac{٣}{٤} + ٨\frac{١٣}{١٦}$ و $٧\frac{٣}{٨} + ٦\frac{١}{٢}$

٢) $٩\frac{٥}{٦} + ٩\frac{٢}{٩}$ و $٤\frac{٣}{٤} + ٨\frac{١}{١٠}$ و $٩\frac{١}{٦} + ٢\frac{٣}{٤}$ و $٥\frac{٩}{٨} + ٤\frac{٥}{٦}$

$٧\frac{٤}{١٥} + ٣\frac{٥}{٩}$

٣) $٧\frac{٣}{٥} + ٣\frac{١}{٤}$ و $٩\frac{٣}{٤} + ٨\frac{٣}{٧}$ و $٩\frac{٥}{٧} + ٥\frac{١}{٢}$ و $٥\frac{٧}{١٠} + ٩\frac{٢}{٣}$

$٥\frac{١}{٣} + ٦\frac{٤}{٧}$ و $٥\frac{١}{٢} + ٧\frac{٧}{٩}$

أسئلة للحل :

١) اذا صرف شخص ١/٢ ماله ، ثم عاد فصرف ٢/٥ ماله ، فكم يبقى معه ؟

٢) اشترى رجل ٢/٣ ١٢م من قطعة حرير ، فاذا بقي معه منها ٤/١٢ ٢٢م فكم متراً يكون طولها ؟

٣) اذا بِيعَ من برميل خل ٣/٨ ٢٥ ليتراً ، ثم بِيعَ منه ثانياً ١/٣ ١٥ ليتراً ، وَبِيعَ ثالثاً ١/٦ ١٩ ليتراً ، فكم ليتراً يكون قد بيع منه في المرات الثلاث ؟

٤) حَوض له حنفيتان ، فاذا كانت الاولى تصب في الساعة ٥/٧ ٤٢ ليتراً ، والثانية ٢/٣ ٣٥ ليتراً ، فكم ليتراً يكون ما تصبه الحنفيتان في الساعة ؟

٥) عاملان احدهما يتمم عملا في ٦ أيام ، والآخر يتممه في ٨ أيام ، فكم هو الجزء الذي يتممه الاول في اليوم الواحد ؟... و كم هو الجزء الذي يتممه الآخر في اليوم الواحد ايضاً ؟... و كم جزءاً من العمل يتممان اذا اشتغلا معاً في يوم واحد ؟

٦) سافر رجلان من مكان واحد الى جهتين متعاكستين ، فقطع الاول ١/٨ ٦ كم والثاني ٧/١٠ ٥ كم فكم تكون المسافة بينهما ؟

٧) صندوق وزنه فارغاً ٢/٣ ١٣ كغ ، فاذا وضع فيه ٣/٤ ٣٠ كغ من الصابون ، فكم يصير وزنه ؟

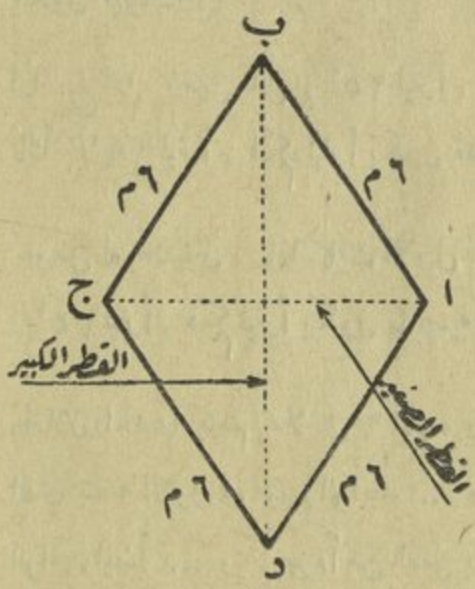
٨) باع تاجر ما عنده من البُنّ في مرّتين ، فاذا باع في المرة الاولى ٣/١٢ ٨٥ كغ وفي المرة الثانية اكثر مما باعه في المرة الاولى بمقدار ٣/٤ ٤ كغ ، فكم كيلوغراماً من البُنّ يكون قد باع ؟

الدرس السابع والاربعون

الاشكال الرباعية

المعيّن

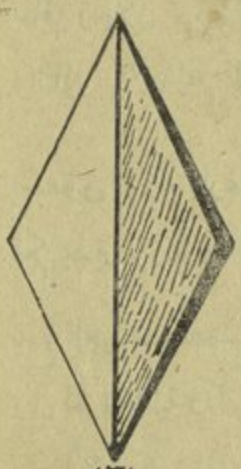
اذا رسمنا على اللوح شكل مستقيمين ب ج و ا د كما ترى في الرسم الى اليسار ، ثم قطعناهما بالخطين المستقيمين المتوازيين : ا ب و د ج اللذين يعادلانها من حيث الطول ، نرى امامنا شكلا رباعياً ا ب ج د يسمى « المعين »

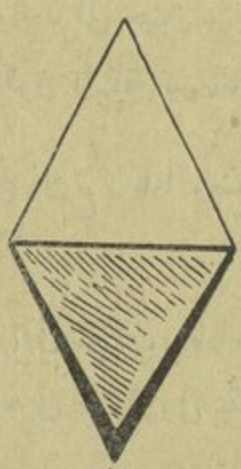


(١)

خواصّ المعيّن :

اذا رسمنا على ورقة « معيناً » ثم طوينا ذلك الرسم بنوع ان نلصق كلا من طرفيه بالآخر ، نرى بين ايدينا كل مرة نفعل ذلك مثلثين ، ينطبق الواحد منهما على الثاني تمام الانطباق ، وهذا ما يجعلنا نستنتج ان كل زاويتين متقابلتين في المعين هما متساويتان كما يتضح ذلك في الرسمين الثاني والثالث.


(٣)


(٢)

محيط المعيّن :

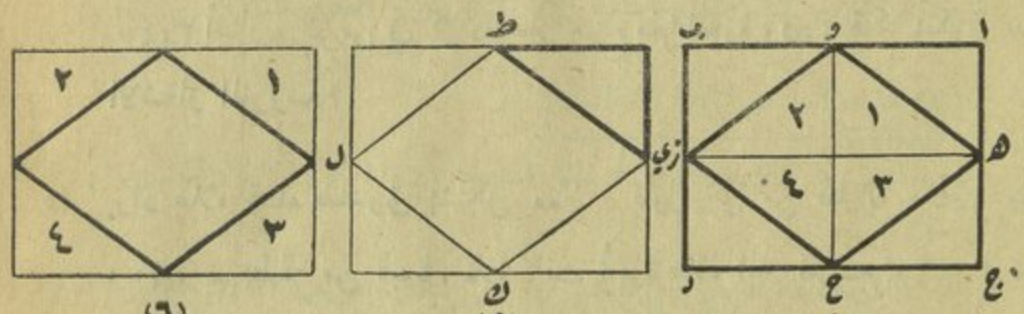
اذا اردنا ان نعرف محيط المعين - وهو كما سبق الايضاح شكل رباعي متساوي الاضلاع - فاما ان نجمع أضلاعه الاربع ، او نضرب ضلعه في ٤ وهذا لا يختلف كما ترى عما نتبعه عندما نريد معرفة محيط المربع .

مساحة المعيّن :

لاحظ شكل المستطيل في الرسم الرابع الذي طوله ٦ سم وعرضه ٤ سم ترَ اننا وصلنا بين منتصفات أضلاعه الاربع ، فنتج عن ذلك « المعين » ه و ز ح الذي تجد ان طول قطره الكبير ه ز = ٦ سم ، وقطره الصغير و ح = ٤ سم ، واذا لاحظت ايضاً انه عندما نقطع المثلثات الاربعة القائمة ، ونضعها ، كما هو واضح ، في الرسم السادس، ترى اننا بذلك نحصل على معين آخر يساوي المعين ط ي ك ل الظاهر في الرسم الخامس ، وبناء عليه، نستنتج ان سطح المعين ه و ز ح هو بقدر نصف سطح المستطيل ابجد اي :

اي أننا نعرف مساحة المعين بضرب قطره الكبير بقطره الصغير ثم بالقسمة على ٢

$$\text{مساحة المعين} = \frac{\text{القطر الكبير} \times \text{القطر الصغير}}{٢}$$



(٤) (٥) (٦)

حساب أحد قطرى المعيّن :

اذا اردت معرفة احد قطري المعين ، فما عليك الا ان تقسم ضعف المساحة على القطر الآخر ، وذلك لان ضرب القطر الكبير في القطر الصغير تنجم عنه مساحة المستطيل التي هي ضعف مساحة المعين .

$$\text{اي ان القطر الكبير} = \frac{\text{المساحة} \times ٢}{\text{القطر الصغير}} \quad \text{والقطر الصغير} = \frac{\text{المساحة} \times ٢}{\text{القطر الكبير}}$$

أسئلة للحل :

١) أرسُم مُعَيَّناً قطره الكبير ١٦ سم ، وقطره الصغير ١٠ سم ، ثم جِدْ مساحته ؟

٢) حديقة مُعَيَّنة الشكل ، طول محيطها ٢٤٤ متراً ، فكم يكون طول ضلعها ؟

٣) قطعة أرض مستطيلة الشكل ، طولها ٤٤م وعرضها ٢٦م وُصِل بين مُنتَصفات أضلاعها بمستقيمات ، فكم تكون مساحة المعيَّن الحاصل ؟... أرسم هذه العملية وَبيِّن ذلك ؟

٤) مسكبة بشكل مُعيَّن ، طول قطره الكبير ٥٠،٥ أمتار ، وطول القطر الصغير ٣،٤٠ أمتار ، غُرِس في كل دسيمتر مربع منها شجرة ورد ، فكم يكون عدد الاشجار المغروسة ؟

٥) يراد طلاء غطاء صندوق بشكل مُعيَّن ، طول كل من قطرَيه ١،٥٠ متر و٠،٨٠م بطبقة من البويا ، فاذا كانت أجرة طلاء المتر المربع ١،٦٠ ليرة ، فكم تكون نَفَقَتُه ؟

٦) مُعيَّن مساحته ٥٦ سم٢ وطول أحد قطرَيه ١٦ سم فكم هو طول قطره الآخر ؟

٧) أُستُعمِل ٢٥٠ بلاطة بشكل المُعيَّن ، لتبليط رِواق مساحته ٧،٥ أمتار مربعة ، فاذا كان طول قطر البلاطة الصغير ٢٠ سم ، فكم سنتيمتراً يجب أن يكون طول قطرها الكبير ؟

الدرس الثامن والاربعون

طرح الكسور

١) طرح الكسور المتجانسة :

مع أنيس $\frac{٦}{٧}$ قصبة سكر ، فاذا اعطى أخاه $\frac{٤}{٧}$ تلك القصبة ، فكم جزءاً يبقى معه منها ؟

اليك شرح الكيفية التي تتبع في حل هذه العملية .

٦ اسباع – ٤ اسباع = ٢ سبعين

وتكتب هكذا : $\frac{٦}{٧} - \frac{٤}{٧} = \frac{٢}{٧}$

وبناء عليه فانه عندما يراد طرح كسر من كسر آخر له ذات المخرج ، تطرح صورة كسر المطروح من صورة كسر المطروح منه ، ويجعل الباقي صورة للمخرج المشترك .

٢) طرح الكسور غير المتجانسة :

قنينة تسع $\frac{٧}{٨}$ الكيلوغرام زيتاً فاذا استعمل من هذا الزيت $\frac{٢}{٣}$ الكيلوغرام ، فكم يبقى منه ؟

يجب ان نوحّد هنا مخرجي هذين الكسرين، قبل المباشرة بطرحهما لانه لا يمكن طرح الكسور الا اذا كانت متجانسة ، واليك شرح الكيفية التي تتبع في حل هذه العملية .

$$\frac{٧}{٨} = \frac{٧ \times ٣}{٨ \times ٣} = \frac{٢١}{٢٤}$$

$$\frac{٢}{٣} = \frac{٢ \times ٨}{٣ \times ٨} = \frac{١٦}{٢٤}$$

فيكون الباقي $\frac{٢١}{٢٤} - \frac{١٦}{٢٤} = \frac{٥}{٢٤}$ من الكيلوغرام .

ونستنتج مما تقدم انه عندما يراد طرح كسرين غير متجانسين يوحّد مخرجاهما اولا ، ثم تطرح صورة كسر المطروح من صورة المطروح منه ، ويجعل الباقي صورة للمخرج المشترك .

وهناك حالات خاصة منها :

١ - طرح عدد صحيح من عدد كسري : ٧ ١/٢ - ٤

= ٧ - ٤ = ٣

فيكون الجواب ٣ ١/٢

٢ - طرح كسر ممتزج من عدد صحيح .

وينبغي ان يؤخذ من العدد الصحيح واحد، ويحوّل الى كسر، ويكون مخرجه مخرج الكسر في المطروح ، ثم يطرح بعد ذلك الكسر من الكسر ، والصحيح من الصحيح هكذا : ٨ - ٢ ٣/٥

لقد أخذ واحد من العدد الصحيح ٨ وحول الى كسر فاصبح ٧ ٥/٥ - ٢ ٣/٥

فيكون باقي الصحيح ٧ - ٢ = ٥

وباقي الكسر ٥/٥ - ٣/٥ = ٢/٥

ويكون الجواب ٥ ٢/٥

وبناء على ما مر بنا يطرح الكسر من العدد الصحيح .

٣ - طرح كسر ممتزج من كسر آخر ممتزج ، يكون كسره أصغر من كسر المطروح .

مثال ذلك : ٧ ٢/٣ - ٣ ٥/٦

٢/٣ - ٥/٦ = ٤/٦ - ٥/٦

يلاحظ هنا ان كسر المطروح اكبر من كسر المطروح منه ، وبما ان الطرح لا يمكن في مثل هذه الحالة ، يؤخذ واحد من صحيح المطروح منه ويحوّل الى كسر من جنس كسر المطروح منه ويضاف اليه :

فال ٧ مثلا تصبح ٦ والـ ٤/٦ تصبح ١٠/٦

ويتابع الطرح حسب الطريقة الآتية :

١٠/٦ - ٥/٦ = ٥/٦

٦ - ٣ = ٣

فيكون الباقي ٣ ٥/٦

هذا وينبغي دائماً اختزال النتيجة واستخراج العدد الصحيح منها كلما أقتضى الامر ذلك .

١ - طرح كسر من كسر

(١) إطرح ما يأتي:

$\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٣} = ?$ $\quad \frac{٧}{٩} - \frac{٤}{٩} = ?$ $\quad \frac{٥}{٨} - \frac{٣}{٨} = ?$ $\quad \frac{١٩}{٢٠} - \frac{٧}{٢٠} = ?$

(٢) إطرح هذه العمليات بعد توحيد مخارجها:

$\frac{١}{٢} - \frac{١}{٤} = ?$ $\quad \frac{٥}{٨} - \frac{١}{٢} = ?$ $\quad \frac{٥}{٦} - \frac{١}{٣} = ?$ $\quad \frac{٩}{١٠} - \frac{١}{٢} = ?$

$\frac{١}{٢} - \frac{٧}{١٦} = ?$ $\quad \frac{٣}{٨} - \frac{٥}{٢٤} = ?$ $\quad \frac{٤}{٥} - \frac{٣}{٢٠} = ?$ $\quad \frac{١٥}{١٦} - \frac{١٧}{٦٤} = ?$

$\frac{١١}{١٢} - \frac{١١}{٨٤} = ?$ $\quad \frac{١٢}{٧٢} - \frac{٢}{١٢} = ?$

(٣) إطرح هذه العمليات بعد توحيد مخارجها:

$\frac{١١}{١٤} - \frac{٥}{٢١} = ?$ $\quad \frac{٧}{١٢} - \frac{١١}{٦٣} = ?$ $\quad \frac{٧}{٩} - \frac{٧}{١٢} = ?$ $\quad \frac{١١}{٢٧} - \frac{٥}{٨} = ?$

$\frac{١٩}{٣٠} - \frac{٧}{١٨} = ?$ $\quad \frac{٢٥}{٣٦} - \frac{١١}{٦٤} = ?$ $\quad \frac{١٥}{٢٨} - \frac{٧}{٢٢} = ?$ $\quad \frac{٢١}{٢٥} - \frac{٧}{٤٥} = ?$

$\frac{٥}{٢١} - \frac{٢}{٢٨} = ?$ $\quad \frac{١٨}{٥٢} - \frac{٧}{٣٩} = ?$

(٤) إطرح العمليات الآتية بعد توحيد مخارجها:

$\frac{١}{٧} - \frac{١}{٨} = ?$ $\quad \frac{٣}{٤} - \frac{٩}{١٧} = ?$ $\quad \frac{١٤}{١٥} - \frac{٥}{٧} = ?$ $\quad \frac{٨}{٩} - \frac{٣}{٤} = ?$

$\frac{٤}{٥} - \frac{٥}{٨} = ?$ $\quad \frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٨} = ?$ $\quad \frac{٤}{٥} - \frac{١}{٦} = ?$ $\quad \frac{٣}{٤} - \frac{٢}{٣} = ?$

٢ ـ طرح كسر ممتزج من كسر ممتزج

(١) دون استقراض .

وَحِّدْ مخارج الكسور الآتية ، ثم اطْرَح (لا تَنْسَ ان تطرح الصحيح ايضاً)

$٢\frac{١}{٤} - ٧\frac{٣}{٤} = ?$ $\quad$ $٧\frac{٣}{٨} - ١٤\frac{٧}{٨} = ?$ $\quad$ $١\frac{١}{٢} - ٤\frac{٣}{٤} = ?$ $\quad$ $٣\frac{١}{٣} - ٥\frac{٥}{٦} = ?$

$٢\frac{١}{٦} - ٥\frac{١}{٣} = ?$ $\quad$ $٣\frac{١}{٤} - ٥\frac{١}{٢} = ?$ $\quad$ $٤\frac{٣}{٤} - ٩\frac{٧}{٢٠} = ?$ $\quad$ $١٣\frac{١١}{٣٠} - ١٩\frac{٧}{١٢} = ?$

$٩\frac{١}{٨} - ٧٢\frac{١}{٩} = ?$

(٢) عمليات يوجد فيها استقراض .

$٧\frac{٨}{٩} - ١٠\frac{١}{٣} = ?$ $\quad$ $١\frac{٨}{١٥} - ٤\frac{١}{٥} = ?$ $\quad$ $٣\frac{٣}{٨} - ٥\frac{٥}{١٦} = ?$ $\quad$ $٨\frac{٣}{٤} - ١٢\frac{١١}{٢٠} = ?$

$٥\frac{٢}{٣} - ١٢\frac{٥}{١٢} = ?$ $\quad$ $٧\frac{٥}{٨} - ١٤\frac{١}{٤} = ?$ $\quad$ $٨\frac{٦}{٧} - ١٥\frac{٣}{٤} = ?$ $\quad$ $١\frac{٣}{٥} - ١٢\frac{١}{٢} = ?$

$١٥\frac{٨}{٩} - ١٦\frac{٤}{٥} = ?$ $\quad$ $١١\frac{٥}{٨} - ١٢\frac{٢}{٧} = ?$ $\quad$ $١٢\frac{٢}{٣} - ١٦\frac{١}{١١} = ?$ $\quad$ $١١\frac{١١}{١٢} - ١٧\frac{٤}{٧} = ?$

$٢\frac{٧}{١٢} - ٥\frac{٣}{١٦} = ?$ $\quad$ $٤\frac{٢}{٧} - ١\frac{٣}{٤} = ?$

(٣) طَرْح كسر ممتزج من صحيح .

$٣ - ٢\frac{١}{٤} = ?$ $\quad$ $٢ - ١\frac{١}{٢} = ?$ $\quad$ $٧ - ٥\frac{٥}{٦} = ?$ $\quad$ $٧ - ١\frac{١}{١٠} = ?$ $\quad$ $٩ - ٨\frac{٤}{٥} = ?$

$٤ - ١\frac{٢}{٥} = ?$ $\quad$ $٦ - ٣\frac{٣}{٥} = ?$ $\quad$ $٩ - ٣\frac{٥}{٦} = ?$ $\quad$ $٣٣ - ٩\frac{٧}{٨} = ?$ $\quad$ $١١ - ٩\frac{٢}{٣} = ?$

$١٢ - ٦\frac{١}{٢} = ?$ $\quad$ $٢٥ - ٤\frac{١٥}{١٦} = ?$ $\quad$ $٩٧ - ٨٦\frac{٩}{٢٨} = ?$

٣ ـ طَرْح صحيح او كسر من كسر ممتزج

$٣\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٢} = ?$ $\quad$ $٥\frac{١}{٣} - \frac{٢}{٩} = ?$ $\quad$ $٩\frac{١}{٦} - \frac{١}{١٢} = ?$ $\quad$ $٣\frac{٩}{١٠} - \frac{٤}{٥} = ?$

$٢\frac{٩}{١٦} - \frac{٣}{٨} = ?$ $\quad$ $٤\frac{٥}{٨} - \frac{٧}{١٦} = ?$ $\quad$ $٧\frac{١٣}{١٦} \; \frac{٣}{٤} = ?$ $\quad$ $٧\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٢} = ?$

$٣٥\frac{٧}{٩} - ٢٢ = ?$ $\quad$ $٢١\frac{٣}{٤} - ١١ = ?$ $\quad$ $٣٢\frac{٣}{٨} - ١٥ = ?$ $\quad$ $٤٢\frac{٧}{١٢} - ٢٩ = ?$

$٣٧\frac{٣}{٥} - ١٩ = ?$ $\quad$ $١٦\frac{٢}{٣} - ٧ = ?$ $\quad$ $٤\frac{٥}{٦} - ٣ = ?$ $\quad$ $١٧\frac{٤}{١٠} - ٩$

أسئلة للحل :

١) اشترى وديع ٢/٣ قطعة جوخ ، واشترى حبيب ٢/٧ القطعة ، فكم جزءاً من القطعة يكون قد اشترى الاثنان معاً ؟... و كم جزءاً يكون قد بقي منها ؟

٢) اشترى شخص قطعتين من اللحم ، فاذا كان وزن الاولى منهما ٩/١٠ الكيلوغرام ، ووزن الثانية ٤/٥ الكيلوغرام ، فبكم تكون الاولى تزيد عن الثانية ؟

٣) عاملان طُلِبَ اليهما حفر بئر ، فاذا حفر الاول منهما ٢/٦ البئر ، والثاني ٣/١٢ منها ، فأيهما يكون قد اشتغل اكثر من الآخر ؟... و كم يكون القسم الذي حفراه معاً من البئر ؟... و كم جزءاً يكون قد بقي منه ؟

٤) عمر تلميذ ١٨ ٧/١٠ سنة ، وعمر أخيه أقل من ذلك بـ ٣ ٢/٣ سنوات ، فكم يكون عمر أخيه ؟

٥) وُضِعَتْ قطعة جوخ طولها ٢٢ ٣/٧م في الماء ، فانكمشت حتى صار طولها ٢٠ ٥/٦م فكم يكون طول ما نقص منها ؟

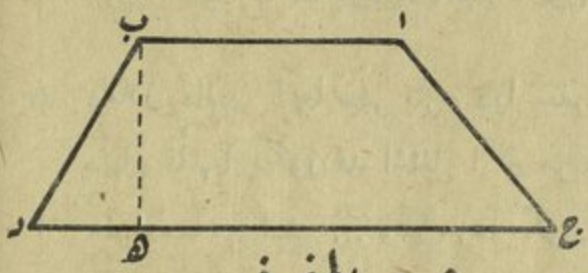
٦) سافر شخصان من مكان واحد وفي جهة واحدة ، فبعد ان قطع الاول ١٧ ١/٥كم والثاني ١٢ ٣/٤كم فكم تكون المسافة بينهما ؟

٧) تاجر باع لِزَبُون ٨ ٢/٣كغ من الأرُزّ ، وَلِزَبُون ثانٍ أقل مما باعه للاول بـ ٣ ٥/٦كغ وَلِزَبُون ثالث أقل مما باعه للثاني بـ ١ ١/٢كغ ، فكم كيلوغراماً يكون قد اشترى الثاني ؟... و كم كيلوغراماً يكون قد اشترى الثالث ؟... و كم كيلوغراماً يكون قد اشترى الثلاثة معاً ؟

الدرس التاسع والاربعون

الاشكال الرباعية

شبه المنحرف

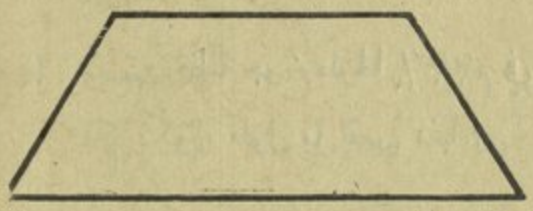


شبه المنحرف

اذا رسمت مستقيمين متوازيين لا يتساويان ، ثم قطعتهما بمستقيمين آخرين غير متوازيين ، تجد بين يديك شكلا رباعياً : أ ب ج د كما يبدو ذلك امامك في هذه الصفحة الى اليسار ، وهذا ما يسمى بشبه المنحرف، ويسمى فيه الخط ج د القاعدة الكبرى والخط ا ب القاعدة الصغرى والخط العمودي ب هـ المنحدر من القاعدة الصغرى الى الكبرى يدعى الارتفاع .

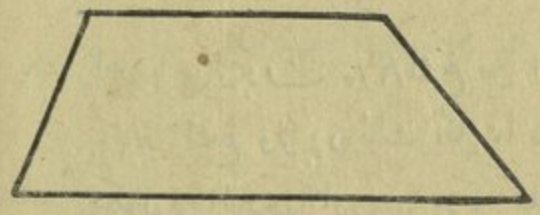
انواع شبه المنحرف :

١) شبه المنحرف المتساوي الساقين

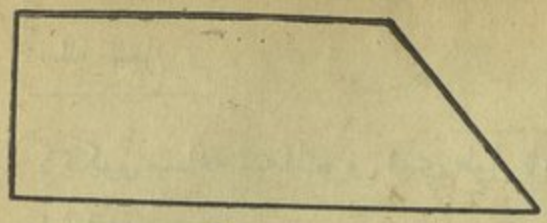


شبه المنحرف المتساوي الساقين

٢) شبه المنحرف المختلف الساقين



شبه المنحرف المختلف الساقين



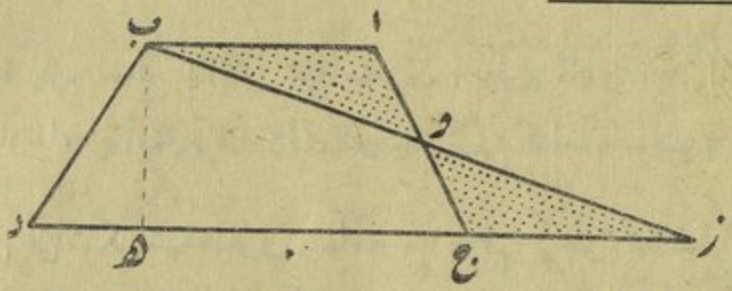
شبه المنحرف القائم الزاوية

٣) شبه المنحرف القائم الزاوية

محيط شبه المنحرف :

عندما يراد معرفة محيط « شبه المنحرف » يتم ذلك بجمع اضلاعه الاربع .

مساحة شبه المنحرف :



اذا مددنا القاعدة الكبرى في شبه المنحرف كما يظهر في الرسم الذي يبدو امامك في يسار هذه الصفحة الى مسافة ج ز المساوية للقاعدة الصغرى ا ب ثم وصلنا بين ب و ز نجد امامنا مثلثين صغيرين ا ب و ، و ج ز، واذا طوينا المثلث الاول على المثلث الثاني نجد انه يساويه ، مما يدلنا على ان هذين المثلثين متساويان وان مساحة شبه المنحرف ا ب ج د تساوي تماماً مساحة المثلث الكبير ب ز د .

وبما ان قاعدة المثلث الكبير تساوي مجموع قاعدتي شبه المنحرف ، فان مساحة شبه المنحرف تكون اذاً = $\frac{\text{القاعدة الكبرى + القاعدة الصغرى} \times \text{الارتفاع}}{٢}$

معرفة احد ابعاد شبه المنحرف :

واذا اردنا معرفة ضعف المساحة في شبه المنحرف ، فما علينا الا ان نضرب قاعدتيه في الارتفاع دون ان نقسم الحاصل على ٢ وبذلك نرى ان :

ضعف مساحة شبه المنحرف = مجموع القاعدتين × الارتفاع

وبناء عليه فالارتفاع = ضعف المساحة ÷ مجموع القاعدتين

ومجموع القاعدتين = ضعف المساحة ÷ الارتفاع

أسئلة للحل :

١) كم تكون مساحة شبه المنحرف الذي طول قاعدتيه المتوازيتين ٣٠ سم و ٢٠ سم وارتفاعه ١٠ سم ؟

٢) قطعة ارض بشكل شبه منحرف ، طول قاعدته الكبرى ٣٥م والصغرى ١٥م وارتفاعة ١٢م فكم آراً تكون مساحة هذه الارض ؟

٣) كم قرميدة يلزم لسطح بشكل شبه منحرف ، طول قاعدتيه ٨ أمتار و ٥ أمتار ، وارتفاعه ٤ أمتار ، اذا كانت القرميدة تغطي سطحاً مساحته ٠،٠٤م ؟

٤) قطعة أرض على شكل شبه منحرف مساحته ٣١٠٠م٢ وطول القاعدة الكبرى ٩٠م وطول الصغرى ٦٥م فكم يكون طول ارتفاعه ؟

٥) مزرعة بشكل شبه منحرف ، بلغ ثمنها ٤٠٢٠ ليرة ، على معدل سعر الآر ٨٠ ليرة ، فكم يكون ارتفاعها اذا كان مجموع قاعدتيه ٢٠١ متراً ؟

٦) كم يكون طول احدى قاعدتي شبه المنحرف الذي مساحته ٧٥٠م٢ وارتفاعه ٢٠م وطول قاعدته الاخرى ٣٠م ؟

٧) مزرعة بشكل شبه منحرف ، طول قاعدته الكبرى ١٥٠ متراً ، والصغرى ١١٠ أمتار ، وارتفاعه ٥٠ متراً ، فاذا بيعت تلك المزرعة على معدل سعر الهيكتار ٢٤٠٠ ليرة ، فكم يكون ثمنها ؟

٨) بستان بشكل شبه منحرف ، مساحته ٦٠٠٠م٢ وارتفاعه ٦٠ متراً ، فكم يكون طول كل من القاعدتين اذا كان الفرق بينهما ٢٠ متراً ؟

الدرس الخمسون

مراجعة في المسائل التي تدور حول المساحات

١) حديقة مربّعة الشكل ، غُرِسَ حول محيطها أشجار ، تبعد الواحدة عن الاخرى ٦ أمتار، فاذا بلغ عدد هذه الاشجار ١١٠ شجرات، فكم تكون مساحة الحديقة؟

٢) اشترى رجل مزرعة بشكل متوازي الاضلاع ، ودفع ثمنها ١٨٧٢٠ ليرة ، على اعتبار أن ثمن الآر ١٢٠ ليرة ، فاذا كان ارتفاعها ٨٠ متراً ، فكم يكون طول قاعدتها ؟

٣) قُطِعَ من لوح توتيا مُعيّن، مساحته ٢٢٥ سم٢ وقطره الصغير ٠،١٥م فكم يكون طول قطره الكبير ؟

٤) ارض مثلثة الشكل ، طول قاعدتها ٧٥م فاذا كان ارتفاعها يساوي ٢/٣ قاعدتها ، فكم آراً تكون مساحتها ؟

٥) غَرَسَ نسيب في حديقته عدة ورود بشكل مُعيّن، جاعلا المسافة بين الوَرْدَة والاخرى ٧٥ سم ، فاذا كان طول ضلع المعيّن ١٢ متراً ، فكم غَرْسَة يكون قد لَزِمَهُ لذلك ؟

٦) اذا بَلَغَتْ مساحة مثلث الشكل ١٤٠ آراً ، وارتفاعه ٢٠٠٠ دسم ، فكم يكون طول قاعدته بالأمتار ؟

٧) وُجِدَت ٢٢٥ بلاطة بشكل معيّن في غرفة تبلغ مساحتها ٥،٦٢٥ أمتار، فكم يكون قطر البلاطة الكبيرة، اذا كان قطرها الصغير يبلغ ٢٠ سم ؟

٨) اشترى فلاح ارضاً مثلثة الشكل بـ ١٢٠٠ ليرة، على معدّل سعر الآر ٥٠ ليرة، فاذا كانت قاعدة هذا المثلث تبلغ ٨٠م فكم يكون ارتفاعه ؟

٩) اراد جارنا تبليط غرفة له، فاحتاج الى ٢٥٠ بلاطة بشكل معيّن، يبلغ طول قطرها الكبير ٠،٣٠ وطول قطرها الصغير ٠،٢٢م فكم يكون ثمن البلاط اللازم لتلك الغرفة، اذا كان ثمن المتر المربع منه ٢،٥ ليرتين ؟

١٠) سارت سيارة بسرعة ٨٠ كم في الساعة على طريق يحيط بمثلث، طول ضلعه الاكبر ١٨ كم وطول ضلعه الاصغر ٩ كم فاذا دارت ١٠ دورات مدة ٥ ساعات، فكم يكون طول ضلع المثلث الاوسط ؟

١١) ارض مثلثة الشكل، يبلغ ارتفاعها ٤٠م فاذا كان ثمنها كلها ٣٩٠٠ ليرة، على اعتبار أن ثمن كل ٢٠م٢ منها ٣٠ ليرة، فكم متراً يكون طول قاعدتها ؟

١٢) أرض مثلثة الشكل، طول قاعدتها ٧٠م وارتفاعها ٦٠م فاذا كانت غلّة الآر من هذه الارض ١٥٠ كغ من البطاطا، فكم يكون مقدار البطاطا التي تُستغلّ من تلك الارض ؟

١٣) مزرعة بشكل مثلث طول قاعدته ١٢٠ متراً، وارتفاعه يساوي ٢/٣ طول قاعدته، فاذا طُرِحَ على كل آرٍ منها ٣ كغ من السّماد، فكم تكون مساحة هذه المزرعة ؟... وكم يكون وزن ما طُرح على ارضها من السّماد ؟

١٤) إشترى رجل حقلا شكله شبه منحرف ، بـ ١٩٥٠ ليرة ، على معدّل سعر الآر ٢٠٠ ليرة ، فكم يكون ارتفاع هـذا الحقل ، اذا كان طول قاعدته الصغرى ٢٥م واذا كانت قاعدته الكبرى اطول من الصغرى بـ ١٥م ؟

١٥) باب ارتفاعه ٢،٢٠ متران ، وعرضه ٠،٨٥م وفيه كُوَّة بشكل معيَّن ، قطره الكبير ٢٨سم وقطره الصغير ٢٠سم يراد دهنه من وجهيه بدهان يُكلِّف المتر المربع منه ٢،٥ ليرتين ، فكم يكون ما يُصْرَف على ذلك الباب ؟

١٦) بِيعَتْ قطعة أرض شكلها شبه منحرف ، على معدّل سعر الآر الواحد ٣٥٠ ليرة ، فبلغ ثمنها ٢٥٢٠٠ ليرة ، فكم يكون طول كل من قاعدتيها ، مع العلم ان ارتفاعها يبلغ ٩٠م وقاعدتها الصغرى تساوي ثلث قاعدتها الكبرى ؟

١٧) تبلغ مساحة ارض بشكل شبه المنحرف ٤٥٠م٢ وقاعدتها الصغرى تساوي نصف الكبرى ، والقاعدتان معاً تبلغان ٣٠م فكم يكون الارتفاع ؟

مسائل مُتَنَوِّعَة الحل :

١) بِرميل من الزيت وَزْنُه وهو ملآن ٩٨٣/٠ كغ ، فاذا كان وَزْنُه فارغاً ١٣٠/٧ كغ ، فكم يكون وَزْنُ ما يحتويه من الزيت ؟

٢) كم طول أحد ضِلْعَيْ القائمة في مثلث قائم الزاوية تبلغ مساحته ١٠٠دسم٢ وطول ضلعه الثاني ١٠ دسم ؟

٣) بستان بشكل مثلث طول قاعدته ١٨٠م بيع بمبلغ ١٢٦٠٠ ليرة ، على معدّل سعر المتر المربع ليرتان ، فكم يكون ارتفاعه ؟

الدرس الحادي والخمسون

ضرب الكسور الدارجة

١ - ضرب كسر في عدد صحيح :

كم تكون سعة ٤ زجاجات ، اذا كانت كل واحدة منها تسع $^{٣}/_{٥}$ الليتر ؟

كيفية الحل :

ينبغي ان تجمع الارقام الدالة على سعة الزجاجات الاربع ، للحصول على الجواب هكذا :

$$^{٣}/_{٥} + {}^{٣}/_{٥} + {}^{٣}/_{٥} + {}^{٣}/_{٥} = {}^{١٢}/_{٥}$$

والـ $^{١٢}/_{٥} = {}^{٢}/_{٥}$ ٢ ليترين وهي الجواب .

يلاحظ في هذا الحل ، ان صورة الكسر : « ٣ » قد تكررت ٤ مرات ، ولذلك يمكننا ان نضرب صورة الكسر في ٤ فنحصل على الجواب، وهذه الاخيرة هي الطريقة الفضلى، مثال ذلك :

$$\frac{٣ \times ٤}{٥} = \frac{١٢}{٥}$$

والـ $^{١٢}/_{٥} = {}^{٢}/_{٥}$ ٢ ليترين وهو الجواب

ويستنتج مما تقدم انه عندما يراد ضرب كسر في عدد صحيح تضرب صورة الكسر في العدد الصحيح ويجعل الحاصل صورة لمخرج الكسر .

٢ - ضرب عدد صحيح في كسر :

اذا كان ثمن ليتر الحل ٦٠ غرشاً ، فكم يكون ثمن $^{٣}/_{٤}$ الليتر من هذا الحل ؟

كيفية الحل : ثمن $^{١}/_{٤}$ الليتر $^{٦٠}/_{٤}$ غرشاً

وثمن $^{٣}/_{٤}$ الليتر هو اكثر من ذلك بثلاث مرات

$$\frac{٦٠ \times ٣}{٤} = \frac{١٨٠}{٤} = ٤٥$$ غرشاً ، وهو الجواب .

وعندما يراد ضرب عدد صحيح في كسر ، يضرب العدد الصحيح في صورة الكسر ، ويجعل الحاصل صورة لمخرج ذلك الكسر .

وانه لتجدر بنا الاشارة هنا ، الى انه في ضرب الاعداد الصحيحة ، يكبّر الضرب قيمة العدد المضروب في حين انه في ضرب الكسور ، يصغّر الضرب قيمة العدد المضروب .

واعلم انه عند ضرب كسر في عدد صحيح ، او ضرب عدد صحيح في كسر ، يجب ان يعتبر العدد الصحيح كسراً غير حقيقي له مخرج واحد ، مثال ذلك : ٥ صحيح = ٥/١

٣ـ ضرب كسر في كسر :

اذا قسم ولد نصف ليرة الى قسمين متساويين ، فكم تكون قيمـــة كل قسم منهما بالنسبة الى الليرة ؟

ان نصف نصف الليرة يساوي ربع ليرة ، اي ١/٢ الـ ١/٢ = ١/٤

ويفضل ان تكتب هذه العملية هكذا : ١/٢ × ١/٢ = ١/٤

واعلم انه عندما يراد ضرب كسر في كسر آخر ، تضرب الصورة في الصورة ويجعل الحاصل صورة للجواب ، ثم يضرب المخرج في المخرج ويجعل الحاصل مخرجاً .

اما اذا كان احد المضروبين او كلاهما كسراً ممتزجاً ، فيحول الكسر الممتزج الى كسر غير حقيقي ، ثم تجرى عليه عملية الضرب حسب المعتاد ، مثال ذلك : ١/٢ ٢ × ٣/٦ ٤

$$٢\frac{١}{٢} \times ٤\frac{٣}{٦}$$

$$= \frac{٥}{٢} \times \frac{٢٧}{٦} = \frac{١٣٥}{١٢} = ١١\frac{١}{٤}$$

٤ـ ضرب عدة كسور بعضها في بعض :

واذا وجد في عملية الضرب عدة كسور مثل ٢/٣ × ٥/٧ × ٣/٤ يجب ان تضرب صور هذه الكسور بعضهـــا في بعض ، ويجعل الحاصل صورة ، ثم تضرب بعد ذلك مخارجها ، ويجعل

الحاصل مخرجاً الجواب .

كيفية الحل :

$$\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٧} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٣٠}{٨٤}$$

وبالاختزال نستنتج ان :

$\frac{٣٠}{٨٤} = \frac{١٥}{٤٢}$ وهو الجواب .

وكل مرة يراد ضرب كسور ، يمكن اجراء الاختزال قبل اجراء عملية الضرب ، وذلك بين صورة ومخرج كسر ما ، او بين صورة كسر ومخرج كسر آخر ، مثال ذلك :

$\frac{٣}{٦} \times \frac{٢}{٤} \times \frac{٨}{٩}$ وحاصل هذه العملية يأتي بدون اختزال هكذا : $\frac{٤٨}{٢١٦}$

اما مع الاختزال فيصبح الجواب : $\frac{٢}{٩}$

وتسهيلا للضرب يمكن ان يستعمل الاختزال اولا هكذا :

$$\frac{٢}{٩} = \frac{\overset{٢}{\cancel{٨}}}{٩} \times \frac{\overset{١}{\cancel{٢}}}{\underset{١}{\cancel{٤}}} \times \frac{\overset{١}{\cancel{٣}}}{\underset{١}{\cancel{٦}}}$$

اليك كيفية الاختزال الذي تم في هذه العملية اعلاه : لقد قسمنا اولا كلا الصورة والمخرج في الكسر الاول على ٣ فكانت النتيجة ان جاءت صورة الكسر بعد الاختزال : ١ ومخرجه ٢ . ثم عدنا فقسمنا مخرج الكسر الثاني ، وصورة الكسر الثالث ، على ٤ فكانت النتيجة ان جاء المخرج : ١ والصورة : ٢ وتابعنا الاختزال ، فقسمنا مخرج الكسر الاول : ٢ وصورة الكسر الثاني : ٢ على ٢ فكانت النتيجة فيهما معاً : ١ وبما انه لم يعد في العملية ارقام تختزل ، فقد ضربنا الصور بعضاً في بعض ، فكانت نتيجة الضرب : ٢ وضربنا بعد ذلك المخارج بعضها في بعض فكانت النتيجة : ٩ وكان الجواب الاخير $\frac{٢}{٩}$ كما رأيت .

أخذ كسر من عدد

لقد سبق لنا ان علمنا انه عندما يراد اخذ ٥/٨ بطيخة مثلا ، يجب قسمة البطيخة الى ٨ أقسام متساوية ، ثم يؤخذ منها بعد ذلك ٥ أقسام .

وهذه قاعدة يمكن الرجوع اليها ، فكلما اردنا ان نأخذ ٥/٨ اي عدد ، علينا ان نقسم ذلك العدد الى ٨ اقسام متساوية ، وان نأخذ منها بعد ذلك ٥ أقسام ، وبناء عليه ، فاننا اذا اردنا ان نأخذ ٥/٨ العدد الـ ٤٨ فما علينا الا ان نقسم ٤٨ ÷ ٨ = ٦ وبذلك نكون قد قسمنا الـ ٤٨ الى ٨ اقسام متساوية ، قيمة كل واحد منها ٦

ثم نضرب ٦ × ٥ = ٣٠ لان الـ ٥ أقسام اكبر من القسم الواحد بـ ٥ مرات وتختصر هذه الطريقة هكذا :

$$\frac{٥}{٨} \times ٤٨ \quad \text{او} \quad \frac{٤٨ \times ٥}{٨} = ٣٠$$

وخلاصة ما تقدم ، انه عندما يراد معرفة كسر من عدد ما ، تضرب صورة الكسر بالعدد كما رأيت ، ثم يقسم الحاصل على المخرج .

وبناء على ما مرّ بك من قواعد الضرب ، اضرب ما يأتي :

(١) ضَرْبُ كسر في كسر واحد ، أو في عِدَّة كسور .

$$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٤} = ? \qquad \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٥} = ? \qquad \frac{٧}{٨} \times \frac{٢}{٦} = ? \qquad \frac{٥}{٦} \times \frac{٤}{٩} = ? \qquad \frac{١}{٨} \times \frac{٧}{١١} = ?$$

$$\frac{٦}{٧} \times \frac{٧}{٨} = ? \qquad \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٥} = ? \qquad \frac{٤}{٨} \times \frac{٥}{٦} = ? \qquad \frac{٥}{٩} \times \frac{٢}{٥} = ? \qquad \frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٦} = ?$$

$$\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤} = ? \qquad \frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٣} \times \frac{١}{٦} = ? \qquad \frac{٧}{٨} \times \frac{٤}{٥} \times \frac{١}{٢١} = ?$$

$$\frac{٧}{١٠} \times \frac{٥}{٧} \times \frac{٣}{٦} = ? \qquad \frac{٣}{٥} \times \frac{٤٦}{٥٤} \times \frac{٢٥}{٢٧} = ? \qquad \frac{٥}{٩} \times \frac{١٢}{٢٥} \times \frac{١}{٥} = ?$$

(٢) ضَرْب كسر في صحيح، وصحيح في كسر.

$\frac{٢}{٣} \times ٤ = ?$ $\quad$ $٥ \times \frac{٩}{١٠} = ?$ $\quad$ $٤ \times \frac{٣}{٤} = ?$ $\quad$ $٣ \times \frac{٧}{١٢} = ?$ $\quad$ $٥ \times \frac{٧}{٨} = ?$

$\frac{٦}{٧} \times ١٠ = ?$ $\quad$ $٤ \times \frac{٥}{٧} = ?$ $\quad$ $٨ \times \frac{٣}{٨} = ?$ $\quad$ $٩ \times \frac{٥}{٩} = ?$ $\quad$ $٢١ \times \frac{٣}{٧} = ?$

$١٢ \times \frac{٤}{٥} = ?$ $\quad$ $٩٠ \times \frac{٧}{٨} = ?$

(٣) ضَرْبُ صحيح وكسر في صحيح وكسر.

$\frac{١}{٧} \times ٢\frac{١}{٥} = ?$ $\quad$ $\frac{١}{٢} \times ١\frac{١}{٥} = ?$ $\quad$ $\frac{١}{٣} \times ٧\frac{٢}{١١} = ?$ $\quad$ $\frac{٧}{٨} \times ٤\frac{١٣}{١٦} = ?$

$\frac{١}{٢} \times ١٧\frac{٢}{٣} = ?$ $\quad$ $\frac{١}{٣} \times ٢١\frac{٩}{١١} = ?$ $\quad$ $\frac{٤}{٥} \times ٨\frac{٩}{١٦} = ?$ $\quad$ $\frac{٢}{٩} \times ٩\frac{١}{٢} = ?$

$\frac{٥}{٨} \times ٧\frac{١}{٢} = ?$ $\quad$ $\frac{١}{١٢} \times ٢\frac{٢}{١٥} = ?$

(٤) أخذ كسر من عدد صحيح.

خذ $\frac{١}{٣}$ هذه الاعداد :	٥٧ ،	٩٦ ،	١٥٣ ،	٣٤٨
خذ $\frac{٢}{٥}$ هذه الاعداد :	٣٥ ،	٧٥ ،	١٢٠ ،	١٨٠
خذ $\frac{٣}{٤}$ هذه الاعداد :	٩٢ ،	١١٢ ،	٢٠٤ ،	٣٢٨
خذ $\frac{٥}{٨}$ هذه الاعداد :	٩٦ ،	١٦٨ ،	٢٥٦ ،	٣٤٤
خذ $\frac{٤}{٧}$ هذه الاعداد :	١٤٧ ،	٢٣١ ،	٣٦٤ ،	٤٥٥

أسئلة للحل :

١) اذا كان مسافر يقطع ٦ ٢/٣ كم في الساعة ، فكم كيلومتراً يكون ما يقطعه اذا سار ١٥ ساعة ؟

٢) اشترى رجل ٤/٥ قطعة حرير ، فكم غرشاً يجب ان يدفع اذا كان ثمن القطعة بكاملها ١٥٠ ليرة ؟

٣) كم ثمن ٢/٣ متر من الشريط ، اذا كان ثمن المتر منه ٤/٥ الليرة ؟

٤) اشترى رجل حصاناً بمبلغ ٧٥٠ ليرة ، فاذا اراد ان يربح في بيعه ما يعادل ٢/٥ ما اشتراه به ، فبكم ليرة يجب ان يبيعه ؟

٥) رجل يشتغل في الشهر ٢٧ ١/٢ يوماً ، ويأخذ اجرة يومية قدرها ٥ ٣/٥ ليرات ، فكم ليرة يكون ما يقبضه في الشهر ؟

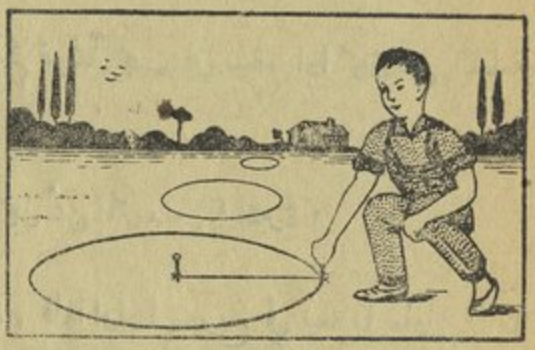
٦) بَحريٌّ يملك ٩/١٢ من مَركَبٍ ، فاذا باع ٢/٣ حصته الى آخر ، فكم جُزءاً من المركَب يكون قد باع ، و كم جُزءاً يكون قد بقي منه ؟

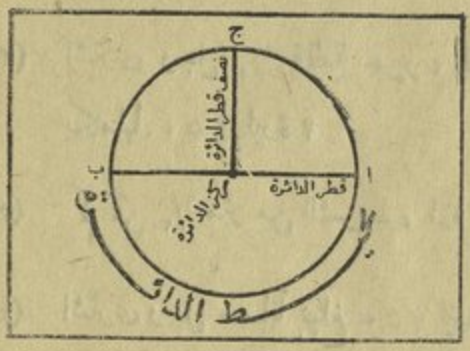
٧) فاكهانيّ عنده ٨٠ بِطّيخَة ، فاذا باع ربعها في اليوم الاول ، و ٥/١٦ منها في اليوم الثاني ، و ١/٥ في اليوم الثالث ، فكم بِطّيخَة يكون قد باع في الايام الثلاثة ؟... و كم بِطّيخَة يكون قد بقي عنده ؟

٨) اشترى ثلاثة اشخاص قطعة جوخ طولها ٤٥ متراً ، على معدل سعر المتر ١٦ ١/٢ ليرة ، فاذا اخذ الاول ١/٣ القطعة ، والثاني ٢/٩ القطعة ، والثالث الباقي ، فكم يكون المبلغ الذي يجب ان يدفعه كل منهم ؟

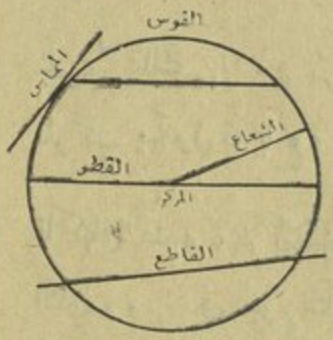
الدرس الثاني والخمسون

الدائرة





اذا أتخذت ورقة فرسمت عليها بواسطة البيكار خطاً كروياً متصل الطرفين كالرسم الاول في هذه الصفحة ، فانك بذلك تحصل على شكل يمثل « محيط الدائرة » ، والنقطة التي تثبت فيها احد رأسي البيكار في اثناء رسمك لمحيط الدائرة يسمى « مركز الدائرة » اما الخط المستقيم الذي يصل مركز الدائرة بنقطة اثبتت على محيطه فانه يسمى « نصف القطر » او « الشعاع »



واليك أسماء ما تبقى من اجزاء الدائرة حسب الرسم الذي تراه امامك الى يسار هذه الصفحة .

١ ـ القوس : وهو جزء من محيط الدائرة .

٢ ـ الوتر : وهو الخط الذي يصل طرفي القوس الواحد منهما بالاخر .

٣ ـ القطر : وهو الخط المستقيم الذي يمر بمركز الدائرة واصلا بين نقطتين من محيطها ، قاسماً الدائرة ومحيطها الى قسمين متساويين ، ولا بد من الاشارة هنا الى ان اقطار الدائرة متساوية كلها ، وان كل قطر يعادل شعاعين .

٤ ـ القاطع : وهو الخط المستقيم الذي يقطع محيط الدائرة في نقطتين .

٥ ـ المماس : وهو الخط المستقيم الذي يمس محيط الدائرة في نقطة واحدة .

