جامعة فؤاد الأول — كلية الهندسة
المؤلف رقم ٣

118

الحسن بن الهيثم

بحوثه وكشوفه البصرية

تأليف

مصطفى نظيف بك

أستاذ الطبيعة بكلية الهندسة

الجزء الثاني

١٣٦٢ هـ - ١٩٤٣ م

مطبعة الاعتماد بمصر
١٩٤٣

مقدمة الجزء الثانى

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله . وبعد فقد كان للظروف الحاضرة ولظروف أخرى طرأت فى أثناء الطبع ، أثرها فى تأخر صدور هذا الجزء من الكتاب ، وفى صدوره أخيراً على هذه الصفة التى صدر عليها . وإنى لا يسعنى فى هذا المقام إلا أن أنوه بما أسدى إلىّ من المساعدة فى إبان إعداده للطبع وفى أثناء طبعه . وإن الوفاء لذكرى المغفور له الأستاذ الهامى الكردانى ليقضى بأن أبدأ بذكره والثناء عليه لمعاونته لى قبيل وفاته الفجائية فى إعداد بعض أشكال الباب الخامس ولما أبداه بتلك المناسبة من الملاحظات . وإنى أشكر الأستاذ محمد غريب عبد الجليل المدرس بقسم الطبيعة بالكلية على تطوعه بمساعدتى فى الإشراف على طبع هذا الجزء ومراجعة مسودات الطبع واستدراك ما وقع من الأخطاء المطبعية . وأشكر الأستاذ حسين زكى المدرس بقسم الطبيعة على مساعدته فى إعداد بعض الأشكال . كما أنى أذكر مع الشكر الأستاذ الدكتور محمد رضا مدور مدير مرصد حلوان والدكتور ابراهيم حلمى عبد الرحمن مدرس الفلك بكلية العلوم والأستاذ الدكتور نجيب باخوم الأستاذ المساعد بقسم الرياضة بهذه الكلية لما أبدوه من العناية فى المناسبات التى استطلعت فيها آراءهم فى بعض ما ورد فى هذا الجزء من الكتاب .

أما ما كنت أجده من أعضاء هيئة التدريس بقسم الطبيعة بهذه الكلية وموظفيه جميعاً من الاستعداد عن طيب خاطر لإسداء أية معاونة فله فى نفسى أحمد الأثر .

قسم الطبيعة — كلية الهندسة
سبتمبر سنة ١٩٤٣

مصطفى نظيف

محتويات الجزء الثانى

الباب الخامس

في

مسألة ابن الهيثم والبحوث الهندسية المتعلقة بها

الفصل الأول

في

المقدمات الهندسية

الفصل الثانى

في

تعيين نقطة الانعكاس عن المرآة الكرية

الفصل الثالث

في

تعيين نقطة الانعكاس عن المرآة الأسطوانية

الفصل الرابع

في

تعيين نقطة الانعكاس عن المرآة المخروطية

الباب السادس

في

الخيالات التى ترى بالانعكاس

الفصل الأول

في

كيفية إدراك صور المبصرات بالانعكاس وتفصيل أحوال الخيالات التى ترى فى المرايا المستوية

الفصل الثانى

في

تفصيل أحوال الخيالات التى ترى فى المرايا الكرية

الباب الرابع

فى

أحكام الانعطاف وما يتعلق بالانعطاف عند السطوح المستوية

الفصل الأول

فى

أحكام الانعطاف

الفصل الثانى

فى

خيال النقطة المبصرة الذى يرى بالانعطاف

الفصل الثالث

فى

خيالات المبصرات المدركة بالانعطاف عند السطح المستوى

الباب الثامن

في

الانعطاف عند السطوح الكرية وما يترتب على الانعطاف من الظواهر الجوية

الفصل الأول

في

الانعطاف عند السطوح الكرية بوجه عام

الفصل الثاني

في

الخيالات التي ترى بالانعطاف عند السطوح الكرية

الفصل الثالث

في

بحوث ابن الهيثم عن الظواهر الجوية المترتبة على انعطاف الضوء

تذييـــل

خاتمة الكتاب

* * *

الباب الخامس

في

مسألة ابن الهيثم والبحوث الهندسية المتعلقة بها

الفصل الأول

في

المقـــدمات الهندســــية

١٣٢ – مسألة ابن الهيثم ولمحة تاريخية عنها

إذا فرضت نقطتان حيثما اتفق أمام سطح عاكس ، فكيف تُعيَّن على هذا السطح نقطة بحيث يكون الواصل منها إلى إحدى النقطتين المفروضتين بمثابة شعاع ساقط ، والواصل منها إلى الأخرى بمثابة شعاع منعكس ؟ هذه المسألة عرفت عند أهل أوربا ولا تزال تعرف إلى وقتنا الحاضر « بمسألة الحسن » وكما سبق أن ذكرنا تسمى النقطة المراد تعيينها على السطح العاكس « نقطة الانعكاس » .

والمسألة سهلة بسيطة إذا كان السطح العاكس مستوياً (١) . لأنه إذا أخرج من إحدى النقطتين المفروضتين عمود على السطح كان المستوى الذي يقع فيه هذا العمود والنقطة الثانية هو مستوى الانعكاس . فإذا مد هذا العمود على

---

(١) ورد شرح ابن الهيثم لهذه الحالة في و (١٧٣) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر

استقامته إلى نقطة ، بحيث يكون بعدها عن النقطة التى يلتقى عليها هذا العمود السطح العاكس كبعد النقطة الأولى عنها ، ثم وصلت تلك النقطة إلى النقطة الثانية المفروضة ، كانت النقطة التى يلتقى عليها هذا الواصل السطح العاكس هى نقطة الانعكاس المطلوب تعيينها . والبرهان على ذلك يسير . والمسألة أيضاً سهلة بسيطة إذا كان السطح العاكس كرياً أو اسطوانياً أو مخروطياً فى حالات خاصة معينة . ففى حالتى السطح الأسطوانى أو المخروطى إذا كانت النقطتان المفروضتان وسهم الأسطوانية أو سهم المخروطية فى مستوى واحد ، كان هذا المستوى هو مستوى الانعكاس وكان الفصل المشترك بينه وبين السطح العاكس خطاً مستقيما ، وآل الانعكاس إلى ما يشبه الانعكاس عن السطح المستوى . كذلك فإنه من السهل تعيين نقطة الانعكاس عن السطح الكرى المحدب إذا كانت النقطتان المفروضتان على بعد واحد من مركز كرة السطح . ومن السهل أيضاً تعيين نقطة الانعكاس أو بوجه عام نقاطه عن السطح الكرى المقعر إذا كانت النقطتان على قطر واحد من أقطار الكرة أو إذا لم تكونا على قطر واحد كانتا على بعد واحد من مركز الكرة . وبحوث ابن الهيثم التى بيناها فيما سبق (١) تتضمن طرق تعيين نقطة الانعكاس عن السطح الكرى المقعر فى مثل هذه الأحوال الخاصة .

ولكن تزول عن المسألة هذه السيمة من السهولة فى أحوال السطوح غير المستوية ، إذا فرضت النقطتان حيثما اتفق فى مقابلة جزء منها . وابن الهيثم لم يودع كتابه المناظر حلولا للمسألة فى مثل الأحوال الخاصة المذكورة فحسب بل تناول أيضاً بحثها من الناحية العامة ، وأورد لها حلا عاماً لكل نوع من أنواع المرايا الكرية والاسطوانية والمخروطية المحدبة منها والمقعرة .

وقد عنى بعض العلماء بتاريخ نشوء هذا البحث من قبل أن يتناوله ابن الهيثم وعن مبلغ ما يصح نسبته إلى ابن الهيثم من الفضل فى ابتكار الحلول التى أوردها ، وما يصح نسبته إلى المتقدمين من العلماء (٢) . فموضوع البحث عن نقطة

---

(١) الفصل الرابع من الباب الرابع من الجزء الاول من هذا الكتاب .