أقسام محيط الدائرة :

ان محيط اي دائرة كانت يقسم الى ٣٦٠ قسماً متساوياً ، يسمى كل قسم منها « درجة » ، وتكتب باختصار (١°) .

وكل درجة تقسم الى ٦٠ قسماً متساوياً ايضاً يسمى كل منها «دقيقة» وتكتب باختصار (١') .

وكل دقيقة تقسم الى ٦٠ قسماً متساوياً ايضاً يسمى كل منها « ثانية » وتكتب باختصار (١") .

وبناء عليه فالدرجة تساوي ١/٣٦٠ من محيط الدائرة .

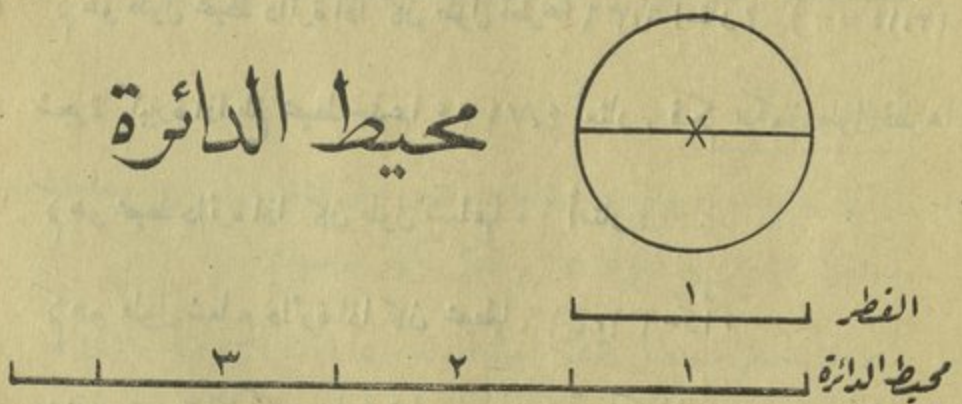
والدقيقة تساوي ١/٦٠ من الدرجة .

والثانية تساوي ١/٦٠ من الدقيقة .

قياس الاقواس والزوايا :

يستعمل لمعرفة أقيسة الاقواس والزوايا ـ كما سبق لنا الكلام على ذلك في صفحة ٩٤ ـ آلة تسمى « المنقلة » ، وهي عبارة عن اداة تشبه نصف الدائرة ، مقسمة الى ١٨٠ درجة ، وعندما يراد استعمالها ، يثبت مركزها على رأس الزاوية بنوع ان يقع قطرها على احد ضلعي الزاوية ، والعدد الذي تقع عليه الضلع الثانية يمثل انفراج الزاوية .

محيط الدائرة :



اذا اخذنا مثلا دولاباً طول قطره ١ م ، وادرنا حول محيطه خيطاً دورة واحدة ، ثم رفعنا الخيط عن محيطه ، وقسنا طوله ، نجد انه ٣،١٤١٦ م ، كما هو واضح في الرسم اعلاه ، واعلم ان

وضع هذا العدد ثابت لا يتغير ، لذلك نستطيع كلما اردنا معرفة الطول لمحيط اي دائرة ان نتبع القاعدة الآتية : وهي ضرب طول القطر بـ ٣،١٤١٦ .

ويستنتج من هذا ان محيط الدائرة = القطر × ٣،١٤١٦

وان القطر = محيط الدائرة ÷ ٣،١٤١٦

وان الشعاع = القطر ÷ ٢

معرفة طول القوس :

اذا كان طول محيط دائرة ٢٦ م فكم يكون طول قوس تقدّر بـ ٤٥° من هذا المحيط ؟

كيفية الحل : ٣٦٠° طولها ٢٦ م

٤٥° = ؟

$$\frac{٤٥ \times ٢٦}{٣٦٠} = ٣،٢٥ \text{ م}$$

أسئلة للحل :

١) كم هو طول محيط دائرة اذا كان طول قطرها ٦،٣٦ أمتار ؟ (π = ٣،١٤)

٢) شجرة كبيرة اذا بلغ محيط جذعها ٤،٧١٢٤ أمتار ، فكم يكون طول قطرها ؟

٣) كم هو محيط دائرة اذا كان طول شعاعها ١٠ أمتار ؟

٤) كم هو طول شعاع دائرة اذا كان محيطها ٣١،٤١٦ متراً ؟

٥) جنينة مستديرة الشكل، طول قطرها ٥٠ متراً ، فكم يُنفَق على إحاطتها بسياج اذا كان ثمن المتر من هذا السياج ٣،٥ ليرات ؟

٦) اذا رسم معلم الالعاب دائرة في وسط ملعب لكرة القدم، طول محيطها ١٨،٨٤٩٦ متراً، فكم يكون طول الحبل الذي استعمله المعلم ؟

٧) طُلِبَ من نَجّار صُنعُ طاولة مستديرة الشكل، تتّسِعُ لعشرة اشخاص، فكم سنتيمتراً يكون قطر هذه الطاولة، اذا كان كل شخص يحتاج عند جلوسه الى ٧٨،٥سم ؟ (π = ٣،١٤)

٨) دولاب درّاجة يدور ٥٠٠٠ دورة ليقطع ١،٥٧٠٨ كيلومتراً، فكم يكون طول شعاعه ؟

٩) دولاب عربة شعاعه ٠،٧٠م فكم هي المسافة التي يقطعها بـ ٣٠٠ دورة ؟

١٠) قطع راكب درّاجة مسافة ٣،١٤٠ كيلومترات، فاذا كان طول نصف قطر درّاجته ٥٠ سم، فكم يكون عدد دورات دولاب دراجته في هذه المسافة ؟

١١) وضع مقعد حول حوض مستدير الشكل، على بعد ٠،٧٥م من حافته، فاذا كان محيط المقعد ١٢،٥٦م فكم يكون نصف قطر هذا الحوض ؟ (π = ٣،١٤)

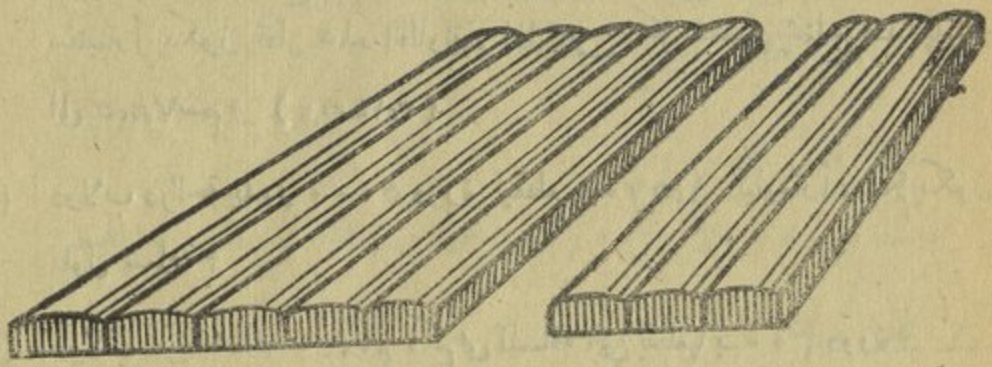
أسئلة مُتَنَوِّعَة :

١) بركة بشكل مربع يبلغ طول ضلعه ٥ أمتار وهي تشغل ٤٠٪ من مساحة حديقة مستطيلة الشكل يبلغ طولها ٢٥م فكم يكون عرضها ؟

٢) منضدة سطحها مستطيل الشكل يبلغ طوله ١،٥٠ متراً وعرضه ١،٢٠ متراً فاذا وُضِع عليها غطاء مستطيل الشكل يتدلى من جميع جوانبها بمقدار ١٥ سم، فكم يكون ثمن هذا الغطاء اذا كان ثمن المتر المربع منه ١٧٥ غرشاً ؟

الدرس الثالث والخمسون

قسمة الكسور الدارجة



١ - قسمة كسر على عدد صحيح :

اذا اقتسم ٤ أخوة فيما بينهم بالتساوي نصف لوح شوكولاته ، فكم تكون حصة كل منهم ؟

اذا تأملت في الرسم اعلاه ، تجد انه عندما قسم النصف الى ٤ أقسام متساوية ، حصل الواحد من الاخوة الاربعة على $\frac{١}{٨}$ اللوح ، اي : $\frac{١}{٢} \div ٤ = \frac{١}{٨}$

ويستدل من نتيجة هذه العملية انه عندما نقسم $\frac{١}{٢} \div ٤$ نكون كأننا قد ضربنا المخرج ٢ في الصحيح ٤ وبناء عليه فينبغي تنظيم هذه العملية هكذا : $\frac{١}{٢ \times ٤} = \frac{١}{٨}$ وهو الجواب

ومن مجمل ما مرّ بنا نستنتج انه عندما يراد قسمة كسر على عدد صحيح ، يضرب مخرج الكسر في العدد الصحيح ، واذا كانت صورة الكسر تقسم على العدد الصحيح ، يمكننا اذ ذاك ان نقسم هذه الصورة رأساً عليه ، ونجعل الخارج صورة لمخرج الكسر مثال ذلك :

$\frac{٦}{٧} \div ٣ = \frac{٦ \div ٣}{٧} = \frac{٢}{٧}$ وهو الجواب .

على ان الافضل من هذه وتلك، ان يجعل المخرج واحداً لكسر صورته العدد الصحيح ويضرب الكسر في مقلوب هذا الاخير مثال ذلك :

$\frac{٥}{٨} \div ٢ = \frac{٥}{٨} \times \frac{١}{٢} = \frac{٥}{١٦}$ وهو الجواب .

٢ ـ قسمة عدد صحيح على كسر :

اذا كان ثمن كيلوغرام الدراقن $^{٣}/_{٤}$ الليرة ، فكم كيلوغراماً نشتري بـ ٣ ليرات ؟

أي ٤ ÷ $^{٣}/_{٤}$ = ؟

كيفية الحل :

لو كان ثمن كيلوغرام الدراقن ليرة واحدة ، لامكننا شراء ٣÷١=٣ كيلوغرامات دراقن .

ولو كان ثمن الكيلوغرام $^{١}/_{٤}$ ليرة ، لاستطعنا ان نشتري من الدراقن اكثر من الاول بـ ٤ مرات . اي ٣×٤=١٢ كيلو غراماً

وبما ان ثمن الكيلوغرام هو $^{٣}/_{٤}$ الليرة ، فانه يمكننا ـ والحالة هذه ـ أن نشتري دراقن اقل من المرة الثانية بـ ٣ مرات : $\frac{٣ \times ٤}{٣} = \frac{١٢}{٣} =$ ٤ كيلوغرامات

وبناء عليه ، فنستدل ان ٣ ÷ $\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٤}{٣} = \frac{١٢}{٣} =$ ٤ كيلوغرامات

ويستنتج مما تقدم أنه عندما يراد قسمة عدد صحيح على كسر ما ، يجب ضرب العدد الصحيح بمقلوب الكسر .

٣ ـ قسمة كسر على كسر :

اذا افترضنا ان ثمن $^{٣}/_{٤}$ ليتر من الخل $^{١}/_{٢}$ ليرة ، فكم يكون ثمن الليتر ؟

كيفية الحل : $^{١}/_{٢}$ ÷ $^{٣}/_{٤}$

اذا كان ثمن $^{٣}/_{٤}$ الليتر من الخل $^{١}/_{٢}$ ليرة ، يكون ثمن $^{١}/_{٤}$ الليتر اقل من ذلك بـ ٣ مرات ،

اي ان $\frac{١}{٢}$ ÷ $\frac{١}{٣} = \frac{١}{٢ \times ٣}$

وعليه فيكون ثمن $^{٤}/_{٤}$ الليتر اكثر من ذلك بـ ٤ مرات ، اي ان :

$\frac{١}{٢ \times ٣} \times ٤ = \frac{١ \times ٤}{٢ \times ٣} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$ الليرة

ومما تقدم نلاحظ أن :

$\frac{١}{٢} \div \frac{٣}{٤} = \frac{١ \times ٤}{٢ \times ٣} = \frac{٤}{٦}$ او $\frac{٢}{٣}$ الميزة

ويستنتج هنا ايضاً انه عندما يراد قسمة كسر على كسر آخر ، يجب ضرب الكسر (المقسوم) في مقلوب الكسر (المقسوم عليه) .

اما اذا كان المقسوم ، او المقسوم عليـــه ، او الاثنان معاً ، كسراً ممتزجاً ، فينبغي عندئذ التحويل الى كسر غير حقيقي ، واجراء القسمة ، مثال ذلك :

(١) $٢\frac{١}{٤} \div ٤\frac{١}{٢}$

$= \frac{٩}{٤} \div \frac{٩}{٢}$

$= \frac{٩}{٢} \times \frac{٤}{٩} = \frac{٣٦}{١٨} = ٢$

(٢) $٢ \div ٦\frac{٣}{٤}$

$= ٢ \div \frac{٢٧}{٤}$

$= \frac{٢٧}{٤} \times \frac{١}{٢} = \frac{٢٧}{٨} = ٣\frac{٣}{٨}$

(٣) $٨ \div ٢\frac{١}{٥}$

$= ٨ \div \frac{١١}{٥}$

$= ٨ \times \frac{٥}{١١} = \frac{٤٠}{١١} = ٣\frac{٧}{١١}$

(١) قسمة كسر على كسر.

$\frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٢} = ?$ $\quad \frac{٦}{٦} \div \frac{٢}{٣} = ?$ $\quad \frac{٢٠}{٢١} \div \frac{٥}{٧} = ?$ $\quad \frac{١٨}{١٩} \div \frac{٢}{١٩} = ?$ $\quad \frac{٢١}{٢٨} \div \frac{٣}{٤} = ?$

$\frac{٣}{٤} \div \frac{٧}{٨} = ?$ $\quad \frac{٥}{٧} \div \frac{٣}{١٠} = ?$ $\quad \frac{٢١}{٢٤} \div \frac{٣}{٤} = ?$ $\quad \frac{١٥}{١٧} \div \frac{٧}{٨} = ?$ $\quad \frac{٩}{٢٢} \div \frac{١٥}{٢٧} = ?$

(٢) قِسمة كسر على صحيح .

$\frac{٤}{٥} \div ٤ = ?$ $\frac{٦}{٧} \div ٦ = ?$ $\frac{٢}{٣} \div ٢ = ?$ $\frac{٩}{١٦} \div ٦ = ?$ $\frac{٧}{١٠} \div ٧ = ?$

$\frac{٩}{١٠} \div ٣ = ?$ $\frac{٤}{١١} \div ٦ = ?$ $\frac{٢٤}{٥} \div ٨ = ?$ $\frac{٨}{٢٥} \div ٤ = ?$ $\frac{٢٤}{٣١} \div ١٢ = ?$

(٣) قِسمة صحيح على كسر .

$٢ \div \frac{١}{٢} = ?$ $٥ \div \frac{١}{٣} = ?$ $٣ \div \frac{١}{٤} = ?$ $٦ \div \frac{١}{٥} = ?$ $٧ \div \frac{١}{٨} = ?$

$٦ \div \frac{٣}{٤} = ?$ $١٥ \div \frac{٢}{٣} = ?$ $١٨ \div \frac{٣}{١٩} = ?$ $١٩ \div \frac{٧}{٨} = ?$ $٥٤ \div \frac{٦}{٧} = ?$

(٤) قِسمة صحيح و كسر على صحيح ، وقسمة صحيح على صحيح و كسر .

$٢ \div ٥\frac{١}{٣} = ?$ $٢ \div ٩\frac{١}{٢} = ?$ $٤ \div ٨\frac{٤}{٥} = ?$ $٣ \div ٩\frac{١}{٢} = ?$ $٣ \div ١\frac{١}{٥} = ?$ $١٠ \div ١٦\frac{٢}{٣} = ?$

$٤ \div ١\frac{١}{٤} = ?$ $٦ \div ١\frac{١}{٢} = ?$ $٧ \div ١\frac{١}{٢} = ?$ $١٠ \div ١\frac{١}{٦} = ?$ $١٢ \div ١\frac{١}{٢} = ?$ $٥ \div ٤\frac{٢}{٥} = ?$

(٥) قِسمة صحيح و كسر على صحيح و كسر .

$٢\frac{١}{٥} \div ١\frac{١}{٢} = ?$ $٣\frac{١}{٢} \div ١\frac{١}{٥} = ?$ $٥\frac{٣}{٤} \div ١\frac{١}{٨} = ?$ $٦\frac{١}{٣} \div ٣\frac{١}{٦} = ?$

$٩\frac{٣}{١١} \div ٨\frac{١}{٨} = ?$ $٦\frac{٢}{٩} \div ٩\frac{٣}{٢٠} = ?$ $٤١\frac{١}{٢} \div ٢٠\frac{٣}{٤} = ?$ $٣٧\frac{١}{٤} \div ١٨\frac{٣}{٤} = ?$

$١٨\frac{١}{٩} \div ١٢\frac{١}{٦} = ?$ $٥\frac{١}{٧} \div ٦\frac{٣}{١٤} = ?$ $٣\frac{٧}{٩} \div ٤\frac{١٣}{١٨} = ?$

أخذ كسر من كسر :

خذ ٣/٥ هذا الكسر ٧/٨

كيفية الحل :

يجب أن نأخذ اولا ١/٥ الـ ١/٨ وذلك بقسمتها على ٥ فتصبح هكذا :

٧/٨ ÷ ٥ = ٧/٨ × ١/٥ = ٧/٤٠

والـ ٣/٥ = ٧/٤٠ × ٣ = ٢١/٤٠

ويمكننا أن نحصل على هذه النتيجة اذا ضربنا رأساً هذين الكسرين كما يلي :

٣/٥ × ٧/٨ = ٢١/٤٠

ومن هذا نستنتج ، أنه عندما يراد اخذ كسر من كسر آخر ، يجب ضرب الكسر بالكسر

خذ ٣/٤ هذا الكسر ٥/٦

« ٣/٥ « « ٧/٨

« ٥/٦ « « ٨/٩

« ٢/٧ « « ٣/٤

« ٣/٨ « « ٧/١٢

أسئلة للحل :

١) ثمن ٣/٤ كغ السمن ٦ ليرات ، فكم يكون ثمن الكيلوغرام ؟

٢) كشاف يقطع في ٧ ساعات ٣٧ ٤/٥ كم ، فكم يكون معدل المسافة التي يقطعها في الساعة الواحدة ؟

٣) اذا كنت تقطع ٧ كم في الساعة ، فالى كم ساعة تحتاج لتقطع ٢٥ ٢/٣ كم ؟

٤) ثمن متر الخام ١ ١/٢ ليرة ، فكم يمكن ان تشتري بـ ٦/٨ الليرة ؟

٥) ثمن كيلوغرام الصابون ٢ ٣/٤ ليرتان ، فكم كيلوغراماً يمكنك ان تشتري بـ ٨٢ ١/٢ ليرة ؟

٦) اذا كان طول محيط دولاب ٤ ٣/٤ أمتار ، ففي كم دورة يمكن ان يقطع مسافة ١٣٠٦،٢٥ أمتار ؟

٧) يحتاج تلميذ الى ١/١٠ من الساعة لحل عملية حسابية ، فكم مسألة يقدر ان يحل في ٤/٥ الساعة ؟

٨) اذا كانت أجرة عامل في اليوم ٩ ٣/٤ ليرات ، فكم يوماً يجب ان يشتغل ليحصل على ١٢١ ٧/٨ ليرة ؟

٩) يستهلك محرك سيارة في كل ١٠٠ كم ٦ ٣/٨ ليترات بنزين ، فكم كيلومتراً يمكن أن تقطع السيارة اذا وُضع في خزّانها ٢٥ ١/٢ ليتراً ؟

١٠) يمشي رجل ٦ ١/٢ كم في الساعة ، ويمشي ولد ٣ ١/٤ كم في الساعة ايضاً ، فبكم كيلومترٍ تزيد المسافة التي يقطعها الرجل عن المسافة التي يقطعها الولد في ١٦ ساعة ؟

١١) برميل يحتوي على ١٧٥ ليتر زيت ، فاذا بيع منه ٥٥ ليتراً ، ثم أُفرِغَ ما بقي فيه من الزيت في زجاجات سَعَة الواحدة منها ٣/٤ الليتر ، فكم يجب أن يكون عدد الزجاجات اللازمة لذلك ؟

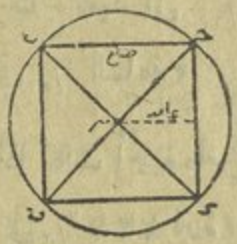
١٢) ثمن ٣/٤ قطعة جوخ ٤٨ ليرة ، فكم يكون ثمن القطعة كلها ؟ و كم يكون طولها اذا كان سعر المتر الواحد منها ١٠ ليرات ؟

١٣) اذا كان محيط بستان مربع يبلغ ٢٠٨ ٤/٥ أمتار ، فكم متراً يكون طول ضلعه ؟

الدرس الرابع والخمسون

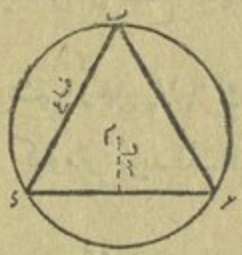
١ – المضلعات المنتظمة

١) المربّع المرسوم ضمن دائرة :



اذا رسمنا الدائرة م ، ثم رسمنا فيها القطرين المتعامدين ح ق و ب د، نرى أن محيط هذه الدائرة ، يؤلف من ٤ أقسام متساوية ، كما يتضح هذا في الرسم امامك، واذا وصلنا اطراف هذين القطرين، ينجم عن ذلك المربع ح ب د ق الظاهر ضمن هذه الدائرة، ويكون له اربع اضلاع متساوية واربع زوايا قائمة .

٢) المثلّث المرسوم ضمن دائرة :

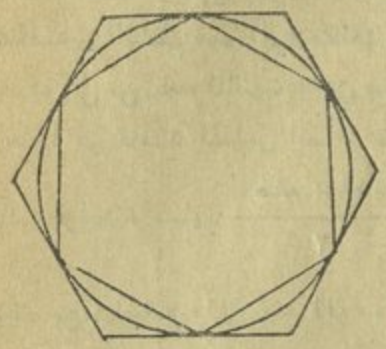


واذا رسمنا الدائرة م، وقسمنا محيطها الى ٦ أقسام متساوية ، ثم وصلنا الأقسام المتتالية بعضها ببعض، نجد امامنا المثلث ب ح د المتساوي الاضلاع والزوايا .

٣) المسدّس المرسوم ضمن الدائرة :

واذا رسمنا الدائرة م، وابقينا البيكار مفتوحاً كما كان عند رسمنا الدائرة ، ثم قسمنا محيط الدائرة بقدر فتحة البيكار ، يصبح المحيط من ٦ أقسام متساوية ، واذا وصلنا اطراف هذه الاقسام بعضها ببعض ، ينتج عن ذلك ضمن الدائرة شكل مسدس متساوي الاضلاع والزوايا كما هو ظاهر أمامك في هذا الرسم .

وقـــد يمكن رسم المضلع المتساوي الاضلاع والزوايا خارج الدائرة أيضاً كما يلاحظ في الرسم الآتي :

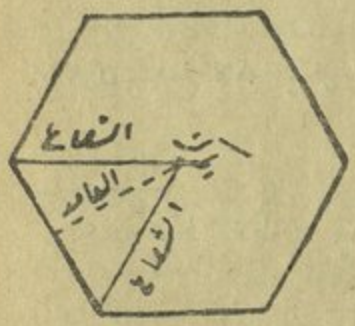


ويستنتج من الرسوم الثلاثة الاولى، ان المضلع اذا رسم ضمن دائرة ، تقع جميع رؤوسه على محيطها ، واذا رسم خارجها، تكون جميع اضلاعه مماسة لمحيط الدائرة، وفي الرسم الاخير دلالة على ذلك .

وكل المضلعات المتساوية الأضلاع والزوايا ، تسمى المضلعات المنتظمة وأهمها : المثلث ، المربع ، المخمس ، المسدس ، المثمن .

وعندما يراد رسم احد هـــذه المضلعات ، يقسم محيط الدائرة بواسطة البيكار الى اقواس متساوية ، يساوي عددها عدد الاضلاع المطلوبة ، ثم يوصل بين اطرافها ، فيتم بذلك شكل المضلع المنتظم المطلوب .

اجزاء المضلّع :

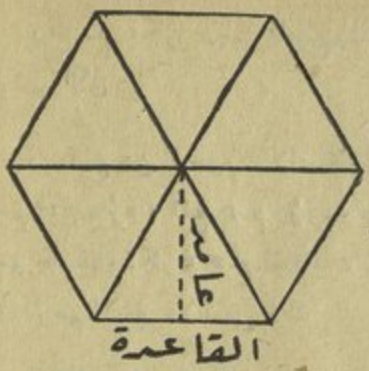


عليك ان تعرف زيادة عما تقدم ، ان مركز المضلع المنتظم ، هو ذات مركز الدائرة التي رسم المضلع داخلها او خارجها ، وان الخط المستقيم الممتد من المركز الى احد رؤوس المضلع ، يسمى « الشعاع » .

اما الخط العمودي المنحدر من المركز الى احـــد الاضلاع فيسمى « العامد » وله اهميته الكبرى في ايجاد مساحة المضلع

ايجاد محيط المضلّع المنتظم :

عندما يراد معرفة محيط المضلع المنتظم ، تجمع كل اضلاعه ، او يضرب طول ضلعه الواحدة بعدد اضلاعه



ايجاد مساحة المضلع المنتظم :

واذا تأملت الرسم في الجهة اليسرى من هذه الصفحة ترى ان المسدس المنتظم قسم الى ٦ مثلثات متساوية ، وان قاعدة كل من هذه المثلثات ، هي ضلع المسدس ، وان ارتفاعها هو عامد المسدس ايضاً ، فتكون اذاً مساحة المثلث الواحد ، مساوية $\frac{\text{الضلع} \times \text{العامد}}{٢}$. وبما ان المسدس مؤلف من ٦ أضلاع متساوية ، فان مساحة المثلثات جميعها تساوي : $\frac{(\text{٦} \times \text{الضلع}) \times \text{العامد}}{٢}$

وهي مساحة المضلع .

وبما أن الـ ٦ أضلاع تساوي محيط المسدس ، فان مساحته = $\frac{\text{المحيط} \times \text{العامد}}{٢}$

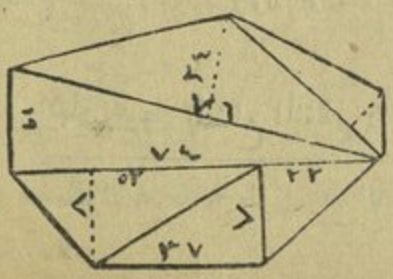
وبناء عليه ، فيمكننا القول انه عندما يراد الحصول على مساحة اي مضلع منتظم ، يضرب المحيط في العامد ، ويقسم الحاصل على ٢ اي ان مساحة المضلع المنتظم = $\frac{\text{المحيط} \times \text{العامد}}{٢}$. مثال ذلك :

كم تكون مساحة بلاطه بشكل مسدس منتظم يبلغ طول ضلعه ١٠سم وطول عامده ٧،٢٥سم ؟

كيفية الحل :

يكون محيط البلاطه : ١٠ × ٦ = ٦٠سم

وتكون مساحتها : $\frac{\text{٦٠} \times \text{٧،٢٥}}{٢}$ = ٢١٧،٥ سم^{٢} وهو الجواب .



٢ ـ المضلعات غير المنتظمة :

اذا تأملت في الرسم الى الجهة اليسرى ، ترى ان اضلاعه وزواياه غير متساوية ، وهذا النوع من المضلعات يمثل المضلعات غير المنتظمة .

محيطه : ان محيط المضلع غير المنتظم يساوي مجموع اضلاعه .

مساحته : عندما يراد معرفة مساحة المضلع غير المنتظم يجب قسمته الى اشكال هندسية يمكن معرفة مساحتها بذات الطريقة التي تعرف بها مساحة المثلثات ، وشبه المنحرف ، وبعد الحصول على مساحة تلك الاجزاء، تجمع، ويكون مجموعها مساحة المضلع غير المنتظم، وكل ما قدمنا شرحه يبدو كثير الوضوح في الرسم السابق .

أسئلة للحل :

١) بَهْوٌ بشكل مُثَمَّن منتظم، طول احد أضلاعه ٤ أمتار ، وطول عامده ٣،٥ أمتار فكم يكون محيطه ؟... و كم تكون مساحته ؟

٢) كم تكون مساحة مُخَمَّس منتظم ، طول ضلعه ٨ أمتار ، وطول عامده ٥ أمتار ؟

٣) فُرِشَتْ ارض غرفة ، ببلاط مُسَدَّس الشكل ، يبلغ طول كل بلاطة منه ١٢ سم ، وطول عامدها ١٠ سم ، فاذا بلغ عدد البلاط الذي استعمل لذلك ٤٥٠ بلاطة ، فكم تكون مساحة الغرفة ؟

٤) بَهْو مدرسة بشكل مُثَمَّن منتظم، طول ضلعه ٣،٥ أمتار ، وطول عامده ٥،٢٥ أمتار ، فاذا أُريد تبليطه ببلاط مربع الشكل ، طول كل واحدة منه ١٠ سم ، فكم بلاطة يلزم لذلك ؟

٥) بِركة قاعدتها على شكل مُخَمَّس منتظم ، طول ضلعها ٣ أمتار ، وطول عامدها ٢،٦ متران ، يُرَاد أن تُسَوَّىَ أرضها بالاسمنت، فكم يُكَلِّف ذلك اذا كانت نفقة المتر المربع تبلغ ٣،٥ ليرات ؟

الدرس الخامس والخمسون

مُراجعة عامّة
للقواعد الاربع في الكسور الدارجة

١) اذا كانت اجرة سائق (التكسي) اليوميّة ٣/٤ ٨ ليرات، فكم يكون مقدار المبلغ الذي يقبضه في شهر تموز، مع العلم انه انقطع فيه عن العمل ٥ أيام؟

٢) يبلغ مُرَتَّب مأمور ٢٨٧٠ ليرة في السنة، فكم يكون مقدار ما يُوَفِّره اذا كان ما يصرفه يعادل ٦/٧ مُرَتَّبِه؟

) كم يكون ثمن ٢/٣ قطعة حرير طولها ٩،٩ أمتار، اذا كان ثمن المتر منها ١٨،٧٥ ليرة؟

٤) تاجر اجواخ، عنده ثوب من الجوخ، طوله ٢٧م فاذا باع ٥/٩ هذا الثوب على معدَّل سعر المتر ١٣،٢٥ ليرة، فكم يكون مقدار المبلغ الذي قبضه؟

٥) اعطى والد احد اولاده ١/٣ عُلبة مُلَبَّس، واعطى آخر ٢/٦ منها، ثم اعطى اكبرهم الباقي، فهل تكون هذه الحصص متساوية؟

٦) رجل يمشي ٦ كم في الساعة، وصبيّ يمشي ٤ ١/٢ كم في الساعة، فكم كيلومتراً تزيد المسافة التي يَقْطَعُها الرجل عن المسافة التي يَقْطَعُها الصبيّ في ٢٢ ١/٢ ساعة؟

٧) إقتسم ثلاثة أُخْوَة مبلغاً من المال قَدَرُه ٥٥ ١/٤ ليرة، فاذا اخذ منه الاول ٢٥ ٣/٤ ليرة، والثاني أَقَلّ مما اخذه الاول بـ ٩ ٥/٦ ليرات، فكم تكون حصة الثالث؟

٨) عاملان يقومان بحفر بئر ، فاذا حفر الاول منها ٣/٨ والثاني ١/٣ فأيهما يكون قد اشتغل اكثر من الآخر ؟... و كم يكون القسم الذي حفراه معاً من البئر ؟... والقسم الذي بقي منها ؟

٩) قطعة نسيج طولها ٧٥،٥٠م فاذا بيع منها ربعها ، ثم ثلاثة اثمانها ، على معدّل سعر المتر ٢،٢٥ ليرتان ، فكم متراً يكون قد بيع منها ؟... و كم يكون قد بلغ ثمن القسم المبيع ؟

١٠) يكسب عامل ٢٥٠ ليرة في الشهر ، فاذا كان يوفّر ١/١٠ هذا المبلغ ، فكم يكون مصروفه الشهريّ ؟

١١) اشترى فاكهاني ١٦ صندوقاً من التفاح ، في كل واحد منها ١٨ ١/٢ كغ ، وعند افراغها وجد انه قد تلف منها مقدار الـ ٣/٨ فكم كيلوغراماً يكون ما بقي منها سالماً ؟

١٢) اشترى تاجر ٢٤ دزينة صحون بـ ٦٥٠ ليرة ، وفي أثناء نقلها انكسر سدسها ، فبكم يجب ان يبيع الدزينة مما بقي منها ليكون ربحه ١١٠،٦٠ ليرات ؟

١٣) وفّر وديع ٣٢٠ غرشاً ، ووفّر اديب ٤٤٠ غرشاً ، فاذا أنفق الاول مما وفّره ٥/٨ والثاني ٤/٥ فكم يكون مقدار ما بقي لكل منهما ؟

١٤) توفّي رجل تاركاً لاولاده ٣٦٠٠ ليرة ، فاذا اخذ الاكبر ٣/٨ المبلغ ، والاوسط ٢/٥ المبلغ ، والاصغر الباقي ، فكم يكون ما يصيبه كل منهم من مال ابيهم المتوفّى ؟

١٥) قضيب من الحديد طوله ٤١٤ متراً ، قُطِعَ الى قطعتين ، طول الاولى يزيد عن ٩/١٢ من طول الثانية بـ ١٥ متراً ، فكم يكون طول كل قطعة منهما ؟

١٦) اشترى رجل قطعة حرير يبلغ طولها ٨٠ متراً بـ ١٢٠٠ ليرة، فاذا باع نصفها بعين السعر الذي دفعه ثمنها، فبكم يجب ان يبيع المتر مما بقي منها ليربح في القطعة ١٢٠ ليرة ؟

١٧) قطعة من الجوخ طولها ٤٢ متراً، قُسِمَتْ الى قطعتَيْن، طول الصُّغرى منها يزيد عن طول الكبرى بِمترَيْن، فكم يكون طول كل منهما ؟

١٨) أُستُخْدِم عامل في محل، على ان يأخذ يوم العمل ٢٣½ فرنكاً، وان يدفع يوم البطالة ١١٪ فرنكاً، وبعد مُضِيّ ٤٠ يوماً قبض ٥٨٧ فرنكاً، فكم تكون الايام التي عمل فيها، والايام التي انقطع فيها عن العمل ؟

١٩) تاجر اغنام اشترى ١٦٠ خروفاً بمبلغ ١٢٨٠٠ ليرة، فاذا باع النصف على معدّل سعر الرأس ٧٥ ليرة، فبكم ينبغي ان يبيع الرأس مما بقي من تلك الاغنام، ليربح ٢٠٠ ليرة ؟

٢٠) اشترى رجل بستاناً مستطيل الشكل، يبلغ طوله ١٢٠م وعرضه ٤٠،٥٠م فاذا باع منه بعد مدة ٪ بمبلغ يساوي القيمة التي دفعها ثمن البستان كله، ثم باع ما بقي منه على معدّل سعر الآر ٥٠ ليرة، فكم يكون ربحه ؟

٢١) اشترى تاجر قطيعاً من الغنم بمبلغ ٢٧٩٣٠ ليرة، ثم باع ⅓ القطيع على معدّل سعر الرأس ٧٥ ليرة، وعاد فباع الباقي، وهو ٢٦٦ رأساً، على معدّل سعر الرأس ٨٠ ليرة، فكم يكون عدد القطيع ؟... وكم يكون المبلغ الذي قبضه ثمن القطيع كله ؟... وكم يكون مقدار الربح ؟

الدرس السادس والخمسون

تحويل الكسور

تحويل الكسور العشرية الى كسور دارجة :

لا ريب أنك عند درسك الكسور العشرية ، قد علمت أن مخارج هذه الكسور تكون ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ ... وأنه يمكن كتابتها ، اما بشكل عدد عشري ، أو بشكل كسر عادي ، مثال ذلك :

العدد العشري ٠،٦ م يساوي الكسر العادي $\frac{٦}{١٠}$ م = $\frac{٣}{٥}$ م

والعدد العشري ٠،٧٥ كغ يساوي الكسر العادي $\frac{٧٥}{١٠٠}$ كغ = $\frac{٣}{٤}$ كغ

ومن هذا يتضح لك أنه عندما يُراد تحويل كسر عشري الى كسر عادي يكتب هذا الاخير بشكل كسر عادي ، ثم يختزل حين الحاجة الى ذلك .

تحويل الكسور العادية الى كسور عشرية :

اذا عرفنا في هذه العملية : ٣÷٤ أن الكسر الـ $\frac{٣}{٤}$ هو خارج قسمة الصورة ٣ على المخرج ٤ اذا عرفنا ذلك - فما علينا الا أن نقسم هذه العملية ، على الشكل الآتي كما هو معلوم سابقاً

```
     ٠،٧٥
  ٤ / ٣٠
      ٢٨
      ٢٠
      ٢٠
      ٠٠
```

وهكذا نرى أن ٣ ÷ ٤ = ٠،٧٥

ومن هذا نستنتج أن الكسر $\frac{١}{٤}$ = ٠،٢٥ والكسر $\frac{١}{٢}$ = ٠،٥٠

ويتضح لنا مما تقدم أيضاً أنه عندما يراد تحويل كسر عادي الى كسر عشري تقسم صورة الكسر على مخرجه ، واذا لم ينته التقسيم بعد ذلك ، تتابع القسمة لغاية ثلاث منازل في الخارج فقط.

وبناء على ما مرّ بك حوّل الكسور العشريّة الآتية الى كسر دارج :

١) ٠،٢٨	٤) ٠،٢٠	٧) ٠،١٢٥	١٠) ٠،٤٥
٢) ٠،٢٩٥	٥) ٠،٠٨	٨) ٥،٢٥	١١) ٠،١٢٥
٣) ٠،٣	٦) ٠،١٨	٩) ٧،٠٧٥	١٢) ٠،١٥

تحويل الكسر الدارج الى كسر عشريّ

حوّل الكسور الدارجة الآتية الى كسور عشريّة :

١) ٣/٤	٥) ٤/٧	٩) ١/٣	١٢) ١/٦
٢) ٢/٥	٦) ٧/١٢	١٠) ١/٤	١٣) ١/٨
٣) ٧/١٤	٧) ٨/١٥	١١) ١/٥	١٤) ١/٧
٤) ١٢/١٦	٨) ١/٢		

أسئلة للحل تمتاز بان كلا منها تنطوي على شكلين هندسيّين .

١) أرسُم مثلثاً متساوي الساقين ، طول قاعدته ٩ سم وارتفاعه ٦ سم ، ثم ارسُم مستطيلا مساحته تُكافِىء مساحة هذا المثلّث ، بحيث يكون عرض المستطيل ٤،٥ سم ، واذكر بعد ذلك كم يكون طوله ؟

٢) استبدل ملاك بارض مثلّثة الشكل ، قاعدتها ٦٤م وارتفاعها ٤٠م ارضاً مربّعة الشكل ، طول ضلعها ٣٠م فاذا كان ثمن الآر من قطعتي الارض ٥٠٠ ليرة ، فكم يكون المبلغ الذي يجب ان يدفعه الملاك علاوة على ثمن ارضه ؟

٣) حقلان الواحد منهما مربّع، والآخر مستطيل الشكل، وهما متساويان في المساحة، ضلع الاول ٣٠م وطول الثاني ٤٥م فاي حقل اكبر مساحة، وبكم متر مربع يكون ذلك؟

٤) حقل بشكل متوازي الاضلاع، طول قاعدته ١٢٠م وارتفاعه ٩٥م وثمن الآر منه ١١٠ ليرات، فاذا استُبْدِلَ بقطعة ارض مثلثة الشكل، ثمن الآر منها ٦٠ ليرة، فكم تكون مساحة الارض المثلّثة؟... وكم يكون طول قاعدتها اذا كان ارتفاعها يبلغ ٤٠٠م؟

٥) ارض مثلّثة الشكل قاعدتها ١٦٠م وارتفاعها ٩٠م وسعر المتر المربع منها ٥ ليرات، فاذا اُستُبْدِلَتْ بارض ثانية، شكلها شبه منحرف، يبلغ ارتفاعه ٨٠م وقاعدتاه ٦٥م و٣٥م واذا كانت قيمة هذه الارض تساوي قيمة الارض الاولى، فكم يكون سعر المتر المربع من الارض الثانية؟

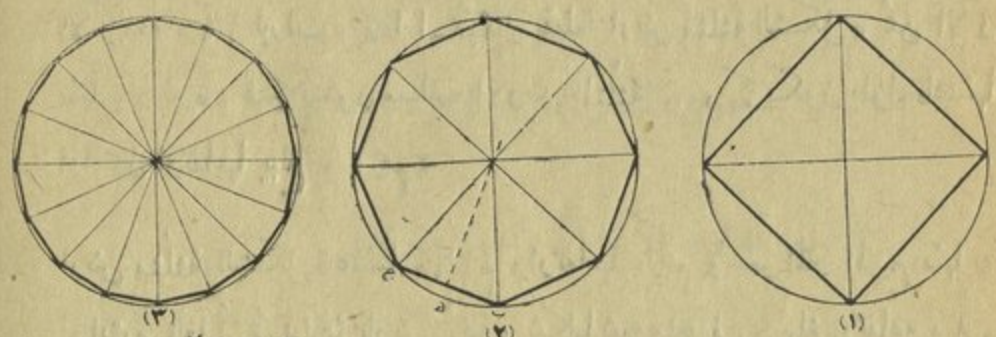
٦) كم هو ارتفاع مثلّث اذا كان طول قاعدته ٤٠م واذا كان يُكافِىء معيّنًا قطرهُ الاكبر ٢٥م والاصغر ٢٠م؟

٧) إشترى رجل ارضاً مستطيلة الشكل، طول محيطها يساوي طول محيط مربّع طول ضلعه ١١٠ أمتار، فاذا كان عرضها ١٠٠ متر، فكم يكون ثمنها اذا كان سعر المتر المربع منها ٤،٥ ليرات؟

٨) قطعة ارض بشكل مثلّث، طول قاعدته ١٥٠م وارتفاعه ١٠٠م اُستُبْدِلَتْ بقطعة ارض ثانية بشكل معيّن يكافئه في المساحة، فاذا كان طول أحد قطري هذا المعيّن ٢٠٠م فكم يكون طول الآخر؟

الدرس السابع والخمسون

حساب سطح المضلع المنتظم الدائرة



(١) مربع مرسوم ضمن دائرة

(٢) مثمن منتظم مرسوم ضمن دائرة

(٣) مضلع منتظم ذو ١٦ ضلعاً مرسوم ضمن دائرة

سطح المثمَّن :

ان سطح المثمن شكل (٢) يتألف من ٨ أمثال سطح المثلث ا ب ج الذي تكون قاعدته ب ج وارتفاعه ا ه (وهو عامد المثمن)

وعليه فسطح المثلث ابج = $\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{٢}$ او نصف القاعدة في الارتفاع .

واذاً فسطح المثمن = نصف القاعدة في الارتفاع ٨ مرات

أي ان سطح المثمن = نصف محيط المثمن × العامد

واذا تأملت جيداً في الرسوم الثلاثة اعلاه ، ترى ان محيط المضلع يقترب من الدائرة بقدر ازدياد عدد اضلاعه ، وان الفرق بين مساحة المضلع والدائرة يقل بقدر مضاعفة عدد الاضلاع ، وقد يتم هذا الى درجة يتساوى فيها محيط المضلع ومحيط الدائرة ، فيصبح سطح المضلع المنتظم هو سطح الدائرة ويصبح عامده شعاعها

وكما ان مساحة المضلع المنتظم = $\frac{\text{المحيط} \times \text{العامد}}{٢}$

فان مساحة الدائرة هي أيضاً = $\frac{\text{المحيط} \times \text{الشعاع}}{٢}$

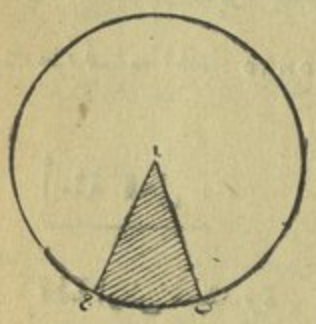
وبما أن محيط الدائرة = ٢ (شعاع) × π

فان مساحتها = $\frac{(\text{٢ شعاع} \times \pi) \times \text{الشعاع}}{٢}$ اي شعاع^{٢} × π

او المساحة = شعاع^{٢} × π

القطاع :

عندما يراد معرفة قطاع ما ، يجب رسم شعاعين ، وذلك الجزء من مساحة الدائرة المحصور بين قوس وشعاعين يكون القطاع . وفي هذا الرسم امامك ايضاح لذلك :



القطاع

مساحة القطاع :

(١) اذا اعطي الشعاع ودرجات الزاوية

ما هي مساحة القطاع الذي يكون طول شعاعه « اب » ٢٠ م م وزاويته « ب اج » ٤٨° ؟

اليك كيفية الحل : كل سطح الدائرة = ٢٠ × ٢٠ × ٣،١٤١٦ = ١٢٥٦،٦٤ م م^{٢}

واذاً فسطح الدائرة كلها : ٣٦٠° = ١٢٥٦،٦٤

وسطح قطاع زاويته : ٤٨° = ؟ = $\frac{١٢٥٦،٦٤ \times ٤٨}{٣٦٠}$ = ١٦٧،٥٥٢ م م^{٢} وهو الجواب

(٢) اذا اعطي طول محيطها

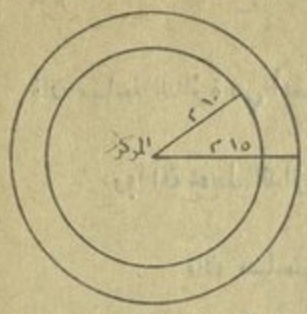
كم هو طول قوس دائرة طول محيطها ٣٦ متراً ، وانفراج قوسها ٥٠ درجة ؟

اليك بيان ذلك :

طول محيط الدائرة ٣٦٠° = ٣٦م

وطول القوس ٥٠° = ؟ $\frac{٣٦ \times ٥٠}{٣٦٠}$ = ٥ أمتار ، وهو الجواب

الاكليل او (الحَلْقَة)



الاكليل او الحلقة

اذا تأملت في الرسم الى يسار هذه الصفحة أمامك ، تعلم ان الاكليل او الحلقة عبارة عن السطح المحصور بين محيطين دائرتين لهما مركز واحد . ويظهر لك بوضوح ، ان مساحة سطح الحلقه ، انما هي الفرق بين مساحة سطحي الدائرتين الكبرى ، والصغرى ،

اي ان مساحة الحلقة المرسومة اعلاه = مساحة الدائرة الكبرى – مساحة الدائرة الصغرى .

وبناء عليه فمساحة الحلقة : ١٥×١٥×٣،١٤١٦ – ١٠×١٠×٣،١٤١٦=٣٩٢،٧م٢ وهو الجواب

أسئلة الحل :

١) قطعة ارض مستديرة ، طول قُطرِها ١٤٠م فكم هكتاراً مساحتها ؟

٢) مساحة بشكل نصف دائرة ، فكم تكون مساحتها ، اذا كان نصف قُطرِها ٤٠م ؟

٣) ربط حصان الى جذع شجرة في وسط حقل بحبل بلغ طوله باستثناء العقدة في الربط ١٠ أمتار ، فأكل الحشيش النامي في تلك البقعة من كل جوانبها ، فكم تكون مساحة هذه الارض المغطاة بالحشيش ؟.. و كم يكون طول محيطها ؟

٤) كم ثمن سَجّادة مستديرة ، يبلغ شعاعها ٠،٦٠م اذا كان ثمن المتر المربع منها يساوي ٥٠ ليرة ؟

٥) دائرة طول قُطرها ١٠ أمتار ، فكم يكون طول قوس فيها ، اذا كان عدد درجاته ٦٠° ؟ (π = ٣،١٤)

٦) كم طول قَوس دائريّ عدد درجاته ٤٢° اذا كان طول محيط دائرته ٧٨ متراً ؟

٧) كم طول قطر دائرة، اذا كان عدد درجات طول القوس الذي فيها ٩٠°، ٢٨،٢٧٤٤م ؟ (π = ٣،١٤١٦)

٨) دائرة شعاعها ١٠ أمتار، فكم هي مساحة قِطاع منها يبلغ قوسه ٦٠ درجة ؟

٩) يُرَاد حَفْر بِركة مستديرة، طول نصف قُطرها ٩ أمتار في وسط أرض مُرَبَّعة طول ضلعها ٤٠ متراً، (١) يجب معرفة مساحة الارض الموجودة فيها البركة، (٢) معرفة المساحة الباقية من الارض ؟

١٠) مِنْضَدَة مستديرة، يبلغ شعاعها ٠،٦٠م وضع عليها غطاء مستدير مساحته ٢،٥٤٣٤م٢ فكم تكون مساحة ما يتَدَلَّى من الغطاء حول المِنْضَدَة ؟

١١) حوض ماء مستدير الشكل، شعاعه ٥ أمتار، مُحَاط برصيف عرضه ٢ متران، فكم يكون طول المحيط الخارجي لذلك الرصيف؟... وكم تكون مساحته؟ (π = ٢٢/٧)

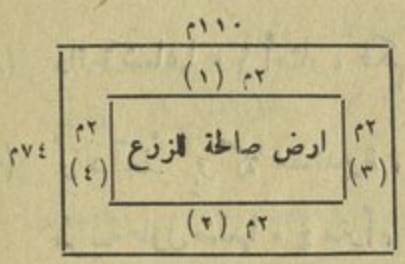
١٢) مَسْكَبَة ازهار بشكل دائرة، يبلغ قُطرها ٤ أمتار، وهي مُحَاطَة بِمَمَرّ عرضه ١،٥ متر، فكم تكون مساحة هذا الممر ؟

١٣) قص طالب قطعة ورق بشكل دائرة، يبلغ قُطرها ٢٠ سم، فاذا صنع من هذه الدائرة دائرة أخرى يبلغ قطرها ١٠ سم، فكم تكون مساحة الجزء الباقي من الدائرة الاولى ؟ (π = ٣،١٤)

الدرس الثامن والخمسون

مساحة الممرات ... فرش الغرف ... وما الى ذلك

بستان مستطيل الشكل طوله ١١٠ أمتار وعرضه ٧٤ متراً ، فاذا احاط به من الداخل ممر عرضه ٢ متران ، فكم تكون مساحة هذا الممر ؟



تأمل في الرسم الى يسار هذه الصفحة ، واعلم ان لحل هذه المسألة طريقتين ، الاولى منها هي كما يأتي :

تعرف مساحة المستطيلين الكبيرين اللذين في اعلى الصورة وفي اسفلها (رقم ١ و ٢) على النسق الآتي :

١١٠×٢ = ٢٢٠ م^{٢} مساحة الممر الواحد .

٢٢٠×٢ = ٤٤٠ م^{٢} مساحة الممرين معاً .

ويعرف طول احد الممرين الصغيرين (رقم ٣ و ٤) هكذا :

٢ × ٢ = ٤ أمتار وهي ما ينقص من طول الممر الواحد

٧٤-٤ = ٧٠ م^{٢} وهي طول الممر الواحد

٧٠×٢ = ١٤٠ م^{٢} وهي مساحة الممر الواحد .

١٤٠×٢ = ٢٨٠ م^{٢} وهي مساحة الممرين الصغيرين معاً

٢٨٠×٤٤٠=٧٢٠م^{٢} وهي مساحة الممرات الاربعة معاً التي هي عبارة عن ممر واحد حول تلك الارض ، وهو الجواب

اما الطريقة الثانية فهي كما يلي :

مساحة الممر = مساحة البستان – مساحة الارض الصالحة للزرع

ومساحة البستان = ١١٠×٧٤ = ٨١٤٠ م^{٢}

وطول الارض الصالحة للزرع = ١١٠ – (٢×٢) = ١٠٦ أمتار وهي الطول الداخلي

وعرض الارض الصالحة للزرع = ٧٤ – (٢×٢) = ٧٠ م وهي العرض الداخلي

واذاً فمساحة الارض الصالحة للزرع = ١٠٦×٧٠ = ٧٤٢٠ م٢

وبناء عليه فتكون مساحة الممر = ٨١٤٠ - ٧٤٢٠ = ٧٢٠ م٢

والطريقة الثانية هذه ، هي الطريقة ، الفضلى وينبغي اتباعها في حل الاعمال التي تأتي من النوع المذكور اعلاه .

ملاحظة : عندما يكون ممر محيطاً ببستان او بملعب او ما اليها من الخارج ينبغي عندئذ معرفة الطول والعرض الخارجيين ويكون ذلك بضرب عرض الممر بـ ٢ ثم بجمع الحاصل لكل من الطول والعرض .

أسئلة للحل :

١) طاولة يبلغ طولها ١،٥٠ متراً وعرضها متراً واحداً ، فاذا أردنا تغطيتها بغطاء يتدلى بطول ٣٠سم من جميع جهاتها ، فما شكل هذا الغطاء ؟... وكم تكون مساحته ؟

٢) غرفة يبلغ طولها ٥،٢٠ أمتار ، وعرضها ٤،٢٠ أمتار ، وفي وسطها سجادة تبعد مقدار ٦٠ سم عن كل حائط ، فكم تكون مساحة السجادة ؟

٣) حقل بشكل متوازي الاضلاع ، طول قاعدته ٦٠م وارتفاعه ٤٠م وتخترقه طريق في الوسط على موازاة لقاعدته التي يبلغ عرضها ٣ أمتار فاذا بيعت الارض الباقية منه على معدل سعر الآر ٧٥ ليرة ، فكم ليرة يبلغ ثمنها ؟

٤) بلغ طول أرض ١٣٠ م وعرضها ٨٠ م وفيها ملعب وقسم للركض يبلغ عرضه ٤ أمتار ، فكم تكون مساحة الملعب ؟... وكم تكون مساحة القسم المخصص للركض ؟

٥) اذا رَسَمْتَ مستطيلاً طوله ١٦ سم وعرضه ١٢ سم، وَرَسَمْتَ ضِمنَه مستطيلاً آخر، يبعد عن المستطيل الاول ٢ سم، فكم تكون مساحة الفراغ الموجود حول المستطيل الداخلي ؟

٦) كم يبلغ طول درابزين من الحديد، نريد إقامته حول حوض طوله ٤ أمتار وعرضه ٣،٥ أمتار، على أن يبعد الدرابزين عن الحوض مقدار متر ونصف المتر ؟

٧) قطعة ارض مستطيلة الشكل، فيها قسم صالح للزرع، طوله ٩٠م وعرضه ٦٠م وفيها ايضاً طريق بعرض مترين يحيط بالقسم الذي يُزْرَع، فكم تكون مساحة قطعة الارض كلها ؟

٨) قطعة ارض طولها ٥٠م وعرضها ٤٠م مُحاطَةٌ من جميع جهاتها بطريق يبلغ عرضه ٤ أمتار، فكم متراً مربعاً تكون مساحة هذا الطريق ؟

٩) لوح من التوتيا طوله ١،٨٠ متر، وعرضه ٨٠ سم، قُطِع منه من جميع جهاته قسم بعرض ٦ سم، فكم تكون مساحة القسم الباقي منه ؟... و كم تكون مساحة القسم المقطوع ؟

١٠) اذا ضُمَّ شريط عرضه ٠،٣٠م الى اطراف سَجّادة مربعة الشكل، طولها ٣،٥ أمتار، فكم تكون مساحة السَّجّادة والشريط معاً ؟

١١) صورة طولها مع إطارها ٥٠ سم وعرضها مع إطارها ٣٥ سم، فكم سنتيمتراً مربعاً تكون مساحتها وحدها، اذا كان عرض الإطار ٥ سم ؟

١٢) قُطر مربع يبلغ ٣٠ سم ، فاذا لامَسَتْ زواياه الاربع من الخارج دائرة ، فكم تكون مساحة الدائرة المحصورة بين أضلاع المربع ومحيط الدائرة ($\pi = {}^{٢٢}/_{٧}$) ؟

١٣) قطعة أرض مستطيلة الشكل ، طولها ١٦م وعرضها ١٢م وفي منتصفها بِركة مربعة الشكل ، طول ضلعها ٦ أمتار، فاذا أُريد ان يوضع حول البركة بلاط مربع الشكل ايضاً ، على أن يكون طول ضلع الواحدة منه ٢٠ سم ، فكم بلاطة يلزم لذلك ؟

١٤) إشتَرَيتُ قطعة حرير مربعة الشكل طول ضلعها ١،٥٠ متر ، فاذا اقتَطَعْتُ منها غطاء مستديراً بالغاً من الكبر أبعَد حَدٍّ يسمح به حجم القطعة ، واشتريتُ له إطاراً ثمن المتر منه ١،٥ ليرة ، فكم ليرة أكون قد دفعتُ ثمن الإطار ؟

١٥) حقل مستطيل الشكل طوله ٩٥م وعرضه ٧٠م فاذا غُرِسَ فيه أشجار صنوبر على بُعْد ٥ أمتار من حدود الحقل الى جهة الداخل ، واذا كانت المسافة بين الشجرة والاخرى ٥ أمتار ، فكم يكون عدد الاشجار المغروسة في ذلك الحقل ؟

١٦) قطعة ارض مستطيلة الشكل ، طولها ١٨٠م وعرضها ٦٠م فاذا شُقَّ فيها طريق عرضه ٨ أمتار ، وَامتَدَّ مُوازِيًا للعرض قاسماً قطعة الارض الى قسمَيْن ، أحدهما مربَّع الشكل ، فكم يكون ثمن كل من القسمَيْن ، اذا كان ثمن المتر المربع من كل منهما ٢٠ ليرة ؟

١٧) مُثَلَّث صُنِعَ من الكرتون ، تبلغ قاعدته ١٤سم وارتفاعه ٨سم فاذا قُطِعَتْ منه دائرة ، نصف قُطرها ٣ سم ، فكم تكون مساحة الجزء الباقي منها ؟

الدرس التاسع والخمسون

مقاييس الحجم

حجم الجسم :

حجم الجسم ، هو المحل الذي يشغله الجسم من الفراغ ، ولمعرفة حجم جسم ما ، تستعمل مقاييس الحجم ووحدتها الاساسية المتر المكعب ، ويرمز اليه بـ (م^{٣}) وهو حجم مكعب ، طول حرفه متر واحد.

واجزاء المتر المكعب هي :

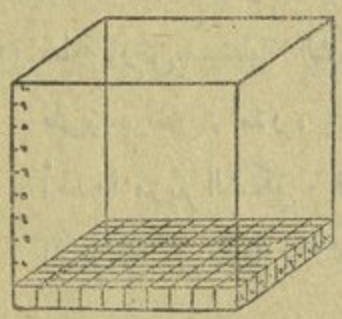
الدسيمتر المكعب (دسم^{٣}) وهو حجم مكعب طول حرفه : ١ دسم

السنتيمتر المكعب (سم^{٣}) وهو حجم مكعب طول حرفه : ١ سم

الميليمتر المكعب (مم^{٣}) وهو حجم مكعب طول حرفه : ١ مم

نسبة وحدات الاحجام بعضها الى بعض :

نرى في الشكل الآتي متراً مكعباً ، وبما ان المتر يحتوي على ١٠ دسم ، فيكون في قاعدته ١٠٠ دسم^{٢} ، وذلك بضرب ١٠ دسم × ١٠ دسم ، أي الضلع × الضلع . واذا وضعنا على كل من هذه المربعات مكعباً طول حده ١ دسم ، نحصل على طبقة مؤلفة من ١٠٠ مكعب ، ونرى أن المتر المكعب مؤلف من عشر طبقات من هذه المكعبات ، أي أن المتر المكعب يبلغ ١٠٠٠ دسم مكعب ، وذلك أن كل طبقة مؤلفة من ١٠٠ دسم^{٢} تضرب بـ ١٠ (١٠٠×١٠=١٠٠٠ دسم^{٢}) وهكذا نرى بذات الطريقة أن كل وحدة من وحدات الحجم تكبر او تصغر ١٠٠٠ مرة



وعليه فالمتر المكعب هو (م^{٣}) = ١٠٠٠ دسم^{٣}

والدسيمتر المكعب هو (دسم^{٣}) = ١٠٠٠ سم^{٣}

والسنتيمتر المكعب هو (سم^{٣}) = ١٠٠٠ مم^{٣}

كتابة وقراءة الاعداد الدالّة على الحجم

يجب ان نخصص ثلاث منازل لكل وحدة من وحدات الحجم عند كتابتها ، كما ترى ذلك واضحاً في الجدول الآتي :

فال : ٢٢٣ م^{٣} و ١٠٥ دسم^{٣} و ٢٢ سم^{٣} و ٧ مم^{٣} تكتب هكذا :

م م^{٣}			سم^{٣}			دسم^{٣}			م^{٣}		
آ	ع	م	آ	ع	م	آ	ع	م	آ	ع	م
٧	٠	٠	٢	٢	٠	٥	٠	١	٣	٢	٢

وتقرأ كما تقرأ الاعداد العشرية ، فيبتدأ بالاعداد الصحيحة اولا ثم تقرأ بعدها الاجزاء العشرية مع ذكر آخر منزلة فيها ، واذا كانت الوحدة العشرية الاخيرة مؤلفة من رقم واحد ، يضاف صفران الى يمينها ، واذا كانت مؤلفة من رقمين ، يضاف صفر واحد.

تحويل الوحدات : اذا اريد تحويل الوحدة في هذه الاعداد ، تنقل الفاصلة العشرية الى اليمين او الى اليسار ثلاث منازل دفعة واحدة .

مثال ذلك : ٢،٧٤٥ م^{٣} = ٢٧٤٥ دسم^{٣}
٣٤٢٥ دسم^{٣} = ٣،٤٢٥ م^{٣}

أجِب عن الاسئلة الآتية شفاهاً ما أمكنك ذلك :

١) كم دسم٣ في ٤٥م٣ ؟

٢) كم سم٣ في ١٥م٣ ؟

٣) كم م٣ في ٨٧٦٥ دسم٣ ؟

٤) كم يجب ان يضاف الى ٨٢٥ دسم٣ لتصير م٣ ؟

٥) اذا كان وزن الدسيمتر المكعب من الحديد ٧،٨ ك غ ، فكم يكون وزن المتر المكعب منه ؟

٦) كم ثمن ٢٥،٢٠م٣ من الرخام ، اذا كان ثمن الدسيمتر المكعب ٠،٧٥ ليرة ؟

٧) يبلغ حجم برميل ½م٣ فيه ٣٥٠٠٠٠سم٣ من الماء ، فكم دسم٣ من الماء يجب ان نضيف اليه حتى يمتلىء ؟

٨) يحتوي صندوق على ٨٢٥ قطعة صابون ، وحجم القطعة ١،٤ دسم٣ فكم يكون حجم الصندوق بالمتر المكعب ؟

٩) يبلغ حجم ٢٤ لوحاً من الخشب ١٧،٨٨م٣ فكم يكون حجم اللوح الواحد بالدسيمتر المكعب ؟

١٠) يعطي صنبور (حنفية) ماء ١٧ دسم٣ في الدقيقة ، فكم يلزم من الوقت لكي يمتلىء حوض ماء سعته ١٤،٢٤٥م٣ مع العلم بان في الحوض ثقوباً يتسرّب منها ٢٥٠ دسم٣ من الماء في الساعة ؟

الدرس الستون

١ ـ مسائل نموذجية في الكسور الدارجة

ترى في هذا الدرس ايها الطالب ، وفي دروس اخرى سترد فيما بعد ، مسائل نموذجية في الكسور الدارجة ، نبدأ بها كل درس بمسائل محلولة بطريقة سهلة واضحة ، تمهد لك فهم ما قد يواجهك في أثناء دراستك من المسائل المشابهة بها .

ولا ريب أنك تحققت مدى افادة المسائل النموذجية ، مما قد مرّ بك من امثالها في الدروس السابقة ؟

مسائل نموذجية :

١) $\frac{٥}{٧}$ عدد من التلاميذ في احدى المدارس ٢٠٠ طالب ، فكم تلميذاً يكون في المدرسة ؟

كيفية الحل : $\frac{٥}{٧}$ عدد التلاميذ = ٢٠٠ تلميذ .

و $\frac{١}{٧}$ « « : ٢٠٠ ÷ ٥ = ٤٠ تلميذاً .

و $\frac{٧}{٧}$ « « : ٤٠ × ٧ = ٢٨٠ تلميذاً ، وهو الجواب .

ويمكن تنظيم العملية باختصار كما يلي : $\frac{٢٠٠ \times ٧}{٥}$ = ٢٨٠ تلميذاً .

٢) اذا باع غنام $\frac{١}{٤}$ قطيعه ، ثم باع منه الـ $\frac{١}{٥}$ فكان عدد الخراف التي باعها ٣٦ خروفاً ، فكم يكون عدد القطيع كله ؟

كيفية الحل : يكون المبيع : $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٥} = \frac{٥ + ٤}{٢٠} = \frac{٩}{٢٠}$ من القطيع او ٣٦ خروفاً

واذاً فـ : $\frac{٩}{٢٠}$ = ٣٦ خروفاً .

و $\frac{١}{٢٠}$: ٣٦ ÷ ٩ = ٤ خراف .

وكل القطيع $\frac{٢٠}{٢٠}$: ٢٠ × ٤ = ٨٠ خروفاً ، وهو الجواب .

ويمكن تنظيم العملية باختصار كما يلي : $\frac{٣٦ \times ٢٠}{٩}$ = ٨٠ خروفاً .

٣) ٣/٨ مبلغ من المال ٦٠ ليرة ، فكم تكون ٣/٤ هذا المبلغ ؟

كيفية الحل: اذا كانت ٣/٨ المبلغ = ٦٠ ليرة .
فـ ١/٨ المبلـــغ : ٦٠ ÷ ٣ = ٢٠ ليرة .
والمبلغ بكامله وهو ٨/٨ : ٢٠ × ٨ = ١٦٠ ليرة .
و ٣/٤ هـــذا المبلغ : ١٦٠ × ٣/٤ = ١٢٠ ليرة ، وهو الجواب .

وعلى نَسَقِ حَلِّ هذه النماذج الثلاثة ، حِلَّ الاسئلة الآتية :

أسئلة للحل :

١) يصرف وديع ٣/٤ دَخْلِهِ السنويّ ، ويوفِّر الباقي ، فاذا كان ما يصرفه يبلغ ٣٦٠٠ ليرة ، فكم يكون المبلغ الذي يوفِّره ؟

٢) بِيعَتْ ٣/٨ بِرميل من الخلّ ، ثم بِيع منه أيضاً الـ ١/٣ فاذا بلغ كل ما بِيع ٦٨ ليتراً ، فكم ليتراً تكون سَعة هذا البِرميل ؟

٣) ثمن ٣/٥ متر حرير ٦ ليرات ، فكم يكون ثمن ١/٢ متر من هذا الحرير ؟

٤) يملك رجل ٤/٩ قِطعة أرض ، فاذا باع ١/٤ حصته بمبلغ ٢٠٠٠ ليرة ، فكم جُزءاً يبقى له من حصته ؟... وكم يكون ثمن الارض كلها ؟

٥) زرع فلاح ١/٣ أرضه قمحاً ، ثم زرع منها الـ ١/٤ شعيراً ، وعاد فزرع منها الـ ٢/١٢ فولا ، فاذا كانت مساقة الارض التي زُرِعَتْ ٣٦ هكتاراً ، فكم تكون مساحة أرضه كلها ؟

٦) اذا كانت ٧/١٠ الدسيمتر على الخارطة تمثل مسافة ١٤ ك م ، فكم تكون المسافة بين مدينتين يبلغ البُعد بينهما على الخارطة دسيمتراً واحداً ؟

٧) يصرف حبيب في الشهر ٢١٠ ليرات ، وهذا المبلغ يساوي ٧/١٢ من مدخوله ، فكم يكون ايراده السنوي ؟... و كم يكون المبلغ الذي يوفّره ؟

٨) وِعاء يسع مقدار ٤٠ ليتراً من الزيت ، فكم ليتراً تَسَع ٣/٤ هذا الوِعاء ؟

٩) اشترى خياط ٥/٨ قطعة جوخ على معدّل سعر المتر ١٢ ليرة ، فاذا باع ٢/٥ ما اشتراه بمبلغ ١٥٠ ليرة ، فكم يكون طول القطعة اذا كان مقدار ربحه فيها ٣٠ ليرة ؟

١٠) كم ثمن ٥/٦ قطعة ارض ، اذا كان ثمن الـ ١/٣ منها ١٢٠٠ ليرة ؟

مسائل مُتَنَوِّعة للحل :

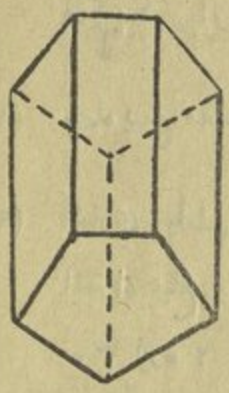
١) كم هو ارتفاع حقل مثلّث الشكل طول قاعدته ١٦٠م اذا كانت مساحته تساوي ضِعف مساحة مربّع طول ضلعه ٤ دم ؟

٢) قطعة ارض مربّعة ، طول محيطها ٣٦٠ متراً ، وقطعة ارض اخرى مثلّثة الشكل تكافىء الاولى بالمساحة ، طول قاعدتها ١٦٢ متراً ، فكم يكون ارتفاع الارض الثانية ؟

٣) مساحة مثلّث ، تكافىء مساحة مربّع طول محيطه ٢٤٠ متراً ، فكم يكون ارتفاعه اذا كان طول قاعدته ٦٠ متراً ؟

الدرس الحادي والستون

المجسمات



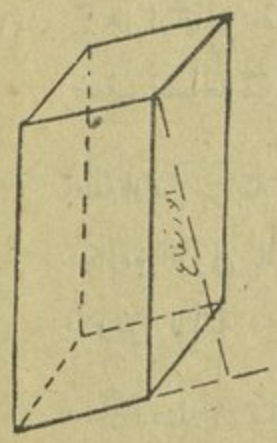
(١)

ان ظهر الطاولة... قطعة الصابون... صندوق الطباشير... علبة البسكوت... كل هذه تشغل محلا في الفضاء وتسمى الاشكال المجسمة أو المجسمات، ولكل من هذه المجسمات طول وعرض وارتفاع ولها ايضاً أوجه تسمى سطوحاً . ولكل منها حدود او حروف ، وهي الخطوط الناتجة من تقاطع سطوحها. ونقطة تقاطع هذه الحروف تسمى : « رأس المجسم » . اما السطح الذي يرتكز عليه المجسم فيدعى : « قاعدته » . ويكون للجسم قاعدة ثانية مقابلة للاولى . اما الخط العمودي النازل من القاعدة العليا الى القاعدة السفلى او من الرأس المقابل للقاعدة يسمى : « ارتفاع المجسم » .

تأمل الرسم الاول الى اليسار تجد كلاً من النقاط المهمة المذكورة .

انواع المجسمات : ان المجسمات التي ستدرس في هذا الكتاب هي : المنشور ، الهرم ، الاسطوانة ، المخروط ، والكرة .

المنشور وانواعه :



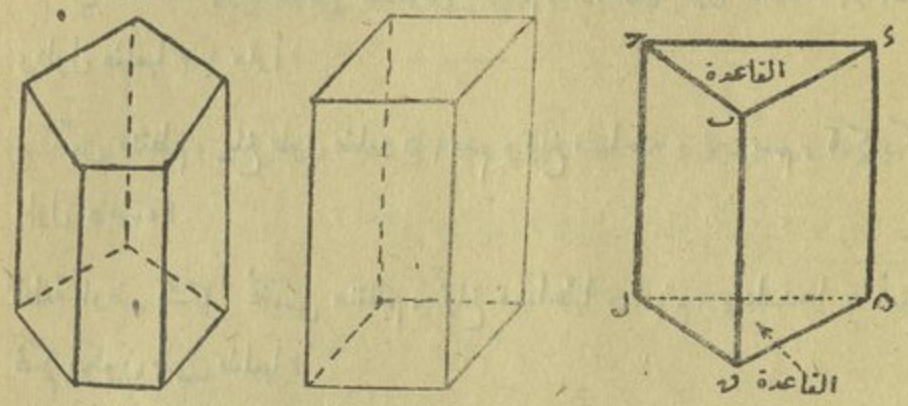
(٢)

المنشور هو مجسم له قاعدتان متساويتان ومتوازيتان تصل بينهما سطوح جانبية يساوي عددها عدد اضلاع القاعدة . فاذا كانت هذه الوجوه قائمة على القاعدة كان المنشور قائماً، واذا كانت مائلة كان المنشور مائلاً . هذا من حيث تلاقي السطوح بالقاعدة .

لاحظ الرسم الثاني الى اليسار ترَ أنه يمثل المنشور المائل .

اما من حيث أضلاع القاعدة فقد يكون المنشور ثلاثياً او رباعياً او خماسياً الخ ... وذلك حسب الشكل الذي يكون فيه فقد يكون بشكل مثلث او رباعي او خماسي .

لاحظ الاشكال الآتية :



المنشور الثلاثي القائم — المنشور الرباعي القائم — المنشور الخماسي القائم

أجِبْ عن الاسئلة الآتية :

سَمِّ اشياء لها اشكال المجسمات .

اذكر اربعة اقسام رئيسية يجب معرفتها في المجسَّم .

سَمِّ بعض انواع المجسمات .

كم نوعاً المنشور من حيث تلاقي سُطوحه بالقاعدة ؟

كم نوعاً المنشور من حيث عدد أضلاع القاعدة ؟

كم ضلعاً يكون للمنشور المثلث القاعدة ؟... أرسم شكله ؟

كم وجهاً يكون للمنشور المثمَّن القاعدة ؟... كم ضلعاً له ؟

أرسم منشوراً رباعيَّ القاعدة ، واذكر كم وجهاً له و كم ضلعاً ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) كم هي مساحة جنينة بشكل مُسَدَّس منتظم ، اذا كان طول عامدها ٨ أمتار ، وطول ضلعها ١٢ متراً ؟

٢) مُسَدَّس منتظم ، يبلغ طول ضلعه ١٥سم وتبلغ مساحته ٥٤٠ سم ، فكم يكون طول عامده ؟

٣) قطعة ارض بشكل مُخَمَّس منتظم ، تبلغ مساحتها ١٠٠م٢ وعامدها ٥ أمتار ، فكم يكون طول ضلعها ؟

٤) اشترى رجل أرضاً مستطيلة الشكل ، يبلغ عرضها ٦٠ متراً ، ومحيطها يساوي محيط مربّع طول ضلعه ٧٠ متراً ، فكم يكون ثمن هذه الارض اذا كان سعر الآر منها ١٣٠ ليرة ؟

٥) تاجر غنم اشترى ١٨٠ خروفاً ، على معدّل سعر الخروف الواحد ٥٨،٥ ليرة ، فاذا مات من تلك الخراف الـ ١/٦ فبكم يجب ان يبيع كل خروف مما بقي منها ليكون مَكْسَبُهُ في الجميع ٩٠٠ ليرة ؟

٦) تُوُفِّي رجل تاركاً لِوَرَثَتِهِ الخمسة مبلغ ١٤٠٠٠ ليرة ، وعند تقسيم الميراث ، أخذ الاول ٢٠٠٠ ليرة ، والثاني ضِعْفَي حصة الاول ، والثالث ٣/٤ حصة الثاني ، والرابع ٣/٥ الباقي ، فكم كانت حصة الاخير منهم ؟

٧) اشترى تاجر ٨٠ زوجاً من الدّجاج ، بمبلغ ٦٤٠ ليرة ، فاذا باع خِمسَها على معدّل سعر الزوج ٩،٥ ليرات ، والباقي على معدّل سعر الزوج ١٠ ليرات ، فكم يكون ربحه ؟

الدرس الثاني والستون

٢ ـ مسائل نموذجية في الكسور الدارجة

١) اذا زاد تاجر الى رأس ماله قيمة بمقدار سدسه، فأصبح ٢١٠٠٠ ليرة ، فكم يكون رأس ماله ؟

كيفية الحل : يستنتج ان رأس مال التاجر هو ٦/٦

فيصبح بعد الزيادة المذكورة : ٦/٦ + ١/٦ = ٧/٦

والـ ٧/٦ = ٢١٠٠٠ ليرة

والـ ١/٦ = ٢١٠٠٠ ÷ ٧ = ٣٠٠٠ ليرة

واذاً فيكون رأس ماله الـ ٦/٦ = ٣٠٠٠ × ٦ = ١٨٠٠٠ ليرة وهو الجواب.

٢) باع تاجر ٥/٦ قطعة جوخ، فبقي منها قطعة طولها ٨ أمتار، فكم متراً يكون طول القطعة كلها ؟

كيفية الحل : طول القطعة كلها : ٦/٦ ، بيع منها ٥/٦

فيكون الباقي : ٦/٦ − ٥/٦ = ١/٦ او الـ ٨ أمتار التي بقيت من قطعة الجوخ.

واذاً فيكون الـ ١/٦ = ٨ أمتار

وطول القطعة ٦/٦ = ٨ × ٦ = ٤٨ متراً وهو الجواب.

٣) عند وديع شريط كهربائي استعمل منه الـ ١/٤ ، ثم استعمل منه ايضاً ٥ أمتار ، فكم متراً يكون طول الشريط ، اذا كان قد بقي منه ٢٥ متراً ؟

كيفية الحل : بقي لوديع أولا : ٤/٤ − ١/٤ = ٣/٤ الشريط.

ويكون طول ما بقي من الشريط : ٣/٤ او ٢٥ + ٥ = ٣٠ متراً

وطول الـ ١/٤ : ٣٠ ÷ ٣ = ١٠ أمتار

واذاً فيكون طول الشريط كله ٤/٤ : ١٠ × ٤ = ٤٠ متراً وهو الجواب.

وعلى نَسَقِ حَلِّ النماذج الثلاثة السابقة ، حل الاسئلة الآتية :

أسئلة للحل :

١) اذا زِدتَ على عمر وديع ربعه فصار ٥٠ سنة ، فكم سنة يكون عمر وديع ؟

٢) عامل يصرف ٧/٩ مدخوله ، وفي نهاية السنة يرى انه قد وفّر ٩٠٠ ليرة ، فكم يكون مدخوله الشهري ؟

٣) صرف أديب ٥/٨ ما عنده من المال و ٥ ليرات ، فلم يبقَ معه سوى ١٩ ليرة ، فكم يكون مقدار المبلغ الذي كان معه ؟

٤) سحب تاجر من صندوقه ٢/٥ المبلغ الذي معه ثم سحب منه الـ ١/٣ فاذا عَدَّ ما تبقّى من الدراهم ، فوجد ان قيمتها ٤٤ ليرة ، فكم يكون عدد الليرات التي وُضِعَتْ في الصندوق ؟

٥) وضع راع ١/٣ قطيعه في مرعى ، و ٣/٥ منه في مرعى آخر ، وترك الباقي في البيت ، وعدده ٨ خراف ، فكم خروفاً يكون عدد قطيعه ؟

٦) زاد ما يقبضه موظّف بمقدار ١/١٢ من مُرَتَّبه ، فكم يكون مُرَتَّبه الاصليّ اذا اصبح بعد تلك الزيادة ١٩٥ ليرة ؟

٧) باع فلاح ٢/٥ بستانه ، ثم عاد فباع منه ٢٠٠ متر مربع ، فكم متراً مربعاً تكون مساحة البستان اذا كان قد بقي منه ٧٦٠ ليرة ؟

٨) اذا أُضِيف الى ٢/٣ مبلغ ما ، دراهم تساوي ٣/٥ أصله الذي يُقَدَّر بـ ١٩٠ ليرة ، فكم تصير قيمة ذلك المبلغ ؟

٩) باع تاجر ١/٤ صندوق صابون (بالموليف)، ثم باع منه الـ ١/١٢ وابقى ٦٠ صابونة لنفسه، فكم يكون عدد قِطَع الصابون التي في الصندوق ؟

١٠) خسر تاجر في تجارة الصوف ١/٣ ماله، وخسر منه الـ ١/٤ في تجارة القطن، ثم خسر ٢٠٠ ليرة في تجارة الحرير، وبقي معه بعد كل ذلك ٦٠٠ ليرة، فكم يكون مقدار المبلغ الذي كان يملكه ؟

١١) لثلاثة أخوة بيت، يملك الاول منه الـ ٣/١٦ والثاني الـ ١/٤ والثالث الباقي، فاذا كان ثمن حصة الثالث ٥٦٠ ليرة ذهبية، فكم يكون ثمن البيت كله ؟

١٢) حجم قطعة من الثلج ٢٢ دسم٣ فكم ليتراً من الماء يتجمع من ذوبانها، اذا كان الماء عند تجمده يزيد بمقدار ١/١٠ من حجمه ؟

١٣) اذا اضاف نبيل ٧٥ غرشاً الـ ٢/٣ المبلغ الذي معه، فصار مجموعه ٢٧٥ غرشاً، فكم يكون المبلغ الذي معه ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) إِسْتُبْدِلَت قطعة أرض مثلثة الشكل طول قاعدتها ٧٠م وارتفاعها ٣٥م وثمن الآر منها ٢٠٠ ليرة، بقطعة أرض مستطيلة، ثمن المتر منها ١٠ ليرات، فكم تكون مساحة قطعة الارض المستطيلة ؟

٢) قطعة ارض مستطيلة الشكل طولها ٩٠م وعرضها ٦٠م قسمت بين شخصين بخط مُوَازٍ للعرض بنوع ان احدى الحصتين اصبحت مربعاً، فكم يكون ثمن كل حصة اذا كان سعر الآر ٧٥ ليرة ؟ (ارسم شكلا يمثل هذه الارض).

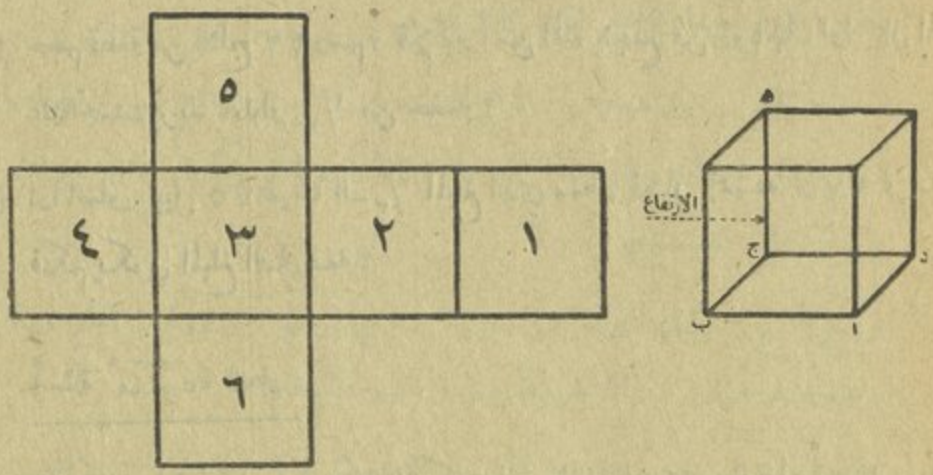
الدرس الثالث والستون

المجسمات

المكعب

قطعة الصابون ، ظهر الطاولة وعلبة البسكوت هي كلها منشورات قائمة ، ولكل منها ستة سطوح مربعة ومتساوية و١٢ حداً متساوياً ايضاً ، ولذلك تسمى المكعب .

لاحظ الرسم الآتي على ضوء هذه المعلومات :



المساحة الجانبية للمكعب :

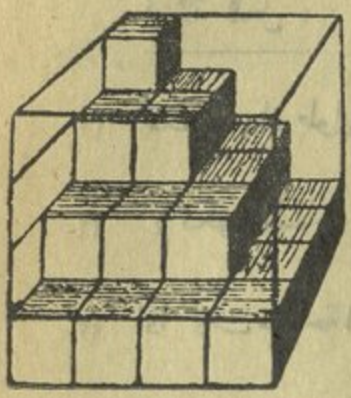
لمعرفة مساحة سطح المكعب الجانبي نحسب مساحة احد وجوهه ونضربها في ٤ ، مثال ذلك : كم هي المساحة الجانبية لمكعب طول ضلعه ٦ سم ؟

بما ان وجوه المكعب هي مربعات نضرب طول الضلع في نفسه ، أي ٦×٦=٣٦سم^{٢} وهي مساحة الوجه الواحد ، وبما أن مساحته الجانبية تحتوي على ٤ وجوه فاننا نضرب مساحة الوجه الواحد في ٤ أي ٣٦×٤=١٤٤سم^{٢} وهي مساحة المكعب الجانبية .

المساحة الكلية للمكعب :

لمعرفة مساحة سطح المكعب الكلية، نضرب اولا طول ضلع الوجه الواحد في نفسه لنحصل على مساحته ، أي ٦×٦=٣٦سم^{٢} كما رأيت قبلاً ، وبما أن للمكعب ستة سطوح متساوية نضرب مساحة السطح الواحد في ٦ أي ٣٦×٦=٢١٦سم^{٢} وهي مساحة المكعب الكلية .

حجم المكعب :



كم يكون حجم علبة مكعبة الشكل طول حدها ٤ سنتيمترات ؟

كيفية الحل : الحجم : ٤×٤×٤=٦٤سم^{٣} وهو الجواب.

لقد قسمنا قاعدة العلبة الى سنتيمترات مربعة فكان عددها : ٤×٤=١٦ سم^{٢}

ثم وضعنا بعد هذا سنتيمتراً مكعباً ، على كل سنتيمتر مربع من قاعدة العلبة ، فحصل طبقة من السنتيمترات المكعبة عددها ١٦ سم^{٣}

ووجدنا انه لملء العلبة يلزمنا ٤ طبقات من السنتيمترات المكعبة ، اي وجدنا انه يلزمنا ١٦ × ٤ = ٦٤ سم^{٣}

فيستنتج مما تقدم ، انه عندما يراد معرفة حجم مكعب ما ، يضرب طول ضلع ذلك المكعب في نفسه ثلاث مرات ، كما ترى فيما يلي :

حجم المكعب = الضلع × الضلع × الضلع .

وبما ان حاصل ضرب الضلع × الضلع هو سطح القاعدة .

فحجم المكعب = مساحة القاعدة في الارتفاع .

ومن هذا نستنتج ايضاً أن

الارتفاع = $\frac{\text{الحجم}}{\text{القاعدة}}$ وأن القاعدة = $\frac{\text{الحجم}}{\text{الارتفاع}}$

ويتضح لنا من مجمل ما تقدم ان حجم المنشور القائم ، يساوي حاصل ضرب العدد الدّال على مساحة قاعدته في ارتفاعه ، فيكون حجم المنشور القائم الذي تكون قاعدته مثلثاً او مخمساً او مسدساً - يكون مساوياً لحاصل ضرب العدد الدّال على مساحة قاعدته في ارتفاعه .

هذا واعلم انه يجب ان تتفق وحدات الطول والمساحة والحجم ، اي اننا اذ جعلنا المتر وحدة الطول ، يجب ان تكون وحدة السطح ، المتر المربع ، ووحدة الحجم ، المتر المكعب ، وهكذا الى ما هنالك من الوحدات .

أسئلة للحل :

١) مُكعَّب يبلغ طول حرفه ٥ سم ، فكم يكون طول مجموع حدوده ؟

٢) كم تكون المساحة الجانبيَّة لمكعَّب يبلغ طول ضلعه ٤ سم ؟

٣) اذا كانت مساحة احد وجوه المكعَّب ٤٩ سم٢ ، فكم يكون طول احد وجوهه ؟

٤) اذا اراد تاجر سكاكر ، ان يربط بشريط ، علبة مكعبة الشكل ، يبلغ طول حَدِّها ٣٠ سم ، على ان يترك ٢٠ سم للعقدة ، فكم يكون طول الشريط اللازم لربطها طولا وعرضاً ؟

٥) كم تكون مساحة الكرتون اللازم لِصُنْع علبة مكعَّبة الشكل ، يبلغ طول حدها ١٠ سم ؟... واذا اردنا ان نُلصِق شريطاً مصمَّغًا بحدود هذه العلبة ، فكم يكون طول الشريط ؟

٦) صندوق مكعَّب الشكل ، يبلغ طول ضلعه ٨٠ سم ، فكم صابونة يمكن ان يَسَع ، اذا كان نوع الصابون يبلغ طول ضلع الصابونة منه ٨ سم ؟

٧) بركة مكعَّبة الشكل ، طول حَدِّها ١ متر ، وقد صُبَّ فيها ماء ، حتى لم يبقَ من ارتفاعها سوى ٢٥ سم ، فكم يكون حجم هذا الماء ؟... وكم يكون وزنه ؟

الدرس الرابع والستون

٣ - مسائل نموذجية في الكسور الدارجة

صرف شخص $\frac{٣}{٥}$ المبلغ الذي معه ، ثم صرف $\frac{١}{٢}$ الباقي ، فاذا بقي معه بعد ذلك ٨٠ ليرة ، فكم ليرة كان كل المبلغ ؟

كيفية الحل : $\frac{٥}{٥} - \frac{٣}{٥} = \frac{٢}{٥}$ وهو الباقي .

$\frac{٢}{٥} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٥}$ ما صرفه ثانياً .

$\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٤}{٥}$ ما صرفه اولا وثانياً .

$\frac{٥}{٥} - \frac{٤}{٥} = \frac{١}{٥}$ وهو الباقي الاخير .

$\frac{١}{٥} = ٨٠$

$\frac{٥}{٥} = ٨٠ \times ٥ = ٤٠٠$ ليرة ، وهو الجواب .

وعلى نَسَقِ حَلِّ هذا النموذُج حِلَّ الاسئلة الآتية :

١) يدفع مستخدَم $\frac{١}{٦}$ مرتَّبه أجرة غرفة ، ويدفع $\frac{٣}{٥}$ ما يبقى معه لقضاء حاجاته الاخرى ، ويوفِّر مبلغ ٤٨٠ ليرة ، فكم يكون مرتَّبه ؟

٢) زرع فلاح $\frac{١}{٣}$ أرضه عدساً ، ثم زرع $\frac{٥}{٨}$ الباقي منها فولا ، فاذا كانت مساحة الجزء المتروك بدون زرع تبلغ ١٢ هكتاراً ، فكم تكون مساحة الارض كلها ؟

٣) صرف شخص $\frac{٣}{٥}$ دراهمه ، ثم عاد فصرف $\frac{٢}{٦}$ ما بقي معه ، فاذا بقي معه بعد ذلك ٦٤ ليرة ، فكم يكون مقدار المبلغ الذي كان معه اولا ؟

٤) وضع غني ماله في البنك ، وبعد مدة سحب منه الـ ١/٤ ثم عاد فسحب ٥/٨ الباقي ، فكم يكون ما بقي له من أصل ماله مقدّراً بالكسر ؟

٥) أعطى رجل آخر ٤/١١ من نقوده ، ثم وجد ان الـ ١١/٢١ من الباقي معه تعادل ٨٠ ليرة ، فكم يكون مقدار المبلغ الذي كان معه ؟

٦) باع غنّام لحاماً ١/٣ ما عنده ، و ١/٢ الباقي باعه لرجل آخر ، وبقي عنده ٥٠ خروفاً ، فكم يكون عدد الاغنام التي كان يملكها ؟

٧) وهب رجل ابنه الكبير ١/٢ ماله ، واخاه الصغير ٤/٧ الباقي ، وبقي عنده بعد ذلك ٥٥٠ ليرة ، فكم يكون مقدار الثروة التي كان يملكها ؟

٨) اقتسم ٣ أولاد مبلغاً من المال ، فاخذ منه الاول الـ ١/٤ والثاني الـ ٢/٣٠ والثالث الباقي ومقداره ٤٢٥ ليرة ، فكم يكون مقدار المبلغ كله ؟... وكم تكون حصة كل واحد منهم ؟

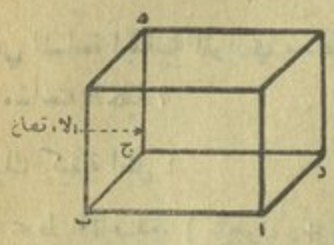
أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) حوض مكعّب الشكل ، طول ضلعه ٨٠ سم ، فاذا مُلِئَتْ ٣/٤ منه بالماء ، فكم يكون حجم الجزء الباقي ؟

٢) بلاطة من الرخام مكعبة الشكل ، طول حرفها ٠،٨٠ متر ، فكم يبلغ ثمنها اذا كان سعر المتر المكعّب من الرخام ٢٥ ليرة ؟... وكم تكون كل الكلفة اذا أُرِيد صَقْل جميع وجوهها ، واذا كانت اجرة صَقْل المتر المربع ٣،٥٠ ليرات ؟

الدرس الخامس والستون

متوازي المستطيلات



متوازي المستطيلات :

هو منشور قائم مؤلف من ستة مستطيلات كل اثنين متقابلين منها هما متساويان ومتوازيان وكل اثنين متجاورين هما متعامدان . فكل من علبة الاقلام وقرميدة السطح وعلبة الطبشور وعلبة الكبريت تمثل متوازي المستطيلات.

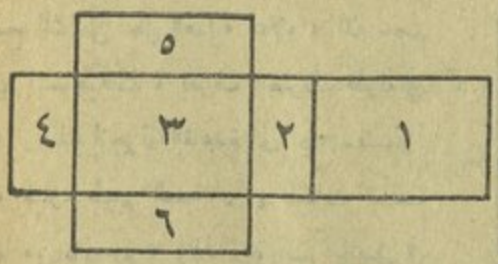
لاحظ الرسم أعلاه وأجب عن الاسئلة الآتية :

كم رأساً لمتوازي المستطيلات ؟ .. كم حرفاً له ؟... كم وجهاً ؟

دل على قاعدته ، دل على ارتفاعه ، على طوله وعلى عرضه .

لاحظ ايضاً كيف أن كل أربعة من احرف متوازي المستطيلات متوازية ومتساوية .

ايجاد المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات :



اذا اخذنا متوازي المستطيلات من الكرتون ونشرناه كما هو مبين في هذا الشكل ، ينتج معنا مستطيل طوله يساوي طول محيط قاعدة متوازي المستطيلات ، وعرضه يساوي طول ارتفـــاع متوازي المستطيلات .

وبما ان مساحة المستطيل = الطول لا العرض

وبما ان الطول هو بالحقيقة محيط متوازي المستطيلات ، تكون المساحة الجانبية = محيط القاعدة في الارتفـاع .

ايجاد المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات :

بتأملك في الرسم السابق ترى أنه بعد الحصول على المساحة الجانبية ، أي مساحة المستطيلات من ١-٤ لم يبق سوى مستطيلين متساويين ٥ و ٦ وهما القاعدتان، واذاً فلكي نحصل على المساحة الكلية علينا أن نجد مساحة القاعدتين ونجمعها الى المساحة الجانبية فينتج من ذلك المساحة الكلية . واليك بيان ذلك في العملية الآتية :

كم هي المساحة الجانبية لمتوازي مستطيلات طوله ٦ أمتار وعرضه ٥ أمتار وارتفاعه ٤ أمتار ، وكم هي مساحته الكلية ؟

اليك كيفية الحل :

١) محيط القاعدة (الطول + العرض) × ٢ = (٦+٥)×٢=٢٢م

٢) المساحة الجانبية (المحيط × الارتفاع) = ٢٢ × ٤ =٨٨م^{٢}

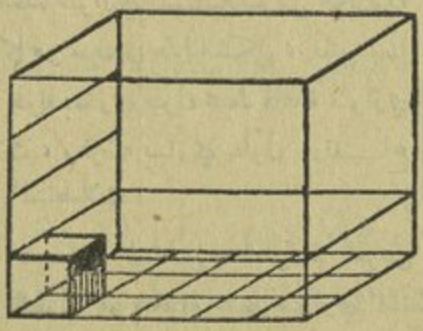
٣) مساحة القاعدتين (الطول × العرض) = (٦×٥)×٢=٦٠م^{٢}

٤) المساحة الكلية (المساحة الجانبية+المساحة الكلية)= ٨٨ + ٦٠ =١٤٨م^{٢} وهو الجواب

حجم متوازي المستطيلات :

كم حجم علبة ، بشكل متوازي المستطيلات ، اذا كان طولها ٥ سم ، وعرضها ٣ سم ، وارتفاعها ٤ سم ؟

كيفية الحل : ٥×٣×٤=٦٠سم^{٣} وهو الجواب



يتضح لك من حل العملية اعلاه ، ان حجم متوازي المستطيلات ، يعرف بضرب طوله في عرضه ، وذلك لتجزئة القاعدة الى ١٥ سنتيمتراً مربعاً ، فيلزم لحجم العلبة اذاً ٤ طبقات تتألف كل منها من ١٥ سم ، ولهذا يضرب الحاصل في الارتفاع ، لان ابعاد متوازي المستطيلات ليست متساوية ، حتى تضرب الضلع في ذاتها ثلاث مرات كما هو الحال في المكعب .

ويستنتج مما مرّ أن :

حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع .

وبما أن حاصل ضرب الطول في العرض يكون مساحة القاعدة، فحجم متوازي المستطيلات = مسطح القاعدة × الارتفاع .

والارتفاع = $\frac{\text{الحجم}}{\text{القاعدة}}$ والقاعدة = $\frac{\text{الحجم}}{\text{الارتفاع}}$

أسئلة للحل :

١) اذا كان طول غرفة ٨ أمتار ، وعرضها ٦ أمتار ، وعلوُّها ٤ أمتار ، فكم يكون طول جميع حدودها ؟

٢) طول صحّارة ٧٥سم وعرضها ٣٥سم وارتفاعها ٥٠سم ، فاذا طُوِّقَتْ بمرس مرة من جهة الطول ، ومرة من جهة العرض ، وَتُرِكَ من المرس ٢٥سم للعقدة ، فكم يجب ان يكون طول المرس اللازم لذلك ؟

٣) كم هي مساحة جُدران غرفة ، اذا كان طولها ٥،٢٠ أمتار وعرضها ٤،٥ أمتار وارتفاعها ٣،٨٠ أمتار ؟

٤) اذا كان طول قاعة الاجتماع ١٢ متراً ، وعرضها ٨ أمتار ، وعلوها ٤ أمتار ، فكم يكلف طرش جميع حيطانها وسقفها، مع العلم ان المتر المربع، يكلف ٥٠ غرشاً ؟

٥) غرفة مربعة الشكل ، طول ضلعها ٦ أمتار ، ومساحتها الجانبيّة تبلغ ١٢ متراً مربعاً ، فكم يكون ارتفاعها ؟

٦) حوض ماء طوله ٦،٥ أمتار، وعرضه ٤،٤ أمتار، وعمقه ١،٧٥ متر، فكم يكلّف اذا أُرِيد تَوْرِيق جدرانه وارضه بالاسمنت، على تقدير ان المتر المربع منه، يكلّف ٠،٧٥ ليرة، فكم يبلغ كل ما يُنْفَق على ذلك الحوض؟

٧) قاعة مستطيلة الشكل، طولها ١٢ متراً، وعرضها ٦ أمتار، أُرِيد تبليطها بِرُخام مربع الشكل، طول ضلع كل رخامة منه ٠،٦٠م وثمنها ٧،٥ ليرات، فكم يكون ثمن الرخام اللازم لتلك القاعة؟

٨) كم متراً مكعباً من التراب، يمكن ان يُستخرَج من بِئر، يبلغ طولها ١٢ متراً، وعرضها ٦،٥ أمتار، وعمقها ٥،٢٥ أمتار؟

٩) وُضِع في غرفة ارتفاعها ٤ أمتار، ٣٢ طالباً، فكم تكون مساحة أرض تلك الغرفة، اذا افتُرِضَ ان لكل تلميذ يجلس فيها، اربعة أمتار مُكعَّبَة من الهواء؟

١٠) خزّان يَسَع ٧٥٠٠ ليتر ماء، فكم يكون ارتفاعُه اذا كانت مساحة قَعْرِه ٣٧٥ دسم٢؟

١١) إناء من الحديد، مكعّب الشكل، يبلغ طول حَدِّه من الخارج ٢١ سم، فاذا كان سِمْك الحديد ٥ ميليمترات، فكم يكون وَزْن ذلك الاناء مملوءاً زيتاً، مع العلم ان وَزْن السنتيمتر المكعّب من الحديد يبلغ ٧،٨ غرامات، ووَزْن ليتر الزيت يبلغ ٩١٥ غ؟

الدرس السادس والستون

٤ ـ مسائل نموذجية في الكسور الدارجة

١) باع ساعاتي ساعة بـ ٣٠٠٠ غرش ، فربح $\frac{١}{٥}$ الثمن الذي اشتراها به ، فبكم ليرة يكون قد اشتراها ؟

كيفية الحل: ثمن الساعة الاصلي : $\frac{٥}{٥}$

وثمنها الاصلي مع الربح : $\frac{٥}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٦}{٥}$ وهي ثمن الساعة الاصلي مع الربح

فالـ $\frac{٦}{٥}$ = ٣٠٠٠ غرش

والـ $\frac{١}{٥}$ = $\frac{٣٠٠٠}{٦}$ = ٥٠٠ غرش

والـ $\frac{٥}{٥}$ = ٥٠٠×٥=٢٥٠٠ غرش وهي ثمن الساعة الاصلي .

٢) باع رجل حصاناً بـ ٧٥٠ ليرة ، فخسر بذلك $\frac{١}{٤}$ ثمنه الاصلي ، فكم يكون ثمنه الاصلي ؟

كيفية الحل : ثمن مشترى الحصان : $\frac{٤}{٤}$

وثمن مبيعه : $\frac{٤}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤}$

فالـ $\frac{٣}{٤}$ = ٧٥٠ ليرة

والـ $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٧٥٠}{٣}$ = ٢٥٠ ليرة

والـ $\frac{٤}{٤}$ = ٢٥٠×٤=١٠٠٠ ليرة ثمن الحصان الاصلي، وهو الجواب.

وعلى نَسَقِ حَلّ هذَيْن النموذَجيْن، حِلّ الاسئلة الآتية :

أسئلة للحل :

١) سائق سيارة باع سيارته بـ ٦٠٠٠ ليرة ، فربح بذلك $\frac{١}{٣}$ الثمن الذي اشتراها به ، فبكم ليرة يكون قد اشتراها ؟

٢) أي عدد اذا طرحت منه خُمْسَيْه يصبح ٧٢ ؟

٣) باع فلاح أرضاً له بمبلغ ١٢٥٠٠ ليرة ، فربح بذلك ١/٥ الثمن الذي اشتراها به ، فبكم ليرة يكون قد اشتراها ؟

٤) رجل باع منزله بـ ٣٢٠٠٠ ليرة ، فخسر بذلك سُدْسَيْ ثمنه ، فكم يكون ثمن منزله الاصليّ ؟... و كم يكون قد خسر في بيعه ؟

٥) اشترى رجل سيارة فدفع حين الاستلام ٣٤٠٠ ليرة ، فاذا كان قد بقي عليه ١/٣ ثمنها ، فكم يكون ثمنها ؟

٦) باع ملاك داراً له بمبلغ ٦٦٠٠ ليرة ، فربح بذلك ٢/٦ الثمن الذي اشتراها به ، فبكم ليرة يكون قد اشتراها ؟

٧) باع فلاح ٢٦ قنطار عدس ، فاذا بقي ١/٣ ما كان عنده من العدس ، فكم قنطاراً يكون قد بقي من هذه الكمية ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) عائلة تستهلك كيلوغراماً من السكر كل ثمانية ايام ، فاذا انقصت ما تستهلكه منه فاصبح الكيلوغرام يكفيها مدة ١٢ يوماً ، فكم يكون مقدار ما توفّره هذه العائلة في ٣٣٦ يوماً اذا كان سعر كيلوغرام السكر ٩٥ غرشاً ؟

٢) اذا أُريد ان تُفْرَش طبقة من الرمل بسماكة ٨سم على ارض مستديرة يبلغ عرضها ٢،٥م وتحيط ببركة مستديرة الشكل ايضاً يبلغ محيطها الخارجي ٦٢،٨٠م فكم مرة يلزم ان ينقل اليها الرمل بالطنبر اذا كان مقدار ما يسعه ٣/٤م٣ ؟ (π = ٣،١٤)

الدرس السابع والستون

الحجم - السعة - الوزن

اذا جئنا بوعاء فارغ حجمه دسم٣ (او ليتر) ، فوضعناه في كفة ميزان ، ووضعنا ما يكون وزنه في الكفة الاخرى ، ثم ملأناه من الماء المقطر الذي تكون درجة حرارته ٤ في ميزان سنتغراد ، ووزنا بعد ذلك الوعاء والماء معاً ، نجد ان وزن الماء يعادل كيلوغراماً بالتمام ، ومن هنا نستنتج أن :

ليتر الماء يساوي دسيمتراً مكعباً ويزن كيلوغراماً .