(٢) Die Alhazensche Spiegel-Aufgabe (1893) : Von P. Bode.

الانعكاس وإن لم يرد البتة فى مناظر أوقليدس فقد ورد فى كتاب المناظر المنسوب إلى بطليموس . غير أن ما جاء منه فى هذا الكتاب وإن أريد منه أن يتناول المرآة الكرية فلم يتجاوز ما يتعلق بالكرية المحدبة بيان أن تعاكس النقطتين عنها لا يكون إلا من نقطة واحدة . أما فيما يختص بالكرية المقعرة فقد تناول البحث بضع حالات خاصة نذكرها فيما يلى :

(أولا) الحالة التى تكون فيها النقطتان المتعاكستان على قطر واحد من أقطار المرآة . وروعى فيها وضعان أحدهما الوضع الذى تكون فيه النقطتان على بعد واحد من المركز ، والثانى الوضع الذى تكون فيه النقطتان على بعدين مختلفين من المركز .

(ثانياً) الحالة التى لا تكون فيها النقطتان على قطر واحد من أقطار المرآة وإنما تكونان فيها على بعدين متساويين من المركز . وقد قسم البحث عنها قسمين روعى فى أحدهما أن يكون المستقيم الواصل بين النقطتين المتعاكستين واقعاً بين مركز المرآة والجزء العاكس من سطحها وهو القسم الذى يقابل من بحوث ابن الهيثم الانعكاس من قوس القطاع الأول . وفيه تخرج الدائرة المحيطة بالمثلث المكون من مركز المرآة ومن النقطتين المتعاكستين ، فإن قطعت الدائرة محيط دائرة الفصل على نقطتين ، كانت نقطتا التقاطع نقطتى انعكاس ، وكانت أيضاً النقطة التى يلتقى عليها العمود المنصف للمستقيم الواصل بين النقطتين محيط دائرة الفصل ، نقطة انعكاس أيضاً . فيكون نقاط الانعكاس ثلاثاً . أما إذا لم تقطع الدائرة المحيطة بالمثلث المذكور محيط دائرة الفصل ، كانت نقطة الانعكاس واحدة وهى النقطة التى يلتقى عليها العمود المنصف للمستقيم الواصل بين النقطتين محيط دائرة الفصل .

وقد حاول بطليموس فى هذا المقام أن يبرهن على إمكان تعاكس النقطتين المختلفتى البعد عن المركز من ثلاث نقاط . ولكن كانت غاية ما استطاعه أن يعين القوس التى لا يؤدى فرض الانعكاس من نقطة منها الى خلف ، أى التى يصح أن تتعاكس النقطتان من نقطة منها . أما كيفية تعيين نقطة الانعكاس بالذات أو إثبات إمكان الانعكاس من ثلاث نقاط فلم يستطع شيئاً منهما .

أما القسم الثانى من البحث فقد روعى فيه أن يكون الخط الواصل بين النقطتين المتعاكستين فيما يلى مركز المرآة من الجزء العاكس من سطحها، وهو يقابل من بحوث ابن الهيثم الانعكاس من قوس القطاع المقابل . وفى هذا الصدد بيّن بطليموس فيما يختص بالنقطتين المختلفتى البعد من المركز إمكان تعاكسهما من نقطة من تلك القوس .

تلك هى بالتفصيل الأحوال التى ذكرت فى مناظر بطليموس . أما المرايا الأسطوانية والمخروطية فلم يتجاوز ما ورد عنهما غير بضع كلمات اكتفى فيها بذكر تلكم المرايا (١) .

ويتضح من هذا أن بطليموس وإن كان قد سبق ابن الهيثم إلى ذكر بعض الأمور المتعلقة بنقطة الانعكاس عن المرايا الكرية المقعرة فإنه لم يحسن منها إلا معالجة حالتين خاصتين . إحداهما حالة النقطتين اللتين على قطر واحد من أقطار المرآة ، والثانية حالة النقطتين اللتين ليستا على قطر واحد إذا كانتا على بعد واحد من المركز .

وابن الهيثم قد ضمن بحوثه جميع هذه الأمور التى سبقه إليها بطليموس . ولكنه لم يقف عندها بل تناول أيضاً بيان ما عجز عنه بطليموس فيما يتعلق بالنقطتين المختلفتى البعد عن المركز . ثم ابتكر الحلول العامة لتعيين نقطة الانعكاس فى أحوال المرايا الكرية والأسطوانية والمخروطية المحدبة منها والمقعرة. فالمسألة بصورتها العامة بقيت مجهولة إلى أن تناولها ابن الهيثم وابتكر لها الحلول التى أوردها فى كتابه المناظر مما سنبينه ونشرحه فيما بعد . فهى كما يرى «بودا»(٢) حقيقة بأن تنسب إلى ابن الهيثم وتعرف باسمه دون سواه من العلماء السابقين .

وبحوث ابن الهيثم فى هذا الموضوع قد بلغت الذروة . وهى فى نظرنا آية بينة لما أوتيه هذا الرجل من المواهب الرياضية الممتازة والعقل الناضج والنظر البعيد الثاقب ، وما كان له من سعة الحيلة والكفاية فى علم الهندسية . غير أن هذه البحوث كاد الدهر يطويها فى زوايا النسيان . فالمسألة

(١) رسالة « بودا » التى أشرنا اليها فيما سبق وهى التى اعتمدنا عليها فى هذه البيانات .

(٢) انظر رسالته المشار اليها آنفا .

وإن ظلت تحمل إلى وقتنا الحاضر اسم «الحسن»، فقد تناول دراستها كثيرون من أساطين علماء الغرب من بعد عصر النهضة ، وتفننوا فى عرض بعض نواحيها لا سيما ما يتعلق منها بالانعكاس عن سطح المرآة الكرية المقعرة. وعالجوا هذه النواحى بما استنبط بعد ابن الهيثم من أساليب الهندسة التحليلية. فشغلوا بما كتبه «بارو» (١) وما ذكره فى محاضراته عنها، وما قدمه «كرستيان هويجنز» (٢) العالم الطبيعى المشهور من بعض الحلول للناحية المذكورة منها، وبما تبادله «سلوس» و«هويجنز» (٣) من الرسائل بشأنها، وبما كتبه عنها غير هؤلاء من التابعين الذين نهجوا على أساليبهم مما لا يسمح المقام هنا بذكرهم أو بشرح أعمالهم (٤)، شغلوا بكل ذلك عن ابن الهيثم نفسه مبتكر هذه المسألة وعن الحلول التى وضعها وكان أول من ابتكرها. حتى آل ذلك إلى أن تناول هذه المسائل بالبحث والدراسة من علماء الجزء الأخير من القرن التاسع عشر من لم يسبق له علم (٥) بأن المسألة قد ابتكرها العالم العربى القديم فى مستهل القرن الحادى عشر.

وانتابت بحوث ابن الهيثم عن هذه المسألة وحلوله التى ابتكرها شكوك. وقد أشرنا إلى بعضها فيما سبق (٦) . ولا نغالى إذا قلنا إن الحلول التى وضعها وتفصيلات البراهين الهندسية التى ساقها فى بحوثه ليست معروفة بجلاء ووضوح. وربما كان السبب فى ذلك هو الاعتماد على الترجمة اللاتينية لكتاب المناظر وتعليقات «فتلو» على أعمال ابن الهيثم. وكل ذلك غير خلو من الأغلاط والأخطاء. ولعل ذلك أيضاً هو السبب فى قدح بعض السابقين فى بعض

(١) Barrow أستاذ الرياضة الذى تتلمذ عليه «نيوتن» فى كمبردج.

(٢) Christian Huygens (١٦٢٩ — ١٦٩٥).

(٣) A Problem of Alhazen solved : Hugens and Sluse by M. Huygxens and M. Slusius. Philosophic Trans. Vol 11 1672-83.