اي أن الليتر = ١دسم٣ = ١ كغ

وفيما يلي جدول لبيان العلاقة بين وحدات الحجم والسعة والوزن :

الحجم	السعة	الوزن
المتر المكعب	كيلوليتر او ١٠٠٠ ليتر	طن او ١٠٠٠كغ
١٠٠ دسيمتر مكعب	هكتوليتر او ١٠٠ ليتر	كنتال او ١٠٠كغ
١٠دسيمترات مكعبة	١ دكاليتر او ١٠ ليترات	مرياغرام او ١٠كغ
١ دسيمتر مكعب	ليتر ١ ليتر	كيلوغرام او ١كغ
١٠٠ سنتيمتر مكعب	١ دسيليتر او ٠،١ ليتر	١هكتوغرام او ١٠٠غ
١٠سنتيمترات مكعبة	١ سنتيلتر او ٠،٠١ ليتر	١دكاغرام او ١٠غ
١ سنتيمتر مكعب	١ ميليلتر او ٠،٠٠١ ليتر	١غرام

أجِبْ عن الاسئلة الآتية ، ما امكنك شفاهاً :

كم هو وزن كُلٍّ من الكميات الآتية من الماء :

(١) ٠،٥٠ل و ٥دسل و ٣هل و ٦،٥دل و ٣ كل .

(٢) ٤دسم٣ و ٨سم٣ و ١٢م٣ و ٠،٧٥دسم٣ و ٣،٥م٣ و ٦،٢٥سم٣

كم هو حجم ما يأتي من الماء :

٧٥غ و ٨هغ و ٢٥ط و ٣٨كغ و ١٥كا و ٢٣دغ

أسئلة للحل :

١) اناء حجمه دسم٣ صُبَّ فيه ٥٠ سنتيلتراً ثم ٢٠ سنتيلتراً من الماء الصافي ، فكم يكون وزن الماء الذي ينصب فيه ليمتلىء ؟

٢) وزن وعاء وهو فارغ ٣،٥ كغ ، واذا مُلِيءَ ثُلثُهُ ماء يصير وزنه ٧،٥ كغ ، فكم ليتراً يكون ما يسعه ؟

٣) وعاء وزنه مملوءاً ماءاً ١٦،٥كغ ، واذا أُفرِغَ منه نصف ما فيه من الماء يصبح وزنه ١٠،٥كغ. (١) فكم يكون وزن الاناء فارغاً ؟... (٢) و كم يكون وزن الماء ؟... (٣) و كم ليتراً تكون سعته ؟...

٤) وزن برميل مملوءاً خَلًّا ٢١٦،٧٥ كغ ، فاذا كان وزن الليتر من هذا الخلّ ٩٨٠غ ، و كان وزن البرميل الفارغ ٢٠،٧٥كغ ، فكم ليتراً تكون سَعَتُهُ ؟

٥) اذا كان وزن الليتر من القمح ٠،٧٥كغ ، واذا كان يعطي ٪٤ وزنه طحيناً ، فكم يكون وزن الطحين المستخرَج من ٣م٣ من القمح ؟

٦) وزن برميل مملوءاً ماءاً ٨٥ كغ ، واذا وُضِع فيه ٣٤ ليتراً فقط ، يصبح وزنه ٥١،٥كغ ، فكم تكون سَعَتُهُ ؟

الدرس الثامن والستون

٥ ـ مسائل نموذجية في الكسور الدارجة

١) ثمن طاولة وكرسي ٨٠ ليرة ، فكم يكون ثمن كل منها ، اذا كان ثمن الكرسي يساوي $^{١}/_{٤}$ ثمن الطاولة ؟

كيفية الحل : اذا كان ثمن الكرسي : $^{١}/_{٤}$ ثمن الطاولة .
فيكون ثمن الطاولة : $^{٤}/_{٤}$ (امثال ثمن الكرسي)
ويكون ثمنها معاً : $^{٤}/_{٤} + ^{١}/_{٤} = ^{٥}/_{٤}$
فالـ : $^{٥}/_{٤}$ = ٨٠ ليرة .
وثمن الكرسي اي الـ $^{١}/_{٤}$: ٨٠ ÷ ٥ = ١٦ ليرة .
وثمن الطاولة اي الـ $^{٤}/_{٤}$: ١٦ × ٤ = ٦٤ ليرة .

واليك هذا الايضاح بالاعداد لتتحقق الصحة في العملية : ١٦+٦٤=٨٠ ليرة .

٢) اشترى تلميذ كتاب حساب وكتاب جغرافيا وكان الفرق بين ثمنيهما ١٠٠ غرش ، فكم ثمن كل من الكتابين ، اذا كان ثمن كتاب الجغرافيا يساوي $^{٥}/_{٧}$ ثمن كتاب الحساب ؟

كيفية الحل : بما ان ثمن كتاب الجغرافيا : $^{٥}/_{٧}$ ثمن كتاب الحساب .
فيكون ثمن كتاب الحساب : $^{٧}/_{٧}$
ويكون الفرق بين ثمنيهما بالكسر : $^{٧}/_{٧} - ^{٥}/_{٧} = ^{٢}/_{٧}$
والـ : $^{٢}/_{٧}$ = ١٠٠ غرش .
والـ : $^{١}/_{٧} = ^{١٠٠}/_{٢}$ = ٥٠ غرشاً .
واذاً فثمن كتاب الجغرافيا : $^{٥}/_{٧}$ = ٥٠×٥=٢٥٠ غرشاً .
وثمن كتاب الحساب : $^{٧}/_{٧}$ = ٥٠×٧=٣٥٠ غرشاً .

وعلى نسق حلّ هذين النموذجين ، حل الاسئلة الآتية :

أسئلة للحل :

١) مجموع عددَيْن ٦٠ واحدهما يساوي ١/٣ الآخر ، فما هو كل واحد منهما ؟

٢) الفرق بين عددَيْن ٤٢ واحدهما بقدر ٢/٥ الآخر ، فما هو كل واحد منهما ؟

٣) عمر عفاف بقدر نصف عمر سعاد ، ومجموع عمريهما ٢٤ سنة ، فكم سنة يكون عمر عفاف ؟... وكم سنة يكون عمر سعاد ؟

٤) شريط طوله متر واحد ، فاذا قسمناه الى قسمَيْن ، طول الاول منهما بقدر ٢/٣ طول الثاني ، فكم سنتيمتراً يكون طول كل قسم ؟

٥) ثمن منضدة يزيد ٤٥ ليرة عن ثمن كرسيّ ، وثمن الكرسيّ بقدر ٢/٥ ثمن المنضدة ، فكم يكون ثمن كل من المنضدة والكرسيّ ؟

٦) ثمن دار سكَنٍ وبستان معاً ٤٠٠٠ ليرة ذهبية ، فكم يكون ثمن كل منهما اذا كان ثمن البستان ٣/٥ ثمن الدار ؟

٧) قُسِم شريط الى قسمَيْن ، فكان احدهما ٣/٤ الآخر ، والفرق بين طولَيْهما ١،٢٨م فكم هو طول كل منهما ؟

٨) غلّة بُستانَيْ برتقال ٣٥٠٠ صندوق ، فكم تكون غلّة كل منهما اذا كانت غلّة البستان الاول ٣/٧ غلّة الثاني ؟

٩) قبض وديع وحبيب اجرتهما الشهرية ، فَبلغَتْ ٤٥٠ ليرة ، فكم تكون اجرة كل منهما في الشهر ، اذا كانت اجرة حبيب ٤/٥ أجرة وديع ؟

١٠) عاملان يشتغلان في معمل واحد، اجرة الاول في اليوم تنقص ٢٥ غرشاً عن أجرة الثاني، واجرة الثاني بقدر ٦/٧ أجرة الاول، فكم تكون أجرة كل منهما في اليوم؟

١١) اشترى لحام رأسين من الغنم بمبلغ ١٨٠ ليرة، فكان ثمن أحدهما بقدر ٧/٥ ثمن الآخر، فكم يكون ثمن كل منهما؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل:

١) اناء مكعب الشكل طول حرفه الداخليّ ٣٠سم، فكم يكون وزن الزيت الذي يملأه اذا عُلِمَ ان الليتر من الزيت يزن ٩١٥ غراماً؟

٢) برميل يسع ١٢٥ ليتراً، مُلِئَ بالخل الى ٣/٤ سعته، فكان وزنه بما فيه ١٠٤كغ، فكم يكون وزن البرميل وهو فارغ، اذا كان وزن الليتر من هذا الخل ٩٨٠ غراماً؟

٣) اناء مملوء حليباً، وزنه بما فيه ٥٢،١هغ، ووزنه وهو فارغ ١٦٠٥ غ، فاذا كانت سعة هذا الاناء ٣٥٠ سنتيليتراً، فكم يكون وزن الدسيمتر المكعب من هذا الحليب؟

٤) وزن وعاء مملوء زيتاً ٩،٨٥٠دغ، واذا ملىء حتى نصفه زيتاً يزن ٥١ هغ، فكم غراماً يكون ما يزنه هذا الاناء اذا ملىء بالماء، مع العلم ان وزن ليتر الزيت الذي فيه ٩٥ دغ؟

الدرس التاسع والستون

الكثافة والثقل النوعي

اذا قارنا بين وزن دسيمتر مكعب من الحديد ، ووزن دسيمتر مكعب من الماء ، يتبين لنا أن وزن الدسيمتر المكعب من الحديد ، يفوق كثيراً وزن الدسيمتر المكعب من الماء ، فنستنتج من هذا ان مادة الحديد ، أثقل وزناً من مادة الماء .

كذلك اذا قارنا بين وزن دسيمتر مكعب من الزيت ووزن دسيمتر من الماء ، يتبين لنا ان وزن الدسيمتر المكعب من الماء ، هو اثقل من وزن الدسيمتر المكعب من الزيت .

وهكذا نرى أن هذه الاجسام الثلاثة المتساوية من حيث الحجم ، تختلف من حيث الوزن ، فالحديد مثلاً أثقل من الماء ، والماء أثقل من الزيت .

لان الدسيمتر المكعب من الحديد يزن : ٧،٨ كغ .
والدسيمتر المكعب من الماء يزن : ١ كغ .
والدسيمتر المكعب من الزيت يزن : ٠،٩١٥ كغ .

وبمقارنة هذه الاوزان، يمكننا معرفة عدد المرات التي تزيد فيها كل مادة عن الاخرى من حيث الوزن ، مثال ذلك : اذا قابلت بين وزني الدسيمتر المكعب من الحديد والماء ، وجدت أن الحديد يزن أكثر من الماء بـ ٧،٨ اضعاف ، فتكون كثافة الحديد — والحالة هذه — ٧،٨ وهو ثقله النوعي ، أي ان الدسيمتر المكعب من الحديد وزنه ٧،٨ كغ . كذلك نجد عند مقابلتنا بين الماء والزيت ، أن وزن الزيت هو ٠،٩١٥+١=٠،٩١٥ من وزن الماء ، واذاً فكثافة الزيت هي ٠،٩١٥ والدسيمتر المكعب من هذا الزيت وزنه ٠،٩١٥ كغ وهو ثقل الزيت النوعي ، وبناء على ما تقدم تعرف كثافة مادة ما بقسمة وزنها على وزن حجمها من الماء المقطر ، وبما ان العدد الذي يعبر عن حجم المادة هو ذات العدد الذي يعبر عن وزن حجمها من الماء ، يمكن الاستنتاج أن :

$$\text{كثافة المادة} = \frac{\text{وزن المادة}}{\text{حجمها}}$$

وتجدر بنا الاشارة في اثناء هذه المعادلة ، الى أنه من الضروري استعمال وحدات متجانسة عند قسمة الوزن على الحجم ، كالسنتيمتر المكعب والغرام ، الدسيمتر المكعب والكيلوغرام ، المتر المكعب والطن .

١ - حساب وزن الجسم :

حجم قطعة حديد يساوي ٨ دسم^{٣} ، فكم يكون وزنها اذا كانت كثافة كل دسيمتر مكعب من الحديد تساوي ٧،٨ ؟

اليك كيفية الحل :

بما أن وزن الدسيمتر المكعب من الحديد ، هو اثقل من وزن الدسيمتر المكعب من الماء بـ ٧،٨ مرات ، فان وزن ٨ دسيمترات مكعبة من الحديد هو ٧،٨×٨=٦٢،٤ك غ وهو الجواب.

ومن هذه المسألة ، يتضح لك أنه عندما يُراد معرفة وزن جسم عرفت كثافته ، يضرب العدد الدال على حجمه ، في كثافته

أي أن الوزن = الحجم × الكثافة

وبما أن الكثافة هي عدد مبهم ، فيجب أن تكون وحدات الوزن مجانسة لوحدات الحجم ، وفي المثال السابق ترى أن الجواب قد نتج بالكيلوغرامات لان الحجم هو بالدسيمترات المكعبة.

٢ - حساب حجم الجسم :

كم هو حجم قطعة من الحديد ، وزنها ١١٧ ك غ و كثافة الحديد ٧،٨ ؟

اليك كيفية الحل :

اذا تأملت في المسألة السابقة ، ترى ان الوزن هو حاصل ضرب الحجم في الكثافة ، ومن هنا يمكن الاستنتاج أن :

حجم الجسم = الوزن ÷ الكثافة

وبناء عليه فانه عندما تريد معرفة حجم جسم ما ، فما عليك الا ان تقسم وزن الجسم على كثافته وعلى هذا الاساس يمكن حل العملية السابقة هكذا : ١١٧ ÷ ٧،٨ = ١٥ دسم^{٣} وهو الجواب .

واعلم أنه يرمز الى الكثافة بالحرف « ك » والى الوزن بالحرف « و » والى الحجم بالحرف «ح»
وخلاصة القول ، انه يمكننا أن نستنتج مما تقدم القوانين الآتية :

(١) $ك = \frac{و}{ح}$ ، (٢) $و = ح \times ك$ ، (٣) $ح = \frac{و}{ك}$

حساب الكثافة :

١) اذا كان هكتوليتر الكاز يزن ٩٢ كيلوغراماً ، فكم تكون كثافته ؟

٢) كم تكون كثافة سبيكة ذهبية يبلغ وزنها ٣٩٦ غراماً ، وحجمها ١٨ سم٣ ؟

٣) قطعة من الجليد حجمها ١،٥م٣ فكم تكون كثافتها اذا كانت تزن ١،٣٩٥ طناً؟

حساب الوزن :

١) كم تكون زنة قطعة من الرصاص مكعبة الشكل ، يبلغ طول حدّها ٠،١٢م اذا كانت كثافتها ١١،٣٠ ؟

٢) كم كيلوغراماً يبلغ وزن حجر حجمه ٠،٨٥م٣ اذا كانت كثافته ٣،٥ ؟

٣) كم يكون وزن ١٥ ليتراً من زيت الزيتون ، اذا كانت كثافة هذا الزيت ٠،٩١٥ ؟

حساب الحجم :

١) اذا كانت كثافة الكحول ٠،٨٠ فكم يكون حجم ٣٠ كغ منها ؟

٢) كثافة الزيت ٠،٩١٥ فكم يكون حجم تنكة تسع ١٤،٦٤٠ كغ ؟

٣) جسر خشبيّ يبلغ وزنه ١٥٠ كغ فكم يكون حجمه اذا كانت كثافته ٠،٩٣ ؟

أسئلة مُتَنَوِّعة للحل :

١) قطعة حديد يبلغ حجمها ٦،٥دسم٣ فكم تكون كثافتها اذا كانت تزن ٥٠،٧٠ كغ ؟

٢) قطعة من الحديد يبلغ وزنها ١٩٥كغ، فكم يكون حجمها اذا كانت كثافة الحديد ٧،٨ ؟

٣) قطعة حديد حجمها ١٨دسم٣ فكم يكون وزنها اذا كانت كثافتها ٧،٨ ؟

٤) كم تكون سَعَة وعاء يستوعب ١٢،٥كغ من الحليب ، مع العلم ان كثافة الحليب ١،٠٣ ؟

٥) ٨ ليترات زيت تَزِن ٧٢٠٠ غرام ، فكم تكون كثافة هذا الزيت ؟

٦) كم يكون وزن ١٢ ليتراً من الزئبق ، اذا كانت كثافة الزئبق ١٣ ؟

٧) برميل خَلّ يَسَع ١٤٥كغ، فكم تكون سَعَتُه اذا كانت كثافة الخل ٠،٩٢؟

٨) كم يكون وزن ٧٥دسم٣ من النحاس ، اذا كانت كثافة النحاس ٨،٨ ؟

٩) كم تكون كثافة الحليب ، اذا كانت الـ ٥ ليترات منه تَزِن ٥،١٥ كغ؟

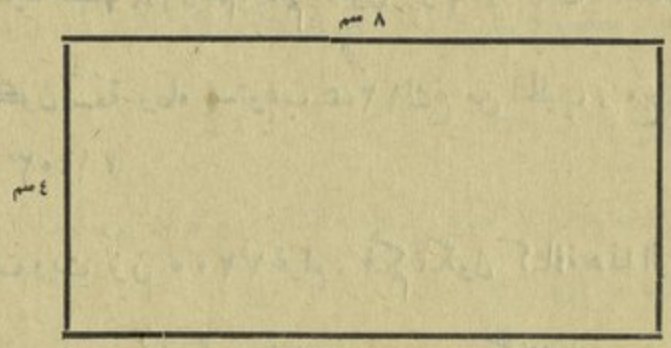
١٠) كم كيلوغراماً يكون وزن الزيت الموجود في تنكة عاديّة ، قاعدتها مربعة الشكل ، وطول ضلعها ٣٠سم ، وعمق الزيت فيها ٤٠سم ، اذا كانت كثافة هذا الزيت ٠،٩٢ ؟

الدرس السبعون

المصوّر والخارطة

اذا كان طول باحة المدرسة مثلاً ٨٠ متراً ، وعرضها ٤٠ متراً ، فماذا نصنع اذا اردنا رسمها حسب أبعادها الحقيقية ؟

ان ذلك يتعذر علينا ، ولهذا فاننا نرسمها مصغرة ، على ان يحتفظ بشكلها الحقيقي .



هلم نرسم مستطيلاً بطول ٨ سم ، وعرض ٤ سم ، كالرسم الذي تراه أعلاه ، ولنفترض أن هذا الرسم يمثل باحة المدرسة مصغرة ، كما ذكرنا سابقاً بنسبة معينة ، وهو - أي الرسم - يسمى مخططاً أو خريطة ... اذا تأملنا فيه قليلاً ، وقابلناه بالطول الحقيقي ، يتضح لنا أن كل سنتيمتر على الورقة انما هو عبارة عن ١٠ أمتار أو ١٠٠٠ سنتيمتر على الارض ، ولذلك نستنتج ان مقياس المخطط هو $\frac{١}{١٠٠٠}$ ، أي أن المقياس كسر ، تدل صورته على الطول المصغر على المخطط ، ومخرجه ، بالتالي ، يدل على ما يقابل ذلك الطول من البعد الحقيقي على الارض .

ومن هنا نعلم أولا أن المقياس = البعد على المصور ÷ البعد الحقيقي .

وثانياً أن البعد على المصور = المقيـــاس × البعد الحقيقي .

وثالثاً أن البعـــد الحقيقي = البعد على المصور ÷ المقياس .

واليك مثالا على ذلك :

١) قطعة أرض طولها ١دم رسم مخططها فكان طولها عليه ٢٠سم ، فما مقياس المخطط ؟

كيفية الحل : ٢٠ سم على المخطط تبين ١٠م أو ١٠٠٠سم

واذاً فمقياس المخطط = $\frac{٢٠}{١٠٠٠} = \frac{١}{٥٠}$

٢) اذا كانت المسافة بين مدينتين ٥٠كم ، فكم تكون المسافة بينهما على خارطة مقياسها $\frac{١}{١٠٠٠٠٠}$ ؟

كيفية الحل : ان المسافة على الخارطة هي :

$\frac{١}{١٠٠٠٠٠} \times ٥٠ = \frac{٥٠}{١٠٠٠٠٠}$ = ٠،٠٠٠٥كم أو ٥ دسم وهو الجواب .

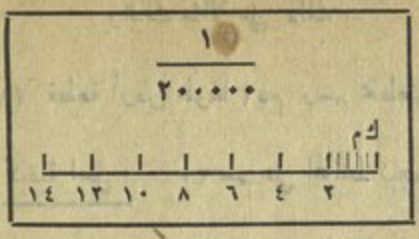
٣) اذا كانت المسافة بين بلدين على الخارطة ٢٥ سم ومقياس الخارطة $\frac{١}{٥٠٠٠}$ فكم هو البعد الحقيقي بين هذين البلدين ؟

كيفية الحل : ان البعد الحقيقي بين المدينتين هو ٥٠٠٠ مرة ٢٥سم اي :

٢٥ ÷ $\frac{١}{٥٠٠٠}$ = ٢٥ × $\frac{٥٠٠٠}{١}$ = ١٢٥٠٠٠سم أو ١،٢٥كم وهو الجواب.

المقياس الخطي :

يغلب أن يرى في اسفل الخارطة، وعادة تحت المقياس، خط مستقيم مقسم الى أقسام متساوية... ان هذا المقياس يسمى « المقياس الخطي » وبواسطته يمكن معرفة البعد الحقيقي بين نقطتين واقعتين على الخارطة .



واعلم أن كل قسم كبير في الشكل الذي يبدو امامك الى يسار هذه الصفحة يدل على كيلومترين أو ٢٠٠٠٠٠سم وكل جزء صغير يساوي ١/٥ القسم الكبير أي أنه يدل على ٤٠٠ متر ، ومثل هذا المقياس الخطي يكون لخارطة رسمت بمقياس $\frac{١}{٢٠٠٠٠٠}$

وعندما تراد معرفة البعد الحقيقي بين مدينتين مثلاً أو نقطتين يجب أولا معرفة البعد بينهما بواسطة البيكار ، ثم تركز بعد ذلك احدى ساقي البيكار على نقطة « ٠ » من المقياس ، ويقرأ العدد الذي تدل عليه الساق الثانية ، ويكون بالواقع ممثلاً للبعد الحقيقي .

أسئلة للحل :

١) ما هو معنى مقياس مُخَطَّط يقدَّر بـ : $\frac{١}{٢٠٠٠}$ ، $\frac{١}{١٥٠٠}$ ؟

٢) خارطة مِقْيَاسُها : $\frac{١}{١٠٠٠٠٠}$ فكم تكون الابعاد الحقيقية التي تُقابِل ١سم ، ٤ سم ، ٧سم ؟

٣) كم تكون الابعاد على خارطة مِقياسها $\frac{١}{١٠٠٠٠٠}$ اذا كانت الابعاد الحقيقية ٦كم او ١٨كم او ٤٠كم ؟

٤) قِسْ على الخارطة البُعد بين مدينتَيْ دمشق وبيروت ، واحسب البُعد الحقيقي بينهما ؟

٥) اذا بَلَغَت المسافة بين بلدين ٧٥ كم واذا كانت هذه المسافة تعادل ٣٠سم على الخريطة ، فكم يكون مقياس هذه الخريطة ؟

٦) اذا كان طول طريق ٨،٥سم على مقياس $\frac{١}{٢٠٠٠}$ فكم يكون طول الطريق الحقيقي ؟

الدرس الحادى والسبعون

٦ ـ مسائل نموذجية في الكسور الدارجة

١) عندنا تنكتان من الزيت ، قدّر ثمنهما معاً بـ ١٠٥ ليرات ، فاذا كان $^{١}/_{٣}$ ثمن التنكة الثانية يساوي $^{١}/_{٤}$ ثمن الاولى ، فكم يكون ثمن كل واحدة منهما ؟

كيفية الحل : ثمن الاولى $^{١}/_{٤}$

ثمن الثانية $^{١}/_{٣}$

اذا كان $^{١}/_{٣}$ ثمن التنكة الثانية = $^{١}/_{٤}$ ثمن الاولى .

تكون $^{٣}/_{٣}$ ثمن التنكة الثانية = $^{٣}/_{٤}$ ثمن الاولى .

ويكون ثمنهما معاً $^{٤}/_{٤} + ^{٣}/_{٤} = ^{٧}/_{٤} = ١٠٥$ ليرات .

والـ $^{٧}/_{٤}$ = ١٠٥ ليرات .

والـ $^{١}/_{٤}$ اذاً = ١٥ ليرة .

واذاً فثمن التنكة الاولى: $^{٤}/_{٤} = ١٥ \times ٤ = ٦٠$ ليرة .

وثمن الثانيـــة : $^{٣}/_{٤} = ١٥ \times ٣ = ٤٥$ ليرة .

٢) مع سمير ونديم رأس مال قدره ٢٣٢٠ ليرة ، فاذا كان $^{٢}/_{٥}$ حصة سمير يساويان $^{٣}/_{٧}$ حصة نديم ، فكم تكون حصة كل واحد منهما ؟

كيفية الحل : اذا كان $^{٢}/_{٥}$ حصة سمير : $^{٣}/_{٧}$ حصة نديم .

يكون $^{١}/_{٥}$ حصة سمير : $\frac{٣}{٧ \times ٢}$ حصة نديم .

وتكون $^{٥}/_{٥}$ حصة سمير : $\frac{٣ \times ٥}{٧ \times ٢} = \frac{١٥}{١٤}$ حصة نديم .

وتكون حصة نديم : $^{١٤}/_{١٤}$

ويكون مجموع الحصتين : $^{١٤}/_{١٤} + ^{١٥}/_{١٤} = ^{٢٩}/_{١٤}$

واذاً تكون الـ ٢٩/١٤ : ٢٣٢٠

ويكون الـ ١/١٤ : ٢٣٢٠÷٢٩=٨٠ ليرة .

وتكون حصة سمير أي الـ ١٥/١٤ : ٨٠×١٥=١٢٠٠ ليرة .

وتكون حصة نديم أي الـ ١٤/١٤ : ٨٠×١٤=١١٢٠ ليرة .

وعلى نَسق حلِّ هَذَيْن النموذَجَيْن ، حِلَّ الاسئلة الآتية :

أسئلة للحل :

١) فرقتان من الكشّافة ، يبلغ عدد افرادهما ٢٠٠ كشّافٍ ، فاذا كان نصف عدد افراد الفرقة الاولى يساوي ثلث عدد أفراد الفرقة الثانية ، فكم كشّافاً يوجد في كل فرقة منهما ؟

٢) ٣/٤ نقود سامي تساوي ٢/٥ نقود زاهي ، فكم تكون نقود كل منهما اذا كانت نقودهما معاً تبلغ ١١٥٠ ليرة ؟

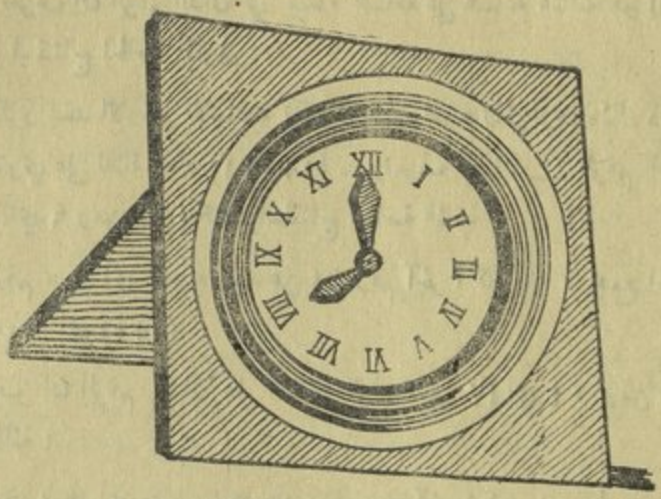
٣) قبض عاملان اجرتهما الشهرية التي بَلَغَتْ ٤٨٣ ليرة ، فاذا كان ربع اجرة الاول يساوي ثلث أجرة الثاني ، فكم تكون أجرة كل منهما ؟

٤) ٣/٤ عمر حبيب تساوي ٤/٧ عمر وديع ، ومجموع عمرَيْهما ٧٤ سنة ، فكم يكون عمر كل منهما ؟

٥) أَوْدَعَ تاجر في مصرفَيْن مبلغ ١١١٠ ليرات ، فاذا كانت ٥/٧ ما اودعه في المصرف الاول تساوي ٧/٥ ما أودعه في المصرف الثاني ، فكم يكون قد أودع في كل منهما ؟

الدرس الثاني والسبعون

الارقام الرومانية



يكثر استعمال الارقام الرومانية في موانى الساعات ، كما انه يكثر استعمالها لترقيم فصول الكتب ، وأقسام الدروس الرئيسية، وتعيين الصفوف في المدارس، وتستعمل ايضاً بنوع خاص، للتفريق بين افراد الملوك الذين يطلق عليهم اسم واحد ، وللدلالة على التاريخ ، الى غير ذلك مما يستغنى عن ذكره .

واذا تأملت في رسم الساعة الذي يبدو امامك في هذه الصفحة ، ترى ان الارقام التي كتبت على مينائها ، تختلف تماماً عن الارقام التي تستعمل في دروس الحساب ... هذه هي الارقام التي تسمى ارقاماً رومانية ، اما الارقام التي تستخدم في مدارس الشرق العربي ، ومكاتبه ، وفي شتى معاملاته ، فتدعى بالارقام العربية ، وكما ان العرب استعملوا الصفر والارقام التسعة الاساسية وبواسطتها توسعوا ما شاؤوا في ترقيم الاعداد ، كذلك استعمل الرومان سبعة ارقام اساسية فقط وهي :

	I	V	X	L	C	D	M
وقيمتها	١	٥	١٠	٥٠	١٠٠	٥٠٠	١٠٠٠

على ان لكل من الارقام الرومانية ، قيمة واحدة ، لا تتغير اينما كانت منزلة الرقم ، في

حين ان الارقام العربية ، تختلف قيمة كل منها — كما علمت سابقاً — حسب اختلاف المنزلة التي يكون فيها الرقم .

خواصّ الاعداد الرومانية :

لا شك انك تعرف ان الرقم الدالّ في ميناء الساعة على الساعة الثالثة هو III اي ٣ ، ومن هذا يمكنك معرفة استنتاج الخاصة الاولى :

وهي انه اذا كرر احد الارقام الاساسية تكون قيمته مجموع تكراره، مثال ذلك : III اي ٣ لان هذا الرقم يحتوي على ثلاثة آحاد (١+١+١) . وتعرف ايضاً ان الرقم الدالّ على الساعة السادسة ، هو VI اي ٦ ومن هذا يمكنك استنتاج الخاصة الثانية :

وهي ان كل رقم ، في أي عدد ، وجد عن يمين رقم آخر اكبر منه ، يجمع الى ذلك الرقم ، مثال ذلك : VI = ٦ اي (٥+١)

وكذلك تعرف ان الرقم الدالّ على الساعة الرابعة هو IV اي ٤ ، ومن هـــذا يمكنك استنتاج الخاصة الثالثة :

وهي ان كل رقم ، في أي عدد ، وجد عن يسار رقم آخر اكبر منه، يطرح من ذلك الرقم، مثال ذلك : IV = ٤ اي (٥—١)

الخاصة الرابعة :

اذا وقع رقم بين رقمين اكبر منه يطرح هذا الرقم من الرقم الذي عن يمينه ، مثال ذلك : XIV = ١٤ اي ١٠ + (٥—١)

الخاصة الخامسة :

قد يوضع احياناً فوق الارقام الرومانية خطوط ، فاذا وضع فوق أحدها خط واحد ، فاعلم ان ذلك يعني ضربه بألف ، واذا وضع فوقه خطان ، يفيد ذلك انه ضرب بمليون ، واذا وضع فوقه ثلاثة خطوط ، يفيد ذلك انه ضرب بمليار . واليك ايضاحاً لما نحن في صدده :

$\overline{\mathrm{I}}$ = الفاً .

$\overline{\overline{\mathrm{II}}}$ = مليونين .

$\overline{\overline{\overline{\mathrm{III}}}}$ = ثلاثة مليارات .

وقد يتفق ان يوضع خط فوق رقم دون آخر من العدد ، وفي مثل هذه الحالة يكون ذلك الرقم فقط هو وحده مضروباً . مثال ذلك :

$\bar{V}I$ = ٥ آلاف وواحد اي (٥٠٠١)

$\bar{X}IV$ = ١٠ آلاف واربعة اي (١٠٠٠٤)

وفيما يلي ترى :

(١) أهم الاعداد التسعة الاولى :

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

(٢) العقود :

X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC
١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠

(٣) المئات :

C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM
١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠

واذا اردنا مثلا ان نشير الى تاريخ السنة الحالية ، اي سنة ١٩٥١ بارقام رومانية ، فاننا نرقمها هكذا : MCMLI

أجِبْ عن الاسئلة الآتية :

كم هي الارقام الاساسية التي استعملها العرب ؟... و كم هي الارقام الاساسية التي استعملها الرومان ؟

أكتب على اللوح كلًّا من الارقام الاساسية ، من عربية ورومانية ؟

هل الارقام الرومانية ما تزال مستعملة في عصرنا الحاضر ؟... وللدلالة على أي شيء يغلب ان تُستَعمَل ؟

أذكر أهمّ خواصّ الارقام الرومانية ، وقدّم أمثلة على ذلك على اللوح ؟

الدرس الثالث والسبعون

٧ ـ مسائل نموذجية في الكسور الدارجة

١) بنّاء يبني حائطاً في ٦ أيام ، وآخر يمكنه ان يبني هذا الحائط في ١٢ يوماً ، فكم يكون مقدار ما يتمهان من الحائط في اليوم الواحد ؟... وفي كم يوم يتمهان بناءه اذا اشتغلا معاً ؟

كيفية الحل : يتمم الاول في اليوم الواحد $\frac{١}{٦}$ الحائط .
ويتمم الثـــاني في اليوم الواحد $\frac{١}{١٢}$ من الحائط .

ويتمم الاثنان معاً في اليوم الواحد $\frac{١}{٦} + \frac{١}{١٢} = \frac{١+٢}{١٢} = \frac{٣}{١٢}$ أي $\frac{١}{٤}$ الحائط

وبما ان الحائط هو وحدة كاملة أي $\frac{٤}{٤}$ فبقدر تكرار الـ $\frac{١}{٤}$ في هذه الوحدة يكون عدد الايام اللازم لاتمام الحائط . أي $\frac{٤}{٤} \div \frac{١}{٤} = \frac{٤}{١} = ٤$ أيام وهو الجواب .

٢) انبوب يملأ حوضاً في ٦ ساعات ، وأنبوب آخر يفرغ هذا الحوض في ٨ ساعات ، فاذا فتح الانبوبان معاً والحوض فارغ ، فبكم ساعة يمتلىء هذا الحوض ؟

كيفية الحل : اذا فتح الانبوبان كل منهما لوحده مدة ساعة ، ملأ الاول $\frac{١}{٦}$ الحوض ، وافرغ منه الثاني الـ $\frac{١}{٨}$ ، اما اذا فتحا معاً في وقت واحد والحوض فارغ ، مدة ساعة ، كان الجزء المملوء من الحوض هو :

$$\frac{١}{٦} - \frac{١}{٨} = \frac{٨}{٤٨} - \frac{٦}{٤٨} = \frac{٢}{٤٨} \text{ منه}$$

وبما أن الحوض هو وحدة كاملة أي $\frac{٤٨}{٤٨}$ فبقدر تكرار $\frac{٢}{٤٨}$ في هذه الوحدة يكون عدد الساعات اللازمة لملء الحوض . أي $\frac{٤٨}{٤٨} \div \frac{٢}{٤٨} = \frac{٤٨}{٢} = ٢٤$ ساعة ، وهو الجواب .

وعلى نَسَقِ حلّ هذَيْن النموذَجيْن، حِلّ الاسئلة الآتية :

أسئلة للحلّ :

١) عاملان أحدهما يُتمّم عملا في ٨ أيام ، والآخر يتمّمه في ٦ أيام ، فكم هو الجزء الذي يتمّمه الاول من العمل في اليوم الواحد ؟... وكم هو الجزء الذي يتمّمه الآخر في اليوم ؟... وكم جزءاً من العمل يتمّمان في اليوم اذا اشتغلا معاً ؟

٢) عامل يتمّم عملا في ١٢ يوماً ، وعامل آخر يتمّمه في ١٠ أيام ، فكم هو مقدار ما يتمّمه العاملان معاً في يوم واحد ؟ (يجب ان يُبيّن ذلك بالكسر)

٣) عامل يتمّم عملا في ١٠ أيام ، وابنه يتمّمه في ١٥ يوماً ، فاذا اشتغلا معاً ، فبكم يوم يقدران ان يُتمّما العمل كله ؟

٤) حوض سُلّطَ عليه أنبوبان ، الاول يملأه في ٣ ساعات ، والثاني في ٦ ساعات ، فاذا فُتِحَ الانبوبان معاً ، والحوض فارغ ، ففي كم ساعة يمتلىء هذا الحوض ؟

٥) عاملان يتمّمان عملا ما في مدة ٦ أيام ، لكنّ الاول يتمّم العمل نفسه في مدة ١٠ أيام اذا اشتغل وحده ، فبكم يزيد ما يعمله الاول عما يعمله الثاني في يوم واحد ؟

٦) عامل يتمّم عملا في ١٥ يوماً ، وبعد ان اشتغل ٥ أيام ، انقطع عن العمل بسبب المرض ، فأتمّ العمل عينه عامل آخر في مدة ٨ أيام ، فكم يوماً يلزم للعامل الثاني لكي يتمّم ذلك العمل ؟

الدرس الرابع والسبعون

الاعداد المركبة

اعلم أن الاعداد المركبة ، هي اعداد تمثل وحدات مختلفة نوعاً ، متحدة جنساً ، من مثل وحدات مقاييس الزمن والاقواس والزوايا وسواها . ولا يتبع في عدها النظام العشري .

مقاييس الزمن :

اليوم : وهو الزمن الذي تتم فيه الارض دورتها حول محورها ، وينتج عن ذلك الليل والنهار.

واليوم يقسم الى ٢٤ ساعة (سا)

والساعة تقسم الى ٦٠ دقيقة (دق)

والدقيقة تقسم الى ٦٠ ثانية (ثا)

واعلم ان الثانية تعد في عصرنا الوحدة الاساسية لقياس الزمن ، وهي عبارة عن $\frac{١}{٨٦٤٠٠}$ من اليوم .

ويوجد كذلك وحدات اخرى لقياس الزمن وهي :

الاسبوع : ويساوي سبعة أيام .

والشهر : ويساوي ٣٠ أو ٣١ يوماً ، ما عدا شهر شباط الذي يساوي ٢٨ يوماً في السنة البسيطة ، و ٢٩ يوماً في السنة الكبيسة .

والسنة : وهي الزمن الذي تتم فيه الارض دورتها الكاملة حول الشمس ، وتساوي ٣٦٥ ١/٤ يوماً ، وفي المسائل الحسابية ، تعتبر السنة ٥٢ أسبوعاً فقط ، في حين أنها في الحقيقة ، تساوي ٥٢ أسبوعاً ، ويوماً واحداً .

والقرن : ويساوي ١٠٠ سنة .

وتحسب السنة اصطلاحاً : ٣٦٥ يوماً ، وتسمى السنة « البسيطة » وبما ان الكسر الذي هو ١/٤ اليوم ، يشكل كل ٤ سنوات يوماً كاملاً ، يضاف الى عدد ايام السنة الرابعة ، فتصبح ٣٦٥ يوماً وتسمى السنة « الكبيسة » . اما هذا اليوم فيضاف الى شهر شباط حيث يصبح ٢٩ يوماً في السنة الكبيسة و٢٨ يوماً في السنة البسيطة .

وتعرف السنة الكبيسة بقسمة تاريخها على ٤ فاذا قسم هذا العدد على ٤ دون باق تكون السنة كبيسة ، والا فهي بسيطة . مثال ذلك :

١٩٤٨ و ١٩٥٢ و ١٩٤٤ فانها تشكل سنوات كبيسة، لانها تنقسم على ٤ دون ان يبقى منها باق .

و ١٩٤٥ و ١٩٤٩ و ١٩٥١ تشكل سنوات بسيطة لانها عندما تقسم على ٤ يبقى منها باق .

وتقسم السنة الى ١٢ شهراً ، واليك الجدول الآتي باسماء وعدد أيام كل منها :

الأشهر	عدد الأيام	الأشهر	عدد الأيام
كانون الثاني	٣١	تموز	٣١
شباط	٢٨ أو ٢٩	آب	٣١
آذار	٣١	أيلول	٣٠
نيسان	٣٠	تشرين الاول	٣١
أيار	٣١	تشرين الثاني	٣٠
حزيران	٣٠	كانون الاول	٣١

واعلم أن السنة البسيطة ، تنتهي في ذات اليوم الذي ابتدأت فيه ، أما السنة الكبيسة فيكون آخر يوم منها هو اليوم الذي يلي يوم ابتدائها.

قياس الاقواس والزوايا :

لقد علمنا سابقاً أن محيط الدائرة يساوي ٣٦٠° (درجة)
وأن الدرجة تساوي ٦٠َ (دقيقة)
وأن الدقيقة تساوي ٦٠ً (ثانية)
واذاً فتكون الدقيقة (َ) ١/٦٠ من الدرجة
والثانية (ً) ١/٦٠ من الدقيقة

ويجدر بنا أن نعرف أيضاً ، أن رأس الزاوية القائمة اذا وضع في مركز الدائرة ، يحصر بين ضلعي تلك الزاوية قوساً من محيط الدائرة ، يساوي ربع هذا المحيط ، وقدره ٩٠° .

أسئلة للحل نوردها كتمارين على المسائل النموذجية في الكسور الدارجة .

١) يملك رجل ٨/١٠ من قطعة أرض ، فاذا كانت مساحة الارض التي يملكها تبلغ ٦٤٨ متراً مربعاً ، فكم تكون مساحة القطعة كلها ؟

٢) يصرف مستخدم ٣٩٦ ليرة في الشهر ، ويوفر مبلغاً يساوي ١/١٠ مصروفه ، فكم يكون مدخوله السنوي ؟

٣) اذا طُلِبَ منك حلُّ هذه العملية : وهي تقسيم ١٢٢ ليرة بين رجلين ، على ان يكون نصيب الاول بقدر ٤/٧ نصيب الثاني ، فكيف تحلُّ هذه العملية ؟

٤) اذا خرج من احدى المدارس ١/٣ طلابها ، ثم تبعهم ٢/٥ الطلاب ، وصار عدد الذين غادروها ١٧٦ طالباً ، فكم يكون عدد كل طلاب المدرسة ؟

٥) وَفَّر موظف ٣٦،٣ من مرتبه الشهريّ ، وصرف بذلك ١٧/٢٠ منه ، فكم ليرة يكون ما يأخذه في الشهر الواحد ؟

٦) اذا كان ثمن ٣/٤ قطعة جوخ ٤٣٢ ليرة ، فكم يكون ثمن القطعة كلها ؟... و كم يكون طولها اذا كان سعر المتر منها ١٨ ليرة ؟

٧) قبض عاملان ٢٥٠ ليرة ، فاذا كانت حصة الاول ٢/٣ حصة الثاني ، فكم ليرة تكون حصة كل منهما ؟

٨) قبض رجل ٧٠٠ ليرة ثمن بضاعة ربح في بيعها ما يعادل ٢/٥ الثمن الذي دفعه لشرائها ، فكم يكون قد دفع ثمنها ؟

٩) بِيعَتْ مزرعة بمبلغ ٤٢٠٠٠ ليرة ، فكان مقدار الخسارة في بيعها ١/٧ الثمن الذي دفع في شرائها ، فكم يكون ثمن هذه المزرعة ؟

١٠) صانع تَمَكَّن من ان يَطْلِي ٥/١٢ من جدار في ٢ ١/٢ يومين ، فالى كم يوم يحتاج لكي يَطْلِي ما بقي من الجدار ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) برميل فيه ٢،٥ هكتوليتران من زيت الزيتون، على معدّل سعر الكيلوغرام ٣٠٠ غرش ، فكم يكون ثمن الزيت الموجود في البرميل اذا كانت كثافته ٠،٩٢ ؟

٢) وِعاء ، اذا مُلِيء بالزيت يبلغ وزنه ٤٦،٥١كغ ، واذا كان فارغاً يبلغ وزنه ٦،٢٥كغ ، فكم تكون كثافة الزيت اذا كانت سَعَة البرميل ٤٤ ليتراً ؟

٣) سُئِلَ تاجر عن ماله فقال ١/٥ مالي يساوي ١/٤ مال أخي، ومجموع ما معنا ١٢٠٦ ليرات ، فكم يكون مال كل منهما ؟

الدرس الخامس والسبعون

تحويل الاعداد المركبة

١ - تحويل الاعداد المركبة الى اجزاء :

حوّل ما يأتي الى دقائق : ١٥ يوماً و ١٨ ساعة و٤٢ دقيقة .

كيفية الحل :

تحوّل في هذه المسألة ، الايام اولا الى ساعات ، وتجمع مع عدد الساعات الموجودة :

١٥ × ٢٤=٣٦٠ سا

٣٦٠+١٨=٣٧٨ سا

ثم تحوّل الساعات الى دقائق وتجمع مع عدد الدقائق الموجودة :

٣٧٨ × ٦٠=٢٢٦٨٠ دق

٢٢٦٨٠+٤٢=٢٢٧٢٢ دق وهو الجواب .

فيتضح مما تقدم أنه عندما تحوّل الاعداد المركبة الى اجزائها الصغرى يجب ان تحوّل الوحدات الى ما هو اصغر منها ثم يضاف اليها بعد ذلك ما هو من نوعها ويحول المجموع الى وحدات أصغر ثم يجمع اليها ما يوجد من نوعها ويستمر الامر كذلك حتى آخر درجة في العملية .

٢ - تحويل الوحدات الصغرى الى اعداد مركبة :

حوّل ٥١٨٤٠٠ ثانية الى مسميات أعلى .

كيفية الحل :

يجب اولا أن تحوّل الثواني الى دقائق : ٥١٨٤٠٠÷٦٠=٨٦٤٠ دق

ثم تحوّل الدقائق الى ساعات : ٨٦٤٠÷٦٠=١٤٤ سا

ثم تحوّل الساعات الى أيام : ١٤٤÷٢٤=٦ أيام وهو الجواب .

فيستنتج مما تقدم أنه عندما يراد تحويل الوحدات الصغرى الى مسمّيات اعلى يجب قسمة هذا العدد الذي يراد تحويله على عدد الوحدات الموجودة في الوحدة التي هي أكبر منه ، فتقسم الثواني على ٦٠ ثانية = دقائق والدقائق على ٦٠ دقيقة = ساعات وهلم جرًّا .

تمارين خطّية :

كم ثانية في : ٨ سا ٣٠ دق ١٨ ثا — ٤ سا ٢٠ دق ١٥ ثا

٦ سا ٢٥ دق — ٢ سا ٤٥ دق ١٣ ثا

كم دقيقة في : ٣ سا ٣٠ دق — ٤ سا ٥٥ دق

٦ سا ٤٥ دق — ٩ سا ٢٥ دق

كم ساعة ودقيقة في : ٨٠ دق — ١٣٠ دق — ١٨٥ دق

حوّل ما يلي الى ساعات :

٤ أسابيع ٦ أيام ٢٥ سا — ١٥ أسبوعاً ٢٠ يوماً ١٨ سا

٨ أسابيع ٢٠ يوماً ٣٥ سا — ١٥ أسبوعاً ٤٦ يوماً ١٢ سا

٦ أسابيع ٢٠ يوماً ١٥ سا — ٣ أسابيع ٢٢ يوماً ٢٥ سا

حوّل ما يلي الى أيام :

٢٤٠٠ ثا ٥٦٠ دق ٨ أيام — ٥٢٨٠ ثا ٢٤٠ دق ٣ أيام

٤٢٠ ثا ٥٢٧٠ دق ٥ أيام — ٣٦٥٠ ثا ٥٧٥ دق ٥ أيام

٨٠٤٠ ثا ٣٥٠ دق ٤ أيام — ٢٤٨٠ ثا ٩٦٠ دق ٧ أيام

حوّل : ٨٣٢٤٤٠ ثانية الى دقائق... الى ساعات ... الى أيام

أسئلة للحل نوردها كتمارين على المسائل النموذجية في الكسور الدارجة

١) اشترى رجل رُبْع ثوب جوخ ، واشترى رجل ثانٍ ٢/٥ ما اشتراه الاول ، فاذا كان ما اشتراه الاول يزيد عما اشتراه الثاني بمقدار ٩ أمتار ، فكم متراً يكون قد اشترى كل منهما ؟

٢) أعطى رجل ١/٤ نقوده لابنه ، وابقى لنفسه ٢١٠٠ ليرة ، ثم اعطى الباقي مما كان يملكه لابنه الاصغر وقيمته ٥/١٦ فكم يكون مقدار ما كان يملكه ؟

٣) شخص مَدِيْن لآخر بمبلغ من المال ، فاذا سَدَّدَ ٩/٢٠ مما عليه ، ثم سَدَّدَ ٨/١١ من الباقي ، و كتب بما بقي اخيراً سنداً قيمته ٤٢ ليرة ، فكم يكون هذا المبلغ ؟

٤) اذا اضفنا الى ما في سلة بيض بقدر ١/٣ ما فيها و ٢٠ بيضة ايضاً ، يُصبح عدد ما فيها ٦٠ بيضة ، فكم يكون مقدار البيض الذي كانت تحتويه اولا ؟

٥) اعطى رجلٌ آخرَ ٣/٥ نقوده ، ثم وجد ان ١/٤ الباقي معه يعادل ١٢٥ ليرة ، فكم يكون عدد نقوده ؟

٦) عددان مجموع نصف الاول منهما وخمس الثاني ٣٨ فكم يكون الفرق بينهما اذا كان الثاني ٤٠ ؟

٧) اشترى تاجر قطعة حرير بلغ طولها ١٢٠ متراً ، على معدّل سعر المتر ١٦،٥٠ ليرة ، فاذا باع ٢/٥ القطعة على معدّل سعر المتر ٢٠ ليرة ، فبكم يجب أن يبيع ما بقي منها ليكون مجموع ربحه ٣٠٠ ليرة ؟

الدرس السادس والسبعون

جمع الاعداد المركبة وطرحها

١) سافرت سيارة من دمشق في الساعة الـ ٧ والدقيقة الـ ٥٥ صباحاً فقطعت المسافة من دمشق الى بيروت بمدة ساعتين و١٨ دقيقة ففي اي وقت تكون قد وصلت الى بيروت ؟

كيفية الحل :

دق	سا
٥٥	٧
١٨	٢
١٣	١٠

عندما يراد جمع الاعداد المركبة يجب تنظيمها كما ترى في الجهة اليسرى من هذه الصفحة اي انه ينبغي ان تأتي الوحدات المتجانسة بعضها تحت بعض ثم تجمع من اليمين الى اليسار :

ان الدقائق : ٥٥+١٨=٧٣ دقيقة وبما ان الـ٧٣ دقيقة تساوي ساعة واحدة و١٣ دقيقة تكتب الـ ١٣ دقيقة في عمود الدقائق ثم تضاف ساعة واحدة الى عمود الساعات فيصير مجموع الساعات ١٠ واذاً فيكون المجموع ١٣ دقيقة و١٠ ساعات وهو الجواب .

ويتضح لنا مما تقدم انه عندما يراد جمع الاعداد المركبة ، تكتب الوحدات المتجانسة بعضها تحت بعض ثم تجمع من اليمين الى اليسار وكل جنس على حدة، واذا كان المجموع فوق الوحدة التي تكبر جنس المجموع تستخرج هذه الوحدة وتضم الى الوحدات التي من نوعها وهلم جرّا .

٢) سافرت سيارة من مدينة حمص في الساعة الـ ٦ والدقيقة الـ٤٨ فوصلت الى دمشق في الساعة الـ ٩ والدقيقة الـ ٣٥ فبكم من الوقت تكون قد قطعت هذه المسافة ؟

كيفية الحل :

دق	سا
٣٥	٩
٤٨	٧
٤٧	٢

عندما يراد معرفة الوقت الذي قطعت فيه هذه المسافة ، تطرح الـ ٤٨ دقيقة والـ ٦ ساعات من ٣٥ دقيقة والـ ٩ ساعات . وبما انه لا يمكن طرح ٤٨ دقيقة من ٣٥ دقيقة ، يستقرض الـ ٣٥ دقيقة ساعة اي ٦٠ دقيقة من الـ ٩ ساعات فتصبح ٩٥ دقيقة ، وتطرح منها الـ ٤٨ دقيقة فيبقى ٤٧ دقيقة تكتب في عمود

الدقائق ، ثم تطرح الـ ٦ ساعات من الـ ٨ ساعات ، فيبقى ساعتان ، فيكتب الرقم ٢ في عمود الساعات .

واذاً فيكون الجواب $\frac{\text{دق}}{٤٧}$ و $\frac{\text{سا}}{٢}$

فيتضح مما مر بنا انه عندما يراد طرح الاعداد المركبة يجب ان تكتب الوحدات المتجانسة بعضها تحت بعض، ثم تطرح من اليمين الى اليسار ، وكل جنس على حدة، واذا اتفق ان بعض الوحدات المتجانسة في المطروح منه كانت اصغر من وحدات المطروح ، يؤخذ وحدة من الوحدات التي تليها في الكبر ، وتضم اليها بعد تحويلها الى ذات الجنس ، ثم يتابع الطرح بعد ذلك كالمعتاد .