(٤) يوجد مرجع واف للبحوث التى دارت حول مسألة ابن الهيثم فى رسالة «H.Baker» المنشورة فى (The American Journal of Mathematics 1881) وكذلك فى رسالة «بودا» المذكورة.

(٥) مثل «Eberhard» فى رسالة له نشرت سنة ١٨٧٧ . وقد أشار إلى ذلك «بودا»

(٦) فقرة (١٢٦) من الجزء الأول من هذا الكتاب.

البراهين الهندسية التي أوردها ابن الهيثم ، « فبارو » يقول عن الحل الذى أورده ابن الهيثم لايجاد نقطة الانعكاس عن سطح الكرية المقعرة إنه « مطول تطويلا شنيعاً »[١] و « بودا »[٢] يصف بعض براهين ابن الهيثم بالتعقيد ويقول عن برهانه على تعيين نقطة الانعكاس عن سطح المرآة الأسطوانية المحدبة إنه يشق على الفهم ويعزى ذلك إلى الأخطاء المطبعية فى النسخة اللاتينية من ناحية ، وإلى عدم صحة الشكل الوارد فيها من ناحية أخرى . وهو وإن كان قد أورد طريقة ابن الهثم لتعيين نقطة الانعكاس عن المرآة الكرية المحدبة وعن الأسطوانية المحدبة وعن المخروطية المحدبة ، فانه أوردها بايجاز وأوجز فى الوقت نفسه المقدمات الهندسية التى بنى عليها ابن الهيثم بحوثه فى كل هذه الأمور ، ولم يورد براهين ابن الهيثم عليها .

وفى نظرنا أن المسألة على الرغم من صعوبتها وتعقدها فقد أحسن ابن الهيثم معالجة النواحى التى تناولها منها . فهو قد تناول دراسة الموضوع على أساس منطق سليم . فعنى أولا بوضع بضع نظريات أو بالأحرى عمليات هندسية هى فى ذاتها على جانب ليس بالقليل من التعقد وبعد المنال . ذكرها وبين كيفية اجرائها ، ووضع لها البراهين المضبوطة . وذلك كله على أساس هندسى لاعيب فيه . ثم اتخذ هذه العمليات الهندسية مقدمات إلى الحلول التى أرادها لتعيين نقطة الانعكاس . وساق لتلك الحلول بعد ذلك براهينها الهندسية . فبحوثه فى هذا الأمر يجب أن تراعى كوحدة واحدة تتكون من قسمين أحدهما المقدمات الهندسية والثانى الحلول العامة المبنية على تلك المقدمات . وعلى هذه الصفة يمكن تقدير القيمة الحقيقية لتلك البحوث .

ونبدأ فيما يلى بعرض تلك المقدمات والتعليق عليها بشىء من التفصيل .

١٣٣ — مقدمات ابن الهيثم

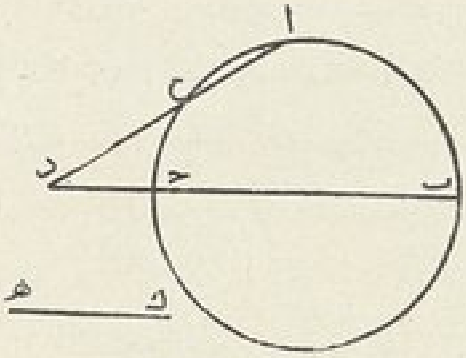
والمقدمات التى عنى ابن الهيثم بوضعها والبرهان عليها ست مقدمات هى

---

(١) « Horribly prolix Solution » : أنظر رسالة « Baker » التى أشرنا إليها .

(٢) فى رسالته التى ذكرناها آنفاً .

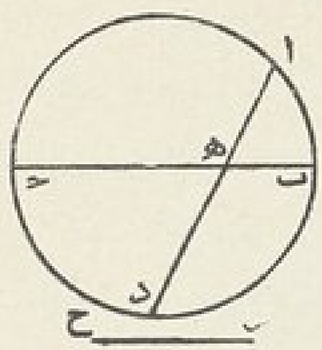
بحسب ترتيب ورودها فى كتابه المناظر وبالصيغة التى صاغها فيها بألفاظه كما يأتى :



(شكل ٨٤)

المقدمة الأولى — « اذا كانت دائرة ا ب ﺣ (شكل ٨٤) معلومة ، وفيها قطر ﺣ ب ، وقد أخرج ﺣ ب فى جهة ﺣ ، وخط ك ﻫ مفروض ، ونقطة ا مفروضة على محيط الدائرة ، ونريد أن نخرج من نقطة ا خطا مثل ا ح د حتى يكون الذى يقع منه فيما بين القطر والدائرة النظير لخط ح د ، مساوياً لخط ك ﻫ . »[1]

المقدمة الثانية — « وأيضاً فلتكن دائرة عليها ا ب ﺣ ، وفيها قطر ب ﺣ ، وعلى محيطها نقطة ا ، وخط (ر ح)[2] مفروض ، ونريد أن نخرج من نقطة ا خطاً (يقطع)[3] قطر ب ﺣ ، وينتهى إلى الدائرة ، فيكون ما يقع منه فيما بين الدائرة والقطر مثل خط ر ح »[4]



(شكل ٨٥)

أى أنه يراد إخراج خط مثل ا ﻫ د (شكل ٨٥) يقطع القطر ب ﺣ على ﻫ والمحيط على د بحيث يكون ﻫ د مساوياً ر ح .

المقدمة الثالثة — « وأيضاً (فليكن مثلث اب ﺣ قائم الزاوية)[5]، زاوية ب منه قائمة ، ونقطة د مفروضة على خط ب ﺣ . ونسبة ﻫ إلى ﺳ معلومة ، ونريد

---

(١) هذه المقدمة والبرهان عليها فى الورقات (٢٠٢ — ٢٠٦) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٢) فى الأصل « ب ح » وهو لاشك خطأ من الناسخ .

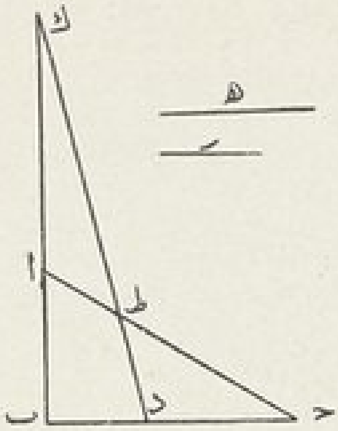
(٣) فى الأصل « يخرج » .

(٤) هذه المقدمة والبرهان عليها فى الورقات (٢٠٦ — ٢٠٨) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٥) الوارد فى الأصل « فليكن ا ب ﺣ قابل الزاوية » .

أن نخرج من نقطة د خطاً مثل خط د ط ك ، حتى تكون نسبة ك ط إلى (ط ح) (١) كنسبة هـ الى ر (٢) ».

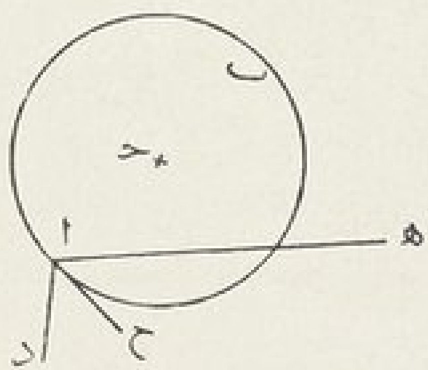
أى أنه يراد اخراج المستقيم د ط ك (شكل ٨٦) قاطعاً وتر القائمة على ط وامتداد الضلع ب ا على ك بحيث تكون نسبة ك ط الى ط ح كنسبة طول أحد الخطين المفروضين وهو هـ الى طول الآخر وهو ر .