إجمع ما يلي :

٢٥ ثا ٣٠ د ١٥ سا + ٥٠ ثا ٣٠ د ١٢ سا

٣٥ ثا ٥٠ د ١٧ سا + ٥٥ ثا ٤٣ د ٢٥ سا

٢٥ ثا ٥٥ د ٣٥ سا + ٤٥ ثا ٤٠ د ١٧ سا

٢٨ ثا ٤٦ د ٣٨ سا + ٥٦ ثا ٣٢ د ٣٦ سا

٣٥ ثا ٤٧ د ٦٥ سا + ٢٨ ثا ٣٢ د ٥٠ سا

إجمع ما يلي :

١٢ سا ٦ أيام ٤ أسابيع ٨ أشهر + ١٢ سا ٤ أيام ٤ أسابيع ٦ أشهر

٢٢ سا ٧ أيام ٦ أسابيع ٥ أشهر + ١٧ سا ٢ يومين ٣ أسابيع ٧ أشهر

١٥ سا ٣ أيام ٢ أسبوعين ٩ أشهر + ١٩ سا ٦ أيام ٧ أسابيع ٣ أشهر

إطرح ما يأتي :

١٦ ثا ٢٤ د ١٩ سا — ٣٨ ثا ٥٥ د ١٤ سا

٢٨ ثا ٥٠ د ٤٥ سا — ٣٠ ثا ٥٨ د ٢٣ سا

٣٨ ثا ٤٥ د ٣٥ سا — ٤٠ ثا ٤٥ د ٣٣ سا

إطرح ما يأتي:

١٢ ثا ٢٥ د ٢٨ سا ١٦ يوماً — ٤٠ ثا ٥٥ د ٤٥ سا ١٤ يوماً

٣٨ ثا ٤٢ د ٢٠ سا ١٥ يوماً — ٤٥ ثا ١٥ د ٣٣ سا ٦ أيام

١٣ ثا ٤٥ د ٣٥ سا ١٨ يوماً — ٣٨ ثا ٤٣ د ٥٢ سا ٨ أيام

أسئلة للحلّ:

١) حدِّدِ الوقت الذي يَمضي بين ٣٥دق و١٥سا وبين ٢٥دق و٢٣سا؟

٢) سار كَشّاف قبل الظهر مدة ٥٠دق و٤سا، وبعد الظهر ١٥دق و٣سا، فكم ساعة يكون قد سار؟

٣) مشى مسافر في الساعة الـ ٦ والدقيقة الـ ٢٥ فوصل الى المكان الذي يقصده في الساعة الـ ١٢ والدقيقة الـ ٤٥ فكم يكون الوقت الذي مشى فيه؟

٤) في بعض ايام الصيف، تُشرق الشمس عند الساعة الـ ٥ والدقيقة الـ ٣٠ وتغيب عند الساعة الـ ٦ والدقيقة الـ ٥٠ فكم ساعة يكون طول تلك الايام؟

٥) ذهبَتْ سيّارة في الساعة الـ ٦ والدقيقة الـ ٣٥ فبقيَتْ ٣سا و٤٥دق حتى وصلت الى المكان الذي تقصده، ففي أي ساعة يكون وصولها؟

٦) سائح استغرقَتْ رحلته الاولى ٨٥دق و٦سا و٧أيام، والثانية ٥٥دق و٨سا و١١يوماً، والثالثة ١٥دق و١١سا و١٢يوماً، فكم تكون قد استغرقت رحلاته الثلاث؟

٧) استغرقَتْ احدى السفرات ٥ سا و٢٥ دق ، ففي أية ساعة يكون قد بدىء بها ، اذا انتهت في الساعة الـ ١١ والدقيقة الـ ١٤ ؟

٨) سباق دراجات بدىء به في الساعة الـ ١٠ والدقيقة الـ ٥٠ والثانية الـ ١٥ فاذا وصل الاول في الساعة الـ ١٣ والدقيقة الـ ٨ والثانية الـ ٧ فكم يكون الزمن الذي قطع فيه المسافة المعينة ؟

٩) قطار غادر المحطة في الساعة الـ ٧ والدقيقة ٤٢ ولما وصل الى احدى المدن ، كانت الساعة قد بلغت الـ ١٠ والـ ٧ دقائق ، فكم يكون قد لبث على الطريق ؟

١٠) بَقِيَتْ سيارة من صور الى صيدا مدة ١٠ ساعات ودقيقتين ، ومن صيدا الى بيروت مدة ساعتين و٣٥ دق ، ومن بيروت الى طرابلس مدة ٣سا و٢٥دق ، ففي أية ساعة تكون قد وصلَتْ الى طرابلس اذا كانت قد تركَتْ صور في الساعة الـ ٦ والدقيقة الـ ٣٥ مع العلم انها توقَّفَتْ عن السير في صيدا وبيروت مدة ساعة و٣٣ دق ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) تقاسم ٣ شركاء ارباح تجارة ، فاخذ الاول ٣/٧ المبلغ ، والثاني ٢/٥ الباقي ، واخذ الثالث ما بقي ، فكم يكون مقدار حصة كل منهم اذا كان مجموع ربحهم ٣٥٠٠٠ ليرة ؟

٢) بستان نصف أشجاره تفاح ، وربعها خوخ ، وسدسها مشمش ، وفيه ٢٥ شجرة سفرجل ، و١٧٥ شجرة ليمون ، فكم يكون عدد اشجاره ؟

الدرس السابع والسبعون

الجذور التربيعية

مُرَبَّع العدد :

٦ × ٦ = ٣٦

تلاحظ أنه عندما ضربنا ٦×٦ حصلنا على مربع العدد ٦ أي على ٣٦ وهذه قاعدة ينبغي اتباعها كلما أريد الحصول على مربع اي عدد ، وتتم بان يضرب ذلك العدد في نفسه ، كما رأيت في العملية اعلاه .

واعلم ان الرقم ٢ يستعمل للدلالة على تربيع العدد ، ويكتب صغير الحجم في اعلى يسار العدد المراد تربيعه ، مثال ذلك :

$٤^{٢} = ١٦$ و $٨^{٢} = ٦٤$ و $٧^{٢} = ٤٩$

الجذر التربيعيّ :

اذا عرفنا مربع عدد ما ، وطلب الينا ايجاد العدد الذي ضرب في نفسه فنتج عنه حاصل هو مربع ذلك العدد ، وجب علينا اجراء عملية تسمى عملية ايجاد الجذر التربيعي ، وعلامة الجذر التربيعي هي هذه $\sqrt{}$. وقد سميت كذلك لان العدد المراد ايجاد جذره يكتب تحتها .

مثال ذلك : $\sqrt{٨١} = ٩$

واليك فيما يلي مربعات الاعداد من ١ الى ١٠ :

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١	٤	٩	١٦	٢٥	٣٦	٤٩	٦٤	٨١	١٠٠

استخراج الجذر التربيعيّ :

١) للاعداد الصحيحة :

اذا كان العدد المراد ايجاد جذره التربيعيّ اقل من ١٠٠ يمكن معرفة جذره التربيعيّ بواسطة العمليات الاساسية للضرب (جدول الضرب)

اما اذا كانت هذه الاعداد اكثر من ١٠٠ فيمكن الحصول على الجذر التربيعيّ لكل واحد منها باتباع الطريقة الآتية المبيّنة في هذه العملية :

ما هو الجذر التربيعيّ للعدد : ٣٩٦٩

ينبغي اولا ان يقسم العدد المراد ايجاد جذره التربيعي الى رقمين رقمين، على ان يبدأ من اليمين الى جهة اليسار هكذا: ٣٩٦٩ تصبح ٣٩،٦٩ ثم يوضع العدد مكان المقسوم كما هو ظاهر في يسار هذه الصفحة امامك :

ثم يؤخذ بعد ذلك كل اثنين من ارقامه على ان يبدأ من اليسار ويقال: ان الجذر التربيعي ل ٣٩ هو تقريباً الرقم ٦ ولذلك نرقم هـذا الرقم في الخارج فوق التسعة كالجـذر الجزئي الاول ثم يربـع ويرقم حاصله كمقسوم جزئي اول كما قد وضح هذا في الحل اعلاه – وبعد ذلك يطرح من الـ ٣٩ فيبقى العدد ٣ فينزل الى يمينه العدد : ٦٩ دفعة واحدة فيصبح المقسوم الجزئي الثاني ٣٦٩ كما ترى ثم يقسم هذا العدد الاخير على مضاعف الجزر ٦ اي على ١٢ ويقال: ٣٦ على ١٢=٣ وبعد التجريب نرقمه عن يمين الـ ٦ من جهة وعن يمين ضعف الجذر من جهة ثانية ، ثم يضرب فيصبح هذا الاخير ١٢٣ واخيراً يضرب العدد ١٢٣ بالجذر الجزئي الثاني، اي الـ ٣ فيحصل العدد ٣٦٩ فيطرح الرقم الاخير من ٣٦٩ وبذلك تنتهي القسمة ويكون الجذر التربيعي لـ ٣٩٦٩=٦٣ وتكتب هكذا : $\sqrt{٣٩٦٩}$=٦٣ وهو الجواب .

```
   ٦٣
 ------
 /٣٩،٦٩
   ٣٦
 ------
١٢٣/ ٣٦٩
     ٣٦٩
     ---
     ٠٠٠
```

واعلم ان طريقة معرفة الجذر التربيعي ، لا تختلف عن هذه الطريقة في اي عدد كان مهما كبر او صغر ، لان استخراج الجذر التربيعي للعدد يتم بذات الطريقة حتى تنتهي جميع اجزائه المؤلفة من رقمين رقمين، واذا كان الباقي الاخير صفراً كان الجذر كاملا اما اذا وجد هناك باق كان جذراً تقريبياً .

٢) الكسور العشرية :

جد الجذر التربيعي لـ ٦٤٨،٢١١٦ ؟

عندما تراد معرفة الجذر التربيعي لعدد ما عشري، يقسم العدد الصحيح الى اجزاء كل منها من رقمين على ان يبتدأ بذلك من آحاد العدد الصحيح ، ويتجه فيه الى اليسار حسب الطريقة المتبعة في الاعداد الصحيحة ، ثم تجري بعد ذلك عملية القسمة على ذات الطريقة اي ان الجزء العشري من العدد يؤخذ منه رقمان رقمان ، على ان يبتدأ من الفاصلة الى الجهة اليمنى ، فيصبح العدد المذكور اعلاه هكذا : ٦،٤٨،٢١،١٦

لاحظ اولا كيف اننا قسمنا العدد الصحيح الى جزئين : ٤٨ و ٦ وكيف اننا ابتدأنا من الفاصلة الى جهة اليمين وجزّأنا القسم العشري من العدد واضعين الـ ٢١ في الجزء الاول ، والـ ١٦ في الجزء الثاني .

ثم كيف يستخرج الجذر التربيعي بوضع الفاصلة في الجذر عند انزال اول فصل عشري .

واليك الى اليسار كيفية معرفة الجذر التربيعي في العدد ٦٤٨،٢١١٦ .

```
        ٢٥،٤٦
    ----------
    /٦،٤٨،٢١،١٦
      ٤
    ---------
٤٥/   ٢٤٨
      ٢٢٥
    ---------
٥٠٤/  ٢٣٢١
      ٢٠١٦
    ----------
٥٠٨٦/  ٣٠٥١٦
       ٣٠٥١٦
    ----------
       ٠٠٠٠٠
```

٣) الكسور الدارجة :

واعلم ان الجذر التربيعي للكسر الدارج الذي يكون كل من حديه مربعاً هو كسر تكون صورته الجذر التربيعي لصورة الكسر الاول ، ويكون مخرجه الجذر التربيعي لمخرج الكسر الاول ، مثال ذلك :

$$\sqrt{\frac{٩}{٢٥}} = \frac{٣}{٥} \quad و \quad \sqrt{\frac{١٦}{٤٩}} = \frac{٤}{٧}$$

واذا كان كل من حدّي الكسر غير مربع، يحول هذا الكسر الى كسر عشري، ثم يستخرج جذره التربيعي بالطريقة السابقة الذكر. مثال ذلك :

$$\sqrt{\frac{٣٢}{٢٠٠}} = \sqrt{٠،١٦} = ٠،٤$$

وبناء على ما مرّ بك من نماذج على كيفية ايجاد الجذر التربيعيّ حِلّ المسائل الآتيـة :

اكتب مربع الاعداد الآتية :

٥ و ٤ و ٢ و ٨ و ١ و ١٢ و ٣٠ و ٨٠٠ و ٧/٩ و ١/٤ و ١،٠٣

ما هو الجذر التربيعي للمربعات الآتية :

١ - ٣٤٨١ و ٩٢١٦ و ٥٢٤٤١ و ٣٧٢٤٩ و ٦٤٠٠٩

٤٥٢٩٢٩ و ٤٤٣٥٥٦ و ١١٢١٤٨١ و ٣٢١٢٤٠٠

٢ - ١٢،٩٦ و ٨٦،٤٩ و ١١٧٦،٤٩ و ٠،٦٢٤١ و ٠،٠٧٢٩ و ٢٢،٨٠١

٣- ١٦/٣٦ و ٩/٤٩ و ٤/١٦ و ٦٤/٨١ و ١٠٠/١٢١ و ١٤٤/٢٢٥ و ١٢٦/٣٢٤ و ٢٥٦/٤٠٠

أسئلة للحل :

١) دار مربعة مرصوفة بـ ٣٦٠٠ بِلاطة مربعة، فكم بِلاطة يكون فيها ؟

٢) بستان غُرِسَ أشجاراً على هيئة شكل مربّع، فاذا كان فيه ١٥١٢٩ شجرة، فكم صفاً يكون فيه، و كم شجرة يكون في كل صف ؟

٣) مستطيل يبلغ طوله ٩٧،٢م وعرضه ٤٣،٢م فكم يكون طول المربع الذي يساويه في المساحة ؟

٤) بُلِّطَتْ قاعة كبيرة في منزل، فَوُضِع فيها ٥٤٧٦ بِلاطة، فكم يكون طول هذه القاعة اذا كان البلاط مربّعاً، واذا كان طول ضلع كل بِلاطة يساوي ٢٠سم ؟

٥) عندما صببنا ٢٢٥٠٠ ليتر من الماء في حوض مكعب الشكل، ارتفع الماء فيه الى علوّ اربعين سنتيمتراً، فكم يكون طول اضلاع هذا الحوض ؟

٦) جنينة مربعة الشكل تبلغ مساحتها ٢٤٠١م٢ فكم متراً يكون طول كل من اضلاعها ؟

٧) اذا أُنفِق ١٧،٠١ ليرة على دهان جميع السطوح لصندوق مكعب، فبلغ ما أُنفِق على المتر المربع منه ٣،٥ ليرات، فكم سنتيمتراً يكون طول حدّ هذا الصندوق ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحلّ :

١) وِعاء يبلغ وزنه وهو مملوء زيتاً ٥ ٨/٥كغ، واذا كان فارغاً يبلغ وزنه ٢/٩ وزنه وهو مملوء زيتاً، فكم ليتراً من الزيت يَسَع اذا كانت كثافة هذا الزيت ٠،٩٤ ؟

٢) اشترى حَلواني ٦٠ ليتر حليب، بلغ وزنها ٦١،٦٢كغ، فاذا كانت كثافة الحليب ١،٠٣ فهل يكون فيه ماء ؟... و كم يكون مقدار ما فيه من الماء ؟

الدرس الثامن والسبعون

ضرب الاعداد المركبة وقسمتها

١) اذا كان ساع يقطع المسافة الكائنة بين بلدين في ٣ ساعات و١٢ دقيقة و١٥ ثانية فالى كم من الوقت يحتاج لقطع هذه المسافة ٦ مرات ؟

كيفية الحل :

ثا	دق	سا
١٥	١٢	٣
		٦
٣٠	١٣	١٩

لمعرفة الوقت اللازم لذلك، يضرب ما يصرفه من الوقت في المرة الواحدة في الرقم ٦ كما هو مبين الى يسار هذه الصفحة .

وتضرب اولا الثواني : ١٥×٦=٩٠ ثانية اي دقيقة واحدة و٣٠ ثانية ، فتكتب الـ ٣٠ ثانية في عمود الثواني ، ويحتفظ بالدقيقة الواحدة لضمها الى حاصل ضرب الدقائق ، ثم تضرب بعد ذلك الدقائق : ١٢×٦=٧٢ دقيقة ، فتجمع اليها الدقيقة الناتجة عن الثواني ، فتصبح ٧٣ دقيقة ، اي ساعة واحدة و١٣ دقيقة ، فتكتب الـ١٣ دقيقة في عمود الدقائق ويحتفظ بالساعة الواحدة الناتجة عن الدقائق لضمها الى حاصل الضرب في عدد الساعات .

واخيراً تضرب الـ ٣×٦=١٨ ساعة ، فتضم الساعة الناتجة عن عمود الدقائق ، فيصبح مجموع الساعات ١٩ فتكتب في عمود الساعات .

واذاً فالجواب هو

ثا	دق	سا
٣٠	١٣	١٩

فنستنتج مما تقدم ، انه عندما يراد ضرب الاعداد المركبة ، يضرب اولا المضروب فيه في كل جنس من وحدات العدد المركب المضروب ، ويبتدأ من اليمين على ان يستخرج من حاصل ضرب كل جنس ما يحتويه من الوحدات التي تكبره مباشرة ، لكيما نضيفها الى حاصل ضرب هذه الوحدات .

٢) اذا كان نبع يصب في حوض سعته ٦ م^{٣} فيملؤه في مدة ٢٠ ثا ٢٤ دق ١٦ سا ففي كم من الوقت يمكن ان يصب هذا النبع متراً مكعباً ؟

كيفية الحل :

لمعرفة مقدار الوقت الذي فيه يصب هذا النبع متراً مكعباً يجب اجراء القسمة ، ولقسمة هذا العدد المركب على ٦ تنظم الاعداد كما يظهر الى يسار هذه الصفحة ثم يبتدأ بالقسمة على النحو الآتي : ١٦سا÷٦=٢سا فيكتب الرقم ٢ في الخارج فوق الساعات ، ويبقى ٤ ساعات فتحول الى دقائق اي ٦٠×٤=٢٤٠ دقيقة تجمع مع الدقائق فيصبح عددها كلها ٢٦٤ دقيقة ، ويقسم عددها على ٦ اي ٢٦٤÷٦=٤٤ دق تكتب في الخارج فوق الدقائق ولا يبقى عندئذ شيء من الدقائق ، فتنزل الثواني وتقسم ١٨÷٦=٣ ثوان فتكتب في الخارج فوق الثواني .

وهكذا يكون خارج القسمة ٣ ثا ٤٤ دق ٢ سا

٣ ٤٤ ٢
١٨ ، ٢٤ ، ٦/١٦
١٢
٢٤٠ + ٤ =
٢٦٤
٢٤
٢٤
٢٤
٠٠
٨١
٨١
٠٠

ومما ذكر اعلاه يتضح لنا انه عندما تراد قسمة الاعداد المركبة ، يقسم كل جنس من وحدات العدد المركب على المقسوم عليه ، ويبتدأ من اليسار على ان يحول كل باق من جنس ما الى وحدات الجنس الذي هو دونه ويضاف اليه ، وعلى هذا النسق تتابع القسمة حتى النهاية .

تمارين خطية :

إضرب الاعداد الآتية :

٢٠ ثا ١٢ دق ١٥ سا × ٨ = ؟

٣٥ ثا ١٩ دق ٢٧ سا × ١٢ = ؟

٣٢ ثا ٢٩ دق ٢٥ سا × ٧ = ؟

٣٢ ثا ٥٥ دق ٣٥ سا × ١٥ = ؟

٣٩ ثا ٥٢ دق ٥٥ سا × ٥ = ؟

٦٠ ثا ٣٢ دق ٥٧ سا × ١٣ = ؟

إضرب الاعداد الآتية :

٣٢ دق ١٢ سا ٦ أيام × ٣٠ = ؟ ٦٠ دق ٤٠ سا ٥٠ يوماً × ١٥ = ؟

٤٠ دق ١٥ سا ٢٥ يوماً × ٤٢ = ؟ ٤٠ دق ٣٢ سا ٢٦ يوماً × ١٣ = ؟

١٧ دق ٤٥ سا ٣٠ يوماً × ٣٢ = ؟ ٦٢ دق ٧٠ سا ١٦ يوماً × ٢٥ = ؟

إقسم الاعداد الآتية :

٤٠ ثا ٣٨ دق ١٦ سا ÷ ٤٠ = ؟ ٦٦ ثا ٥٠ دق ٣٦ سا ÷ ٦٢ = ؟

٣٢ ثا ٣٠ دق ٧٥ سا ÷ ٥٥ = ؟ ٥٥ ثا ٧٥ دق ٣٥ سا ÷ ٤٠ = ؟

٢٥ ثا ٩٥ دق ٥٠ سا ÷ ٥٢ = ؟ ٧٠ ثا ٢٨ دق ٧٢ سا ÷ ٥٠ = ؟

أسئلة للحل :

١) اذا قَطَعَتْ باخرة ٣٦ كم في مدة ساعة و ٢٠ دق ، فكم تكون سرعتها في الساعة؟

٢) اذا كان احد الكتبة يكتب كل يوم مدة ٧ ساعات و ٢٥ دقيقة و ٤٥ ثانية ، فكم يكون ما يكتبه في ٢٠ يوماً ؟

٣) تقطع سيارة في الساعة ٤٨ كم فكم تكون المسافة التي تقطعها في ساعتين و ٤٥ دق ؟

٤) اذا قطع راكب دراجة بخارية ٦٣ كم في مدة ٣ ساعات و ٣٠ دق ، فكم تكون سرعته في الساعة ؟

٥) اذا كانت سيارة تقطع في الساعة ٤٨ كم فكم تكون المسافة التي تقطعها في مدة ٤ ساعات و ٢٠ دق ؟

٦) اذا بَلَّط عامل غرفة في مدة ٤ أيام و٥ ساعات و٣٥ دق، ففي كم يوم يستطيع ان يبلّط ٨ غرف مثلها ؟

٧) اذا بنى احد البنائين ٨ مخازن متشابهة بالشكل والحجم، فاستغرق عمله ذاك ١١ شهراً و٢٠ يوماً و٩ ساعات، فكم يكون ما يلزمه من الوقت ليبني مخزناً واحداً منها ؟

٨) حنفية تصب ٤٠ ليتراً من الماء في مدة ساعة و٤٥ دقيقة و٥٠ ثانية، ففي كم من الوقت يمكن ان تصب ١٢ ليتراً ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) أُرْسُم مُخَطَّط حديقة مستطيلة الشكل، يبلغ طولها ٥٠م وعرضها ٤٠م بمقياس $\frac{١}{٥٠٠٠}$

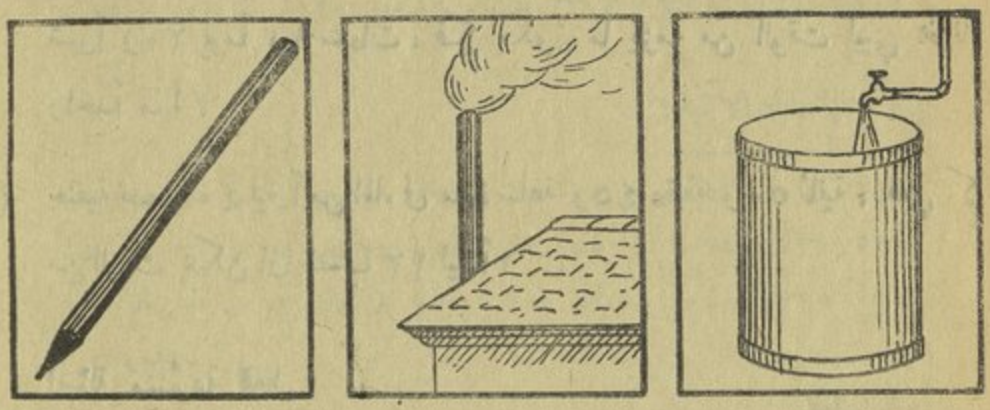
٢) جنينة مربعة الشكل، طول ضلعها ٢ سنتيمتران على مقياس $\frac{١}{١٠٠٠٠}$ فكم تكون مساحتها بالامتار المربعة ؟

٣) يُنْفِق عامل نصف مَكْسَبِه على طعامه، و٨٠ ليرة اجرة غرفة للسكن، و٢٢٠ ليرة ثمن لباسه، فاذا وَفَّر بعد مُضِيّ ٥ سنوات مبلغاً قدره ١١٢٥ ليرة، فكم يكون مكسبه اليومي، مع العلم انه كان ينقطع عن العمل خلال السنة مدة ٦٥ يوماً ؟

٤) بَدَّال عنده صندوقان من الشاي وفي كل منهما ١٠٠ علبة، فاذا أخذ من أحدهما عدداً من العلب ووضعها في الآخر فصار ما في الصندوق الثاني ثلاثة امثال ما في الاول، فكم يكون عدد العلب التي نقلها من الصندوق الاول الى الثاني ؟

الدرس التاسع والسبعون

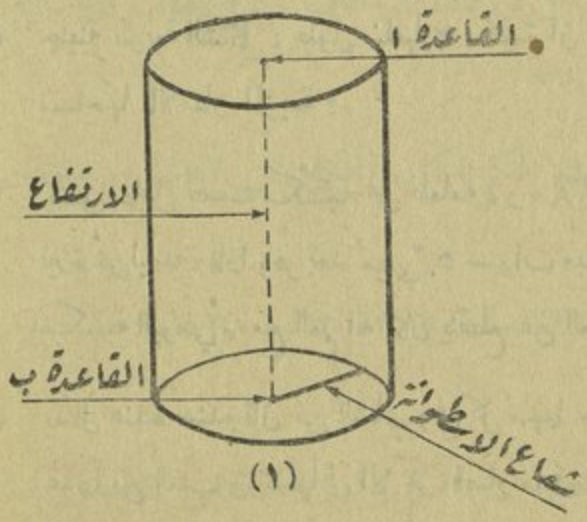
الاسطوانة القائمة



ان كلا من عن علبة الدهان ، برميل الماء ، العمود الحجري ، المدخنة ، قساطل المياه ، يمثل اسطوانة، وان كل جسم كما ترى في الرسوم اعلاه، قد حصر بين دائرتين متساويتين ومتوازيتين ، واحيط بسطح جانبي ، منحن يمثل اسطوانة .

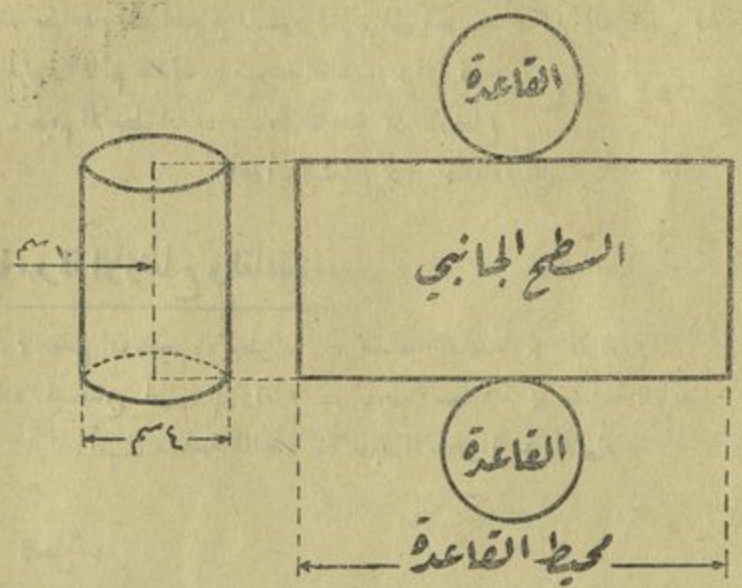
اجزاء الاسطوانة الرئيسية :

تأمل في الرسم الى اليسار ترى كل الاقسام الرئيسية للاسطوانة ، فالدائرتان اللتان تراهما في الرسم (١) تسميان قاعدتي الاسطوانة ، والبعد بين مركزي الدائرتين يسمى « ارتفاع الاسطوانة » اما الخط الذي يصل بين مركز احدى القاعدتين بنقطة كائنة على محيط القاعدة فيسمى « شعاع الاسطوانة »



(١)

انفراد الاسطوانة ومساحتها الجانبية :



تلاحظ في الشكل (٢) اسطوانة صنعت من الورق بارتفاع ١٠سم وقطر كل من قاعدتيها ٤سم وقد فتحت كما هو ظاهر في الرسم اعلاه ، وظهر ان سطحها الجانبي مستطيل يساوي طوله طول محيط القاعدة ، وعرضه ارتفاع الاسطوانة .

فنستنتج مما تقدم ان المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

وبما أن محيط القاعدة = ٢ شعاع × π

فان المساحة الجانبية = ٢ شعاع × π × الارتفاع

فتكون المساحة في الرسم اعلاه = ٤×٣،١٤١٦ × ١٠ = ١٢٥،٦٦٤٠ سم^{٢} وهو الجواب

المساحة الكلية :

ان مساحة الاسطوانة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين ، وبناء عليه فليست مساحة القاعدتين سوى مساحة دائرتين .

فتكون اذاً مساحة الدائرتين في الرسم اعلاه = ٢×٢×٣،١٤١٦×٢ = ٢٥،١٣٢٨

وتكون المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين

أي : ١٢٥،٦٦٤٠ + ٢٥،١٣٢٨ = ١٥٠،٧٩٦٨سم^{٢} وهو الجواب .

حجم الاسطوانة :

لاحظ عند مضاعفة عدد اضلاع المنشور القائم الى آخر حد يمكن انه يظهر بشكل اسطوانة وان حجم المنشور القائم عندئذ = مساحة القاعدة × الارتفاع

وان حجم الاسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

أي أن الشعاع × π × الارتفاع

كيفية معرفة الارتفاع والقاعدة :

لقد علمت مما تقدم ان حجم الاسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

وبناء عليه فيستنتج أن الارتفاع = حجم الاسطوانة ÷ مساحة القاعدة

وأن مساحة القاعدة = حجم الاسطوانة ÷ الارتفاع

أسئلة للحلّ :

١) إناء أسطوانيّ الشكل ، طول قطر قاعدته الداخليّ ٢٤سم ، وارتفاعه ٦٠سم ، فكم ليتراً يسع ؟

٢) طول عمود من المرمر مستدير الشكل ٨ أمتار وقطر قاعدته ٧٦سم ، فكم يكون حجمه ؟

٣) جِدْ حجم علبة مستديرة للبرانيط ، قطر قاعدتها ٤٠سم ، وارتفاعها ٤٠ سم ؟

٤) جِدِ المساحة الخارجية والمساحة الكليّة وحجم أسطوانة قطرها ١٠سم ، وارتفاعها ١٥سم ؟

٥) حجم جذع شجرة أسطوانيّة الشكل ٣٧٦،٨ دسم٣ فاذا كان نصف قطر قاعدتها ٣ دسم ، فكم يكون طول هذا الجذع ؟

٦) بئر قطرها ٥ أمتار، فاذا كانت تسع من الماء: ٧٨٥٤٠ ليتراً، فكم يكون عمقها؟

٧) حوض مستدير محيطه ٥٠،٢٤م فكم تكون نفقة فرش أرضه بالترابة الفرنجيه، اذا كانت نفقة المتر المربع ٦٧،٥ فرنكاً؟

٨) صفيحة أسطوانية الشكل قطرها ٢ دسيمتران، وارتفاعها ٤ دسم، فكم تكون مساحتها الجانبيّة وكم تكون سعتها؟

٩) اذا افرغنا المياه الموجودة في بئر نصف قطرها ٢ متران وجدنا انها تسع من الماء: ٦٢٨٣٢ ليتراً، فكم يكون عمق هذه البئر؟

١٠) مُلِيء حوض اسطوانيّ الشكل قطر قاعدته ٢،٨٠ متران بمدة ٥ ½ ساعات، فكم يكون عمقه اذا كان الماء يصب فيه بمعدل ٩،٥ ليترات في الدقيقة؟

١١) بئر قطرها ٤ أمتار وعمقها ٥ أمتار فاذا فُرِشَتْ كمية التراب المستخرجة منها في غرفة طولها ٤ أمتار وعرضها ٣ أمتار، فكم تكون سماكة هذه الطبقة من التراب؟

١٢) كم هو عمق بئر اسطوانيّة الشكل طول قطرها ٢ متران، وقد مُلِئَتْ بالماء الى ٤/٥ سعتها، مع العلم ان الماء الذي فيها يساوي ١٢٥٠٠ ليتر؟ (ط = ٣،١٤)

١٣) عندما أخذنا من مستودع أسطواني الشكل مملوء بالماء ما حجمه ٣٧٧٣ ليتراً، إنخفض ارتفاع الماء عما كان عليه بمقدار ٥سم، فكم يكون طول محيط هذا المستودع؟ (ط = ٣،١٤)

الدرس الثمانون

مسائل متنوعة للحل

١ ـ مسائل في الاعداد المركبة :

١) كم تكون سُرعة سيارة في مدّة ساعة ، اذا كانت تقطع ٩٠كم في ٥٠ دقيقة ؟

٢) ساعة تتأخّر ٣٥ ثانية في اليوم ، فكم دقيقة و كم ثانية تتأخّر في اسبوع واحد ؟

٣) يقطع سائق سيارة شحن ٣كم في ٤ دقائق، فكم تكون سرعة سيارته في الساعة ؟

٤) ساعة تُسبّق ٤٠ ثانية في اليوم ، فكم دقيقة و كم ثانية تُسبّق في شهر تموز ؟

٥) على حبيب ان يقطع مسافة ٣٠كم فاذا سار عند الساعة الـ ٦ صباحاً بسرعة ٥كم في الساعة ، ففي أي ساعة يصل الى نهاية تلك المسافة ؟

٦) اذا كان راكب دراجة يقطع ١٣كم في الساعة ، فكم يلزمه من الوقت ليقطع ٣٩كم ؟... وفي أيّة ساعة يصل الى المكان الذي يقصده اذا ترك المكان الذي هو فيه في الساعة الـ ٨ والدقيقة الـ ٢٥ واذا توقف في الطريق مدة ٤٠ دقيقة؟

٧) إحدى الساعات تُسبّق دقيقة و٢٥ ثانية في الساعة ، فاذا صُلّحَتْ ظهراً ، فكم يكون مقدار الزمن الذي تدُلّ عليه حينما تبلغ الساعة الحقيقية السادسة في صباح اليوم التالي ؟

٨) يقطع سائح مسافة ٤،٢٥كم في الساعة ، فكم تكون المسافة التي يقطعها بهذه السرعة ، اذا دام سَيْرُهُ من الساعة الـ ٨ والدقيقة الـ ٤٥ صباحاً ، الى الساعة الـ ٦ بعد الظهر ، مع العلم انه توقّف عن السير مدة ساعة وربع لتناول غذائه ؟

٩) سار قطار من بيروت في الساعة الـ ٧ والدقيقة الـ ٣٠ فوصل الى بحمدون بعد سير ساعتين و٢٥دق ، مع العلم انه توقّف عن سَيْرِه في تلك المدة ٢٠دق ، ثم تابع سَفَرَه الى دمشق ، فوصل اليها بعد مسير ٦ سا و٣٥ دق ، ففي أية ساعة يكون قد وصل ؟

١٠) ذهب راكب درّاجة في الساعة ٦½ صباحاً ، فوصل الى المكان الذي يقصده في الساعة الـ ٨ والدقيقة الـ ٥٠ بعد أن قطع مسافة طولها ١٥،٥كم ، فكم يكون معدّل سرعته في الساعة ، اذا توقّف في طريقه مدة ٢٠ دقيقة للاستراحة ؟

٢ ـ تمارين على المسائل النموذجية في الكسور الدارجة :

١) اشتركت ٣ سيدات في شراء قطعة حرير ، بلغ طولها ٤٨م على معدّل سعر المتر ٣،٥ ليرات ، ثم اقتسمنَها فأَخذَتِ الاولى ثلثها ، وَأَخذَتِ الثانية والثالثة ما بقي منها ، وبذلك زاد نصيب الثانية ٦ أمتار عن نصيب الثالثة ، فكم متراً من الحرير تكون قد أخذت كل سيدة ؟... وكم ليرة يجب ان تدفع كل واحدة من الثلاث ؟

٢) اذا صرف رجل ½ ما معه من النقود ، ثم عاد فصرف ⅓ الباقي ، وبعد حين صرف ¼ الباقي الاخير ، وبعد ذلك المصروف كله بقي معه ٥٠ ليرة ، فكم يكون مقدار المبلغ الذي كان يملكه اولا ؟

٣) باع تاجر ثوبَيْن من الحرير فقبض ثمن كل واحد منهما ٦٦٠ ليرة، فاذا كان قد ربح في الثوب الاول ١/٤ ثمنه، وخسر في الثوب الثاني ١/٤ ثمنه، فهل يكون قد خسر أم ربح و كم يكون مقدار ذلك ؟

٤) اذا قُسِمَتْ ثروة قيمتها ١٨٠٠ ليرة بين ٣ أشخاص، فاخذ الاول ١/٢ ما أخذه الثاني، وأخذ الثاني ٢/٣ ما أخذه الثالث، فكم ليرة تكون حصة كل واحد منهم؟

٥) باع رجل منزلا له بمبلغ ٢٤٠٦٦ ليرة، ولما أجرى حسابه وجد أنه قد خسر ١/٧ ما دفع عندما اشترى ذلك المنزل، فبكم ليرة كان يجب أن يبيعه حتى يكسب ١/٥ ثمن البيت الاصلي ؟

٦) قُسِم مبلغ ٣٧٤ ليرة بين ثلاثة اشخاص، فَخُصَّ الثاني بـ ٤/٥ ما خُصَّ به الاول، وخُصَّ الثالث بِضِعف ما خُصَّ به الثاني، فكم ليرة يكون نصيب كل منهم ؟

٧) قال طالب لآخر: ان ٢/٥ ما معي من النقود يساويان ٢/٣ ما معك، وما معي يزيد عما معك بمقدار ٢٠٠ ليرة، فكم ليرة يكون مع كل منهما ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحلّ:

١) باع سمّان ٣/٨ ثم ٤/٧ ما عنده من السمن، ثم باع الباقي بـ ٢٣،٢٥ ليرة على معدل سعر الكيلوغرام ٧ ليرات، فكم كيلوغراماً كان عنده اولاً ؟

٢) كان ارتفاع الماء في اسطوانة ٢٠ سم، ولما أُسْقِطَ فيها جسم حجمه ٣٠٤٩،٢ سم٣ أصبح ارتفاع الماء فيها ٢٢،٢ سم، فكم يكون قطر فُوهة هذه الاسطوانة من الداخل (ط = ٢٢/٧) ؟

الدرس الحادي والثمانون

السرعة ـ المسافة ـ الزمن

١) المسافة : هي الطريق التي يجتازها جسم ما متحرك

اليك مثالا على ذلك :

أن راكب دراجة يقطع ١٢،٥ كم في الساعة ، فكم تكون المسافة التي يقطعها اذا سار مدة ٣ سا و ٣٠ دق ؟

كيفية الحل :

١٢،٥ × ٣،٥ = ٤٣،٧٥ كم وهي المسافة

ومما مر يستنتج :

أن المسافة = السرعة × الوقت

٢) السرعة : هي عبارة عن المسافة التي يقطعها جسم متحرك بانتظام في وحدة من الزمن. فيقال مثلا ان سرعة السيارة في الساعة ٨٠ كم وسرعة الطائرة ٣٥٠ كم الخ

واليك هذه العملية النموذجية :

اذا قطعت طائرة ١٤٤٠ كم في ٤ ساعات ، فكم تكون سرعتها في الساعة ؟

كيفية الحل :

ان الـ ١٤٤٠ كيلومتراً يجب أن تقسم على ٤ وبقسمتها على ٤ يتضح لنا ان سرعة الطائرة في الساعة تبلغ ٣٦٠ كم. ويستحسن ان تنظم العملية هكذا : ١٤٤٠÷٤=٣٦٠ كم وهو الجواب

ومما مر يستنتج :

ان السرعة = المسافة ÷ الزمن

فالـ ١٤٤٠ كم في المثال السابق ، هي عبارة عن المسافة ، والـ ٤ ساعات ، هي كناية عن الوقت ، وبقسمة الاولى على الثانية يعرف الخارج : ٣٦٠ كم، وهو يدل على مقدار سرعة الطائرة في الساعة .

٣) الوقت أو الزمن : هو عدد الوحدات الزمنية ، التي يحتاجها الجسم المتحرك لاجتياز احدى المسافات .

مثال ذلك : غادرت سيارة بيروت ، متجهة نحو دمشق ، بسرعة ٤٠ كم في الساعة ، فالى كم تحتاج من الوقت لتصل الى دمشق ، واذا كانت المسافة بين بيروت ودمشق تبلغ ١١٠ كم ؟

كيفية الحل :

ان الـ ١١٠ كم يجب ان تقسم على ٤٠ فينجم عن ذلك ٢،٧٥ ساعتان وهو الجواب .

ويستحسن أن تنظم العملية هكذا : ١١٠÷٤٠ = ٢،٧٥

ومما مر يستنتج :

ان الوقت = المسافة ÷ السرعة .

أسئلة للحل :

١) يقطع تلميذ المسافة الكائنة بين منزله والمدرسة التي يتعلم فيها في مدة ١٠ دقائق اذا سار بسرعة ٦كم في الساعة ، فاذا اضطر أن يقطع هذه المسافة في احد الايام في ٨ دقائق ، فبأي سرعة يجب ان يسير في الساعة ؟

٢) سافر رجل من منزله في القاهرة في الساعة الـ ٧ والدقيقة الـ ١٥ صباحاً ، قاصداً الاهرام ، فاذا كان يقطع ٨ كم في ساعتين، فكم يكون قد بقي عليه ان يقطع عند الساعة الـ ١٠ صباحاً والدقيقة الـ ٣٠ على تقدير أن المسافة بين الاهرام ومنزله تبلغ ٢٠ كم ؟

٣) اذا قطعت سيارة ٢٢٠ كيلومتراً في ٤ ساعات ، فكم ينبغي ان يكون الزمن الذي تحتاجه سيارة أخرى تبلغ سرعتها ٤/٥ سرعة السيارة الاولى لقطع المسافة عينها؟

٤) اذا احتاجت سيارة الى ساعتين ونصف لكي تصل من مدينة الى أخرى بسرعة ٦٠ كم في الساعة ، فكم يجب ان تكون سرعتها اذا أطيلت لها المدة لتصل للمدينة الاخرى في ظرف ٣ ساعات ؟

٥) ساعٍ يسكن على بعد ٩ كم من المحطة ، فاذا غادر منزله عند الساعة الـ ٨ والدقيقة الـ ١٥ سائراً بسرعة ٦ كم في الساعة لكي يتمكن من ركوب القطار عند الساعة العاشرة ، فهل يصل قبل سفر القطار وبكم دقيقة يصل قبله ؟

٦) خيال قطع مسافة ٧٢ كم في ٦ ساعات ، فاذا كان قد قطع ٢/٣ الطريق بسرعة ١٦ كم في الساعة ، فكم يكون قد قلّل من سرعته في الساعة اذا وصل الى المحل الذي يقصده في الوقت المعيّن ؟

٧) راكب درّاجة عليه ان يقطع مسافة ٥٤ كم في ٤ ١/٢ ساعات ، فاذا قطع من هذه المسافة ١٢ كم وتوقف مدة ٤٥ دقيقة ، فكم يلزم ان تزيد سرعته لكي يتمكن من قطع هذه المسافة في الوقت المعيّن ؟

٨) احتاج قطار يبلغ طوله ٩٠ متراً، وَتُقدَّر سرعته بـ ٣٠ كيلومتراً في الساعة، الى دقيقتين حتى مرَّ باحدى القرى، فكم يكون طول تلك القرية التي مرَّ بها؟

٩) خرج رجل من احدى المدن قاصداً مدينة أخرى، وكان البُعْد بين المدينة التي كان فيها والمدينة التي قصدها ٤٠٠كم فاذا وجد بعد ٨ أيام ان ما بقي من طريقه يساوي ١/٤ ما قطعه منها، فكم كيلومتراً يكون قد قطع في اليوم؟... واذا كان يسير ٨ ساعات في اليوم، فكم تكون سرعته في الساعة؟

١٠) دخل قطار وهو في طريقه نَفَقاً، فبَعْد كم ثانية ينتهي من عبوره اذا كان طول النفق ٧٢٠ متراً، وطول القطار ٨٠ متراً، وسرعته ٤٨ كيلومتراً في الساعة؟

١١) اراد رجل ان ينتقل من مدينة الى اخرى تَبْعُد عنه مسافة ٦٦كم فمشى ستة كيلومترات، ثم ركب في سيارة فقطع مسافة ما، ثم انه وصل الى المدينة التي يقصدها بعد ان قطع في القطار ٣ أضعاف المسافة التي قطعها في السيارة، فكم تكون المسافة التي قطعها في السيارة؟... وكم تكون المسافة التي قطعها في القطار؟

أسئلة للحل:

١) يُملأ خزّان اسطوانيّ الشكل قطره ٣،٢٠ أمتار وعمقه ٢،١٠ متران، بالبنزين حتى ٦سم من حافته العليا، فكم هو ثمن هذه الكمية من البنزين اذا كانت تنكة الـ ١٨ ليتراً تباع بـ ٧٤٠ غرشاً لبنانياً؟

٢) صنع حداد مِدْخَنَة صغيرة طولها ٣٥سم من صفيحة حديد مساحتها ١٣٧٤سم٢ فثناها من الطرفين بعرض ١٠مم لتعليق الطرفين احدهما بالآخر، فكم يكون قطر هذه المدخنة؟

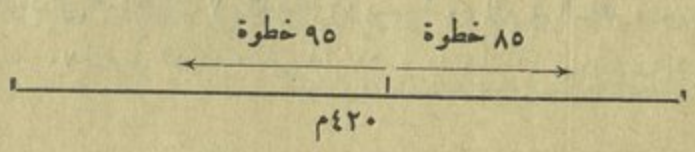
الدرس الثاني والثمانون

مسائل حول السعاة والبريد

١ ـ في حال اتجاه كل من الساعيَيْن اتجاهاً معاكساً لاتجاه الآخر :

مسألة نموذجية :

سار ساعيان من مكان واحد وفي وقت واحد ، قاصدين وجهتين متعاكستين ، فكم تصبح المسافة بينهما بعد مضي ٣ سا و٢٠ دق اذا كان الاول يمشي ٨٥ خطوة في الدقيقة والثاني ٩٥ خطوة واذا كان طول خطوة كل منهما ٠،٧٠م ؟



اذا سار كل واحد منهما دقيقة من الزمن ،

تكون المسافة بينهما ٨٥ + ٩٥ = ١٨٠ خطوة

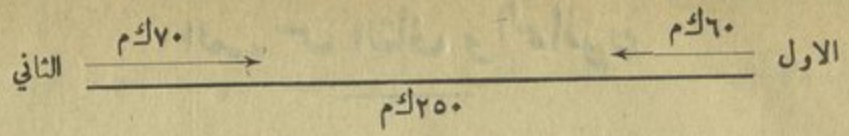
أي ان ١٨٠ × ٠،٧٥ = ١٢٦ متراً

واذا سارا ٣ سا و ٢٠ دق تصبح المسافة : ١/٣ × ٣ × ١٢٦ = ٤٢٠ متراً وهو الجواب .

٢ ـ في حال توجه احد الساعيَيْن نحو الآخر :

مسألة نموذجية :

المسافة بين قطارين ٥٢٠ كم فاذا سار الاول في الساعة الثامنة صباحاً متجهاً نحو الثاني بسرعة ٦٠ كم في الساعة ، وسار الثاني نحو الاول في الوقت عينه بسرعة ٧٠ كم في الساعة ، فبعد كم من الوقت يلتقيان ؟ وكم تكون الساعة عند التقائهما ؟



لقد كانت المسافة بينهما لما ساو الواحد منهما نحو الآخر ٥٢٠ كم.

فسار الواحد نحو الآخر مدة ساعة قطعا خلالها : ٦٠ + ٧٠ = ١٣٠ كم

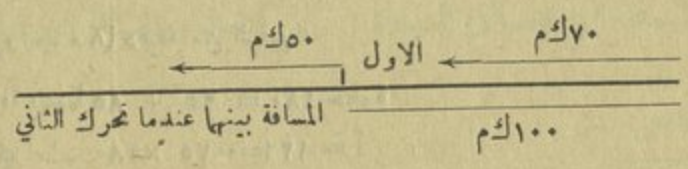
ولكي يقطعا مسافة ٥٢٠ كم يجب ان يسيرا : ٥٢٠ ÷ ١٣٠ = ٤ سا

فيكون لقاؤهما اذاً في الساعة : ٨ + ٤ = ١٢ سا ظهراً

٣ ـ في حال اتّباع احد الساعيَين للآخر.