(شكل ٨٦)

المقدمة الرابعة — « وأيضاً فليكن دائرة ا ب مفروضة ومركزها ح ، ونقطتا د ، هـ مفروضتان . ونريد أن نخرج من نقطتى (هـ ، د) (٣) خطين مثل خطى هـ ا ، د ا حتى اذا أخرجنا خطاً مماساً للدائرة مثل خط ا ح ، (قسم)(٤) زاوية هـ ا د (بنصفين) (٥) ».

وشكل (٨٧) يوضح المقصود من هذه المقدمة (٦) .



(شكل ٨٧)

المقدمة الخامسة — « وأيضاً فلتكن دائرة ا ب مفروضة ومركزها ح ، وفيها قطر (كذا) مفروض وهو ح ب ، ونقطة هـ مفروضة خارج الدائرة ، ونريد أن نخرج من نقطة هـ خطاً مثل خط د ر (بحيث

---

(١) الوارد فى الأصل « ط » .

(٢) هذه المقدمة والبرهان عليها فى و (٢٠٩) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٣) لم يرد مابين القوسين فى الأصل .

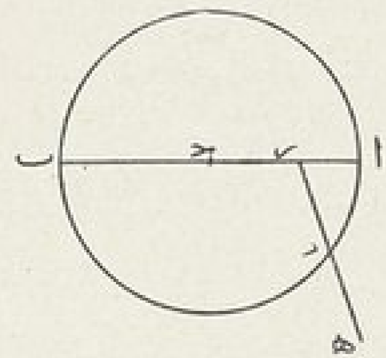
(٤) الوارد فى الأصل « فنسبة » وهو خطأ من الناسخ .

(٥) الوارد فى الأصل « يبعضين » .

(٦) هذه المقدمة والبرهان عليها فى الورقات (٢٠٩ مكررة — ٢١١) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

يكون د ر مثل ر حـ) [١] .»

أى أن الخط المراد اخراجه يلقى محيط الدائرة على د والقطر المفروض على ر بحيث يكون د ر مساوياً ر حـ كما هو مبين بشكل (٨٨) [٢] .



(شكل ٨٨)

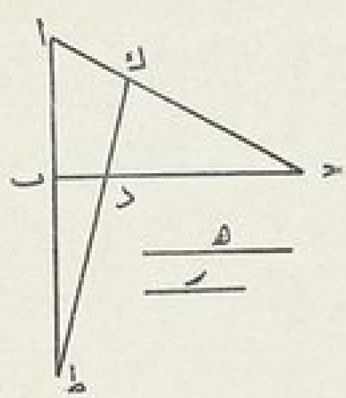
المقدمة السادسة — (وأيضاً فليكن مثلث ا ب حـ (قائم الزاوية ، زاوية) [٣] ب منه قائمة ، وقد أخرج ا ب فى جهة ب ، ونقطة د مفروضة على خط (ب حـ) [٤] ونسبة هـ الى ر معلومة .

ونريد أن نخرج من نقطة د خطاً مثل خط ط د ك حتى تكون نسبة ط ك إلى ك حـ كنسبة هـ إلى ر [٥] .»

أى أن الخط المراد اخراجه يلقى الوتر ا حـ (شكل ٨٩) على نقطة ك وامتداد الضلع ا ب على ط بحيث تكون

نسبة ط ك : ك حـ

هى النسبة المعلومة .



(شكل ٨٩)

تلك هى المقدمات الست .

وقد أورد ابن الهيثم حلا لكل واحدة من هذه المقدمات على حدتها

---

(١) الوارد فى الأصل « مثل و ح » .

(٢) هذه المقدمة والبرهان عليها فى الورقتين (٢١١ ، ٢١٢) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٣) الوارد فى الأصل « قائما لدائرة فزاوية » .

(٤) الوارد فى الأصل « د ح » .

(٥) هذه المقدمة والبرهان عليها فى ورقتى (٢١٢ ، ٢١٣) من مخطوط الفاتح رقم (٣٢١٥) . والمصور الذى بين أيدينا لايشمل ورقة ٢١٣ منه وقد أتممنا هذا النقص من مخطوط أيا صوفيا رقم (٢٤٤٨) حيث وردت هذه المقدمة مع البرهان عليها فى ورقة ٤٣٣ منه واستعنا فى ذلك أيضاً بتنقيح الفارسى .

وبرهن على ذلك ببرهان هندسى صحيح يفى بالغرض المطلوب .

ومن الواضح أن المقدمتين الأولى والثانية متشابهتان بل هما فى الحقيقة صورتان لعملية هندسية واحدة . وكذلك فان المقدمتين الثالثة والسادسة متشابهتان وهما أيضاً صورتان لعملية هندسية واحدة . ولما كانت الفكرة الأساسية التى توخاها ابن الهيثم نفسه فى وضع حل المقدمتين الأولى والثانية والبرهان عليهما واحدة ، وكذلك فى وضع حل المقدمتين الثالثة والسادسة ، وجدنا من الأنسب منعاً للتكرار أن ندمج المقدمتين الأولى والثانية معاً ونعرضهما بعنوان « العملية الهندسية الأولى » ، وندمج المقدمتين الثالثة والسادسة معاً ونعرضهما بعنوان « العملية الهندسية الثانية » ، ونجعل من مقدمات ابن الهيثم الست أربع عمليات هندسية تشملها جميعاً .

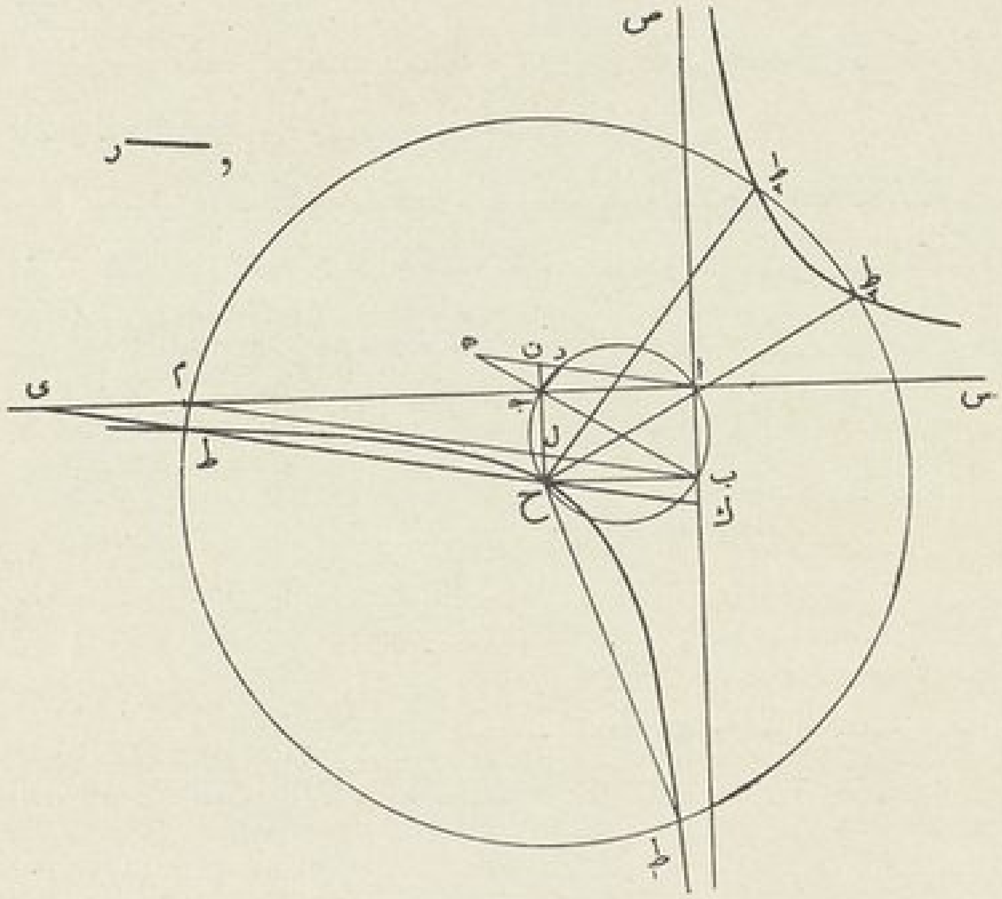
وقد التزمنا فى إيراد هذه العمليات الهندسية فيما يلى ألا نحيد عن النهج الذى سلكه ابن الهيثم من حيث الفرض والعمل والبرهان ، ولكن مع تعديل يسير لا يتجاوز قليلا من التقديم أو التأخير ، مصحوباً بالشرح والتعليق لكى نجعل تلك العمليات أقرب منالا مع الحرص على ألاَّ يبدل ذلك كله سباق تفكير ابن الهيثم أو منطق براهينه الهندسية (١) .