مسألة نموذجية :

قطار غادر رياق في الساعة الـ ٧ والدقيقة ١٢ بسرعة ٥٠ كم في الساعة ، وبعد ساعتين تبعه قطار آخر بسرعة ٧٠ كم في الساعة ، ففي أية ساعة وبعد قطع أية مسافة يدرك القطار الثاني القطار الاول ؟



يبعد القطار الاول عن الثاني ١٠٠ كم فبعد مرور ساعة من السير يقترب الثاني من الاول ٧٠ ـ ٥٠ = ٢٠ كم

ولكي يدنو منه ١٠٠ كم عليه أن يسير : ١٠٠ ÷ ٢٠ = ٥ سا

واذاً فيلحق القطار الثاني القطار الاول في الساعة الـ ١٢ والدقيقة الـ ١٢

وبعد قطع مسافة ٧٠ × ٥ = ٣٥٠ كم

وعلى نَسَقِ هذه النماذج الثلاثة حِلّ الاسئلة الآتية :

أسئلة للحل :

١) سار قطاران من نقطة واحدة وفي وقت واحد ، فتوجه أولهما شرقاً والثاني غرباً ، وبعد مضي ٥ ساعات ، كانت المسافة بينهما ٧٠٠ كم فكم تكون سرعة القطار الاول اذا كانت سرعة الثاني ٦٠ كم في الساعة ؟

٢) بلدان متقابلان ، انطلقت من كل منهما في آنٍ واحد سيارة بقصد ان تلتقيا ، وكانت سرعة السيارة الاولى ٧٢ كم في الساعة ، وسرعة الثانية ٦٣ كم ، فكم كيلومتراً تكون المسافة بينهما اذا التقتا بعد مضي ٧ ساعات ؟

٣) قاذفة قنابل تقدر سرعتها بـ ٨٥ ميلا في الساعة ، فاذا طاردتها طائرة بسرعة ١٣٠ ميلا في الساعة ، فبعد كم من الوقت تدرك الطائرة المطاردة تلك القاذفة ، اذا كانت المسافة بينهما في المطاردة ١٥ ميلا ؟

٤) قطاران واقفان على خطين متجاورين ، فاذا انطلقا باتجاه واحد ، وكانت سرعة الاول في الساعة ٤٠ كيلومتراً ، وسرعة الثاني ٥٠ كيلومتراً ، فكم يكون البعد بينهما بعد مرور ٣ ساعات ؟

٥) سيارتان غادرتا (الكاراج) الذين كانتا فيه في وقت واحد فاتجهت الواحدة شرقاً والاخرى غرباً ، فبعد مرور كم من الزمن تصبح المسافة بينهما ٤٦٠ كم اذا كانت سرعة الاولى ٦٠ كم في الساعة وسرعة الثانية ٥٥ كم ؟

٧) هرب سجين من السجن فكان يقطع ٥ أميال في الساعة ، وبعدما قطع ٤٥ ميلا تبعه الحارس يمتطي فرسه فادركه بعد مضي ١١ ساعة ، فكم ميلا يكون الحارس قد قطع في الساعة ؟

٧) اذا كانت المسافة بين مدينتين ١٨٠ ميلا وقصدت سيارة من المدينة الاولى الى الثانية في الساعة الثامنة صباحاً بسرعة ٣٥ ميلا في الساعة وسارت في الوقت عينه سيارة من المدينة الثانية الى الاولى بسرعة ٢٥ ميلا في الساعة ، ففي أية ساعة تلتقي السيارتان ؟... و كم تكون المسافة بينهما ؟

٨) مدينتان يبلغ البعد بينهما ٢٤٨ كم فاذا سار قطار من كل منهما في الساعة الـ ٧ صباحاً بقصد ان يلتقيا ، و كانت سرعة الاول تقدر بـ ٢٧ كم في الساعة ، وسرعة الثاني بـ ٣٥ كم في الساعة ، ففي أي وقت وعلى أي مسافة من كلتا المدينتين يتم الالتقاء ؟

٩) سار رجل في الساعة الـ ٧ صباحاً من بلدة «ا» متوجهاً نحو «ب» بسرعة ٤،٥ كم في الساعة ، وفي الساعة الـ ٦ من صباح اليوم عينه سافر رجل راكباً دراجة من «ب» متوجهاً نحو «ا» بسرعة ١٢ كم في الساعة، فاذا التقيا في الساعة الثامنة صباحاً فكم يكون البعد بين «ا» و «ب» ؟

١٠) انطلقت سيارة من مدينة في الساعة التاسعة والدقيقة العشرين قاصدة مدينة اخرى بسرعة ٤١ ١/٤ كيلومتراً في الساعة، وفي الساعة العاشرة والدقيقة العشرين انطلق قطار من المدينة الاولى الى الثانية فوصل اليها مع السيارة في الساعة ١٢ فكم تكون سرعة القطار و كم تكون المسافة بين المدينتين اذا كان الخط الحديدي على موازاة طريق السيارة ؟

١١) راكب دراجة سار شرقاً بسرعة ٤٠ كم في الساعة ، ومضى راكب سيارة في الوقت عينه ، ومن المكان عينه ايضاً الى جهة الغرب بسرعة ٧٠ كم في الساعة فكم تصبح المسافة بينهما بعد مضي ٧ سا و ١٢ دق ؟

١٢) راكب دراجة سافر من مدينة «ا» في الساعة الـ ٨ صباحاً قاصداً مدينة «ب» بسرعة ١٢ كم في الساعة، وبعد ساعة من سفره تبعه آخر بسرعة ١٨ كم في الساعة، فبعد كم ساعة يدرك الثاني الاول ؟... وكم تكون الساعة عندئذ ؟... وكم تكون المسافة بين المدينتين ؟

١٣) خرج زيد من البصرة قاصداً الكوفة، وذهب عمرو من الكوفة الى البصرة، وكان ذهابهما في وقت واحد وعلى طريق واحدة، وكانت المسافة بين المدينتين ١٠٠ ميل، وبعد مرور سبع ساعات على مسيرهما التقيا في الطريق، فاذا كان زيد يقطع في الساعة ١ ١/٣ ميلا زيادة عما يقطعه عمرو، فكم هي المسافة التي كان يقطعها كل منهما في الساعة ؟

١٤) اذا قطع كريم ثُلثَيْ مسافة بين بلدَيْن في ٤ أيام، واذا قطع سليم ثلاثة أرباع تلك المسافة في ٦ أيام، فبعد كم يوم يجب ان يتبع السريع منهما الثاني الذي هو أقل سرعة حتى يصلا الى البلد الثاني معاً ؟

١٥) سافر زيد من احدى المدن، فكان يقطع في الساعة ٣ أميال، وبعدما قطع ٢٤ ميلاً، تبعه عمرو، فادركه بعد ٨ ساعات، فكم ميلا يكون قد قطع عمرو في الساعة ؟

١٦) تسير سيارة شحن مسافة ٤٠ كم في الساعة، فاذا غادَرَتْ دمشق الى حلب في الساعة السابعة صباحاً، وانطلقت سيارة أخرى بعكس الاتجاه الذي سارت به الاولى بسرعة تُقدَّر بـ ٦٠ كم في الساعة، تاركة حلب في الساعة الثامنة والنصف، ففي أية ساعة تتلاقى السيارتان، وعلى أية مسافة من دمشق يكون تلاقيهما اذا كانت المسافة بين المدينتين ٣٦٠ كم ؟

الدرس الثالث والثمانون

النسبة والتناسب

القاعدة الثلاثية الطردية

المقادير المتناسبة طرداً :

اذا كان ثمن ورقة الرسم ٥ غروش ، فيكون ثمن ورقتين اكثر من ذلك بمرة ، أي ١٠ غروش ويكون ثمن ٣ ورقات ١٥ غرشاً ، وثمن ٤ ورقات ٢٠ غرشاً ، فمن هنا نستنتج ان عدد الورقات قد زاد بازدياد الثمن ، وبذات النسبة ، وكذلك اذا كان ثمن الـ ٤ اقلام مثلا ٤٠ غرشاً ، يكون ثمن الـ ٣ اقلام ٣٠ غرشاً ، وثمن الـ ٢ قلمين ٢٠ غرشاً ، وثمن القلم الواحد ١٠ غروش .

ويلاحظ مما تقدم انه كلما نقص عدد الاقلام نقص ايضاً ثمنها بنسبة واحدة . فيمكننا القول اذاً ان ثمن الاوراق ومقدار عددها متناسبان طرداً ، وان ثمن الاقلام ومقدار عددها متناسبان طرداً ايضاً ، لانه كلما زاد احدهما زاد الآخر بنسبة واحدة .

اذا كان ثمن ٤ أمتار جوخ ٤٨ ليرة ، فكم ليرة يكون ثمن ٨ أمتار جوخ من ذات النوع ؟

يستحسن تنظيم هذه العملية على الشكل الآتي :

امتار		الثمن	
٤	ثمنها	٤٨	ليرة
٨	«	؟	

كيفية الحل :

اذا كان ثمن ٤ أمتار ٤٨ ليرة .

يكون ثمن المتر الواحد أقل من ذلك بـ ٤ مرات أي $^{٤٨}/_{٤}$.

ويكون ثمن الـ ٨ أمتار اكثر من ذلك بـ ٨ مرات أي $\frac{٤٨ \times ٨}{٤}$ = ٩٦ ليرة وهو الجواب .

اذا تأملت في هذه المسألة ترى انها تحتوي على ثلاثة امور معلومة ، وهي ٤ أمتار ، و٤٨ ليرة و٨ أمتار ، وبواسطة هذه الامور الثلاثة تمكن معرفة الامر الرابع .

وكل مسألة كهذه تعرف فيها اولا ثلاثة امور ، ويراد معرفة أمر رابع فيها ، تسمى القاعدة الثلاثية . وبما ان اعدادها متناسبة كما رأيت بصورة طردية ، فقد اطلق عليها اسم : « القاعدة الثلاثية الطردية »

أسئلة للحل :

١) كم يكون ثمن ١٥ متراً من الجوخ ، اذا كان ثمن كل تسعة امتار ١٨٩ ليرة ؟

٢) اذا كان كاتب يكتب ٤٠٠ كلمة في ٨ دقائق ، فالى كم دقيقة يحتاج ليكتب ٢٨٠ كلمة ؟

٣) اذا كانت الـ ١٠٠ كغ من البُنّ الاخضر تُصبح ٨٠ كغ بُنٍّ مُحَمَّص ، فكم يكون وزن البُن المحمَّص الذي يمكن الحصول عليه من ٤٥٠ كغ من البُن الاخضر ؟

٤) اذا كان يمكن ان يُستخرَج ٩٠ كغ سُكَّر من ٦ كَنتالات شمندر ، فكم يكون وزن السُّكَّر الذي يمكن الحصول عليه من ٢٤٠٠ كَنتالٍ من الشمندر ؟

٥) رفع معلم علامة أحد طلابه من ٥٠ الى ٦٠ فكم تُصبح علامة طالب آخر كان قد اعطاه سابقاً ٦٠ علامة ، اذا اراد ان يزيد العلامات بالنسبة عينها ؟

٦) اذا كان ما يقبضه عامل في مدة ٧٢ يوماً ٤٣٢ ليرة ، فكم يوماً يكون قد اشتغل اذا دفع له ٩٠ ليرة ؟

٧) يبلغ ثمن طن الفحم ٢٥ ليرة ، فكم يكون ثمن شوال وزنه ٦٠ كغ ؟

٨) اذا بلغ ثمن حبل طوله ٦،٥دم ١٦٢٥ غرشاً ، فكم يكون ثمن حبل آخر طوله نصف هـ م ؟

٩) أرض تبلغ مساحتها ١٦،٢٥ آ . فاذا كان ثمنها ١٢٥٠ ليرة ، فكم يكون ثمن ارض مستطيلة طولها ٨٠ متراً ، وعرضها ٦٥ متراً ،

١٠) اذا استطاع عامل ان يُتِمّ ٧/١٠ عمل في ٦،٣ ساعات، ففي كم ساعة يستطيع أن يُتِمّ العمل كله ؟

١١) اذا اشترينا ٣/٤ متر من الجوخ بمبلغ ١٢٠٠ غرش، فكم يكون ثمن ٥/٨ المتر من الجوخ عينه ؟

١٢) اذا بَلغَتِ النَّفقَة على حفر ٧/١٠ من احد الخنادق ٩١ ليرة، فكم تبلغ نفقة حفر خندق كامل بالحجم عينه ؟

١٣) سيارة تستهلك ١/٤ تنكة بنزين في مسافة ٣٥ كيلومتراً، فكم كيلومتراً تكون قد سارت اذا صرفَتْ ٣١/٢ تنكات ؟

١٤) أَتَمّ أحد العمال ٦/٧ عمل ما، فقبض اجرته ٥٥ ليرة، وكان الاتفاق ان يُدْفَع له ٦٣ ليرة اذا أَتَمّ العمل كله، فهل يكون قد قبض ما يستحقه ؟... وهل يكون قد بقي له أو عليه ؟... وكم يكون ذلك ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) سار سليم بسرعة ٢٠ ميلا في اليوم، وبعد حين تبعه حبيب بسرعة ٢٥ ميلا في اليوم، فادركه بعد مُضِيّ ٨ أيام، فكم يكون عدد الايام التي قطعها سليم قبل حبيب ؟

٢) تقطع احدى السيارات ٤٥١/٢ ميلا في الساعة، ويقطع القطار في الساعة ٣٨٦/٧ ميلا فبعد كم ساعة تُدْرِك السيارة القطار اذا سار قبلها بساعتين ونصف ؟

الدرس الرابع والثمانون

القاعدة الثلاثية العكسية

المقادير المتناسبة عكساً :

اذا أتم عامل واحد عملاً في ١٨ يوماً ، فالعاملان يتمانه في ٩ أيام ، والثلاثة عمال يتمّون في في ٦ أيام ، وعليه فنرى ان عدد العمال يزيد بمقدار نقصان الزمن اللازم لانجاز العمل .

واذا أخذنا سيارة تقطع في ٤ ساعات مسافة معينة ، فان سيارة اخرى اذا كانت اقل سرعة من السيارة الاولى بمرتين ، تقطع المسافة ذاتها بـ ٨ ساعات ، ولنفترض ان سيارة ثالثة اقل سرعة من السيارة الاولى بثلاث مرات ، فانها تقطع المسافة ذاتها بـ ١٢ ساعة وبناء عليه فان عدد الساعات يكثر بمقدار ما تنقص سرعة السيارة .

لذلك نقول : ان عدد العمال ، والزمن اللازم لانهاء العمل في المثل الاول، وسرعة السيارات ، وعدد الساعات في المثل الثاني — نقول ان كلا منها متناسب عكساً أي انه كلما زاد عدد العمال نقص عدد الايام في النسبة عينها ، والعكس بالعكس ، وكلما نقصت سرعة السيارة ، زاد عدد الساعات في النسبة عينها أيضاً .

مسألة نموذجية :

اذا كان ٦ عمال يعملون عملاً في مدة ١٠ أيام ، فالى كم يوم يحتاج ٤ عمال لاتمام العمل ذاته ؟

يستحسن تنظيم المسألة هكذا :

عامل	أيام
٦	١٠
٤	؟

الحل : اذا كان بامكان ٦ عمال أن يتمموا العمل في ١٠ أيام، فان العامل الواحد يتممه في مدة اطول من الـ ١٠ أيام بـ ٦ مرات أي ان (٦ × ١٠) .

والـ ٤ عمال يتممونه في مدة اقصر من المدة التي يصرفها العامل الواحد بـ ٤ مرات أي ان

$$\frac{٦ \times ١٠}{٤} = ١٥$$ يوماً وهو الجواب.

نرى ان هذه المسألة تحتوي أيضاً على ثلاثة امور معلومة وهي: ٦ عمال، و١٠ ايام ، و٤ عمال، وبواسطة هذه الامور نتوصل الى معرفة الامر الرابع المطلوب ، وبما ان اعداد هذه العملية متناسبة تناسباً عكسياً ، فان حلها يتم بمقتضى القاعدة الثلاثية العكسية .

أسئلة للحل :

١) اذا كان بامكان ١٢ عاملا ان يُتمّوا عملا في مدة ٨ أيام ، فكم عاملا يلزم لاتمامه في ٦ أيام ؟

٢) ٦ رجال يتممون عملا في ١٥٪ يوماً ، ففي كم يوم يمكن ان يتممه ١٥ رجلا ؟

٣) يقرأ تلميذ كتاباً في ٩ أيام اذا كان ينجز قراءة ٣٠ صفحة في اليوم ، فبعد كم يوم يقدر ذلك التلميذ ان يُتم قراءة هذا الكتاب ، اذا كان يقرأ ٢٧ صفحة في اليوم ؟

٤) احضر مزارع ٨ محاريث لِيُتم حرث مزرعته في تسعة ايام ، فاذا تعطّل محراثان في بدء العمل ، ففي كم يوم يمكن ان يَتمّ حرث المزرعة بما بقي من المحاريث ؟

٥) اذا اشتغل نسيب ٧½ ساعات كل يوم ، يقدر ان يُتمّم احد الاعمال في ١٨ يوماً ، فكم ساعة يجب ان يشتغل كل يوم ليُتمّم ذلك العمل في ١٥ يوماً ؟

٦) اذا لزم ٢٠ك غ من اللحم لغذاء تلاميذ مدرسة يبلغ عددهم ٣٠٠ فكم يكون وزن اللحم اللازم لمدرسة اخرى فيها ٥٤٠ تلميذاً ؟

٧) في كم من الوقت يقدر ٦٠ رجلا ان يُتمّوا احد الاعمال ، اذا كان بامكان ٢٥ رجلا ان يُتمّوا نصفه في ٣٠ يوماً ؟

٨) قلعة فيها ٣٠٠ جندي ، ولديهم من الاغذية ما يكفيهم ٦٠ يوماً ، وبعد ٢٠ يوماً أُضيف اليهم عدد من الجند ، فلم تكفهم المؤونة بعد ذلك الا ٣٠ يوماً ، فكم يكون عدد الجنود الجدد الذين أُلحقوا بمن كانوا في القلعة اولا ؟

٩) بعد ان بنى ١٨ عاملا نصف جدار ، فى مدة ٢٠ يوماً ، ترك ستة منهم العمل ، ففي كم يوم يستطيع الباقون ان يُتِمُّوا نِصف العمل ؟

١٠) ٧ رجال يتممون عملا في مدة ١٦ يوماً ، فكم رجلا يجب ان يُضَمّ اليهم لكي يُنجِزُوا الباقي منه في مدة ٤ أيام ؟

١١) كُلِّفَ ٩ رجال بان يعملوا عملا يستغرق مدة ١٨ يوماً ، فبعد ان عملوا ١٠ أيام، مرض ثلاثة منهم ، ففي كم يوم يستطيع الباقون ان يتمموا ما بقي من العمل ؟

١٢) ٢٠٠٠ جندي ، عندهم مؤونة تكفيهم لمدة ٧٥ يوماً ، فاذا سُرِّحَ منهم ٤٠٠ نفر بعد مُضيِّ ٢٥ يوماً ، ففي كم من الوقت يَنْفَدُ ما عندهم من المؤونة ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) اشترى مَلّاك قطعة ارض على معدّل سعر كل ١١ سنتآراً ٢٦،٤٠ ليرة ، فاذا باع تلك الارض على معدّل سعر كل ٧ أمتار مربعة ٢٥،٢٠ ليرة ، فربح فيها ٢٩٤ ليرة ، فكم تكون مساحة الارض بالآر ؟

٢) شخصان يريدان ان يقطعا المسافة من « ب » الى « ج » وهي ١٤ كم ، فاذا سار الاول على قدميه بسرعة ٥ كم في الساعة ، وركب الثاني درّاجة سرعتها ١٢ كم في الساعة ، وكان سير الاول من « ب » في الساعة الـ ٧ والدقيقة الـ ٣٠ ففي اي ساعة يجب ان يسير الثاني من « ب » ليصلا معاً الى « ج » ؟

الدرس الخامس والثمانون

القاعدة الثلاثية المركبة

دفع صاحب « ورشة » مبلغ ٢٤٠ ليرة اجرة ٦ عمال اشتغلوا ٨ أيام ، فكم ليرة يجب أن يدفع لـ ٩ عمال اذا اشتغلوا عنده ١٢ يوماً ؟

يستحسن تنظيم المسألة هكذا :

عمال	أيام	اجرة
٦	٨	٢٤٠
٩	١٢	؟

كيفية الحل :

اذا كان الـ ٦ عمال يأخذون ٢٤٠ ليرة في ٨ أيام، واذا كانوا يأخذون في اليوم الواحد اقل من ذلك بـ ٨ مرات ، يكون ما يأخذه العامل الواحد اقل من ذلك بـ ٦ مرات ، أي $\frac{٢٤٠}{٦\times٨}$

والـ ٩ عمال يأخذون في اليوم الواحد اكثر من ذلك بـ ٩ مرات أي $\frac{٩\times٢٤٠}{٦\times٨}$

والـ ٩ عمال يأخذون في ١٢ يوماً اكثر من ذلك بـ ١٢ مرة $\frac{١٢\times٩\times٢٤٠}{٦\times٨}$ = ٥٤٠ ليرة وهو الجواب

اذا قابلنا هذه المسألة من حيث التناسب مع المسائل التي سبقتها، نجد أن الاعمال السابقة تحتوي على تناسب واحد فقط ، بينما هذه تحتوي على اكثر من تناسب واحد ، ولذلك تسمى الاولى ، بالقاعدة الثلاثية البسيطة ، وهذه تسمى : « بالقاعدة الثلاثية المركبة » .

أسئلة للحل :

١) اذا كانت أجرة ٦ رجال في مدة ٥ أيام ١٩٠ ليرة ، فكم تكون أجرة ٨ رجال في ٧ أيام ؟

٢) اذا استطاع ٨ نجارين ان يصنعوا ٢٤ مقعداً في ١٦ يوماً ، فكم مقعداً يمكن ان يصنع ١٥ نجاراً في ٤٢ يوماً ؟

٣) ١٢ جواداً تأكل ٦ أكياس من الشعير كل ٣٦ يوماً ، فكم كيساً تأكل ٨ جياد في ٢٤ يوماً ؟

٤) ١٦ رجلا يحصدون في ٦ أيام زرعاً تبلغ مساحة الارض التي زرع فيها ٢٠ آراً ، فكم آراً يمكن ان يحصد ١٢ رجلا في ١٠ أيام ؟

٥) ٦ أفران تستهلك ٢٤ كنتالا من الحطب في ١٠ ساعات ، فكم كنتالا تستهلك ٥ أفران في ١٨ ساعة ؟

٦) ١٥ عاملا يرصفون بالبلاط شارعاً يبلغ طوله ١٢٥ متراً في ٦ أيام ، فكم متراً يمكن ان يرصف ٢٠ عاملا في ٤٥ يوماً ؟

٧) ٢٠٠ رجل يمكنهم ان يحفروا قناة يبلغ طولها ١٢٠م وعرضها ٤ أمتار وعمقها ٣ أمتار في ١٢ يوماً اذا اشتغلوا كل يوم ٧ ساعات ، ففي كم يوم يمكن ان يحفر ٨٠ رجلا قناة يبلغ طولها ٣٥٠ متراً ، وعرضها ٣ أمتار ، وعمقها ٢ مترين ، اذا اشتغلوا كل يوم ١٠ ساعات ؟

الدرس السادس والثمانون

النقد أو العملة

تقدّر قيمة او ثمن الاشياء بواسطة قطع متداولة تعرف بالنقد أو العملة ، وباستعمال النقد يسهل التبادل ، وقد كان الناس قديماً قبل أن يعرف النقد يستبدلون اشياءهم باشياء اخرى عند غيرهم ، فكانوا اذا اشتروا مثلاً جوخاً يدفعون ثمنه حبوباً ، ولكن صعوبة هذا النوع من التبادل ، جعل الناس يعدلون عنه ، ويستعملون النقود لهذه الغاية ، فيشترون حاجاتهم ، ويؤدون ثمنها نقوداً .

وللحكومة وحدها الحق بضرب النقود ، وبما انه لا يوجد مصرف حكومي في لبنان لاصدار النقد ، فان مصرف سوريا ولبنان يسد هذا الفراغ في وقتنا الحاضر ، وله وحده الحق باصدار النقد ومراقبته في لبنان وسوريا ، والنقود اللبنانية تقسم من حيث نوعها الى معدنية وورقية ، ولكل نوع منها أجزاء متعددة نورد اهمها فيما يلي :

العملة الورقية : ان أجزاء العملة الورقية هي : الخمسة غروش ، العشرة غروش ، الخمسة والعشرون غرشاً أو ربع الليرة ، والخمسون غرشاً أو نصف الليرة ، المائة غرش أو الليرة ، الخمس ليرات ، العشر ليرات ، الخمس والعشرون ليرة ، الخمسون ليرة ، المائة ليرة ، المئتان والخمسون ليرة .

النقود المعدنية : وهي اما فضية او برونزية او نكلية . واهم اجزاء النقود المعدنية هي : نصف الغرش ، الغرش ، الغرشان ، الغرشان والنصف ، الخمسة غروش ، العشرة غروش ، الخمسة والعشرون غرشاً أو ربع الليرة ، والخمسون غرشاً أو نصف الليرة .

وقد اصبحت النقود الذهبية نادرة الاستعمال في وقتنا الحاضر ، وصارت مخزونة في مصارف الدول ، وذلك لتغطية ما يصدر مقابلها من النقود الورقية .

العملة في بعض الاقطار العربية المجاورة

١ - النقود المصرية : ان الوحدة الاساسية في النقود المصرية هي الجنيه المصري الذي يجزأ الى ١٠٠ غرش مصري او ١٠٠٠ مليم .

٢ - النقود العراقية : ان الوحدة الاساسية في النقود العراقية هي الدينار العراقي ، ويتجزأ الدينار العراقي الى ١٠٠٠ فلس .

بعض النقود الاجنبية

١ - النقود الافرنسية : ان الفرنك هو الوحدة الاساسية للعملة الافرنسية ، والفرنك يساوي ١٠٠ سنتيم .

٢ - النقود الانكليزية : ان الجنيه الاسترليني هو الوحدة الاساسية للعملة الانكليزية ، ويقسم الى ٢٠ شلناً ، ويقسم الشلن الى ١٢ بنساً .

٣ - النقود الاميركية : ان الدولار هو وحدة النقود الاساسية في الولايات المتحدة الاميركية ، ويقسم الدولار الى ١٠٠ سنس .

هذا واعلم ان الاسعار الرسمية للعملة المذكورة اعلاه بالنسبة الى العملة اللبنانية كانت في الـ ٨ من شهر حزيران سنة ١٩٥١ كما يأتي :

الجنيه المصري = ٩١٥ غرشاً لبنانياً
الدينار العراقي = ٨٣٠ غرشاً لبنانياً
الفرنك = ٠،٩٥ من الغرش اللبناني
الاسترليني = ٩٢٠ غرشاً لبنانياً
الدولار = ٣٦٤ غرشاً لبنانياً

أسئلة للحل :

١) اذا شئت ان تدفع المبالغ الآتية : ٦٢٤٧،٥ غرشاً لبنانياً و٣٥٧٠٥ غروش لبنانية و١٤٥٧٢،٥ غرشاً لبنانياً ، فبأي قطع من اوراق النقد يمكنك ان تدفع كلا منها؟

٢) كم يكون المبلغ المؤلف من ٥ قِطع تساوي الواحدة منها ١٠ ليرات لبنانية، ومن ٥ قِطع كل واحدة منها عبارة عن ليرة لبنانية، و٣ قِطع فِضّيّة تساوي الواحدة منها ٨،٥ غروش لبنانية؟

٣) مبلغ مقداره ٣١٠ ليرات، فاذا كان يتألف من ٤٦ قِطعة، منها ما تساوي الـ ٥ ليرات، ومنها ما تساوي الـ ١٠ ليرات، فكم يكون عدد القطع من كل جنس؟

٤) اشترى تاجر ٥٥٠ك غ من السُّكَّر، على معدّل سعر الكيلوغرام ١٢٠ غرشاً لبنانياً، فكم جنيهاً مصرياً يجب ان يدفع للتاجر مع العلم ان سعر الجينه المصري ٩١٠ غروش لبنانية؟ (قد يختلف سعر الجينه المصري اليوم عن السعر المذكور في هذه العملية، فمن منكم يعرف سعره الحاليّ؟)

٥) اشترى تاجر لبناني ٣٧٥ك غ من التمر العراقي على معدّل سعر الكيلوغرام الواحد ١٥ غرشاً عراقياً، فكم ينبغي ان يدفع ثمن ما اشتراه اذا كان الدينار العراقي يساوي ٨٣٠ غرشاً لبنانياً؟ (من منكم يعرف السعر الحاليّ للدينار العراقي؟)

٦) اشترى تاجر بضاعة من فرنسا بقيمة ١٧٥٠ ليرة لبنانية، فكم فرنكاً يكون قد دفع اذا كان سعر الفرنك ٠،٩٥ من الغرش اللبناني؟ (من منكم يعرف سعر الفرنك الحاليّ؟)

٧) مستخدَم اجرته الشهرية ٤١٤ ل.ل، فاذا كان يُوفِّر ثلث معاشه فبعد كم من الوقت يمكنه ان يشتري بما يُوَفِّره قطعة ارض مساحتها ٤ آرات على معدل سعر الآر الواحد ٥ استرلينيات على اعتبار أن سعر السترليني ٩١٠ غروش لبنانية؟

الدرس السابع والثمانون

النسبة المئوية

١ ـ حساب الحسم ـ النسبة المئوية ـ القيمة الاصلية

جرت العادة أن يحسم للمدارس عندما تشتري بالجملة كتباً أو دفاتر وما الى ذلك مما تحتاج اليه ـ جرت العادة في اكثر الاحيان أن يحسم لها ١٠ في المائة ولذلك فانها لا تدفع الا ٩٠ غرشاً من كل ١٠٠ غرش .

واذا قيل مثلا ان نسبة النجاح في امتحانات هذه السنة كانت في احدى المدارس ٨٠ المائة فان ذلك يعني انه قد نجح من كل ١٠٠ تلميذ ٨٠ تلميذاً ، وايضاً اذا قيل ان كل ١٠٠ ك غ قمح يمكن ان يستخلص منها ٨٥ ك غ طحين ، فان ذلك معناه ان الطحين الذي يستخرج من القمح يبلغ ٨٥ في المائة من وزن القمح .

هذا وان الاعداد الدالة على النسبة المئوية تكتب متبوعة بهذه العلامة : « ٪ » للدلالة على اجزاء المائة ، فالاعداد الدالة على النسبة المئوية في الامثلة الثلاثة اعلاه ، تكتب كما يأتي : ١٠٪ و ٨٠٪ و ٨٥٪ ويسمى كل عدد منها معدل المائة ، وهذا الموضوع يمكن ان يعالج تحت نقاط ثلاث :

١ ـ حساب الحسم ، والقيمة التي تدفع بعد الحسم .

مسألة نموذجية :

اشترى تلميذ معطفاً بمبلغ ٩٦٠٠ غرش ، فحسم له ١٠٪ فكم غرشاً يكون قد حسم له ، وكم هو المبلغ الذي يدفعه ؟

كيفية الحل : لقد حسم له من كل مائة غرش : ١٠ غروش

ومن كل غرش : ١٠/١٠٠ .

ومن الـ ٩٦٠٠ غرش : ١٠/١٠٠ × ٩٦٠٠ = ٩٦٠ غرشاً وهو مقدار الحسم

فيكون ما دفعه بعد الحسم يبلغ : ٩٦٠٠ ـ ٩٦٠ = ٨٦٤٠ غرشاً وهو المبلغ الذي يدفعه

٢ ـ حساب النسبة المئوية (معرفة معدل المائة)

مسألة نموذجية :

اشترت مدرسة كتباً بقيمة ٨٢٠ ليرة، فاذا حسم لها ١٢٣ ليرة، فكم يكون معدل الحسم بالمائة؟

كيفية الحل : لقد حسم لها من مبلغ ٨٢٠ ليرة : ١٢٣ ليرة

ومن ليرة واحدة : $\frac{١٢٣}{٨٢٠}$

ومن ١٠٠ ليرة : $\frac{١٢٣ \times ١٠٠}{٨٢٠} = ١٥ \%$ وهو معدل الحسم

٣ ـ معرفة القيمة الاصلية :

مسألة نموذجية :

اذا قرأ تلميذ ١٥٠ صفحة من كتاب فبلغ ما قرأه ٦٠ ٪ من صفحات ذاك الكتاب ، فكم يكون عدد صفحاته ؟

كيفية الحل :

اذا كانت الـ ٦٠ ٪ من صفحات الكتاب = ١٥٠ صفحة

فالـ ١ ٪ = $\frac{١٥٠}{٦٠}$

والـ ١٠٠ ٪ = $\frac{١٥٠}{٦٠} \times ١٠٠ = ٢٥٠$ صفحة وهو الجواب

أسئلة للحل :

١) اشترى تاجر بضاعة بـ ٦٥٠ ليرة ، فاذا حسم له ٨ ٪ فكم تكون القيمة التي حُسمت له من ثمن البضاعة الاصلي ؟... و كم يكون ما يجب عليه أن يدفعه ثمن البضاعة ؟

٢) كم هو ثمن دار اذا كانت تُؤجَّر سنوياً بـ ٢٥٠٠ ليرة، واذا كان معدَّل الايجار ٥٪ من ثمنها الاصلي؟

٣) اذا بلغ الحسم من فاتورة قيمتها ١٦٠٠ ليرة ٢٩٢ ليرة، فكم يكون معدَّل الحسم المِئَوي المتَّفق عليه بخصوصها؟

٤) باع سمسار قطعة ارض بـ ٨٠٠ ليرة فبعد ان حَسَم من اصل القيمة ما يستحقه من السمسرة، سَلَّم البائع مبلغ ٧٦٠ ليرة، فكم تكون النسبة المِئَوِيَّة لسمسرته؟

٥) اشترى رجل ١٥ متراً من الجوخ على معدَّل سعر المتر ١،٦ ليرة، و٢٤ متراً من الخام على معدَّل سعر المتر ٠،٧٥ ليرة، وعندما دفع الثمن نقداً حُسِم له ١٠٪ فكم يكون المبلغ الذي يدفعه؟

٦) كم يكون مدخول مستخدَم اذا كان يصرف منه ٦٠٪ وَيُوَفِّر منه سنوياً ١٦٠٠ ليرة؟

٧) اشترى رجل بضاعة بقيمة ٤٧٥ ليرة، فبعد ان أُجْرِيَ له حَسْم مِئَوِي دفع ٤٦٠،٧٥ ليرة، فكم يكون قد حُسِمَ له في المائة؟

٨) بلغ ما حُسِم من ثمن بضاعة ٥٢،٥ ليرة، مع العلم ان الحَسْم كان ١٥٪ فكم يكون سعرها الاصلي؟

٩) اشترت سيدة ٢دم من الجوخ على معدَّل سعر المتر الواحد ٢٥٠ غرشاً، وبعد ان أُجْرِيَ الحسم المئوي دفعت ٤٥٠٠ غرش، فكم يكون قد حُسِم لها في المائة؟

١٠) اذا اشتريتَ سيارة بـ ٥٤٠٠ ليرة بعد حَسْم ١٠٪ من أصل ثمنها، فكم يكون ثمنها ؟

١١) مدخول موظَّف ٣٦٠٠ ليرة، فاذا كان يصرف منه ١٤٠٠ ليرة، فأيّ جُزء من المائة تكون القيمة التي يُوَفِّرُها ؟

١٢) اشترى رجل داراً بمبلغ ٤٠٠٠٠ ليرة، وأراد ان يكون مدخوله الصافي منها ٥٪ فاذا كان يدفع ضرائب سنوية ٦٥٠ ليرة، فبكم يجب أن يُؤَجِّر هذه الدار؟

١٣) موظف في محل تجاري يبلغ مُرَتَّبُه الشهري ٣٥٠ ليرة، ويأخذ بالاضافة الى ذلك ٢،٥٠٪ من ثمن البضائع التي يبيعها، فاذا باع في احدى السنوات كمية من البضائع بمبلغ ١٨٣٠٠ ليرة، فكم يكون مقدار دَخلِه السنويّ ؟

١٤) مَهَّد سَمْسَار لبيع سيارة، وبعد أن تَسَلَّم الثمن من المشتري دفع للبائع ٢٤٠٠ ليرة، فكم يكون مقدار السَمْسَرَة الذي قبضه، اذا كان ما احتفظ به لنفسه يبلغ ٤٪ من الثمن الذي باع به السيارة ؟

١٥) تَقَدَّم للامتحان في السنة الماضية ٢٤٠٠ طالب، وكان سُدْسُهُم من البنات، فاذا أُخفِق في الامتحان ٥٪ من الصبيان و ٢٠٪ من البنات، فكم يكون عدد الذكور الذين نجحوا في الامتحان؟... وكم يكون عدد الإناث اللواتي نجحنَ؟

١٦) مدرستان تَقَدَّم منهما للامتحان عدد من الطلاب، فاذا تَقَدَّم من المدرسة الاولى ٤٠ طالباً فنجح منهم ١٥ ومن المدرسة الثانية ٣٥ طالباً فنجح منهم ١٤ طالباً، فأي النتيجتين تكون أفضل ؟... وكم تكون نسبة التفوق المئوي ؟

الدرس الثامن والثمانون

النسبة المئوية

٢ ـ حساب الربح والخسارة ـ ثمن المبيع ـ ثمن المشترى .

اذا استورد تاجر كمية من البضاعة فدفع ثمنها مبلغاً ما ، ثم باعها فزاد ما قبضه في حال بيعها عما دفعه في حال شرائها ، فانه عندئذ يكون قد ربح في بيع بضاعته ، اما اذا اتفق ان كان الثمن الذي باعها به أقل من الثمن الذي دفعه اذ اشتراها ، فانه يكون قد خسر في بيع بضاعته تلك .

وبما ان مقدار الربح او الخسارة يقل أو يكثر بنسبة ما هنالك من تفاوت بين ثمني كل من المشترى والمبيع ، فان المعدل المئوي فيهما يكون مقداره بالنسبة الى ما يدفع ثمناً للمشترى ، لا بالنسبة الى ما يقبض ثمناً للمبيع ، وبناء عليه فان الحسم المئوي ان في حالة الربح ، وان في حالة الخسارة يحسب من اصل القيمة المدفوعة عند الشراء .

واننا سنعالج هذا الموضوع هنا تحت نقاط ثلاث :

واليك ايضاح النقطة الاولى وهي :

١ ـ حساب الربح والخسارة :

مسألتان نموذجيتان :

(١ ـ في حالة الربح)

اشترى تلميذ دفتراً بـ ٤٠ غرشاً ، ثم باعه بـ ٥٠ غرشاً ، فكم يكون ربحه في المائة ؟

كيفية الحل :

بما ان التلميذ قد اشترى الدفتر بـ ٤٠ غرشاً ، وباعه بـ ٥٠ غرشاً ، فانه يكون قد ربح في بيعه :

٥٠ ـ ٤٠ = ١٠ غروش .

وبما ان ثمن المشترى هو الـ ٤٠ غرشاً

فانه يكون قد ربح في الـ ٤٠ غرشاً : ١٠ غروش

وفي الـ ١٠٠ غرش : $\frac{١٠٠}{٤٠} \times ١٠ = ٢٥$ ٪ وهو الجواب .

(٢ - في حالة الخسارة)

اشترى رجل خزانة بـ ٥٠٠ ليرة ، ثم اضطر ان يبيعها بـ ٤٠٠ ليرة ، فكم تكون خسارته في المائة ؟

كيفية الحل :

بما ان ثمن المشترى ٥٠٠ ليرة ، وثمن المبيع ٤٠٠ ليرة فان الخسارة تكون :

٥٠٠ - ٤٠٠ = ١٠٠ ليرة .

وبما ان ثمن المشترى هو الـ ٥٠٠ ليرة

فان الرجل يكون قد خسر من الـ ٥٠٠ ليرة : ١٠٠ ليرة

وتكون خسارته في كل ١٠٠ ليرة : $\frac{١٠٠}{٥٠٠} \times ١٠٠ = ٢٠\%$ وهو الجواب .

أسئلة للحل :

١) اذا اشترى لحام خروفاً بـ ٦٠ ليرة ، ثم باعه بـ ٧٥ ليرة ، فكم يكون رِبْحُه في المائة ؟

٢) اذا اشترى حبيب سجادة بمبلغ ٦٠٠ ليرة ، وباعها بـ ٥٧٠ ليرة ، فكم تكون خسارته في المائة ؟

٣) نجار عمل طاولة ثم باعها بـ ٣٧٥ ليرة ، فاذا كانت تكاليفها مع أجرة صنعها ٣٠٠ ليرة ، فكم يكون رِبْحُه في المائة ؟

٤) اشترى ملاك بيتاً بـ ٢٥٠٠٠ ليرة ، لكنه ما لَبِثَ ان أراد السفر ، فاضْطُرَّ الى بيعه بـ ٢٠٠٠٠ ليرة ، فكم تكون خسارته في المائة ؟

٥) اشترى تاجر ٣٠ متراً من الحرير على معدل سعر المتر الواحد ٢٠ ليرة ، فَحُسِمَ له ٥ ٪ فاذا باعها كلها بـ ٦٢٧ ليرة ، فكم يكون معدّل ربحه في المائة ؟

٦) اشترى رجل بيتاً بمبلغ ٣٢٠٠٠ ليرة، وصرف على اصلاحه ٣٠٠٠ ليرة، ثم باعه بمبلغ ٤٠٠٠٠ ليرة، فكم يكون مقدار رِبْحِهِ المِئَوِيّ ؟

٧) باع رجل سيارته بمبلغ ٩٩٠٠ ليرة، فكان ربْحُهُ في بيعها ١٠٪ فكم يكون ربْحُهُ المِئَوِيّ لو أنه باعها بمبلغ ١٠٨٠٠ ليرة ؟

٨) باع رجل مزرعة، فخسر فيها ٥٪ ولو أنه باعها باكثر من ذلك بـ ٣٧٥ ليرة، لكان ربح ١٠٪ فبكم ليرة يكون قد اشتراها، وبكم ليرة يجب ان يبيعها اذا أراد أن يكسب ٢٥٪ ؟

٩) رجل باع ٦ رؤوس خيل بـ ٤٨٠٠ ليرة، فَرَبِح في نصفها ٢٠٪ وَخَسِر في النصف الثاني ١٠٪ فكم يكون ربحه المِئَوِي في بيعها كلها ؟

١٠) اشترى رجل ٨٠ رأساً من الغنم على معدّل سعر الرأس الواحد ٧٥ ليرة، ثم باع منها ٤٠ رأساً على معدّل سعر الرأس الواحد ٩٠ ليرة، وبعد حين، باع الباقي على معدّل سعر الرأس الواحد ١٠٠ ليرة، فكم يكون مقدار رِبْحِهِ في بيعها كلها، وكم يكون ذلك من حيث النسبة المِئَوِيّة ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) ٤٢ عاملا عليهم ان يُنجزوا ٣/٤ عمل في ١٥ يوماً، ففي كم يوم يستطيعون ان يعملوا ٢/٣ ذلك العمل اذا تَغَيَّب ثلثهم ؟

٢) رجلان يبلغ مدخولهما السنوي معاً ٩٢٥ ليرة، فاقسِم ذلك المدخول بينهما، على ان يزيد ما يأخذه الاول على ما يأخذه الثاني بـ ١٥٪ ؟

الدرس التاسع والثمانون

٢ ـ حساب ثمن المبيع

مسألة نموذجية :

(في حالة الربح)

اشترى رجل كرماً بـ ١٥٠٠ ليرة ، ثم باعه بربح ١٥ ٪ فبكم ليرة يكون قد باعه ؟

كيفية الحل :

لحل هذه العملية طريقتان ـ فالاولى منهما هذا ايضاحها :

اذا كان ربحه في كل ١٠٠ ليرة : ١٥ ليرة

يكون ربحه في ١٥٠٠ ليرة : $\frac{١٥٠٠}{١٠٠} \times ١٥ = ٢٢٥$ ليرة

ويكون ثمن المبيع كله : $١٥٠٠ + ٢٢٥ = ١٧٢٥$ ليرة وهو الجواب .

واليك ايضاح الطريقة الثانية :

ان كل ١٠٠ ليرة من ثمن المشترى قبضها : $١٠٠ + ١٥ = ١١٥$ ليرة

اذاً فالـ ١٠٠ ليرة تصبح ١١٥

والـ ١٥٠٠ ليرة تصبح $\frac{١٥٠٠}{١٠٠} \times ١١٥ = ١٧٢٥$ ليرة وهو الجواب

مسألة نموذجية :

(في حالة الخسارة)

اذا اشترى لحام رأس غنم بـ ٦٥٠٠ غرش ثم باعه بخسارة ١٠ ٪ فبكم غرش يكون قد باعه ؟

كيفية الحل :

لحل هذه العملية طريقتان ، فالاولى منهما هذا ايضاحها :

اذا كانت خسارته في كل ١٠٠ غرش : ١٠ غروش

فخسارته في الـ ٦٥٠٠ غرش تكون : $\frac{٦٥٠٠}{١٠٠} \times ١٠ =$ ٦٥٠ غرشاً

واذاً فيكون ثمن المبيع : ٦٥٠٠ - ٦٥٠ = ٥٨٥٠ غرشاً وهو الجواب

واليك ايضاح الطريقة الثانية :

يلاحظ انه قد قبض من كل ١٠٠ غرش من ثمن المشترى : ١٠٠ - ١٠ = ٩٠ غرشاً

واذا فتكون الـ ١٠٠ غرش قد اعيدت اليه : ٩٠ غرشاً

وتكون الـ ٦٥٠٠ غرش قد اعيدت اليه : $\frac{٦٥٠٠}{١٠٠} \times ٩٠ =$ ٥٨٥٠ غرشا وهو الجواب

أسئلة للحل :

١) اشترى رجل منزلا بمبلغ ١٨٠٠٠ ليرة ، فبكم ليرة يجب ان يبيعه ليكسب في بيعه ٢٠ ٪ ؟

٢) اشترى سمّان برميلا من الزيت يتضمّن ٢٠٠ ليتر ، على معدّل سعر الليتر الواحد ٢،٥ ليرتان ، فبكم يجب ان يبيع ذلك البرميل ليربح ١٥ ٪ ؟

٣) اشتريتُ بضاعة بمبلغ ٢٢٢٠ ليرة ، ثم بعتها فخسرتُ في بيعها ١٢ ٪ فكم يكون مقدار الثمن الذي بعتها به ؟

٤) اراد تاجر ان يربح ١٥ ٪ في بيع سيارة كان قد اشتراها بمبلغ ٢١٨٠ ليرة ، فكم يجب ان يكون الثمن الذي يبيعها به ؟

٥) تاجر اشترى ٨٠ متر حرير بـ ٧٢٠ ليرة ، فاذا وَجَدَ بعد ان اشتراها ان ١٥ متراً منها لا يمكن ان تُبَاع ، فبكم ليرة يجب ان يبيع المتر مما بقي منها ، ليربح ١٠ ٪ ؟

٦) اشترى رجل درّاجة بـ ٢٢٥ ليرة، وهذا المبلغ هو نصف ما قبضه في بيع احدى المزارع اذ حُسِمَ له ٢½٪ فبكم يكون قد باع تلك المزرعة ؟

٧) اذا بيع كيلوغرام البُن بـ ٣٢٠ غرشاً ، كانت الخسارة في بَيْعِه ٢٠٪ فكم يجب ان يكون الثمن الذي يلزم ان يُبَاع به الكيلوغرام اذا أُرِيد ان يكون المكسب ١٥٪ ؟

٨) اشترى رجل بَيْتَيْن يساوي سعر الاول منهما سعر الثاني ، ثم باع احدهما بمبلغ ٥٠٠ ليرة ذَهَبِيَّة ، فكانت خسارته في بيعه ⅙ ثمنه الاصلي ، فكم يجب ان يكون الثمن الذي يلزم ان يباع به البيت الثاني ليبلغ مكسبه في بيع البيتَيْن معاً ١٠٪ ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) يتمكن ١٥ عاملا من انهاء ½ «ورشة» في مدة ٢٧ يوماً اذا اشتغلوا ٨ ساعات كل يوم ، فاذا تخلّف ثلاثة منهم عن العمل ، واشتغل الباقون ٩ ساعات كل يوم ، فكم تكون المدة اللازمة لانهاء النصف الباقي من العمل ؟

٢) ٣٦ رجلا يمكنهم ان يبنوا حائطاً في ٤٢ يوماً ، ولكن بعد ان اشتغلوا معاً ١٢ يوماً ، تخلف منهم عن العمل ١٦ عاملا ، فكم يكون الوقت الذي ينبغي ان يصرف لانهاء القسم الباقي من العمل ؟

٣) فقدَت احدى فرق الجيش ٢٠٪ فاذا كان عدد الجنود الباقين يزيد عن عدد المفقودين بـ ١٢٠٠ جندي ، فكم جندياً يكون في الفرقة قبل المعركة ؟

الدرس التسعون

٣ ـ حساب ثمن المشترى

مسألة نموذجية :

(في حالة الربح)

تاجر اجواخ باع ثوب جوخ بـ : ٨٤٠ ليرة ، فربح في بيعه ٥ ٪ فبكم ليرة يكون قدا شتراه؟

كيفية الحل :

اذا كان ثمن المشترى ١٠٠ ٪ والربح ٥ ٪

يكون ثمن المبيع ١٠٠ ٪ + ٥ ٪ = ١٠٥ ٪

واذاً فتكون الـ ١٠٥ ٪ = ٨٤٠

ويكون ثمن المشترى أي الـ ١٠٠ ٪ = $\frac{١٠٠}{١٠٥}$ × ٨٤٠ = ٨٠٠ ليرة وهو الجواب

مسألة نموذجية :

(في حالة الخسارة)

اذا كان سمان يبيع كيلوغرام السمن بـ ٦٢٠ غرشاً فيخسر ٢٠ ٪ فبكم غرش يكون قد اشترى الكيلوغرام ؟

كيفية الحل :

اذا كان ثمن المشترى : ١٠٠ ٪ واذا كانت الخسارة ٢٠ ٪

يكون ثمن المبيع : ١٠٠ ٪ − ٢٠ ٪ = ٨٠ ٪

واذاً فتكون الـ ٨٠ ٪ = ٦٢٠ غرشاً

ويكون ثمن المشترى أي الـ ١٠٠ ٪ = $\frac{١٠٠}{٨٠}$ × ٦٢٠ = ٧٧٥ غرشاً وهو الجواب

أسئلة للحل :

١) باع خياط بِذلة بـ ٩٥ ليرة فكانت خسارته في بيعها ٥ ٪ فكم يكون ثمنها الاصلي ؟

٢) اذا باع ملاك داراً بمبلغ ٢٥٠٠٠ ليرة ، فربح بذلك ٢٠ ٪ فكم يكون ثمن الدار الاصلي ؟

٣) اذا باع تاجر متر الجوخ بـ ٩٠٠ غرش فخسر من ثمنها الاصلي ١٠ ٪ فكم يكون ثمن المتر الاصلي ؟

٤) ربح تاجر ٢٠ ٪ وذلك عند بيعه كيس سُكَّر بمبلغ ٩٠٠٠ غرش، فكم يكون ثمن الكيس الاصلي ؟

٥) باع رجل درّاجة بخارية فربح مبلغاً قدره ٤١ ليرة ، فاذا كان هذا الربح يعادل ٦ ¼ ٪ من ثمنها الاصلي ، فكم يكون ثمن الدرّاجة الاصلي ؟... وكم يكون المبلغ الذي قد باعها به ؟

٦) باع تاجر بضاعة فخسر فيها ١٢،٦ ليرة ، فاذا كانت خسارته تعادل ٥ ¼ ٪ من الثمن الاصلي ، فبكم يكون قد باع البضاعة ؟... وبكم يكون قد اشتراها ؟

٧) اشترى احد العملاء في دمشق ١٠٠ كيس من الحنطة ، فقبض أجرته ١٨٧،٥ ليرة على معدّل ٢ ½ ٪ فبكم يكون قد اشترى الكيس ؟

٨) لو ان مَلّاكاً باع داراً له بـ ٢٢٠٠٠ ليرة ، بدلا من ٢١٠٠٠ ليرة ، لكان زاد ربحه في بيعها ٥ ٪ فكم يكون ثمن الدار الاصلي ؟

٩) اذا باع تاجر بضاعة بـ ١٨٧،٤٨ ليرة ، فربح فيها ١/٣ الثمن الذي قبضه ، فكم ليرة يكون ثمنها ؟... و كم ليرة يكون قد ربح في بيعها ؟... و كم يكون ذلك من حيث النسبة المئوية ؟

١٠) باع رجل قلم حبر فربح في بيعه ١٠ ٪ ولو أنه باعه بقيمة تزيد عن القيمة التي قبضها ثمناً له بليرتين لكان ربح في بيعه ٢٠ ٪ فبكم ليرة يكون قد اشتراه ؟... وبكم ليرة يكون قد باعه ؟

١١) اذا باع تاجر قطعة نسيج طولها ٣٥ متراً بسعر ٧٧٠ ليرة ، فكان ربحه في بيعها ١٠ ٪ من ثمنها الاصلي ، فبكم يكون قد اشترى المتر الواحد منها ؟

١٢) رجل باع سيارته بـ ٤٥٠٠ ليرة فخسر فيها ١٠ ٪ فكم يكون ثمن السيارة و كم يكون ربحه فيها لو انه أتيح له ان يبيعها بـ ٦٠٠٠ ليرة ؟

١٣) رجل باع حصاناً فخسر في بيعه ١٠ ٪ ولو ان القيمة التي قبضها ثمنه كانت اكثر مما هي بـ ١٢ ليرة لكان ربح ١٠ ٪ فكم يكون ثمن الحصان الاصلي ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) كان مع شخصين مبلغان متساويان، فزاد ما مع الاول ١٧ ٪ ونقص ما مع الثاني ١١ ٪ فاصبح مع الاثنين ٨٢٤ ليرة ، فكم هي القيمة التي كانت مع كل منهما؟

٢) رجل يملك ٢٦٠٠ فرنك ، فاذا اراد ان يـ تبدل دراهمه بعملة لبنانية ، فكم يكون عدد ما يقبضه من الليرات اللبنانية ؟ (سعر الليرة ١٠٥،٢٥ ف)

الدرس الحادي والتسعون

الفائـــدة

حساب الفـائدة

استدان رجل من البنك مبلغاً قدره ٥٠٠ ليرة ، وبعد سنة رد هذا المبلغ مضيفاً اليه ٢٥ ليرة كفائظ له ، فيكون ، والحالة هذه ، قد دفع ٥ ليرات فائظاً لكل ١٠٠ ليرة ، ويكون قد اصبح المبلغ ٥٢٥ ليرة .

فاعلم ان الـ ٥٠٠ ليرة ، في هذه العملية تسمى « المبلغ » أو « رأس المال » والـ ٢٥ ليرة ، التي دفعها فائظاً للمال تسمى «الفائدة» ، وفائدة الـ ١٠٠ ليرة لمدة سنة أي الـ ٥ ليرات ، تسمى «السعر» أو « معدل المائة » واما المدة التي استدين فيها المبلغ فتسمى « الزمن » والمبلغ مع فائدته أي الـ ٥٢٥ ليرة يسمى « الجملة » .

ملاحظة :

ان التجار واصحاب المصارف يعتبرون الشهر ٣٠ يوماً والسنة ٣٦٠ يوماً اما اذا ذكر اسم الشهر والتاريخ بالضبط ، فينبغي عندئذ ان تحسب المدة بحسب عدد ايام الاشهر المعروفة ، وفي مثل هذه الحالة ، يحسب اليوم الذي فيه يتم التسليم ، ويهمل اليوم الذي فيه يتم الدفع .

مسألة نموذجية :

كم هي فائدة مبلغ قدره ١٥٠٠ ليرة بسعر ٦ ٪ لمدة سنة واحدة ؟

كيفية الحل :

في سنة واحدة تكون فائدة الـ ١٠٠ ليرة = ٦ ليرات

وفي مدة سنة تكون فائـدة الليرة = ٦/١٠٠

وفي مدة سنة تكون فائدة الـ ١٥٠٠ ليرة = ٦/١٠٠ × ١٥٠٠ = ٩٠ ليرة .

فيتضح لك مما تقدم :

ان الفائـدة السنوية = $\frac{\text{رأس المال} \times \text{السعر}}{١٠٠}$

مسألة نموذجية ثانية :

كم هي فائدة مبلغ قدره ٢٤٠٠ ليرة ، لمدة سنة و٥ أشهر بسعر ٤ ٪ ؟

كيفية الحل :

في مدة ١٢ شهراً تكون فائدة الـ ١٠٠ ليرة = ٤ ليرات

وفي مدة ١٢ شهراً تكون فائدة الليرة الواحدة = $\frac{٤}{١٠٠}$

وفي مدة ١٢ شهراً تكون فائدة الـ ٢٤٠٠ ليرة = $\frac{٤ \times ٢٤٠٠}{١٠٠}$

وفي مدة شهر واحد تكون فائدة الـ ٢٤٠٠ ليرة = $\frac{٤ \times ٢٤٠٠}{١٠٠ \times ١٢}$

وفي مدة سنة و٥ أشهر أي (١٧) شهراً تكون فائدة الـ ٢٤٠٠ ليرة =

$\frac{٤ \times ٢٤٠٠ \times ١٧}{١٠٠ \times ١٢}$ = ١٣٦ ليرة وهو الجواب

يتضح لك مما تقدم انه يجب تحويل الزمن الى اصغر وحداته المعطاة

وان الفائدة = $\frac{\text{رأس المال} \times \text{السعر} \times \text{الزمن (بالسنين بالاشهر او بالايام)}}{١٠٠ \times \text{لا شيء او ١٢ او ٣٦٠}}$

أسئلة للحل :

١) اذا وَضَعْتُ في احد المصارف مبلغ ٤٢٧٥ ليرة بسعر ٥ ٪ فكم تكون الفائدة التي أحصل عليها في سنة واحدة ؟... في ٤ سنوات ؟

٢) وضع رجل في بنك مبلغ ٤٥٠٠ ليرة بسعر ٤،٥ ٪ ومبلغ ٨٤٠٠ ليرة بسعر ٥ ٪ فكم هي الفائدة السنوية للمبلغين ؟

٣) كم تكون فائدة مبلغ ٢٧٥ ليرة بسعر ٤ ٪ في مدة سنة واحدة؟... ٣ سنوات؟

٤) كم هي الفائدة لمبلغ من المال قيمته ١١٤٠٠ ليرة، بعد مرور ستة أشهر، اذا كان السعر ٦ ٪ ؟

٥) كم تكون فائدة ٧٣٥٠ ليرة في مدة ٨ سنوات و ٤ أشهر بسعر ٣ ٪ ؟

٦) اشترى ملاك منزلا بمبلغ ٤٢٠٠٠ ليرة، وأراد ان يكون دخله الصافي من ايجاره ٥ ٪ فبكم يجب ان يؤجره مع العلم انه يدفع سنوياً ضرائب واجرة اصلاحات ٦٢٥ ليرة ؟

٧) كم تكون فائدة مبلغ ٤٦٠٠ ليرة في مدة ٤ سنوات و ٣ أشهر و ١٠ أيام بسعر ٦ ٪ ؟

٨) وضع حبيب ٣/٤ رأسماله في احد المصارف على معدّل ٤ ٪ والباقي ٣٦٠ ليرة في بنك آخر على معدّل ٦ ٪ فكم تكون فائدة رأس المال كله ؟

٩) اشترى مزارع آلة حصاد بمبلغ ٣٦٠٠ ليرة، فدفع ٣/٤ الثمن نقداً، والباقي لمدة سنة بسعر ٦ ٪ فكم غرشاً يكون قد بقي عليه ان يدفع للتاجر في آخر السنة ؟

١٠) وَفَّر رب أُسْرَة مبلغ ٧٥٠٠ ليرة، فوضع ٣/٥ هذا المبلغ بالربح بسعر ٤،٥ ٪ والباقي بسعر ٥ ٪ فكم يكون ايراده السنوي ؟... و كم يكون ايراده في مدة ٣،٥ سنين ؟

١١) يملك تاجر ٦٢٠٠ ليرة، فاذا وضع منها الـ ٣/٥ على معدّل ٦ ٪ والباقي على معدّل ٤،٥ ٪ فكم تكون الفائدة بعد مُضيّ سنة وستة أشهر ؟

الدرس الثاني والتسعون

الفائـــدة

حساب السعر

مسألة نموذجية :

اذا وضع مبلغ في البنك قدره ٢٥٠٠ ليرة لمدة ٣ سنوات ، فبلغت فائدته ٣٠٠ ليرة ، فكم يكون السعر الذي على اساسه وضع هذا المبلغ ؟

كيفية الحل :

لقد بلغت فائدة الـ ٢٥٠٠ ليرة في مدة ٣ سنوات ٣٠٠ ليرة .

وفي مـدة سنة واحـدة بلغت : $\frac{٣٠٠}{٣}$ ليرة

وبلغت فائدة الليرة الواحدة في مدة سنة : $\frac{٣٠٠}{٣ \times ٢٥٠٠}$ من الليرة

وفائدة الـ ١٠٠ ليرة : $\frac{٣٠٠ \times ١٠٠}{٣ \times ٢٥٠٠} = ٤$ ليرات

فالسعر اذاً يكون ٤ ٪

ومما تقدم يتضح لنا ان السعر : $\frac{\text{الفائدة} \times ١٠٠}{\text{راس المال} \times \text{الزمن}}$

مسألة نموذجية ثانية :

اذا وضع مبلغ في البنك قدره ١٨٠٠ ليرة لمدة ٩٠ يوماً فكانت فائدته ١٨ ليرة، فكم يكون السعر الذي على أساسه وضع هذا المبلغ ؟

كيفية الحل :

لقد بلغت فائدة الـ ١٨٠٠ ليرة في مدة ٩٠ يوماً ١٨ ليرة

وفائدة الـ ١٨٠٠ ليرة في مدة يوم : $\frac{١٨}{٩٠}$ من الليرة

وفائدة الـ ١٨٠٠ ليرة في مدة سنة : $\frac{١٨ \times ٣٦٠}{٩٠}$ ليرة

فتكون اذاً فائدة الليرة الواحدة في مدة سنة : $\frac{١٨ \times ٣٦٠}{٩٠ \times ١٨٠٠}$

وفائدة الـ ١٠٠ ليرة في مدة سنة : $\frac{١٨ \times ٣٦٠ \times ١٠٠}{٩٠ \times ١٨٠٠}$ = ٤ ليرات

فالسعر اذاً يكون ٤ ٪

أسئلة للحل :

١) كم هو سعر مبلغ ٦٧٨٠٠ ليرة اودع في البنك سنة ، كان ربحه ٣٠٥١ ليرة ؟

٢) وضع رجل مبلغ ٢٠٠٠٠ ليرة بالربح لمدة سنة ، فاخذ فائدةً ١٠٥٠ ليرة ، فكم يكون السعر الذي وضع على اساسه هذا المبلغ ؟

٣) وُضِعَ مبلغ ٩٠٠٠ ليرة بالربح مدة سنتَيْن فاعطى فائدةً ٧٢٠ ليرة ، فكم يكون السعر الذي وضع على اساسه هذا المبلغ ؟

٤) كم هو سعر مبلغ ١٧٤٥٠ ليرة اودع في البنك مدة ٥ سنوات ، فكانت فائدته ٥٢٣٥ ليرة ؟

٥) بأي سعر وُضِعَ مبلغ ١٢٠٠٠ ليرة مدة ٦ أشهر فكانت فائدته ٣٠٠ ليرة ؟

٦) بأي سعر وُضِع مبلغ ٤٥٦٠ ليرة اذا بلغت فائدته ١٢٠،٢٠ ليرة في مدة ٨½ أشهر ؟

٧) وضع شخص مبلغ ٨٦٥٠ ليرة بفائدة ٤،٥٠٪ ثم سحب المبلغ مع الفائدة بعد ٨ أشهر ليضعه في صفقة تجارية يربح فيها ٦٤١،٨٠ ليرة في السنة ، فبأي فائدة يكون قد وضع ماله ؟

٨) كم تكون الفائدة المئوية التي اذا وضع بها مبلغ ١٦٣٥ ل. ل. في أحد المصارف لمدة ٩٠ يوماً اذا بلغت فائدته ٢٤،٥٢٥ ل. ل.

٩) كم هو السعر اذا كانت فائدة ١٦٢٠٠ ليرة في ٦٥ يوماً ٣٥١ ليرة ؟

١٠) كم هو السعر اذا كانت فائدة ١٥٦٠ ليرة في سنة و٣ أشهر ١١٧ ليرة ؟

١١) دفع رجل مبلغ ١٢٥٠٠ ليرة في صندوق التوفير ، فاخذ في نهاية السنة المبلغ مع ربحه ١٢٨٧٥ ليرة ، فبأي سعر يكون قد وضع ذلك المبلغ ؟

١٢) كم هو المعدّل اذا كانت ٣٧٥٠٠ ليرة تبلغ في نهاية سنة واحدة ٣٩٣٧٥ ليرة ؟

١٣) فائدة ٩٠٠ ليرة في ٤½ سنوات ٢٤٣ ليرة ، فكم تكون فائدة ٦٠٠ ليرة في ٤¾ سنوات على المعدّل عينه ؟

١٤) موظف أُحيل على التقاعد ، فدفعت له الحكومة الف جنيه بادىء الامر ووعدته بان تخصص له ١٥ جنيهاً كل شهر ، فاذا كان ذلك الموظف يصرف خلال الشهر الواحد ٢٥ جنيهاً فبأي سعر يجب ان يضع الالف جنيه في احد المصارف ليكون ما يقبضه من الفائدة كافياً لاكمال القيمة التي يصرفها شهرياً ؟

الدرس الثالث والتسعون

الفائـــدة

حساب الزمن

مسألة نموذجية :

كم يلزم من الزمن لرأس مال قدره ٣٤٠٠ ليرة ، لتكون فائدته ٤٢٥ ليرة ، بسعر ٥ ٪ ؟

كيفية الحل :

تبلغ فائدة الـ ٣٤٠٠ ليرة في مدة سنة = $\frac{٣٤٠٠ \times ٥}{١٠٠}$ = ١٧٠ ليرة

أي ان فائدة الـ ٣٤٠٠ ليرة تبلغ ١٧٠ ليرة في مدة ١٢ شهراً وبمقدار المرات التي تحتوي فيها الـ ٤٢٥ ليرة الفائدة السنوية التي هي ١٧٠ ليرة يكون عدد السنين الذي وضع فيه رأس المال .

فيكون الزمن اللازم اذاً : $\frac{٤٢٥}{١٧٠}$ = ٢،٥ سنتين أو ٦ أشهر و٢ سنتين وهو الجواب .

ويستنتج مما مر بنا :

أن الزمن = $\frac{\text{الفائدة} \times ١٠٠}{\text{رأس المال} \times \text{السعر}}$

أسئلة للحل :

١) جد الاجل الذي فيه تبلغ فائدة ٢٥٠ ف ٧٥ ف بمعدل ٣ ٪ ؟

٢) ما هو الزمن الذي اذا أودع في خلاله مبلغ ٤٨٠٠ ليرة بسعر ٦ ٪ يكون ربحه ٢١٤٢ ليرة؟

٣) جد الاجل الذي تكون فيه فائدة ١٠٥٠ ليرة ٢١٠ ليرات بمعدل ٤ ٪ ؟

٤) كم هي المدة اللازمة لوضع رأس مال قدره ٤٩٥٠٠ ل. ل. لتكون فائدته ٩٩ ل. ل. بفائدة ٤ ٪ ؟

الدرس الرابع والتسعون

الفائدة

حساب المبلغ (رأس المال)

كم هو الذي المبلغ اذا وضع في البنك بسعر ٤ ٪ لمدة ٣ سنوات ، تكون فائدته ٢٤٣ ليرة ؟

كيفية الحل :

تكون فائدة المبلغ في سنة : $\frac{٢٤٣}{٣}$ = ٨١ ليرة

وفائدة الـ ١٠٠ ليرة في سنة تبلغ ٤ ليرات

فبمقدار المرات التي تشتمل فيها الـ ٨١ ليرة على ٤ يكون عدد مئات الليرات كرأس المال .

ويكون رأس المال اذاً : $\frac{٨١}{٤} \times ١٠٠ = ٢٠٢٥$ ليرة

وعليه فيستنتج مما مر بنا :

$$\text{ان المبلغ} = \frac{\text{الفائدة} \times ١٠٠}{\text{السعر} \times \text{الزمن}}$$

أسئلة للحل :

١) كم هو المبلغ الذي وضع بسعر ٥ ٪ فكانت فائدته السنوية ١٨٩٦ غرشاً ؟

٢) جد الاصل الذي تكون فائدته ٦٣٦ ليرة في سنتين بمعدل ٣ ٪ .

٣) كم هو رأس مال أودع ٣،٥ سنين في البنك بمعدل ٥ ٪ فكانت فائدته ٩٨٠ ليرة ؟

٤) كم هو المبلغ الذي يودع في البنك لتكون فائدته الشهرية ٥٦ ليرة على معدل ٨ ٪ ؟

٥) وضع وديع مبلغاً في البنك بفائدة ٦ ٪ فكم يكون مقداره اذا بلغت فائدته ١٧٢ ليرة في ٤ أشهر ؟

٦) وفر عامل مبلغاً من المال ووضعه بسعر ٦ ٪ لمدة ٣ أشهر ، فاتى بفائدة قدرها ٢٤٠٠ غرش ، فكم يكون المبلغ الذي وفره ؟

٧) كم هو المبلغ الذي تكون فائدته ٤٣٢٠٠ غرش في ٦ أشهر و ٤ سنوات على معدل ٦ ٪ ؟

٨) كم يكون رأس مال أودع في البنك مدة ٣ سنوات و ٦ أشهر بمعدل ٤ ٪ فكان ربحه ٦٨١٨ غرشاً ؟

٩) جد الاصل الذي تكون فائدته ٤١،٥ ليرة في ٧٣ يوماً وسنتين بمعدل ٣ ٪ ؟

١٠) فائدة ٢/٣ ثروة مفيد في ٨ أشهر على معدل ٦ ٪ ٤٨٠ ليرة ، فكم ليرة تكون ثروته ؟

١١) ملاك ايراده السنوي ١٢٤٠٠ ليرة من رأس مال قدره ٨٠٠٠٠ ليرة وضع بسعر ٤ ٪ ومن مبلغ آخر وضع بسعر ٥ ٪ فكم تكون قيمة المبلغ الثاني ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) على وديع ان يدفع بدل اشتراك في مجلة انكليزية قدره ٤ ليرات استرلينية و ١٢ شلناً و ٦ بنسات ، فكم ليرة لبنانية عليه ان يدفع اذا كانت قيمة السترلينية ٩١٠ غروش لبنانية ؟
(من منكم يعرف سعر السترليني الحالي ؟)

٢) اشترى رجل قطعة جوخ يبلغ طولها ٣،٥ أمتار على معدل سعر المتر منها ٢٠،٨ ل. ل. فكم دولاراً يجب أن يدفع ليسدد ثمنها اذا كان سعر الدولار ٣٦٥ غرشاً لبنانياً ؟
(من منكم يعرف سعر الدولار الحالي ؟)

٣) حصل تلميذ على ٧٠ علامة في الامتحان الفصلي للحساب ، فكانت هذه العلامة أقل من علامة الطالب الذي تفوق عليه بـ ١٢ ١/٢ ٪ فاذا أراد ان تزيد علامته عن علامة رفيقه ١٠ ٪ فكم يكون عدد العلامات التي يجب ان ينالها ؟

الدرس الخامس والتسعون

الفائـــدة

حساب المبلغ
(الجملة معلومة)

كم يكون مقدار المبلغ الذي وضع في البنك مدة ١٥ شهراً بسعر ٤ ٪ فاصبح مع فائدته ٨٤٠ ليرة ؟

كيفية الحل :

فائدة الـ ١٠٠ ليرة في ١٢ شهراً : ٤ ليرات .

وفائدة الـ ١٠٠ ليرة في ١٥ شهراً : $\frac{٤ \times ١٥}{١٢}$ = ٥ ليرات

فتصبح الـ ١٠٠ ليرة بعد ١٥ شهراً : ١٠٠ + ٥ = ١٠٥ ليرات .

أي انه اذا كانت قيمة الجملة ١٠٥ ليرات يكون المبلغ الذي وضع في البنك ١٠٠ ليرة .

واذا كانت ليرة واحدة يكون المبلغ : $\frac{١٠٠}{١٠٥}$

واذا كانت ٨٤٠ ليرة يكون المبلغ : $\frac{١٠٠ \times ٨٤٠}{١٠٥}$ = ٨٠٠ ليرة

فنستنتج مما تقدم :

$$\text{ان المبلغ} = \frac{\text{جملة المبلغ} \times ١٠٠}{\text{جملة المائة}}$$

أسئلة للحل :

١) وضع رجل مبلغاً في احد المصارف بسعر ٥ ٪ لمدة سنة ، فكانت جملته عند انتهاء المدة ١٩٤٢،٥٠ ليرة ، فكم كان المبلغ الذي وضعه في المصرف ؟

٢) دين مبلغ بالفائدة مدة سنة بسعر ٣ ٪ فكانت جملته في نهاية المدة ٨٤٩٧،٥ ليرة فكم يكون ذاك المبلغ ؟

٣) استدان تاجر من صديق له مبلغاً لمدة ٨ أشهر بسعر ٦ ٪ وعند انتهاء المدة دفع لصديقه الجملة وقدرها ١٢٤٨ ليرة ، فكم كان المبلغ ؟

٤) وضع بقال ٢٣٠ ليرة في البنك بسعر ١½ ٪ فكم تكون جملة المبلغ المذكور بعد مضي ٤ أشهر ؟

٥) مصرف يعطي ٢،٥ ٪ في السنة ، فاذا وضع فيه شخص ٨٠٠ جنيه ، فكم تكون الجملة التي يأخذها من المصرف بعد مضي ٤ سنوات ؟

٦) وضع موظف في بنك مبلغاً بسعر ٥ ٪ وبعد سنة قبض الجملة ووضعها في بنك آخر بسعر ٦ ٪ فكان ايراده السنوي منها ٧٥٦٠ غرشاً ، فكم كان المبلغ الاول ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) وضع تاجر مبلغ ٤٠٠ جنيه في بنك ما ، بسعر ٣ ٪ وبعد مدة اضطر لسحب المبلغ من البنك ، فأخذه مع ربح قدره ثمانية جنيهات ، فكم تكون المدة التي بقي المبلغ فيها في البنك ؟

٢) زيد في بلد ، وعمرو في بلد آخر يبعد عن البلد الذي يوجد فيه زيد مسافة ١٨٥ ميلاً ، فاذا سافرا في وقت واحد يقصد أحدهما الآخر فوصل زيد في ٨ أيام وعمرو في ١٠ أيام ، فبعد كم يوم من خروجهما يكونان قد التقيا في الطريق ؟... وكم تكون المسافة التي قد مشاها كل منهما حتى التقيا ؟

٣) يسير رجل وسيارة في اتجاه واحد ، ومن نقطة واحدة ، فاذا كانت سرعة السيارة تساوي ثمانية أضعاف سرعة الرجل فتسبقه بمسافة ٨،٤ كم في مدة عشرين دقيقة ، فكم تكون سرعة السيارة في الساعة ، وكم تكون سرعة الرجل ؟

٤) سبق زيد عمروا في طريق مسافة ١٠٠٠ ذراع ، فاذا كان عمرو يقطع ٢١ ذراعاً كلما قطع زيد ١٩ ذراعاً ، فكم ذراعاً يجب ان يمشي عمرو حتى يدرك زيداً ؟

الدرس السادس والتسعون

الحسم

ان اكثر التجار يستوردون كميات من البضائع دون ان يؤدوا كل ثمنها نقداً، على انهم يتعهدون بدفع ما تبقى من ثمنها بتاريخ معين يسمى «تاريخ الاستحقاق» ويتم هذا التعهد بكتابته على اوراق مطبوعة مخصصة لذلك تسمى « السندات التجارية » .

وهذه السندات تأتي على نوعين: الاول منها ينطوي على سندات الامر، ويتضمن الثاني سندات الحوالة، فسندات الامر هي عبارة عن صكوك يتعهد فيها المديون للدائن بأن يدفع له قيمة الدين في تاريخ معين :

وهذا مثـــال عليها :

رقم _____ [redacted] [redacted]

فقط _____

غب مرور ستة أشهر تمر من تاريخه ادناه ادفع في _____

لامر السيد _____ المبلغ المرقوم اعـــلاه وقدره

[redacted] والقيمة وصلتني منه نقداً .

وللبيان حرر _____ طابع أميري

(سند الأمر)

اما سند الحوالة فهو الذي يطلب فيه الدائن من المديون ان يدفع لامره او لامر شخص آخر الدين الذي له عليه في تاريخ معين ، ويصبح هذا السند قانونياً عندما يوقعه المديون ويكتب عليه « كلمة مقبول » .

وهذا مثال على ذلك :

فقط _____

بيروت في _____ سنة _____

حضرة السيد _____

بموجب بوليستنا هذه وحين اطلاعكم عليها نرجوكم ان تدفعوا عنا لامر السيد _____ المبلغ المرقوم اعلاه وقدره والقيمة قيدت لحسابكم . واقبلوا فائق الاحترام .

طابع أميري

(سند الحوالة)

فالدائن والحالة هذه اما ان يحتفظ بالسند التجاري لحين حلول تاريخ الدفع او الاستحقاق ، فيقبضه من المديون ، واما ان يبيعه الى احد المصارف اذا احتاج الدائن الى المبلغ قبل تاريخ استحقاقه ، على ان يحسم منه للمصرف مبلغ معين يدعى : الحسم ، وذلك لدفعه قيمة السند قبل حلول موعد الاستحقاق .

وهذا الحسم يساوي فائدة القيمة الاصلية في المدة الواقعة بين تاريخ صرف السند ، وتاريخ استحقاقه .

واعلم ان المبلغ المذكور في السند التجاري يسمى « قيمة السند الاسمية او الاصلية » ويجب كتابة هذه القيمة بالارقام والخط معاً ، وذلك زيادة في الاحتياط ، وخوفاً من تغيير قد يعمد الى احداثه عن طريق التلاعب بالأرقام .

واعلم ايضاً ان المبلغ الذي يدفعه المصرف لصاحب السند بعد ان يطرح منه الحسم يسمى : « قيمة السند الحالية » ، والوقت المعين للدفع يسمى : « تاريخ الاستحقاق » .

وتعتبر السنة في حساب الحسم ٣٦٠ يوماً والشهر ٣٠ يوماً ، اما اذا ذكر التاريخ الذي بيع فيه السند ، وتاريخ استحقاقه ، فتحسب اذ ذاك الايام بالضبط .

حساب الحسم والقيمة الحالية

مسألة نموذجية :

كم تكون قيمة الحسم لسند قيمته الاصلية ١٤٠٠ ليرة ، ينبغي ان يدفع بعد اربعة اشهر ، على ان يقتطع منه ٩ ٪ ؟ وكم تكون قيمته الحالية ؟

كيفية الحل : ان الحسم لكل ١٠٠ ليرة في سنة : ٩ ليرات .

ولكل ليرة في سنة : $\frac{٩}{١٠٠}$ من الليرة

ولكل ليرة في ٤ أشهر : $\frac{٩ \times ٥}{١٠٠ \times ١٢}$ من الليرة

واذاً فيحسم من الـ ١٤٠٠ ليرة في ٤ أشهر : $\frac{٩ \times ١٤٠٠ \times ٤}{١٠٠ \times ١٢}$ = ٤٢ ليرة وهو الحسم .

فتكون اذاً القيمة الحالية للسند : ١٤٠٠ − ٤٢ = ١٣٥٨ ليرة .

ويستنتج مما تقدم :

ان الحسم = $\frac{\text{السعر} \times \text{القيمة الاصلية} \times \text{الزمن}}{١٠٠ \times (\text{السنة})}$

والقيمة الحالية = القيمة الاصلية − الحسم .

أسئلة للحلّ :

١) كم يكون مبلغ الحسم لسند يجب دفعه بعد مضي ٧٢ يوماً ، وقيمته ١٨٠٠ ليرة ، بسعر ٥ ٪ ؟

٢) كم تكون القيمة الحالية لسند تجاري يجب دفعه في اول ايلول وقيمته الاصلية ٤٠٠ ليرة ، اذا بيع في ٥ تشرين الثاني بسعر ٦ ٪ ؟

٣) احسب الحسم بسعر ٤ ٪ لسند يجب دفعه بعد ٩٠ يوماً ، وتبلغ قيمته ١٥٠٠ ليرة ؟

٤) سند تجاري بمبلغ ٧٥٠ ليرة ، يجب دفعه بعد ١٢٠ يوماً ، فكم تكون قيمته الحالية مع العلم ان سعر الحسم ٢،٥ ٪ ؟

الدرس السابع والتسعون

حساب القيمة الاصلية

١ ـ مسائل يكون فيها الحسم معلوماً :

مسألة نموذجية :

ما هي القيمة الاصلية لسند دفع قبل استحقاقه بـ ٧٢ يوماً وترك عليه ١٠ ليرات ، واتفق ان سعر الحسم فيه يكون ٤ ٪ ؟

كيفية الحل :

يحسم في مدة ٧٢ يوماً : ١٠ ليرات

وفي مدة يوم : $\frac{١٠}{٧٢}$ من الليرة

وفي مدة ٣٦٠ يوماً : $\frac{١٠ \times ٣٦٠}{٧٢}$ = ٥٠ ليرة

ويحسم ٤ ليرات من سند قيمته الاصلية ١٠٠ ليرة

وليرة من سند قيمته الاصلية $\frac{١٠٠}{٤}$ ليرة

و٥٠ ليرة من سند قيمته الاصلية : $\frac{٥٠ \times ١٠٠}{٤}$ = ١٢٥٠ ليرة

فتكون اذاً قيمة السند الاصلية ١٢٥٠ ليرة ، وهو الجواب .

ومما تقدم نستنتج :

ان القيمة الاصلية = $\frac{\text{الحسم السنوي} \times ١٠٠}{\text{السعر}}$

واذا لاحظنا كل ما تقدم من هذا النوع ، نعلم ان حساب القيمة الاصلية للسند هو كحساب المبلغ في الفائدة تماماً .

٢ ـ مسائل تكون قيمتها الحالية معلومة :

مسألة نموذجية :

اذا حسم صراف من سند يجب ان يدفع بعد ١٢٠ يوماً ٩ ٪ فظهر ان قيمته الحالية ١٤٥٥ ليرة ، فكم تكون قيمة السند الأصلية ؟

كيفية الحل :

يحسم من سند يجب ان يدفع بعد مرور ١٢٠ يوماً وقيمته ١٠٠ ليرة بسعر ٩ ٪ :

$$\frac{٩ \times ١٢٠}{٣٦٠} = ٣ \text{ ليرات}$$

فتكون القيمة الحالية لسند بمبلغ ١٠٠ ليرة : ١٠٠ - ٣ = ٩٧ ليرة .

وتكون الـ ٩٧ ليرة هي القيمة الحالية لسند بمبلغ ١٠٠ ليرة .

والليرة « « « « $\frac{١٠٠}{٩٧}$ ليرة

والـ ١٤٥٥ ليرة « « « « $\frac{١٤٥٥ \times ١٠٠}{٩٧} = ١٥٠٠$ ليرة وهو الجواب .

أسئلة للحل :

١) دفع سند تجاري يجب اداؤه بعد ثلاثة اشهر ، فكان معدل الحسم فيه ٦ ٪ فاذا بلغ ما حسم من ذلك السند ٢٩،٧٠ ليرة ، فكم تكون قيمته الاصلية ؟

٢) ما هي القيمة الاصلية لسند يجب اداؤه بعد ٨ أشهر ، اذا كان معدل الحسم فيه ٦ ٪ وقيمته الحالية ٩٦٠ ليرة ؟

٣) دفع سند تجاري يجب اداؤه بعد ٩٠ يوماً ، فكان معدل الحسم فيه ٦ ٪ فاذا بلغ ما حسم من ذلك السند ١٥٣،٧٥ ليرة ، فكم تكون قيمته الاصلية ؟

٤) في ١ تموز حسم من سند يجب ان يدفع في ١١ ايلول من السنة عينها ٥ ٪ فاذا ظهر ان قيمته الحالية هي ١٩٨٠ ليرة ، فكم تكون قيمته الاصلية .

٥) ما هي القيمة الاصلية لسند دفع قبل التاريخ المتفق على ان يدفع فيه بـ ١٣٥ يوماً ، اذا تنازل رب الدين عن ٦٤،٨٠ ليرة منه ، واذا كان معدل الحسم فيه ٤ ٪ ؟

٦) ما هي القيمة الاصلية لسند يجب ان يدفع بعد ٣٠ يوماً ، اذا كان معدل الحسم ٦ ٪ واذا بلغ مقدار ما حسم فيه ١٢،٥ ليرة ؟

٧) حسم من سند يجب ان يدفع بعد ٩ أشهر : ٨ ٪ فكم تكون قيمته الاصلية اذا كانت قيمته الحالية ١٤١٠ ليرات ؟

٨) سند دفع قبل التاريخ المتفق على ان يدفع فيه بمدة ٧٢ يوماً ، فاذا حسم منه ٣٤،٥٦ ليرة وذلك على اعتبار ان معدل الحسم كان ٤ ٪ فكم تكون قيمته الاصلية ؟

٩) بتاريخ ٢١ آذار حسم تاجر من سند يجب ان يدفع في ١ حزيران من السنة عينها ٤ ٪ فاذ دفع له الصراف ١١٩٠،٤ ليرة ، فكم تكون قيمة السند الاصلية ؟

١٠) حسم تاجر في ١٥ حزيران من سند يجب اداؤه في ٧ أيلول ٣ ٪ فاذا قبض ٩٩٣ ليرة فكم تكون قيمة السند الاصلية ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) كم يحسم بنك من كمبيالة يجب دفعها بعد ثلاثة اشهر ، وقيمتها ٨٤٠ ليرة ، اذا كان السعر ٩ ٪ ؟

٢) حولت كمبيالة الى بنك بتاريخ ١١ تموز في حين ان المتفق عليه ان تدفع في ٣٠ ايلول من السنة عينها ، فكم يكون الحسم اذا كان السعر ٦ ٪ واذا كانت قيمة الكمبيالة الاصلية ٧٥٠ ليرة ، وكم تكون قيمة الكمبيالة الحالية ؟

٣) كم يجب ان يدفع صراف لاحد التجار اذا اراد ان يجعل حسما من كمبيالة يجب اداؤها بعد شهرين وقيمتها ١٢٥٠ ليرة اذا كان السعر ٣ ٪ ؟

٤) سند تجاري يجب دفعه في ١٤ نيسان ، وقد حول الى البنك في اول شباط من السنة عينها ، فكم يكون الحسم الذي يحسمه البنك اذا كانت قيمة الكمبيالة الاصلية ٦٠٠ جنيه ، والسعر ٨ ٪ ؟... وكم تكون قيمة الكمبيالة الحالية ؟

الدرس الثامن والتسعون

حساب سعر الحسم ـ حساب الزمن

١ ـ حساب سعر الحسم

مسألة نموذجية :

سند بمبلغ ١٣٥٠ ليرة ويستحق دفعه بعد ٤ أشهر ، فاذا حسم منه ١٨ ليرة ، فكم يكون سعر الحسم ؟

كيفية الحل :

ان الحسم في ٤ أشهر : ١٨ ليرة

وفي ١ شهر : $\frac{١٨}{٤}$ ليرة

وفي ١٢ شهراً : $\frac{١٨ \times ١٢}{٤}$ = ٥٤ ليرة

لقد حسم من السند الذي هو بمبلغ ١٣٥٠ ليرة : ٥٤ ليرة

ومن سند آخر بمبلغ ليرة واحدة : $\frac{٥٤}{١٣٥٠}$ ليرة

ومن سند بمبلغ ١٠٠ ليرة : $\frac{١٠٠ \times ٥٤}{١٣٥٠}$ = ٤ ٪

فيكون سعر الحسم اذاً ٤ ٪ وهو الجواب .

ونستنتج مما تقدم :

ان السعر = $\frac{\text{الحسم السنوي} \times ١٠٠}{\text{القيمة الاصلية}}$

٢ ـ حساب الزمن:

مسألة نموذجية :

عن أي مدة حسم من سند بمبلغ ١٧٥٠ ليرة ٦ ٪ فكان مقدار ما حسم منه ٣٥ ليرة ؟

كيفية الحل :

ان كل ١٠٠ ليرة يحسم منها في السنة : ٦ ليرات .

ويحسم من ليرة واحدة « « : $\frac{٦}{١٠٠}$

ومن ١٧٥٠ ليرة « « : $\frac{١٧٥٠ \times ٦}{١٠٠}$ = ١٠٥ ليرات

اذاً فالـ ١٠٥ ليرات تحسم في ١٢ شهراً

والليرة الواحدة « « $\frac{١٢}{١٠٥}$

والـ ٣٥ ليرة « « $\frac{١٢}{١٠٥} \times ٣٥$ = ٤ أشهر، وهو الجواب

ومما تقدم نستنتج ان الزمن = $\frac{\text{الحسم الكلي} \times ١٢}{\text{الحسم السنوي}}$

وبناء عليه فان حساب الزمن في الحسم هو كحساب الزمن في الفائدة .

أسئلة للحل :

١) حسم من سند يجب دفعه بعد ٩٠ يوماً وقيمته ٤٠٠ ليرة ٥ ليرات ، فكم يكون الحسم ؟

٢) كمبيالة يجب اداؤها بعد مرور ٤ أشهر من يوم التحويل ، فكم يكون السعر اذا حسم منها في البنك ٣ جنيهات ، واعطي صاحبها ٧٥ جنيها ؟

٣) سند بمبلغ ٢٤٠٠ ليرة ، حسم منه بسعر ٣ ٪ فكان مقدار المبلغ المحسوم منه ٣٦ ليرة فمتى يكون تاريخ استحقاقه ؟

٤) حسم في ٢٠ حزيران من سند بمبلغ ١٦٠٠ ليرة ، بسعر ٦ ٪ فكانت قيمته الحاضرة ١٥٧٦ ليرة ، فمتى يكون تاريخ استحقاق هذا السند ؟

٥) سند يجب اداؤه بعد ٦٠ يوماً وقيمته الاصلية ١٥٠٠ ليرة ، فاذا حسم منه ١٠ ليرات ، فكم يكون سعر الحسم ؟

٦) سند تبلغ قيمته الاصلية ١٣٥٠ ليرة ، وقد حسم منها بمعدل ٤ ٪ قيمة ٩ ليرات ، فمتى يكون موعد اجراء الحسم ؟

٧) سند قيمته ١٨٥٠ ليرة ، فاذا حسم منه بسعر ٦ ٪ في ٣ ايار ، فظهر ان قيمته الحالية هي ١٧٩٤،٥ ليرة فكم يكون المبلغ الذي حسم منه ؟

٨) في ٢ ك ٢ حسم من سند يجب اداؤه في ١٢ شباط ، وقيمته ٦٠٠٠ ليرة ، فكم يكون معدل الحسم اذا كان ما حسم من ذلك السند يبلغ ٤١ ليرة ؟

٩) سند قيمته ٨٠٠ ليرة ، فاذا حسم منه بسعر ٥ ٪ فظهر ان قيمته الحالية ٧٩٠ ليرة ، فكم يكون اصله ؟

١٠) اذا دفع صراف لتاجر ٧٩٠ ليرة ثمن سند يجب ان يدفع بعد ٧٢ يوماً ، وقيمته الاصلية ٨٠٠ ليرة ، فكم يكون المبلغ الذي حسم من ذلك السند ؟

١١) بتاريخ ١١ نيسان حسم تاجر من سند يجب ان يدفع في ١٥ حزيران ، وقيمته ٦٠٠٠ ليرة ، فاذا بلغ ما حسم منه ٩٦ ليرة ، فكم يكون سعر الحسم ؟

١٢) دفع بنك لصاحب كمبيالة ٤٧٢ جنيهاً ، بعد ان قطع ٨ جنيهات بسعر ٥ ٪ فقبل كم يوم من التاريخ المعين لدفعها تكون قد حولت الى البنك ؟ واذا كان تاريخ دفعها في ٢١ شباط سنة ١٩٤٨ ففي اي تاريخ تكون قد حولت الى البنك ؟

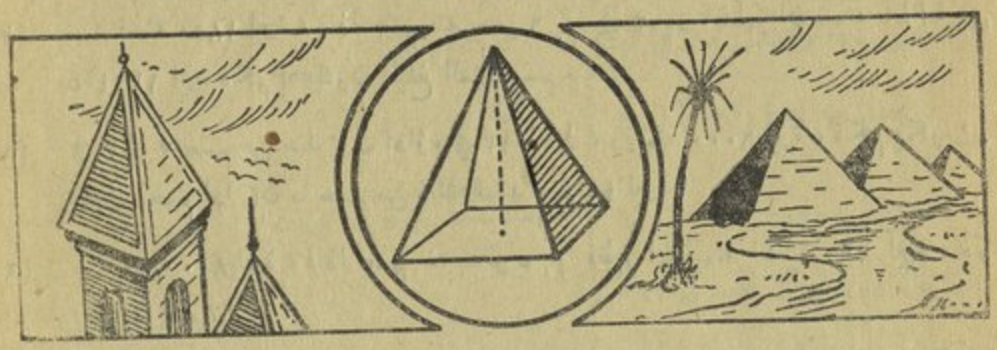
أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) انطلقت سيارتان في الساعة الثامنة ، وكل واحدة خرجت من بلد على ان يلتقيا ، فاذا كان البعد بينهما ٣٧٥ كم واذا التقيا في الساعة الحادية عشرة والنصف وكانت سرعة الاولى ٤٦ كم في الساعة ، فكم تكون سرعة الثانية ؟

٢) سار مسافر من قرية الى مدينة بسرعة ٤½ كيلومترات في الساعة ، ثم تبعه آخر على جواد بسرعة ٦½ كم في الساعة ، فادركه بعد ست ساعات ، فبكم ساعة يكون الاول قد سار قبل الثاني ؟

الدرس التاسع والتسعون

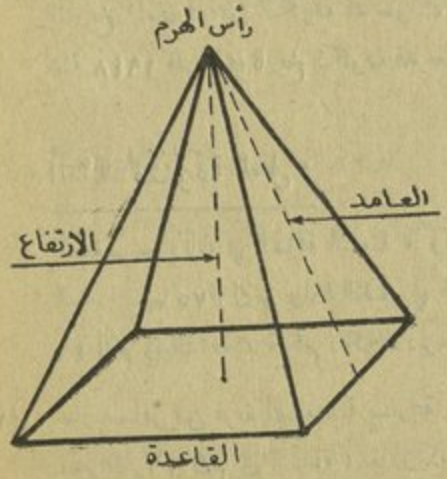
الهرم المنتظم



اذا تأملت في هذه الرسوم ترى اجساماً تحد جوانب كل منها بسطوح مثلثات ، يتساوي فيها الساقان ، وتكون ايضاً متساوية مشتركة الرأس ، ومرتكزة على مضلع منتظم .

ومن هنا سميت هذه الاشكال الاهرام المنتظمة .

اقسام الهرم الرئيسية :



اذا القيت نظرة الى الصورة الكائنة في يسار هذه الصفحة، ترى ما هي اقسام الهرم الرئيسية ، واين تكون .

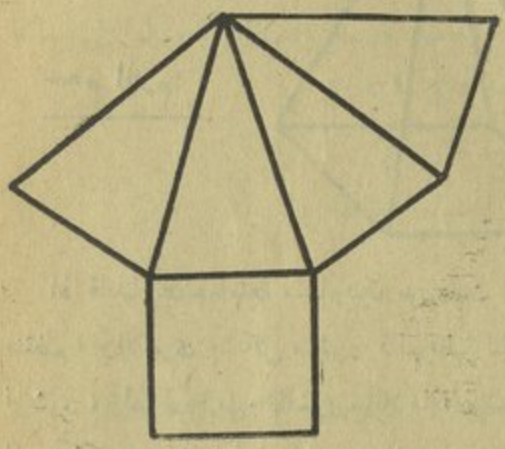
كم قسما للهرم ترى في هذا الرسم ؟ سم كلا منها ودل عليها .

حدد وعرف كلا منها بلغتك العادية، وحسب معرفتك .

هل عامد الهرم هو ارتفاعه؟... ما هو الفرق بينهما؟

أنواع الهرم :

الهرم انواع ، منها الهرم المثلث ، والرباعي ، والخماسي ، ولكل من هذه الانواع ، اسم خاص يطلق عليه حسب شكل قاعدته .



مساحة الهرم الجانبية :

ان المساحة الجانبية لكل هرم تساوي مجموع مساحة المثلثات المحيطة به .

فاذا تأملنا هرماً منتظما رباعيا نرى ان مساحته الجانبية مؤلفة من ٤ مثلثات متساوية ، وبما ان مساحة احدى هذه المثلثات تساوي

$$\frac{\text{ضلع القاعدة} \times \text{العامد}}{٢}$$

تكون مساحة المثلثات الاربعة مساوية : $\frac{(\text{٤} \times \text{ضلع القاعدة}) \times \text{العامد}}{٢}$

أو : $\frac{\text{محيط القاعدة} \times \text{العامد}}{٢}$

فالمساحة الجانبية اذاً = $\frac{\text{محيط القاعدة} \times \text{العامد}}{٢}$

المساحة الكلية :

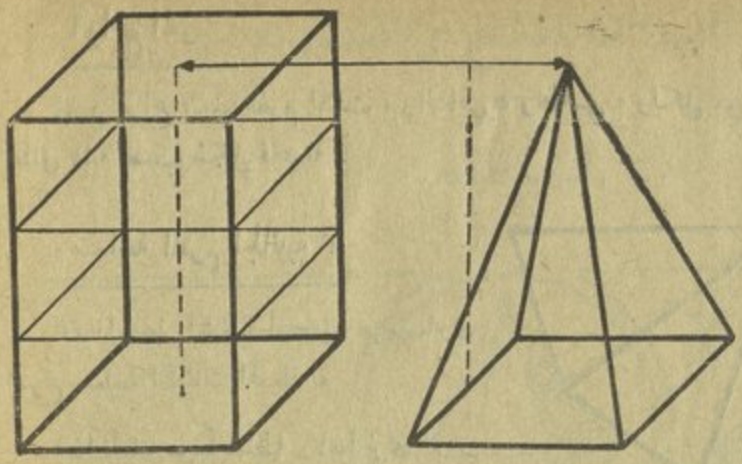
ان مساحة الهرم الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة .

مثال ذلك : كم هي المساحة الجانبية والمساحة الكلية لهرم رباعي منتظم ، طول ضلع قاعدته دسيمتران وطول عامده ٣ دسم ؟

ان المساحة الجانبية = $\frac{٢ \times ٤ \times ٣}{٢}$ = ١٢ دسم^{٢}

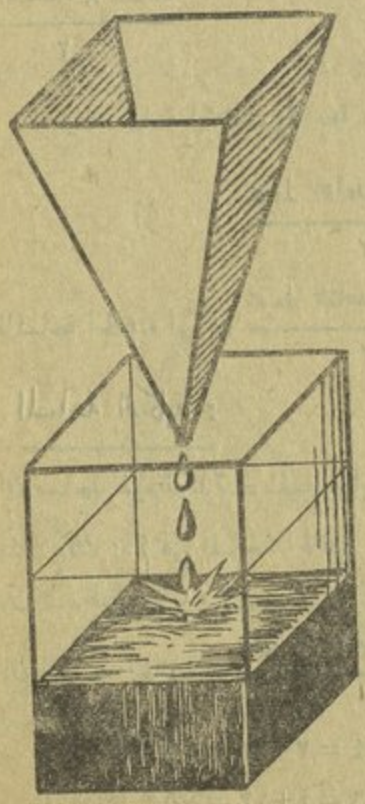
ومساحة القاعدة = ٢ × ٢ = ٤ دسم^{٢}

والمساحة الكلية = ١٢+٤ = ١٦ دسم^{٢}



حجم الهرم:

اذا قابلنا بين دعامتين متساويتين من حيث القاعدة والارتفاع ، واحداهما تأتي بشكل هرم منتظم ، والاخرى بشكل منشور قائم يظهر لنا بوضوح ان حجم الهرم هو اصغر من حجم المنشور ، واذا اردنا ملء المنشور سائلا ما ، واستعملنا الهرم كمكيال ، فاننا نحتاج الى ملء الهرم وافراغه في المنشور ثلاث مرات حتى يمتلىء هذا الاخير ، وعليه فنستنتج ان : حجم الهرم يساوي $\frac{1}{3}$ حجم المنشور الذي يساوي بقاعدته وارتفاعه قاعدة الهرم وارتفاعه .



ويتضح لنا ان حجم المنشور يساوي مساحة القاعدة في الارتفاع .

وان حجم الهرم يساوي ثلث حاصل ضرب مساحة قاعدته في ارتفاعه

أي ان مساحة الهرم : $\frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{3}$

حساب الارتفاع والقاعدة :

اذا ضربنا مساحة قاعدة الهرم في ارتفاعه ، وقسمنا الحاصل على ٣ فاننا نحصل على ٣ أضعاف حجم الهرم ، أي على حجم المنشور المساوي له في القاعدة والارتفاع .

ولذلك فيجب ضرب حجم الهرم في ٣ وقسمة الحاصل على الارتفاع للحصول على مساحة القاعدة ، وقسمة الحاصل على مساحة القاعدة للحصول على الارتفاع .

أي ان مساحة القاعدة = ٣ × حجم الهرم ÷ الارتفاع .

والارتفاع = ٣ × حجم الهرم ÷ مساحة القاعدة .

أسئلة للحل :

١) يبلغ طول ضلع هرم سداسي منتظم ٢،٥ مترين ، ويبلغ طول عامده ١،٨٠ متراً ، فكم تكون مساحته الجانبية ؟

٢) كم تكون المساحة الجانبية لهرم قاعدته بشكل مثمن منتظم يبلغ طول ضلعه ٠،١٥م وطول عامده ٠،٦٠ م ؟

٣) كم تكون المساحة الجانبية ، والمساحة الكلية لهرم رباعي منتظم ، يبلغ طول ضلعه ٠،٧٠ م وطول عامده ١،٩٠ م ؟

٤) قطعة من الزجاج بشكل هرم سداسي منتظم ، يبلغ طول ضلع قاعدته ٨٠مم وعامده يساوي ٥/٨ طول ضلع قاعدته، فكم تكون مساحته الجانبية؟ .. وكم تكون مساحته الكلية اذا كان طول عامد القاعدة ٧٦مم ؟

٥) غرفة مربعة الشكل يبلغ طول ضلعها ٧ أمتار وقد صنع سقفها على شكل هرم منتظم، يبلغ طول عامده ٥،٨٠ أمتار ، فكم تكون كلفة دهان هذا السقف اذا كان دهان المتر المربع منه يكلف ٣،٥ ليرات ؟

٦) هرم قاعدته مربعة الشكل ، ويبلغ طول ضلعه ٤ أمتار ، وارتفاعه ٦ أمتار ، فكم يكون حجمه ؟

الدرس المائة

الطول والعرض الجغرافيان - مقاييس الملاحة

خط الهاجرة أو دائرة نصف النهار - المتوازيات - عرض وطول موضع ما .

ان الارض مستديرة الشكل تقريباً، وهي تدور على محورها في خلال اربع وعشرين ساعة ، ويسمى طرفا المحور الذي تدور عليه : القطبين ، ويقال لاحدهما القطب الشمالي ، وللآخر القطب الجنوبي.

وقد اتفق علماء الفلك على تقسيم سطح الكرة الارضية بواسطة دوائر وهمية تمر بالقطبين ، وتسمى خطوط الطول او خطوط الهاجرة، ويقدر طول كل منها بـ ٤٠٠٠٠ كم . وخط الهاجرة الاساسي هو ذلك الخط المار بمدينة (غرينويتش) قرب لندن .

خطوط العرض او المتوازيات :

اما خطوط العرض فهي ايضاً دائرات وهمية مرسومة حول الكرة الارضية على موازاة خط الاستواء ، وهذا الاخير هو اكبر المتوازيات او خطوط العرض .

على ان تلك الخطوط ليست متساوية كخطوط الطول ، لانها تصغر بابتعادها عن خط الاستواء واقترابها من القطبين .

معرفة طول موضع ما .

ان طول موضع ما هو مقدار المسافة التي بين خط الهاجرة الاساسي وخط الهاجرة المار بهذا الموضع ، وتحسب هذه المسافة بالدرجات والدقائق والثواني .

ان طول موضع ما سواء وقع شرقاً او غرباً يحسب من ٠° الى ١٨٠°

مثال ذلك : مدينة بيروت تقع في الدرجة الـ ٣٥ والدقيقة ٢٨ والثانية الـ ١٠ شرقاً .

معرفة عرض موضع ما.

ان عرض موضع ما هو المسافة من خط الاستواء الى الموازي المار في ذلك الموضع، ويعبر عن هذه المسافة بالدرجات والدقائق .

ويحسب العرض من ٠° الى ٩٠° ويكون شمالا اذا كان الموضع واقعاً في نصف الكرة الشمالي وجنوباً اذا وقع في نصف الكرة الجنوبي .

مثال ذلك : بيروت تقع في الدرجة الـ ٣٣ والدقيقة الـ ٢٤ والثانية الـ ٢٢ من العرض الشمالي .

كيفية معرفة فرق الطول الكائن بين موضعين :

١) اذا اردنا مثلا ان نعرف فرق الطول بين مدينتين واقعتين الى جهة واحدة من خط الطول الاساسي ، فاننا نطرح طول الواحدة من طول الاخرى ، سواء اكان موقعها شرق ذلك الخط او غربه .

مثال ذلك : فرق الطول بين بيروت التي يبلغ طولها ١٠° ٢٨َ ٣٥ْ شرقاً
وبين الاستانة « « « ٣° ٥٩َ ٢٨ْ شرقاً
٧° ٢٩َ ٦ وهو الجواب

٢) كذلك اذا اردنا ان نعرف فرق الطول بين مدينتين ، تقع احداهما شرق خط الطول الاساسي، والاخرى غربه، فاننا نجمع الطولين، فنحصل على الجواب المطلوب، مثال ذلك :

فرق الطول بين واشنطون التي يبلغ طولها : ٧° ٧٧ْ غرباً
وبين طول الاستانة البالغ طولها : ٣° ٥٩َ ٢٨ْ شرقاً
٥٧° ٧ ٤٨ وهو الجواب

مقارنة الدرجات الارضية بالمسافة والزمن :

١) اعلم ان محيط اي دائرة كانت يساوي ٣٦٠° وبما ان محيط دائرة الكرة الارضية يساوي ٤٠٠٠٠ كم فان طول

$$1^\circ = \frac{٤٠٠٠٠}{٣٦٠} = ١١١،١١١ \text{ كم}$$

$$1' = \frac{١١١،١١١}{٦٠} = ١،٨٥١٨٥ \text{ كم او } ١٨٥٢ \text{ م على وجه التقريب}$$

٢) وان الارض تدور على ذاتها من الغرب الى الشرق دورة كاملة في مدة يوم ، اي انها تدور مقدار ٣٦٠° كل ٢٤ ساعة ، فيكون اذاً مقدار ما تدوره في الساعة ١٥° واليك ايضاحاً لذلك بالارقام :

ان الساعة = ٣٦٠° ÷ ٢٤ = ١٥°

والدقيقة = $\frac{١٥° \times ٦٠}{٦٠}$ = ١٥′

والثانية = $\frac{١٥′ \times ٦٠}{٦٠}$ = ١٥″

وبناء على ما مر بنا نستنتج :

١) ان الشمس تشرق في دمشق مثلا قبل ان تشرق في القاهرة، مما يجعل وقت الظهر في دمشق متقدماً على وقت الظهر في القاهرة ، والعكس بالعكس ، اي ان الوقت يتأخر في المراكز الغربية عنه في المراكز الشرقية . مثال ذلك انه عندما يكون في البلدة الواقعة على بعد ٥° من شرق دمشق : ١٢ سا +٤×٥=١٢ سا و ٢٠ دق ويكون في البلدة الواقعة على بعد ٧° من غرب دمشق : ١٢ سا −٤×٧=١١ سا و ٣٢ دق

٢) وانه يمكن تحويل الطول المعبر عنه بقياس الزوايا الى طول يعبر عنه بقياس الوقت وذلك بقسمته على ١٥ كما انه يمكن تحويل الطول المعبر عنه بقياس الوقت الى طول يعبر عنه بقياس الزوايا وذلك بضربه في ١٥

مثال ذلك : اذا كان فرق الطول بين مركزين ٤ ساعات فانه يساوي عندئذ :

٤ × ١٥ = ٦٠° وكذلك اذا كان فرق الطول بين مركزين ٩٠° فانه يكون :
٩٠° ÷ ١٥ = ٦ ساعات .

واذا كانت مدينة ما تبعد عن مدينة بيروت مقدار ٤° مثلا تكون المسافة بينهما :
١١١،١١١ × ٤ = ٤٤٤ كم .