---

(١) لم نلتزم فى عرض هــذه العمليات الأربع والبراهين عليها الحروف الرمزية التى استعملها ابن الهيثم فى مقدماته الست وفى البرهان عليها . فهو لم يستعمل فى المقدمات المتشابهة رموزا واحدة ، فضلا عن أن المقالة الخامسة من مخطوط الفاتح وهو فى نظرنا المنقول عنه مخطوط « أيا صوفيا » منسوخ بخط غير منقوط وليست البحوث الهندسية الواردة فيه موضحة بأشكال وبه أخطاء كثيرة . منها الخلط بين الحروف المختلفة المرموز بها لنقاط الأشكال الهندسية فى العمل الهندسى وفى البرهان ، كالخلط بين الواو والفاء أو بين الجيم والحاء والخاء أو بين الباء والراء والنون أو غير ذلك من الحروف المتقاربة الرسم التى يصعب التمييز بينها إن لم تكن منقوطة . ومن تلك الأخطاء الغلط فى نسخ بعض الألفاظ وقد ورد فى مواضع كثيرة فمثلا يرد « مائل الزاوية » أو « قائما لدائرة » حيث المقصود « قائم الزاوية » ويرد « فنسبة زاويه ه ا ه بعضين » حيث المقصود « قسم زاوية ه ا د بنصفين » ويرد « ونبين على مثل ر م د ح دائرة » حيث المقصود « وندير على مثلث م د ح دائرة » . وإن لم تكن هذه الأخطاء قد تكررت بهذه الكثرة فى تنقيح الفارسى فهو أيضاً لا يخلو من الخطأ وأشكاله بوجه عام ليست مضبوطة . ولا ريب أن هذه الأخطاء من أخطاء الناسخ وهى من =

١٣٤ — العملية الهندسية الأولى

المعلوم نقطة ا (شكل ٩٠) على محيط دائرة قطرها ب ح ، ويراد اخراج



(شكل ٩٠)

مستقيم من نقطة ا يقطع محيط الدائرة على د ، والقطر ب ح ، هو أو امتداده ، على هـ بحيث يكون د هـ يساوى طول مستقيم معلوم هو و ر

العمـــل :

نرسم من ح المستقيم ح ح موازياً ا ب ، وليقطع محيط الدائرة على نقطة ح ، ونصل ب ح .

= جراء كثرتها وتكررها تجعل من غير السهل تتبع خطوات البرهان فى كثير من المواضع . لذلك وجدنا من الأليق أن نصوغ هذه العمليات فى قالب عصرى مألوف ونحررها من مثل هذه العيوب وقد حرصنا أشد الحرص على ألا نتجاوز الفكر الهندسية التى بنى عليها ابن الهيثم بحوثه وألا نخرج عن الخطوات التى اتبعها فى براهينه .

نمد الضلعين ا حـ ، ا ب على استقامتيهما من الجهتين ، ولنتخذهما محورى إحداثيات متعامدين هما السينى والصادى على الترتيب ، ونقطة تقاطعهما ا نقطة الأصل .

ثم نرسم القطع الزائد المار بنقطة ح ، والذى يكون المحوران المذكوران مماسين له فى مالا نهاية ، وليكن فرعاه كالمبين بالشكل .

ثم نعيّن طول المستقيم ح ط ، الذى هو ضلع مستطيل مساحته تساوى المربع المنشأ على القطر ب حـ ، وضلعه الآخر المستقيم المعلوم و ر .

أى نعين المستقيم ح ط بحيث يكون

$$\overline{\text{ح ط}} \cdot \overline{\text{و ر}} = \overline{\text{ب حـ}}^{2}$$

فيكون

$$\overline{\text{ح ط}} = \frac{\overline{\text{ب حـ}}^{2}}{\overline{\text{و ر}}} \cdot$$

ثم نركز فى نقطة ح ونرسم دائرة نصف قطرها ح ط ، فيقطع محيط الدائرة فرعى القطع الزائد بوجه عام على أربع نقاط ، ولتكن هذه النقاط ط ، ط_1 ، ط_2 ، ط_3 .

نصل ح ط ، ح ط_1 ، ح ط_2 ، ح ط_3 .

ثم نرسم من نقطة ا أربعة مستقيمات توازى هذه المستقيمات الأربعة بحيث يقطع كل منهما محيط الدائرة المحيطة بالمثلث ا ب حـ على نقطة ، والقطر ب حـ ، أو امتداده على أخرى .

فيكون كل واحد من هذه المستقيمات هو المستقيم المطلوب .

البرهان :

(أولا) ليكن ا هـ المستقيم الموازى للمستقيم ح ط وليقطع امتداد القطر ب حـ على هـ ومحيط الدائرة المحيطة بالمثلث ا ب حـ على د .

فيكون المطلوب إثباته أن $\overline{\text{د هـ}} = \overline{\text{و ر}}$

نمد المستقيم ح ط من جهتيه حتى يقطع المحور الصادى على ك ، والسينى

على ى . ونرسم ب م موازياً ك ى ، وليقطع حـ ح على ل ، والمحور السينى على م . ونمد ح حـ على استقامته وليقطع ا هـ على ن ، و نصل حـ د .

بما أن ح ط وتر فى القطع الزائد ومن المعلوم أن الجزء المنفصل من وتر القطع الزائد (أو من امتداده) بين القطع وبين أحد المحورين يساوى الجزء المنفصل منه (أو من امتداده) بين القطع والمحور الثانى ، فإن

ح ك = ط ى .

وبما أن ح ب م ى متوازى أضلاع ، فإن

ب م = ح ى .

وبما أن ح ك ب ل متوازى أضلاع ، فإن

ح ك = ب ل .

∴ ل م = ح ط .

و △ ا حـ ن يشابه △ م حـ ل

$$\therefore \frac{\text{ا ن}}{\text{ا حـ}} = \frac{\text{م ل}}{\text{م حـ}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (١)$$

و △ ا حـ هـ يشابه △ م حـ ب

$$\therefore \frac{\text{ا حـ}}{\text{هـ حـ}} = \frac{\text{م حـ}}{\text{ب حـ}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (٢)$$

ومن (١) ، (٢) ينتج أن $\frac{\text{ا ن}}{\text{هـ حـ}} = \frac{\text{م ل}}{\text{ب حـ}}$.