مقاييس الملاحة :

ان المسافة البحرية تقدر بوحدات مشتقة من درجات الهاجرة وهي :

الفرسخ البحري : ويساوي ١/٢٠ من طول احدى درجات الهاجرة أي أن :

$\frac{١١١،١١١}{٢٠}$ = ٥،٥٥٥ كم

الميل البحري : ويساوي ١/٣ الفرسخ البحري أو ١/٦٠ من طول احدى درجات الهاجرة

أي أن : $\frac{١١١،١١١}{٦٠}$ = ١،٨٥١٨٥كم أو ١٨٥٢م .

العقدة البحرية : وتساوي $\frac{١}{١٢٠}$ من الميل البحري أو $\frac{١}{٧٢٠٠}$ من احدى درجات الهاجرة

أي أن : $\frac{١١١،١١١}{٧٢٠٠}$ = ٠،٠١٥٤٣ أو ١٥،٤٣م .

أجب عن الاسئلة الآتية شفاهاً ما امكنك ذلك :

١) كم يكون فرق الطول بين الاماكن التي تختلف أوقاتها بعضها عن بعض بمقدار :
١ ساعة ؟ ٤ ساعات ؟ ٦ ساعات ؟ ٩ ساعات ؟ ١٤ ساعة ؟

٢) كم يكون فرق الوقت بين بلدتين تختلف احداهما عن الاخرى في الطول بمقدار :
٤٥° ؟ ٩٠° ؟ ١٠٥° ؟ ١٥٠° ؟

٣) اذا كان الوقت ظهراً في بيروت فكم يكون في البلاد الواقعة :
(١) شرق بيروت على بعد : ٤° ٨° ١٢° ؟
(٢) غرب بيروت على بعد : ٦° ٥° ٧° ؟

٤) جد فرق الطول بين كل اثنين من البلدان الاتية :
احدهما ٧٨° غرباً والآخر ٣٤° غرباً
« ١١٢° شرقاً والآخر ٢٣° شرقاً
« ٣٢° غرباً والآخر ١٤٨° «
« ٥٠° شرقاً والآخر ٤٠° غرباً

٥) جد فرق الوقت بين كل اثنتين من المدن الآتية :
(١) برلين ٥٣° ٢٣' ١٣" شرقاً
الاستانة ٣° ٥٩' ٥٨" «
(٢) برلين ٥٣° ٢٣' ١٣" شرقاً
بوسطن ٩° ٤' ٧١" غرباً

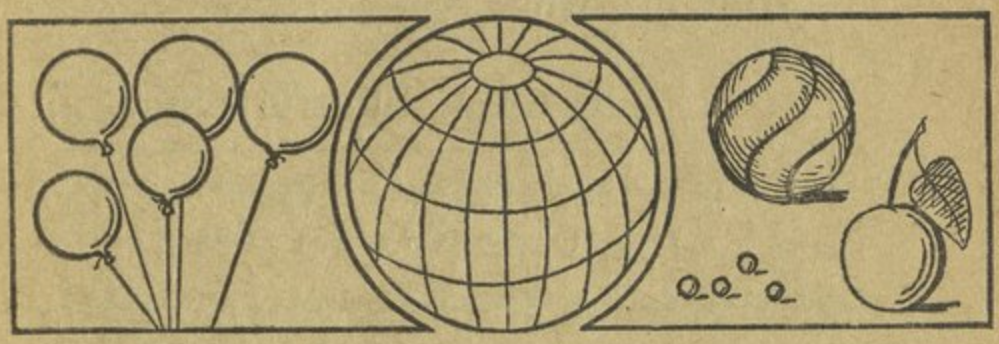
٦) حول ما يلي الى فراسخ بحرية : ١٤١،٦٥٢٥ كم . و ٥٥٥٥ كم

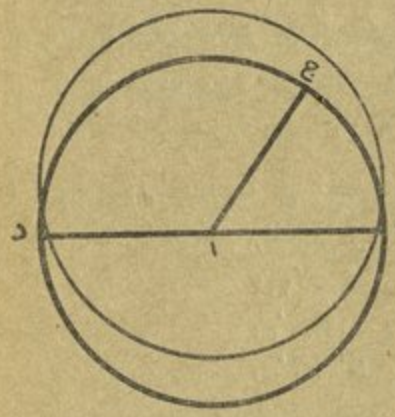
٧) حول ما يلي الى اميال بحرية، ثم الى الى كيلومترات : ٨ فراسخ ، ١٥ فرسخاً، ٢٧ فرسخاً

٨) حول ما يلي الى عقد بحرية ثم الى امتار : ١٥ ميلا ، ٤ فراسخ ٣٥ ميلا

الدرس الواحد بعد المائة

الكرة





ان كلا من البرتقالة ، الطابة ، الكلة ، البالون يمثل مجسمات بشكل الكرة ، ويمكن معرفة شكل الكرة بأخذ نصف دائرة وادارته حول قطرها دورة كاملة .

وان للكرة كما للدائرة شعاعاً هو الخط المستقيم «اب» أو «اج» المنحدر من احدى نقاط سطح الكرة الى مركزها .

وللكرة ايضاً قطر هو الخط المستقيم «ب د» الذي يصل بين نقطتين كائنتين في سطح الكرة ماراً بالمركز .

واذا قطعت الكرة بخط مستوٍ على أن يمر بمركزها يمكن بذلك ان تعرف مساحة أكبر دائرة تسمى بالدائرة العظمى وهي تقطع الكرة الى قسمين متساويين كما هو واضح في الرسم الى اليسار .

مساحة الكرة :

عندما يراد الحصول على مساحة الكرة تضرب مساحة الدائرة العظمى في ٤ وذلك يعني أن مساحة الكرة = مساحة الدائرة العظمى × ٤

مثال ذلك : ما هي مساحة كرة شعاعها ١٠ سم ؟

ان مساحة الدائرة العظمى = ١٠×١٠×٣،١٤١٦=٣١٤،١٦ سم^{٢}

ومساحة الكرة = ٣١٤،١٦ × ٤ = ١٢٥٦،٦٤ سم^{٢} وهو الجواب

حجم الكرة :

وعندما يراد الحصول على حجم الكرة تضرب مساحة سطحها في الشعاع ويقسم الحاصل على ٣ وذلك يعني أن حجم الكرة = $\frac{\text{مساحة سطحها} \times \text{الشعاع}}{٣}$

مثال ذلك : ما هو حجم كرة شعاعها ١٠ سم ؟

بعد ان عرفت مساحة سطح الكرة كما في المثال الاول وهي ١٢٥٦،٦٤ سم^{٢}

ضربت تلك المساحة في الشعاع ١٠ أي ١٢٥٦،٦٤ × ١٠ = ١٢٥٦٦،٤ سم^{٢}

وقسم الحاصل على ٣ أي ١٢٥٦٦،٤ ÷ ٣ = ٤١٨،٨ سم^{٣} وهو الجواب .

أسئلة للحل :

١) كم تكون مساحة كرة طول شعاعها ٢٠ سم ؟

٢) كم يكون حجم كرة طول شعاعها ١٠ سم ؟

٣) كم يكون حجم كرة طول قطرها ٠،٦٠ م ؟

٤) كرة طول قطرها ١٢سم ، وقد طليت « بالبويا » ، فكم يكون ما ينفق عليها ، اذا كانت كلفة السنتيمتر المربع ٧٥ غرشاً ؟

٥) جد مساحة كرة حديدية قطرها ٢٠ سم . ثم جد حجمها ؟

٦) كم تكون مساحة كرة القدم ، وكم يكون حجمها ، اذا كان طول نصف قطرها ٠،٠٨م ؟

٧) طابة من الحديد يبلغ قطرها ١٨سم ، فكم يكون وزنها اذا كان ثقل الحديد النوعي ٦،٧ ؟

الدرس الثاني بعد المائة

التقسيم التناسبي

(١) تقسيم عدد ما الى اجزاء تتناسب مع اعداد معينة .

اشترت ثلاث سيدات قطعة من الحرير بمبلغ ٣٧٥ ليرة ، فكم يجب ان تدفع كل واحدة منهن، اذا كانت الاولى قد أخذت ٦ أمتار والثانية ٨ أمتار والثالثة ١١ م ؟

كيفية الحل :

اذا اردنا معرفة القيمة التي دفعتها كل سيدة ، علينا أن نعرف اولا مجموع الامتار ، ويتم ذلك بجمع الـ ٦ + ٨ + ١١ = ٢٥ متراً

فيكون ثمن المتر الواحد : $\frac{٣٧٥}{٢٥}$ ليرة

وثمن الـ ٦ أمتـــار : $\frac{٣٧٥ \times ٦}{٢٥}$ = ٩٠ ليرة وهي القيمة التي دفعتها الاولى .

وثمن الـ ٨ أمتـــار : $\frac{٣٧٥ \times ٨}{٢٥}$ = ١٢٠ ليرة وهي القيمة التي دفعتها الثانية .

وثمن الـ ١١ مـــتراً : $\frac{٣٧٥ \times ١١}{٢٥}$ = ١٦٥ ليرة وهي القيمة التي دفعتها الثالثة .

تحقق صحة العمل : ٩٠ + ١٢٠ + ١٦٥ = ٣٧٥ ليرة

لقد قسمنا في هذه المسألة العدد ٣٧٥ بصورة تتناسب مع الاعـــداد ٦ و٨ و١١ وبناء عليه فنستنتج : انه عندما يراد قسمة عدد الى اجزاء تتناسب مع اعداد اخرى معلومة يجب ان يقسم ذلك العدد على مجموع تلك الاعداد، ثم يضرب بعد ذلك خارج القسمة في كل عدد من تلك الاعداد التي جمعناها .

(٢) تقسيم عدد ما الى اجزاء تتناسب مع كسور معينة .

اذا اشتغل عاملان في عمل مـــا ، فأتم الاول ٢/٥ العمل ، وأتم الثاني ٣/٧ العمل ، ودفع لهما اخيراً مبلغ ١١٦٠ ليرة ، فكم يكون نصيب كل منهما من ذلك المبلغ ؟

كيفية الحل :

نجمع اولا اجزاء الكسر التي انجزت من العمل على النسق الآتي :

$$\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٧} = \frac{١٤ + ١٥}{٣٥} = \frac{٢٩}{٣٥}$$

واذاً فتكون اجرة ٢٩ جزءاً : ١١٦٠ ليرة

وتكون اجرة الجزء الواحد = $\frac{١١٦٠}{٢٩}$

وتكون اجرة الاجزاء الاربعة عشر او حصة الاول = $\frac{١١٦٠}{٢٩} \times ١٤ = ٥٦٠$ ليرة .

وتكون اجرة الاجزاء الخمسة عشر او حصة الثاني = $\frac{١١٦٠}{٢٩} \times ١٥ = ٦٠٠$ ليرة .

وبناء عليه فنستنتج انه عندما يراد قسمة عدد الى اجزاء تتناسب مع كسور مفروضة ، يجب جمع تلك الكسور بعد توحيد مخارجها ، ثم يقسم بعد ذلك العدد المراد تجزئته على مجموع صور هذه الكسور ، ويضرب الخارج في كل من الصور التي انجز جمعها .

وعلى نسق حل النموذجين السابقين حل الاسئلة الآتية :

أسئلة للحل :

١) ثلاثة اولاد عمر الاول منهم ٧ سنوات ، والثاني ٩ سنوات ، والثالث ١٣ سنة ، يراد ان يقسم بينهم ٧٥٤ جنيهاً ، على ان تكون حصة الواحد منهم بالنسبة الى عمره ، فكم جنيهاً يكون ما يأخذه كل واحد منهم ؟

٢) اذا كانت نسبة الماء في محلول سكري تبلغ ٣:٥ فالى كم كيلوغرام نحتاج من هذا المزيج لاستخراج ١٥٠ كغ من السكر ؟

٣) نجح في احدى السنوات ٦٣٠ طالباً في امتحان الاجتياز الى التعليم العالي ، وكان عدد المقصرين بالنسبة الى الناجحين ٢١/° فكم يكون عدد الطلاب الذين تقدموا الى الامتحان ؟

٤) جد النسبة بين ما تصرفه سيارتان من البنزين ، اذا كانت الاولى تصرف ٤ ليترات في مسافة ٤٠ كم والثانية ٢ ليترين في مسافة ١٠ كم ؟

٥) اشتغل عاملان في عمل ما ، فاخذا اجرتهما ١٦٨٠ ليرة ، وكانت المدة التي اشتغل فيها الاول ٦٠ يوماً ، والمدة التي اشتغل فيها الثاني ٨٠ يوماً ، فكم تكون حصة كل منهما من تلك الاجرة ؟

٦) بنى عاملان حائطاً يبلغ طوله ٧٠ م ، فدفع لهما ٣٥٠٠ ليرة ، فاذا كان الاول قد بنى من ذلك الحائط ٤٠ م والثاني ما بقي منه ، فكم يكون ما يصيبه كل منهما من ذلك المبلغ ؟

٧) استؤجر عاملان للقيام باحد الاعمال ، فاشتغل الاول ١٢ يوماً ، والثاني ١٥ يوماً ، فاذا دفع لهما مبلغ ٣٧٥ ليرة ، فكم يكون نصيب كل منهما من ذلك المبلغ ، مع العلم ان اجرة الاول في اليوم هي اكثر من اجرة الثاني بليرتين ؟

٨) قبض ٣ عمال ٥٠٠ ليرة اجرة عمل ما ، فاذا انجز الاول الـ ١/٤ من ذلك العمل ، والثاني الـ ١/٥ والثالث الباقي ، فكم تكون حصة كل منهم ؟

٩) انجز عامل عملا ما ، فدفع لهما مبلغ ٦٦٥ ليرة ، فاذا كان ١/٤ المدة التي اشتغل فيها الاول تعادل ١/٣ المدة التي اشتغل فيها الثاني ، فكم يكون نصيب كل منهما من ذلك المبلغ ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) كم يكون حجم هرم قاعدته بشكل مثلث قائم الزاوية ، وطول ضلعي زاويته القائمة يبلغ ٨ أمتار و٦ أمتار وعلوه ٥ أمتار ؟

٢) حجر بشكل هرم رباعي منتظم، يبلغ طول محيط قاعدته ٠،٩٦م ويبلغ ارتفاعه ١،١٠ متراً فكم يكون وزنه اذا كانت كثافته ٣،٤ ؟

٣) كم يكون طول عامد هرم ، رباعي منتظم ، اذا كانت مساحته الكلية ٢٤م٢ وطول ضلع قاعدته ٣ أمتار ؟

الدرس الثالث بعد المائة

الشركة

تكثر الاعمال التي لا يتمكن من القيام بها انسان بمفرده، كمشاريع الري مثلاً، ومشروع شركة الكهرباء، وشركة البواخر، وما الى ذلك، اذ ان هذه المشاريع لا تقوم الا بتعاون عدة أشخاص يساهمون في تكوين رؤوس الاموال الضخمة، وفي كل ما تنتهي اليه اعمالهم، فلا ينال الواحد من الربح، ولا يلحقه من الخسارة، الا بقدر القيمة التي يكون قد دفعها من أصل رأس المال. هذا مع مراعاة الزمن الذي انقضى على بقاء تلك القيمة في رأس مال الشركة. وخلاصة ما نستنتجه مما تقدم، ان كل شركة يطبق فيها التقسيم التناسبي.

واليك بهذين النموذجين يوضحان لك القاعدة المتضمنة في ما ذكرناه اعلاه:

١) اشترك ثلاثة رجال في تجارة، فدفع الاول من رأس المال ٥٠٠٠ ليرة، والثاني ٦٥٠٠ ليرة، والثالث ١٢٠٠ ليرة، وبعد مدة بلغ ربحهم ٧٦٢ ليرة، فكم يكون نصيب كل واحد منهم من هذا الربح؟

كيفية الحل:

يجب اولا تقسيم الـ ٧٦٢ ليرة تقسيما يتناسب مع القيمة التي ساهم بدفعها كل من الرجال الثلاثة لتكوين رأس المال.

فاذا كان مجموع اموالهم: ٥٠٠٠+٦٥٠٠+١٢٠٠=١٢٧٠٠ ليرة

يكون ربح ١٢٧٠٠ ليرة: ٧٦٢ ليرة

وربح الليرة الواحدة: $\frac{٧٦٢}{١٢٧٠٠}$ من الليرة

ويكون ربح الاول الذي دفع الـ ٥٠٠٠ ليرة: $\frac{٧٦٢}{١٢٧٠٠} \times ٥٠٠٠ = ٣٠٠$ ليرة

وربح الثاني الذي دفع الـ ٦٥٠٠ ليرة: $\frac{٧٦٢}{١٢٧٠٠} \times ٦٥٠٠ = ٣٩٠$ ليرة

وربح الثالث الذي دفع الـ ١٢٠٠ ليرة: $\frac{٧٦٢}{١٢٧٠٠} \times ١٢٠٠ = ٧٢$ ليرة

ولتحقق الصحة في هذه العملية نجمع الارباح هكذا: ٣٠٠+٣٩٠+٧٢=٧٦٢ ليرة.

٢) تشارك وديع وحبيب في تجارة فدفع وديع من اصل رأس المال ٣٥٠٠ ليرة ، لمدة ١٠ أشهر ودفع حبيب ٦٠٠٠ ليرة لمدة ٥ أشهر ، فاذا كان ربحهما ٢٦٠٠ ليرة، فكم يكون نصيب كل واحد منهما من ذلك الربح ؟

كيفية الحل :

اذا اراد وديع ان يربح في شهر واحد قيمة تساوي ما ربحه خلال ١٠ أشهر يجب عليه ان يدفع ٣٥٠٠ × ١٠ = ٣٥٠٠٠ ليرة .

وهكذا يجب ان يدفع سمير مبلغاً يساوي ٥ أضعاف المبلغ الذي دفعه ليربح في شهر واحد قيمة تساوي ما ربحه خلال ٥ أشهر كما ترى في هذه العملية :

٦٠٠٠ × ٥ = ٣٠٠٠٠ ليرة .

فينبغي والحالة هذه ان يصبح الربح متناسباً مع ٣٥٠٠٠ و ٣٠٠٠٠ أي ٦٥٠٠٠ ليرة فربح الـ ٦٥٠٠٠ ليرة : ٢٦٠٠ ليرة .

وربح الليرة : $\frac{٢٦٠٠}{٦٥٠٠٠}$ من الليرة

وربح الـ ٣٥٠٠٠ ليرة ، او حصة وديع : $\frac{٢٦٠٠}{٦٥٠٠٠}$ × ٣٥٠٠٠ = ١٤٠٠ ليرة .

وربح الـ ٣٠٠٠٠ ليرة ، اوحصة حبيب : $\frac{٢٦٠٠}{٦٥٠٠٠}$ × ٣٠٠٠ = ١٢٠٠ ليرة .

ولتحقق الصحة في هذه العملية ، تجمع الارباح هكذا :

١٤٠٠ + ١٢٠٠ = ٢٦٠٠ ليرة .

وعلى نسق حل النموذجين السابقين حل الاسئلة الآتية :

أسئلة للحل :

١) اشترك ثلاثة رجال في صفقة تجارية ، فاذا دفع الاول ٢٤٠٠ ليرة ، والثاني ٣٠٠٠ ليرة ، والثالث ٤٠٠٠ ليرة ، فكم يكون نصيب كل منهم من الربح اذا بلغ ربحهم ٢٣٥٠ ليرة ؟

٢) تشارك ثلاثة تجار برأس مال بلغ ٤٦٠٠ ليرة ، فاذا وضع الاول اكثر مما وضعه الثاني بـ ٤٠٠ ليرة ، والثاني اكثر مما وضعه الثالث بـ ٣٠٠ ليرة ، فكم تكون حصة كل واحد منهم مما ربحوه معاً وقدره ١١٥٠ ليرة .

٣) تشارك شخصان في محل تجاري ، وكان رأس مالهما ١٦٥٠ جنيهاً ، دفعهما الاثنان معاً ، فاذا بلغ ربح احدهما ٣٠٠ جنيه ، وربح الثاني ٢٥٠ جنيهاً ، فكم يكون المبلغ الذي دفعه كل منهما عندما تشاركا ؟

٤) قسم ربح تجارة بين ثلاثة اشخاص، فكانت حصة كل منهم بنسبة ما ساهم به في تكوين رأس المال ، فاذا اخذ الاول ٢٧ جنيهاً ، والثاني ٤٥ جنيهاً ، والثالث ٦٣ جنيهاً ، واذا كان رأس المال في بداية العمل ٤٥٠ جنيهاً ، فكم يكون مقدار ما ساهم به كل منهم في تكوين رأس المال ؟

٥) اشترك ثلاثة اشخاص في تجارة فوضع الاول ٦٠٠ ليرة لمدة سنة ، ووضع الثاني ٤٢٠ ليرة، لمدة ١٠ أشهر ، ووضع الثالث ٣٢٠ ليرة لمدة خمسة اشهر ، فكم يكون ربح كل شريك اذا ربحوا جميعاً ٦٥٠ ليرة ؟

٦) اشترك ثلاثة اشخاص في تجارة ، فدفع الاول من رأس المال ١٧٥ جنيهاً ، والثاني ٢١٠ جنيهات ، فاذا كان ربحهم ٤٤٢،٥ جنيهاً ، واذا اخذ الثالث من هذا الربح ١٢٧،٢٥ جنيهاً فكم يكون قد دفع من اصل رأس المال ؟

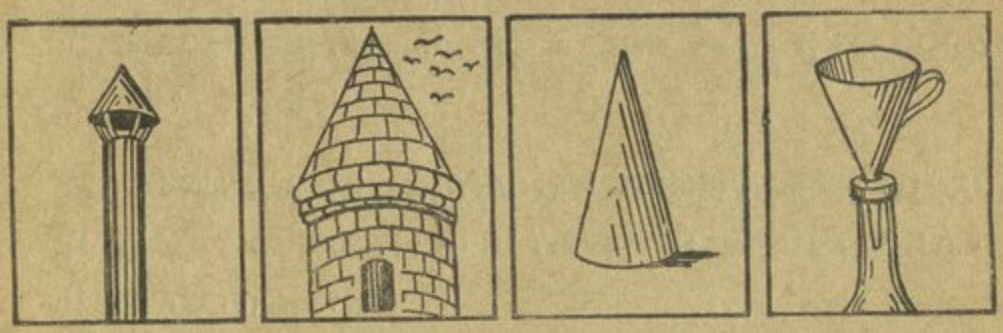
٧) تشارك ثلاثة اشخاص في عمل ، فوضع الاول ٥٠٠ ليرة مدة ٣ أشهر ، ووضع الثاني ٦٥٠ ليرة ، مدة ٨ أشهر ، ووضع الثالث ٣٠٠ ليرة مدة ١١ شهراً ، فاذا ربحوا ٤٢٠٠ ليرة، فكم تكون حصة كل واحد منهم ؟

٨) تشارك عاملان في انجاز احد الاعمال ، فأتم الاول الـ $^{٢}/_{٥}$ من ذلك العمل ، واتم الثاني الـ $^{٣}/_{٧}$ فاذا دفع لهما مبلغ ١١٦٠ ليرة ، فكم يكون نصيب كل منهما ؟

٩) اشترك ٣ عمال في عمل اجرته ٤٦٨ ليرة ، فاشتغل الاول ١٥ يوماً ، وكان يشتغل في اليوم ٦ ساعات ، والثاني ١٢ يوماً وكان يشتغل في اليوم ٨ ساعات ، والثالث ١٨ يوماً ، وكان يشتغل في اليوم ٧ ساعات ، فكم يكون مقدار ما يأخذه كل عامل من هذه الاجرة ؟

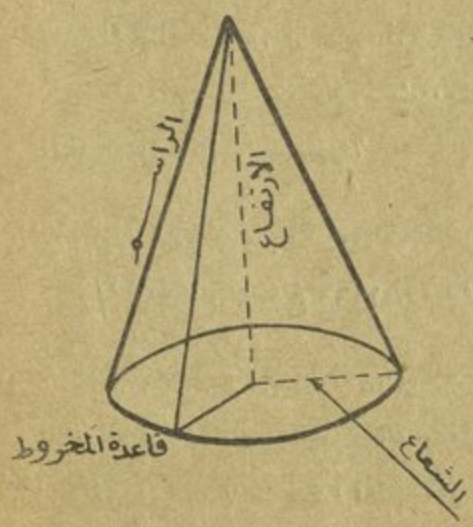
الدرس الرابع بعد المائة

المخروط



ان شكل كل من قمع الزيت ، قالب السكر ، سقف البرج ، غطاء المدخنة ، يسمى مخروطاً .

ولنفترض انك فصلت ورقة بشكل مثلث قائم ، ثم أدرتها دورة كاملة حول أحد ضلعي الزاوية القائمة ، فانك اذ ذاك ترى بين يديك شكلاً مخروطاً . وبتأملك الصورة في يسار هذه الصفحة امامك ، يتضح لك ذلك :



واعلم أن للمخروط قاعدة بشكل دائرة تكون هكذا ←

وان للمخروط ارتفاعاً هو الخط القائم المنحدر من رأس المخروط الى محيط الدائرة اي الى قاعدة المخروط ، يسمى : « الراسم » والشعاع هو شعاع دائرة قاعدته .

المساحة الجانبية :

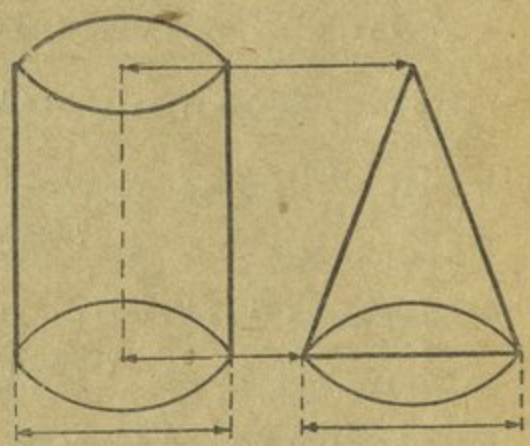
اذا اخذت ورقة وجعلتها بشكل مخروط ، ثم افردته كما هو مبين في الرسم الى يسار هذه الصفحة امامك ، يتضح لك أن سطحه الجانبي يمثل بالحقيقة قطاع دائرة. وكما اننا نعتبر الاسطوانة منشوراً قائماً لا يحصى عدد اضلاعه ، يمكننا ان نعتبر ايضاً ان المخروط هو هرم منتظم لا يحصى عدد اضلاعه ، يمكننا ان نستنتج ان :

$$\text{المساحة الجانبية للمخروط} = \frac{\text{المحيط} \times \text{الراسم}}{٢}$$

المساحة الكلية :

ان مساحة المخروط الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة .

حجم المخروط :



ترى في الرسم امامك مخروطاً واسطوانة . واذا قابلت بينهما تجد أنهما متساويان في القاعدة والارتفاع . واذا ملأت المخروط ماء وافرغته في الاسطوانة ترى انه يملأ ثلثها فقط .

وتجد انك اذا اردت ان تملأها تماماً يجب ان تملأ المخروط ثلاث مرات وتفرغه فيها ، وبناء عليه فحجم المخروط يساوي ١/٣ حجم الاسطوانه وبما ان :

حجم الاسطوانة = مساحة القاعة × الارتفاع وهذا الاخير يساوي ثلاثة اضعاف حجم المخروط

فيكون حجم المخروط = $\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{٣}$

كيفية ايجاد الارتفاع والقاعدة :

يجب لمعرفة حجم الاسطوانة ان تضرب قاعدة المخروط في ارتفاعه ، ولهذا فعليك اذا اردت معرفة قاعدة المخروط او ارتفاعه ، ان تقسم ٣ أضعاف حجمه على مساحة قاعدته ، فتعرف بذلك مدى ارتفاعه ، او ثلاثة اضعاف حجمه على ارتفاعه ، فتعرف مساحة قاعدته ، واليك بيان ذلك :

ان ٣ أضعاف حجم المخروط = مساحة القاعدة × الارتفاع

ومساحة القاعدة = ٣ أضعاف الحجم ÷ الارتفاع

والارتفاع = ٣ أضعاف الحجم ÷ مساحة القاعدة

أسئلة للحل :

١) كم تكون المساحة الجانبية لمخروط طول قطر قاعدته ٨ سم وطول راسمه ١٥ سم ؟

٢) كم هي المساحة الكلية لمخروط طول محيط قاعدته ١٢،٥٦٦٤ دسم وطول راسمه ٥ دسم ؟

٣) قالب سكر بشكل مخروط ، يبلغ طول شعاع قاعدته ١٠ سم وطول راسمه ٦٠ سم فكم تكون مساحته الجانبية ؟ ... مساحته الكلية ؟

٤) سقف مخروط الشكل طول قطره ١٢ م وطول راسمه ٦ أمتار فكم ينفق ثمن توتيا لسقفه اذا كان سعر المتر المربع من التوتيا ٦،٥٠ ليرات ؟

٥) يراد صنع خيمة خشبية ، بشكل مخروط ، يبلغ طول شعاع قاعدته ١،٥٠ متراً ، وطول راسمه ٢،٤٠ مترين ، فأذا كان ثمن المتر المربع من الخشب ٥،٢٠ ليرات ، فكم تبلغ نفقة الخيمة مع العلم ان ارضها صنعت ايضاً من الخشب عينه ؟

٦) كم يكون حجم مخروط يبلغ شعاع قاعدته ٢٠ سم ، وارتفاعه ٢٤ سم ؟

٧) كاس مخروط الشكل ، طول محيطه ٢٥،١٢ سم ، وعمقه يبلغ ٥سم ، فكم يكون حجمه ؟

الدرس الخامس بعد المائة

الخليط والمزيج

الثمن الوسطي

الخليط :

اذا اخذنا ٣ كيلوغرامات من طحين الذرة ، مع ٥ كيلوغرامات من طحين القمح ، وخلطنا بعضها ببعض ، نحصل على نوع جديد من الطحين يسمى خليطاً .

المزيج :

واذا اخذنا ٤ ليترات من الخل ، و٣ لترات من نوع آخر ، فمزجناها معا ، نحصل على نوع جديد من الخل يسمى مزيجاً .

١) الثمن الوسطي

مسألة نموذجية :

اذا مزج تاجر ١٥ ليتراً من الخل على معدل سعر الليتر منه ٥٥ غرشاً ، بـ ٥ ليترات من نوع آخر على معدل سعر الليتر ٧٠ غرشاً ، فكم يكون ثمن الليتر من هذا المزيج ؟

كيفية الحل :

ان ثمن الـ ١٥ ليتراً من النوع الاول : ٥٥ × ١٥ = ٨٢٥ غرشاً
وثمن الـ ٥ ليترات من النوع الثاني : ٧٠ × ٥ = ٣٥٠ غرشاً
وثمن الـ ٢٠ ليتراً من هذا المزيج = ١١٧٥ غرشاً

فيكون اذاً ثمن الليتر الواحد من المزيج : $\frac{١١٧٥}{٢٠}$ = ٥٨،٧٥ غرشاً وهو الجواب

ومما تقدم بيانه ، نستنتج انه عندما يراد معرفة الثمن الوسطي للخليط ، او المزيج ، يجب قسمة مجموع ثمن المواد التي يتألف منها الخليط او المزيج على مجموع وحدات هذه المواد .

أسئلة للحل :

١) خلط تاجر ٤٠ كغ طحين من النوع الذي سعر الكيلوغرام منه ٣٥ غرشاً ، مع ٦٠ كغ من الطحين الذي سعر الكيلوغرام منه ٥٥ غرشاً ، فكم يكون ثمن الكيلوغرام من هذا الخليط ؟

٢) تاجر مزج ٥٠ كغ زيت على معدل سعر الكيلوغرام ٢١٥ غرشاً مع ٦٥ كغ من الزيت الذي سعر الكيلوغرام منه ١٧٥ غرشاً ، و٧٥ كغ من الزيت الذي سعر الكيلوغرام منه ٢٠٠ غرش ، فكم يكون ثمن الكيلوغرام من هذا الزيت المزيج ؟

٣) خلط فران ٤٥٠ كيلوغراماً من الطحين على معدل سعر الكيلوغرام ٧٠ غرشاً ، مع ٢٥٠ كيلوغراماً من الطحين الذي سعر الكيلوغرام منه ٩٠ غرشاً ، فبكم يجب ان يبيع الكيلوغرام من هذا الطحين الخليط ليربح ١٦٠ ليرة ؟

٤) خلط تاجر صنفين من البن ، فكان وزن النوع الاول منهما ٤٠ كغ على معدل سعر الكيلوغرام الواحد ٤٠ ف ، ووزن النوع الثاني ٨٠ كغ ، فاذا باع الكيلوغرام من هذا البن الخليط بـ ٢٠٠ ف فربح فيه ٥٠ف فكم يكون سعر الكيلوغرام من النوع الثاني ؟

٥) نوع من الخبز صنع من خمسة أرطال من الطحين البلدي، ورطلين من الطحين الشامي، فكم رطلاً يجب ان يؤخذ من الطحين الشامي للحصول على ٢٨ رطلاً من هذا النوع الخليط ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١٠) كم يكون حجم هرم خماسي منتظم ، اذا كان طول محيط قاعدته يبلغ ٣٥،٢٠ م واذا كان عامد قاعدته يساوي ١/٨ محيطه ، وارتفاعه ٣ أمتار ؟

٨) حجر « غرانيت » بشكل مخروط، تبلغ مساحة قاعدته المستديرة ٤،٣٥ دسم٢ ويبلغ ارتفاعه ٧٠ سم، فكم يكون وزنه اذا كان وزن الدسيمتر المكعب منه ٢،٧٠ كيلوغرامين ؟

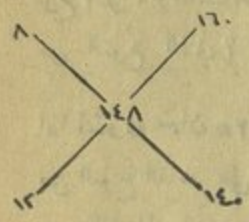
٣) اذا كان «خلقين» الدبس بشكل نصف كرة، وطول قطره الداخلي ١،٤٠ متراً، فكم يكون حجمه ؟... وكم تكون سعته ؟... وكم يكون وزن ما يسعه من الماء ؟

٢) نسبة تركيب الخليط أو المزيج :

مسألة نموذجية :

اذا مزج تاجر زيت ، نوعين من الزيت ، وكان ثمن الليتر من النوع الاول ١٦٠ غرشاً ، وثمن الليتر من النوع الثاني ١٤٠ غرشاً ، فحصل على مزيج سعر الليتر منه ١٤٨ غرشاً ، فكم تكون نسبة تركيب هذا المزيج ؟

كيفية الحل :



يخسر التاجر في الليتر من النوع الاول : ١٦٠-١٤٨=١٢ غرشاً

على انه يربح في كل ليتر من النوع الثاني : ١٤٨-١٤٠=٨ غروش

ويعادل الربح الخسارة اذا مزج ٨ ليترات من النوع الاول مع ١٢ ليتراً من النوع الثاني . لانه اذا كان يخسر في كل ليتر من النوع الاول ١٢ غرشاً فمعلوم انه يخسر في ٨ ليترات : ١٢×٨=٩٦ غرشاً ، واذا كان يربح في كل ليتر من النوع الثاني ٨ غروش ، فانه يربح في ١٢ ليتراً : ٨×١٢=٩٦ غرشاً .

ومما تقدم نستنتج أن نسبة المزيج هي ٨/١٢ أي انها عبارة عن ٨ ليترات من النوع الاول و١٢ ليتراً من النوع الثاني .

وعلى نسق حل العملية اعلاه حل المسائل الآتية :

أسئلة للحل :

١) تاجر عنده نوعان من الخل ، سعر الهكتوليتر من النوع الاول ١٥٠ ف ، وسعر الهكتوليتر من النوع الثاني ١١٠ ف ، فبأي نسبة يجب أن يمزج هذين النوعين ليحصل على مزيج ثمن الهكتوليتر منه ١٢٠ ف ؟

٢) تاجر عنده نوع من الشاي ثمن الاوقية منه ١٤٤ غرشاً ، ونوع آخر ثمن الاوقية منه ١٩٢ غرشاً ، فاذا اراد ان يؤلف خليطاً من هذين النوعين على ان يكون وزنه ٤٨٠ اوقية ، وثمن الاوقية منه ١٥٠ غرشاً ، فكم يجب ان يكون مقدار ما يأخذه من كل نوع ؟

٣) كم رطلا من السمن يجب أن تضيف من النوع المحدد سعر الرطل منه بـ ١٢ ليرة الى ٢١ رطلا من النوع المحدد سعر الرطل منه بـ ١٧ ليرة لتحصل على خليط ثمن الرطل منه ١٥ ليرة؟

٤) تاجر عنده نوعان من الزيت ، فاذا كان ثمن الرطل من النوع الاول ١٠٧٥ غرشاً ، ومن الثاني ١٠٥٠ غرشاً ، فكم رطلا من النوع الثاني يجب أن يضيف الى ٣٧٥ رطلا من النوع الاول ليحصل على مزيج من الزيت ثمن الرطل منه ١٠٦٥ غرشاً ؟

٥) مزج تاجر ٨٠ ل من احد انواع الشراب ، على معدل سعر الليتر ٧٥ ف ، مع ١٢٠ ل من نوع آخر ، وبذلك حصل على مزيج سعر الليتر منه ٦٠ ف ، فكم يكون قد دفع ثمن الليتر من النوع الثاني ؟

٦) اذا اشترى سمان ٢٢٥ ليتراً من الخل على معدل سعر الهكتوليتر ٩٨ ليرة ، واشترى خلا من النوع الفاخر على معدل سعر الهكتوليتر ١٢٠ ليرة ، ثم مزج هذين النوعين فكلفه الليتر من ذلك المزيج ١،٠٥ ليرة ، فكم ليتراً يكون قد اشترى من نوع الخل الفاخر ؟

أسئلة مُتَنَوِّعَة للحل :

١) قدح مخروط الشكل يسع ١٤،١٣٧٢ سل ، فكم يكون عمقه اذا كان قطر فوهته ٦ سم ؟

٢) قالب سكر بشكل مخروط ، يبلغ قطر قاعدته ٠،١٥م وارتفاعه ٠،٦٠م فاذا كان ثمن الكيلوغرام من السكر ١،٢٠ ليرة ، فكم يبلغ ثمن القالب مع العلم ان ثقل السكر النوعي ١،٦٠ ؟

٣) قبة مرصد بشكل نصف كرة ، يبلغ طول محيطها ١٢،٥٦٦٤م فكم تكون مساحة هذه القبة ؟... وكم يكلف دهنها « بالبويا » اذا كان طلي المتر المربع بتلك « البويا » يكلف ٧،٥ ليرات ؟

٤) خرج زيد وعمرو من مدينة قاصدين مدينة اخرى تبعد عن الاولى ١٨٠ ميلا ، وكان زيد يقطع في الساعة ميلا واحداً زيادة عما يقطعه عمر ، فاذا وصل بعد ٤ أيام ، فكم يكون قد بقي على عمرو من الطريق ؟... وكم تكون المسافة التي يقطعها كل منهما في الساعة اذا كانا يمشيان كل يوم ٦ ساعات ؟

الدرس السادس بعد المائة

دمج المعادن

السبيكة :

ان السبائك المعدنية، هي عبارة عن نوعين من المعادن مختلفين جنساً، صهرا معاً فاندمجا كاندماج الفضة بالذهب مثلاً .

ويطلق على السبيكة عادة اسم احد معدنيها الاكثر ثمناً ، فيقال مثلا ، سبيكة ذهبية ، أو سبيكة فضية ، حسب زيادة او نقصان المادة الافضل والاثمن .

وزن السبيكة وحجمها :

ان وزن سبيكة ما ، او حجمها ، يكون مساويا لمقدار اوزان او احجام المعادن التي صيغت منها .

عيار السبيكة :

ان عيار السبيكة هو نسبة وزن المعدن الثمين فيها الى وزنها بكاملها . فيقال مثلا : ان هذه السبيكة الذهبية عيارها ٠،٨٥ او ٨٥٪ اي ان وزن الذهب الخالص الموجود فيها ، يساوي ٨٥/١٠٠ من جملة وزنها ، والباقي ١٥/١٠٠ من وزنها هو مقدار ما فيها من معدن آخر .

وبما ان الذهب يحسب بالقيراط، وبما ان عيار الذهب الخالص هو ٢٤ قيراطاً فالسبيكة الذهبية التي يكون عيارها ٢١ قيراطاً يعني انها تحتوي علي ٢١/٢٤ من وزنها ذهباً خالصاً .

حساب العيار :

مسألة نموذجية :

كم هو عيار سبيكة ذهبية ، صيغت من دمج ثلاث سبائك ذهبية ، اذا كان وزن الاولى منها ٦٠ غ وعيارها ٠،٨٠ ووزن الثانية ٧٠ غ وعيارها ٠،٨٥ ووزن الثالثة ٨٥ غ وعيارها ٠،٩٠ ؟

كيفية الحل :

في السبيكة الاولى ٦٠ غ : ٦٠ × ٠،٨٠ = ٤٨،٠٠ غ من الذهب الخالص

وفي السبيكة الثانية ٧٠ غ : ٧٠ × ٠،٨٥ = ٥٩،٥٠ غ من الذهب الخالص

وفي السبيكة الثالثة ٨٥ غ : ٨٥ × ٠،٩٠ = ٧٩،٥٠ غ من الذهب الخالص

١٨٧،٠٠ غ من الذهب الخالص

فيكون اذاً عيار السبيكة الجديدة $\frac{١٨٧}{٢١٥}$ = ٠،٨٧

ومما سبق يستنتج :

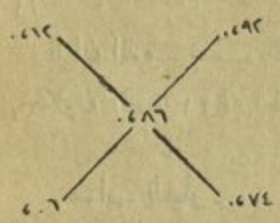
أن عيار السبيكة = $\frac{\text{وزن المعدن الثمين}}{\text{مجموع وزن السبيكة}}$

نسبة تركيب السبيكة :

مسألة نموذجية :

سبيكتان فضيتان عيار الاولى منها ٠،٩٢ وعيار الثانية ٠،٧٤ فبأي نسبة يجب دمج هاتين السبيكتين للحصول على سبيكة عيارها ٠،٨٦ ؟

كيفية الحل :



تلاحظ في الرسم الى يسار هذه الصفحة ان عيار السبيكة الجديدة انقص من عيار السبيكة الاولى :

٠،٩٢ − ٠،٨٦ = ٠،٠٦

وان عيار السبيكة الجديدة يزيد على عيار السبيكة الثانية

٠،٨٦ − ٠،٧٤ = ٠،١٢

ويتم تعادل الزيادة والنقصان اذا دمجت السبيكتان بنسبة $\frac{٠،١٢}{٠،٠٦}$ أو $\frac{١٢}{٦}$ أي بان يكون ١٢ غ من الاولى و٦ غ من الثانية .

لانه اذا كان الغرام الواحد من السبيكة الاولى ينقص ٠،٠٦

فان الـ ١٢ غراماً تنقص : ١٢ × ٠،٠٦ = ٠،٧٢

واذا كان الغرام من السبيكة الثانية يزيد ٠،١٢

فان الـ ٦ غرامات منها تزيد ٠،١٢ × ٦ = ٠،٧٢

فتكون نسبة الدمج اذاً : ١٢ من الاولى و٦ من الثانية .

وعلى نسق حل النموذجين السابقين حل المسائل الآتية :

أسئلة للحل :

١) وزن سوار من ذهب ٢٥ غ وعياره ٠،٩٢٠ فكم يكون وزن الذهب الذي فيه ؟

٢) وزن سلسلة ذهبية ٢١،٦ غ وفيها ٣،٤٥٦ غ من النحاس ، فكم يكون عيارها ؟ .

٣) يبلغ عيار سبيكة ٠،٦٨٠ وفيها ٤٨،٩٦ غراما من الفضة الخالصة ، فكم يكون وزنها ؟

٤) تحتوي سبيكة من الذهب عيارها ٠،٩٢٠ على ٤٠٠ غرام من النحاس، فكم يكون وزنها؟

٥) سبيكة ربعها من نحاس ، وخمسها من فضة ، وباقيها من ذهب ، ووزنها ١٠٠ مثقال فكم يكون ما فيها من الذهب ؟

٦) اذاب صائغ ١ كيلوغراماً من فضة عيارها ٠،٩٢٠ مع ٤٠٠ غرام من النحاس ، فكم يكون وزن السبيكة ؟

٧) اذاب صائغ ١ كيلوغراما من فضة ، عيارها ٠،٩٠٠ و٨٠٠ غرام فضة ، عيارها ٠،٨٣٥ و٧٢ غرام فضة خالصة ، فكم يكون عيار السبيكة ؟

٨) سبيكتان وزن الاولى منها ٨٠ غراماً ونسبة الذهب فيها ٤٥ ٪ ووزن السبيكة الثانية ٦٠ غراما ، ونسبة الذهب فيها ٣٨ ٪ فاذا مزجت هاتان السبيكتان معاً فكم تصبح نسبة الذهب في السبيكة الجديدة ؟

٩) سبيكة وزنها ٣٦ غراماً ، وتحتوي على ذهب خالص مقداره ٢٧ ٪ من وزنها ادمجت بسبيكة اخرى وزنها ٨٤ غراماً وكان مقدار الذهب الخالص الموجود في السبيكة الجديدة يعادل ٣٤ ٪ من وزنها فكم تكون النسبة المئوية للذهب الموجود في السبيكة الثانية ؟

أسئلة مُتنوِّعة للحل :

١) مجموع الطول لارتفاع مخروط قطر قاعدته ٢٠م فاذا كان قطر القاعدة يساوي ربع ارتفاع المخروط ، فكم يكون شعاع القاعدة ؟... وكم تكون مساحتها ؟... وكم يكون علو المخروط ؟... وكم يكون حجمه ؟

٢) كم يكون وزن مخروط من الحديد يبلغ طول نصف قطره ٤ سم ، وارتفاعه ١٠ سم ، اذا كانت كثافة الحديد المصنوع منه ٧،٨ ؟

٣) اذا كان طول نصف خط الماجرة على الكرة الارضية الجغرافية يبلغ ٤٦ سم ، فكم يكون سطح هذه الكرة ؟... وكم يكون حجمها ؟

٤) تبلغ المسافة بين رجلين ٣٢،٤٠٠كم فاذا قصد احدهما الآخر والتقيا بعد ثلاث ساعات ، فكم تكون المسافة التي يقطعها كل واحد منهما في الساعة اذا كان احدهما يسير في الساعة اكثر مما يسير الآخر بـ ٨٠٠ م ؟

٥) تبارى طالبان في قطع ١٥٠٠ متر فركض الثاني بعد الاول بدقيقتين ومع ذلك فقد وصلا الى نهاية المسافة معاً ، فكم تكون سرعة الثاني اذا كانت سرعة الاول ١٥٠ متراً في الدقيقة ؟

٦) سمان عنده نوعان من الملح ، سعر الكيلوغرام من النوع الاول ١٢ غرشاً ، ومن النوع الثاني ١٧ غرشاً ، فاذا أراد ان يؤلف خليطاً من النوعين المذكورين على ان يكون سعر الكيلوغرام من هذا الخليط ١٥ غرشاً ، (١) فبأي نسبة يجب ان يكون خلط هذين النوعين ؟... (٢) وكم يجب ان يكون مقدار ما يأخذه من كل نوع ، ليحصل على خليط منهما وزنه ٢٥ كغ ؟

٧) اشترى سمان ٣٥٠ كغ من السمن على معدل سعر الكيلوغرام الواحد ٧،٢٥ ليرات ، ثم طلب نوعاً آخر من السمن المحدد سعر الكيلوغرام منه بـ ٩،٥ ليرات ، (١) فبأي نسبة يجب ان يكون خلط هذين النوعين ليحصل على خليط ثمن الكيلوغرام منه ٨ ليرات ؟... (٢) كم كيلوغراماً يجب ان يضيف من السمن المحدد سعر الكيلوغرام منه بـ ٩،٥ ليرات الى ٢٥٠ كغ اشتراها ليحصل على خليط من السمن يكون ثمن الكيلوغرام منه ٨ ليرات ؟

٨) قطعت سيارة مسافة معينة بمدة ساعة و٣٦ دقيقة ، وقطعت سيارة اخرى المسافة عينها بمدة ساعتين ، فاذا كانت سرعة الاولى في الساعة اكثر من سرعة الثانية بـ ٢٠ كم فكم يكون طول المسافة ؟

٩) يستطيع عامل ان يبلط بيتاً في ١٢ يوماً ، ويستطيع عامل آخر ان يبلطه في ١٦ يوماً ، فاذا اشتغلا معاً مدة اربعة ايام ثم تركا العمل فاكمله عامل ثالث في يومين ونصف اليوم ، فالى كم يوم يحتاج العامل الثالث ليقوم بذلك العمل وحده ؟

١٠) في سباق مائة متر يسبق اديب وديعاً بمقدار ٢٠ متراً ، ويسبق وديع حبيباً بمقدار خمسة أمتار ، فبكم متر يسبق اديب حبيباً اذا تباريا في سباق ٣٠٠ متر ؟

١١) اشترى تاجر برميل نبيذ يسع ٢٢٨ ليتراً ، وقد وزنه مملوءاً فوجده يبلغ ٢٤٠ كغ ، فاذا كان وزن البرميل فارغاً ٢٥ كغ ، فكم تكون كمية الماء الممزوجة بالنبيذ مع العلم ان وزن ١/٤ الليتر من النبيذ الخالص ٢٤٥ غراماً ؟

١٢) انبوب يملأ حوضاً في ١٢ دق ، وعندما يفتح مصرف في اسفله يمتلىء في ١٨ دق ، فاذا فتح الانبوب وحده مدة ١٠ دقائق ، ثم فتح المصرف بعـــد ذلك ، فكم دقيقة يلزم ليمتلىء الحوض ؟

١٣) قطعة ارض رسم مخططها بمقياس ١/٢٠٠٠ فكانت بشكل شبه منحرف طول قاعدته الكبرى ١٥٠م وطول الصغرى ٤/٥ الكبرى ، وارتفاعه يساوي ١/٩ مجموع قاعدتيه ، فكم تكون مساحة تلك الارض ؟... واذا بيعت على معدل سعر الآر ٦٥ ليرة ، فكم يكون ثمنها ؟

١٤) يشتري تاجر متر الكتان بـ ٧٥٠ غرشاً ، فاذا اراد ان يكسب في بيعه ٢٠ ٪ فبكم يجب ان يبيعه حتى يقدر ان يحسم لزبائنه ٢٥ ٪ ويظل رابحاً ٢٠ ٪ ؟

١٥) قطار اذا قطع ٣٠ كم في الساعة يلزمه ٣٠ دقيقة زيادة عما لو قطع ٣٦ كم ، ليقطع مسافة معلومة ، فكم يكون طول المسافة ؟

١٦) مزيجان من السكر في الاول منها ٤٠ ٪ ونسبة السكر في الثاني منها ٣٠ ٪ فاذا خلطنا كيلوغراماً من المزيج الاول مع كيلوغرامين من الثاني ، فكم تصبح نسبة السكر المئوية في المزيج الجديد ؟

فهرس الكتاب

صفحة

تصحيح خطأ

صفحة	سطر	كلمة	خطأ	صواب
٤٤	٦	٩	٠،٥	١،٥
٤٩	٤	٤	٤٢٥	٤٢٠
٨٩	الاخير	الاخيرة	الارلى	الاولى
١٠١	الاول	٥	وطاولينين	وطاولتين
١٠٥	٣	٨	يستطع	يستطيع
١١٢	١	١	١	٦
١١٩	١	١	٦	٧
١٣٢	٢	٦	مؤلفاً	مؤلف
١٣٣	١٦	٧	اكثر	أقل
١٤١	١٥	٦	يوماً	يوماً
١٨٠	١٦	٢	بعضا	بعضها
٢٠٦	٢	٩	محيطين	محيطي
٢٣٩	١٤	٣	مملوء	مملوءاً
٢٦٦	١٤	٨	الجزر	الجذر
٣٠٠	٧ و٨	١٣ و٦	الجينه	الجنيه
٣٠٧	١٢	٢	مدّل	معدّل
٣٢١	١	٣ و٤	الذي المبلغ	المبلغ الذي
٣٣٠	٩	١٥	فاذ	فاذا
٣٣٨	١	١	الطوا	الطول

للمؤلف

(١) سلالم القواعد الاربع في الحساب :

١ – سلم الجمع
٢ – سلم الطرح
٣ – سلم الضرب
٤ – سلم القسمة

(٢) كتب التدريس – الحساب البسيط :

١ – الجزء التمهيدي – للسنة الثانية عشرة
٢ – الجزء الاول – للسنة الحادية عشرة
٣ – الجزء الثاني – للسنة العاشرة
٤ – الجزء الثالث – للسنة التاسعة
٥ – الجزء الرابع – للسنة الثامنة
٦ – الجزء الخامس – للسنة السابعة