وبما أن ل م = ح ط

$$\therefore \frac{\text{ا ن}}{\text{هـ حـ}} = \frac{\text{ح ط}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{و ر}}$$

$$\therefore \overline{\text{و ر}} \,.\, \overline{\text{ا ن}} = \overline{\text{هـ حـ}} \,.\, \overline{\text{حـ ب}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (٣)$$

ومن السهل إثبات أن △ هـ حـ د يشابه △ هـ ن حـ

$$\therefore \frac{\text{هـ د}}{\text{هـ حـ}} = \frac{\text{هـ حـ}}{\text{هـ ن}}$$

$$\therefore \overline{\text{هـ د}} \cdot \overline{\text{هـ ن}} = \overline{\text{هـ حـ}}^{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (٤)$$

ولكن $\overline{\text{هـ د}} \cdot \overline{\text{هـ ا}} = \overline{\text{هـ حـ}} \cdot \overline{\text{هـ ب}}$

$$= \text{هـ حـ} \, (\text{هـ حـ} + \text{حـ ب}) \quad . \quad (٥)$$

$$\therefore \overline{\text{هـ د}} \cdot \overline{\text{هـ ا}} = \overline{\text{هـ حـ}}^{2} + \overline{\text{هـ حـ}} \cdot \overline{\text{حـ ب}}$$

وبالتعويض عن $\overline{\text{هـ حـ}}^{2}$ من (٤) يتبين أن

$$\overline{\text{هـ د}} \cdot \overline{\text{هـ ا}} = \overline{\text{هـ د}} \cdot \overline{\text{هـ ن}} + \overline{\text{هـ حـ}} \cdot \overline{\text{حـ ب}}$$

$$\therefore \overline{\text{هـ د}} \, (\overline{\text{هـ ا}} - \overline{\text{هـ ن}}) = \overline{\text{هـ حـ}} \cdot \overline{\text{حـ ب}}$$

$$\therefore \overline{\text{هـ د}} \cdot \overline{\text{ا ن}} = \overline{\text{هـ حـ}} \cdot \overline{\text{ب حـ}}$$

وبما أنه قد ثبت فى (٣) أن

$$\overline{\text{و ر}} \cdot \overline{\text{ا ن}} = \overline{\text{هـ حـ}} \cdot \overline{\text{ب حـ}}$$

$$\therefore \overline{\text{هـ د}} = \overline{\text{و ر}}$$ وهو المطلوب .

(ثانيا) كذلك إذا راعينا الوتر ح ط_1 ورسمنا من ا المستقيم ا د_1 هـ_1 موازياً له قاطعاً محيط الدائرة المحيطة بالمثلث ا ب حـ على د_1 وامتداد القطر حـ ب (من جهة ب) على هـ_1 ، أمكن إثبات أن

$$\overline{\text{هـ}_1 \text{د}_1} = \overline{\text{و ر}} \; .$$

والمستقيم المرسوم من ب موازيا ح ط_1 يقطع فى هذه الحالة المحور السينى على نقطة ولتكن م_1 هى النظيرة لنقطة م فى الحالة السابقة ، ويقطع امتداد ح حـ على نقطة ولتكن ل_1 هى النظيرة لنقطة ل فى الحالة الأولى ويكون $\text{ل}_1 \, \text{م}_1 = \text{ح} \, \text{ط}_1$

ويمكن تتبع مثل خطوات البرهان المذكور فى الحالة الأولى مع استبدال ب

بالحرف حـ فى المواضع التى تقتضيها هذه الحالة ومد ح ب بدلا من ح حـ حتى يقطع ا هـ$_{1}$ على ن$_{1}$.

(ثالثاً) كذلك إذا راعينا الوتر ح ط$_{2}$ ورسمنا من ا المستقيم ا هـ$_{2}$ د$_{2}$ موازيا له قاطعا محيط الدائرة المحيطة بالمثلث ا ب حـ على د$_{2}$ وقاطعاً القطر ب حـ لا امتداده ، على هـ$_{2}$ ، أمكن إثبات أن

$$\overline{\text{هـ}_{2}\,\text{د}_{2}} = \overline{\text{و ر}} \,.$$

وفى هذه الحالة يقطع الوتر نفسه المحورين . والمستقيم المرسوم من ب موازياً ح ط$_{2}$ يقطع المحور السينى على م$_{2}$ ويقطع امتداد حـ ح على ل$_{2}$ ، ويكون ل$_{2}$ م$_{2}$ = ح ط$_{2}$. وامتداد حـ ح يقطع امتداد ا هـ$_{2}$ (لا ا هـ$_{2}$ نفسه) على نقطة ن$_{2}$.

ويمكن تتبع خطوات البرهان نفسه كما فى الحالة الأولى مع ملاحظة أن ما يناظر (٥) من البرهان السابق وهو

$$\overline{\text{هـ}_{2}\,\text{د}_{2}} \,.\, \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{ا}} = \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{حـ}} \,.\, \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{ب}}$$

يساوى فى هذه الحالة

$$\overline{\text{هـ}_{2}\,\text{حـ}} \left(\overline{\text{ب حـ}} - \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{حـ}} \right) .$$

ومنه ينتج أن

$$\overline{\text{هـ}_{2}\,\text{د}_{2}} \,.\, \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{ا}} = \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{حـ}} \,.\, \overline{\text{ب حـ}} - \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{د}_{2}} \,.\, \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{ن}_{2}}$$

وإذن $\overline{\text{هـ}_{2}\,\text{د}_{2}} \left(\overline{\text{هـ}_{2}\,\text{ا}} + \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{ن}_{2}} \right) = \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{حـ}} \,.\, \overline{\text{ب حـ}}$

أى $\overline{\text{هـ}_{2}\,\text{د}_{2}} \,.\, \overline{\text{ا ن}_{2}} = \overline{\text{هـ}_{2}\,\text{حـ}} \,.\, \overline{\text{ب حـ}}$

وإذن $\overline{\text{هـ}_{2}\,\text{د}_{2}} = \overline{\text{و ر}}$

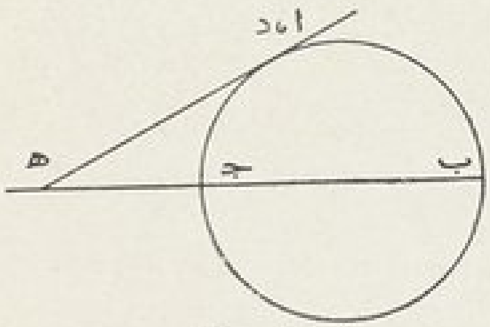
(رابعا) كذلك إذا راعينا الوتر ح ط$_{3}$ ، ورسمنا من نقطة ا المستقيم ا هـ$_{3}$ د$_{3}$ موازيا له قاطعا محيط الدائرة المحيطة بالمثلث ا ب حـ على د$_{3}$ وقاطعا القطر ب حـ على هـ$_{3}$ ، أمكن أيضاً إثبات أن

$$\overline{\text{هـ}_{3}\,\text{د}_{3}} = \overline{\text{و ر}} \,.$$

وكما فى (ثالثاً) فإن الوتر ح ط$_{٣}$ يقطع المحورين السينى والصادى . فالمستقيم المرسوم من ب موازياً ح ط$_{٣}$ يقطع المحور السينى على نقطة ولتكن م$_{٣}$ ويقطع امتداد حـ ح على نقطة ولتكن ل$_{٣}$. والمستقيم حـ ح يقطع ا د$_{٣}$ (أو امتداده) على نقطة ولتكن ن$_{٣}$. فيمكن تتبع خطوات البرهان نفسه مع التعديل المبين فى (ثالثاً) لإثبات المطلوب .

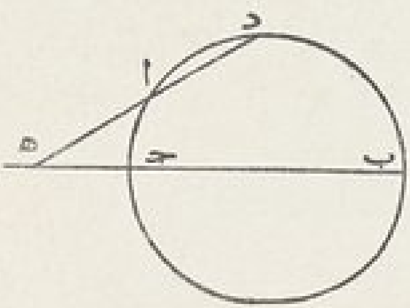
١٣٥ — بيان وتعليق على العملية الأولى

والعملية الأولى التى أوردناها هنا على الصفة المذكورة تشمل ما أورده ابن الهيثم نفسه فى مقدمتيه الأولى والثانية كل منهما على حدتها . فهو فى المقدمة الأولى تناول كيفية إخراج المستقيم الذى يقطع محيط الدائرة على نقطة ويقطع امتداد القطر ب حـ من جهة حـ على نقطة بحيث يكون الجزء المحصور بين النقطتين مساوياً الطول المعلوم . فمقدمته الأولى هى الصورة التى أوردناها فى (أولا) من هذه العملية . ثم أن ابن الهيثم تناول فى مقدمته الأولى شرح ثلاث حالات . فالمستقيم المراد إخراجه قد يكون مماساً للدائرة المفروضة فتنطبق النقطتان ا ، د ، إحداهما على الأخرى (شكل ٩١)



(شكل ٩١)

وقد تقع نقطة د على القوس ا حـ (شكل ٩٠) حيث يقطع المستقيم ا هـ محيط الدائرة على د ، وقد تقع نقطة د على القوس ا ب (شكل ٩٢) فيكون امتداد هـ ا من جهة ا هو القاطع لمحيط الدائرة على د . وهذه الحالات الثلاث هى حالات خاصة تكون بحسب موقع نقطة ا على محيط الدائرة وبحسب طول المستقيم المعلوم و ر



(شكل ٩٢)

وكذلك فإن ما أوردناه فى (ثانيا) لا يتجاوز بحال منطوق مقدمته الأولى لأنه يتضمن كيفية إخراج المستقيم الذى يقطع محيط الدائرة على نقطة ويقطع امتداد القطر حـ ب من جهة ب على نقطة بحيث يكون الجزء المحصور بين النقطتين مساوياً الطول المعلوم . وابن الهيثم نفسه قد أغفل فى مقدماته هذه الحالة مكتفياً بمد القطر ب حـ من جهة واحدة هى جهة حـ .

وابن الهيثم فى مقدمته الثانيـــة تناول كيفية إخراج المستقيم الذى يقطع ب حـ على نقطة فيما بين طرفيه ب و حـ ، ويقطع محيط الدائرة على نقطة ، بحيث يكون الجزء المحصور بين النقطتين مساوياً الطول المعلوم . فمقدمته الثانية تشمل ما أوردناه فى (ثالثاً) و (رابعاً) من العملية .

وبما أن طول المستقيم ح ط يساوى $\frac{\overline{\text{ب حـ}}^{\text{٢}}}{\overline{\text{و ر}}}$ فالدائرة التى مركزها ح ونصف قطرها ح ط وإن قطعت الفرع المار بنقطة ح من القطع الزائد ، ولنسمه الفرع الأول ، على تصاريف الأحوال ، أياً كان الطول المعلوم $\overline{\text{و ر}}$ ، فانه يحتمل فيها وجوه ثلاثة فيما يتعلق بالفرع الآخر من القطع الزائد ، ولنسمه الفرع الثـــانى ، فهى قد تقطعه على نقطتين (شكل ٩٠) ، وقد تمسه على نقطة واحدة . وقد تقع دونه لا يصل اليه محيطها . فان كانت المقدمة الأولى تصح على تصاريف الأحوال فالمقدمة الثانية تحتمل ثلاثة وجوه . وابن الهيثم قد ضمن بحوثه بيان ذلك . فاخراج المستقيم المطلوب على الصفة المبينة فى المقدمة الثانية قد يكون من المحال عملياً تحقيقه ، وذلك إذا تجاوز الطول المعلوم $\overline{\text{و ر}}$ حداً معيناً يجعل الدائرة التى نصف قطرها ح ط $\left(\text{ويساوى } \frac{\overline{\text{ب حـ}}^{\text{٢}}}{\overline{\text{و ر}}}\right)$ ومركزها ح لا تصل إلى الفرع الثانى للقطع الزائد . وقد يكون من الممكن تحقيقه إذا لم يكن الأمر كذلك . وإذا كان من الممكن تحقيقه فقد يكون إخراج المستقيم ممكناً على صورة واحدة فقط ، وذلك إذا كانت الدائرة التى مركزها ح ونصف قطرها ح ط تمس الفرع الثانى من القطع على نقطة واحدة . وقد

يكون إخراج المستقيم ممكناً على صورتين وذلك إذا كانت الدائرة المذكورة تقطع الفرع المذكور على نقطتين . ولا يمكن إخراجه على أكثر من صورتين .

وابن الهيثم يحيل على كتاب «أبولونيوس» فى المخروطات البحث عن أقصر الخطوط التى تخرج من نقطة ح إلى الفرع الآخر من القطع الزائد[١] ، ويكتفى بما ذكرناه آنفاً لشرح ما يترتب على ذلك من الأمور المتعلقة بالبحوث التى بناها على مقدمته المذكورة .

ويجدر بنا أن نؤكد هنا مرة أخرى أن النهج الذى نهجناه فى عرض العملية الأولى لا يختلف فى جوهره عن النهج الذى نهجه ابن الهيثم نفسه فى عرض مقدمتيه الأولى والثانية . ولا يتجاوز التعديل الذى رأينا إدخاله إلا ما يتيسر به إدماج المقدمتين فى عملية واحدة ، وتبسيط الأشكال الهندسية اللازمة لتوضيح العمل الهندسى والبرهان . فابن الهيثم فيما يختص بهذه الناحية قد عدد الأشكال . بمعنى أنه لم يتخذ نقطة ا المفروضة على محيط الدائرة نقطة الأصل ولا المستقيمين ا حـ ، ا ب بالذات محورى القطع الزائد . بل اتخذ شكلا آخر جعله على هيئة مستطيل يشابه المستطيل ا ب ح حـ (شكل ٩٠) الوارد هنا ورسم من النقطة النظيرة لنقطة ح كما يقول بلفظه « القطع الزائد الذى لا يقع عليه » المستقيمان النظيران المستقيمين ا حـ ، ا ب ، وأحال ذلك على المقالة الثانية من كتاب « أبولونيوس » فى المخروطات[٢] . ثم رسم فيما يتعلق بمقدمته الأولى الوتر النظير للوتر ح ط فى الشكل الذى أوردناه ، بحيث تكون نسبة طول الوتر إلى طول المستقيم النظير للمستقيم ب حـ كنسبة القطر ب حـ المفروض فى الدائرة إلى الطول و ر المعلوم . وأحال بيان تساوى جزئى الوتر المحصورين بين محيط القطع وكل من المحورين على كتاب «أبولونيوس» أيضاً[٣] .

---

(١) و (٢٠٦) من مخطوط المقالة الخامسة من كتاب المناظر . والوارد فى الأصل : « فهو تبين فى الشكل الرابع والثلاثين L (كذا) من مقالة هـ من كتاب ابلونيوس فى المخروطات . »

(٢) و (٢٠٣) من مخطوط المقالة الخامسة من كتاب المناظر . والوارد فى الأصل : « كما تبين فى شكل د من المقالة الثانية من كتاب ابلونيوس فى المخروطات . »

(٣) و (٢٠٣) من مخطوط المقالة الخامسة من كتاب المناظر والوارد فى الأصل : « كما بينا

وهو فى مقدمته الثانية قد اتخذ أيضاً مستطيلا شبيهاً بالمستطيل ا ب ح ح الوارد هنا . ولكنه جعل قطره النظير للقطر ا ح مساوياً الطول المعلوم . وجعل نصف قطر الدائرة القاطعة للفرع الثانى من القطع وهو النظير للمستقيم ح $ط_2$ أو ح $ط_3$ مساوياً قطر الدائرة المعلومة ب ح . وابن الهيثم يسمى الفرع الثانى من القطع الزائد القطع المقابل . أما فيما عدا ذلك فان العناصر الهندسية التى أوردناها هنا هى بالذات ماضمنه ابن الهيثم عرض مقدمته الأولى والثانية والبرهان عليهما .

١٣٦ – العملية الهندسية الثانية

المعلوم مثلث ا ب ح (شكل ٩٣) قائم الزاوية فى ب ، ونقطة د على الضلع ح ب ، هو امتداده من جهة ب ، ويراد من النقطة د ، إخراج مستقيم يقطع الضلع الثانى ا ب ، هو أو امتداده ، على نقطة ك ، ويقطع الوتر ا ح ، هو أو امتداده ، على نقطة ط ، بحيث تكون نسبة

$$\frac{\text{ط ك}}{\text{ط ح}} = \text{نسبة معلومة ولتكن ل}$$

العمل :

نصل ا د ونعين البعد م ن بحيث يكون

$$\frac{\text{ا د}}{\text{م ن}} = \text{النسبة المعلومة ل}$$

ومن نقطة د نرسم د ه موازياً ا ب ، قاطعاً ح ا ، أو امتداده على ه ، ثم نرسم الدائرة المحيطة بالمثلث ه د ح ، ويكون ه ح قطرها .

ومن نقطة ه نرسم المستقيم ه و بحيث تكون .

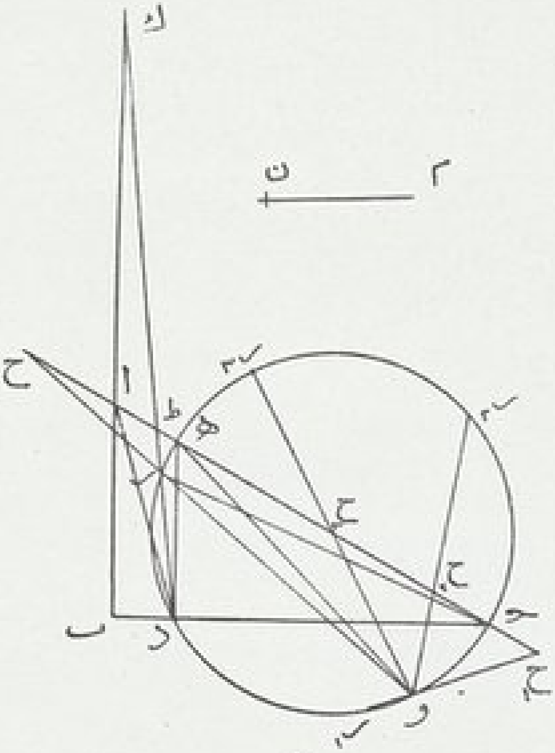
$\angle$ د ه و = $\angle$ ح ا د .

ونمده حتى يقطع محيط الدائرة على و .

= أيضاً فى شكل ح من المقالة المذكورة . » ولعل ابن الهيثم كما يستفاد من هذه الأقوال يشير الى تحرير له لكتاب أبولونيوس فى المخروطات .

ثم نخرج من نقطة و المستقيم الذى يقطع محيط الدائرة على نقطة ر ، ويقطع القطر هـ ح أو امتداده ، على نقطة ح ، ويكون البعد بين هاتين النقطتين ، ر ح ، مساوياً م ن .

ويتضح من العملية الأولى أن هذا المستقيم يمكن إخراجه على تصاريف الأحوال أياً كان الطول المعلوم م ن على صورتين فيلق المخرج على إحدى الصورتين محيط الدائرة على نقطة مثل ر (شكل ٩٣) ويلق امتداد القطر من أحد طرفيه على نقطة مثل ح . ويلق المخرج على الصورة الأخرى محيط الدائرة على نقطة مثل $ر_١$ وامتداد القطر من جهة الطرف الآخر على نقطة مثل $ح_١$.



(شكل ٩٣)

ويتضح أيضاً من العملية الأولى أن المستقيم المطلوب يمكن أيضاً فى بعض الأحوال إخراجه بحيث يلق القطر على نقطة فيما بين طرفيه مثل $ح_٢$ أو $ح_٣$ ويلقى المحيط على نقطة مثل $ر_٢$ أو $ر_٣$ ويكون البعد بين النقطتين $ر_٢$ ، $ح_٢$ أو $ر_٣$ ، $ح_٣$ مساوياً البعد المعلوم . وقد يصح إخراجه فى هذا الوضع على صورة واحدة فقط .

وإذن فالمستقيم المطلوب إخراجه يمكن إخراجه على تصاريف الأحوال

على صورتين ويمكن فى بعض الأحوال إخراجه على صورة ثالثة أيضاً ، ويمكن فى بعض الأحوال الأخرى إخراجه على صورة ثالثة ورابعة أيضاً . فإن صح إخراجه على الصور الأربع فلتكن نقاط التقاء هذه المستقيمات الأربعة بمحيط الدائرة هى ر ، ر١ ، ر٢ ، ر٣ (شكل ٩٣) .

ثم نصل نقطة د بكل واحدة من هذه النقاط الأربع وتمد الواصل على استقامة حتى يقطع ا ب ، أو امتداده ، على نقطة ويقطع ا حـ ، أو امتداده على نقطة فيكون هو المستقيم المطلوب إخراجه .

البرهان :

لنأخذ إحدى هذه النقاط الأربع ولتكن ر (شكل ٩٣) وليكن المستقيم المخرج من و هو و ر ح ، وليقطع ا حـ ، أو امتداده ، على ح . ولنرمز لنقطة تقاطع د ر ، أو امتداده ، ا ب ، أو امتداده بالحرف ك ، ولنقطة تقاطع د ر ، أو امتداده ، ا حـ ، أو امتداده بالحرف ط ، ونصل ر حـ .

من السهل إثبات أن

△ ك ا ط يشابه △ حـ ر ط .

$$\frac{\text{ط ا}}{\text{ط ر}} = \frac{\text{ط ك}}{\text{ط حـ}} \quad \therefore$$

وكذلك يمكن إثبات أن

△ د ط ا يشابه △ ح ط ر .

$$\frac{\text{د ا}}{\text{ح ر}} = \frac{\text{ط ا}}{\text{ط ر}} \quad \therefore$$

$$= \frac{\text{ا د}}{\text{م ن}} .$$

∴ $\frac{\text{ط ك}}{\text{ط حـ}}$ = النسبة المعلومة ك

وبالمثل فيما يختص بكل واحدة من النقاط ر١ ، ر٢ ، ر٣ .
وكذلك إذا كانت نقطة د واقعة على امتداد حـ ب [١] .

١٣٧ — بيان وتعليق على العملية الثانية

وهذه العملية على الصفة التي أوردناها هنا تشمل ما أورده ابن الهيثم في مقدمتيه الثالثة والسادسة . فهو في مقدمته الثالثة تناول حالتين إحداهما كيفية إخراج مستقيم من نقطة د على الضلع ب حـ فيما بين طرفيه ، بحيث يلقى المستقيم المخرج وتر القائمة ا حـ فيما بين طرفيه ، على نقطة مثل ط ، ويلقى امتداد الضلع ب ا من جهة ا على نقطة مثل ك ، وبحيث تكون نسبة ط ك إلى ط حـ النسبة المعلومة ، وذلك كما هو مبين بشكل (٩٣) الوارد هنا . والأخرى كيفية إخراج مستقيم من نقطة نظيرة لنقطة د في الشكل ولكنها على امتداد حـ ب من جهة ب ، وبحيث يتحقق شرط النسبة المذكورة . وهذه الحالة تتطلب أن يخرج من النقطة النظيرة لنقطة و في الشكل مستقيما يقطع محيط الدائرة على نقطة نظيرة لنقطة ر ، ويقطع امتداد حـ هـ من جهة هـ على نقطة نظيرة لنقطة ح ، ويكون إتمام العمل والبرهان بمثل ما سبق . وإخراج المستقيم من و (شكل ٩٣) ، أو من النظيرة لها ، يجوز في كل من الحالتين المذكورتين على وجهين اثنين حيث تكون نقطة ح ، أما فيما يلي هـ من حـ ، أو مثل ح١ فيما يلي حـ من هـ . ولكن ابن الهيثم راعى أن يكون إخراج القطر حـ هـ من جهة هـ وحدها ، لأنه كما بينا سابقاً قد أغفل ما أوردناه في (ثانياً) من العملية الأولى .

وهو في المقدمة السادسة تناول كيفية إخراج مستقيم من نقطة د على الضلع ب حـ فيما بين طرفيه ب ، حـ بحيث يلقى وتر القائمة فيما بين طرفيه

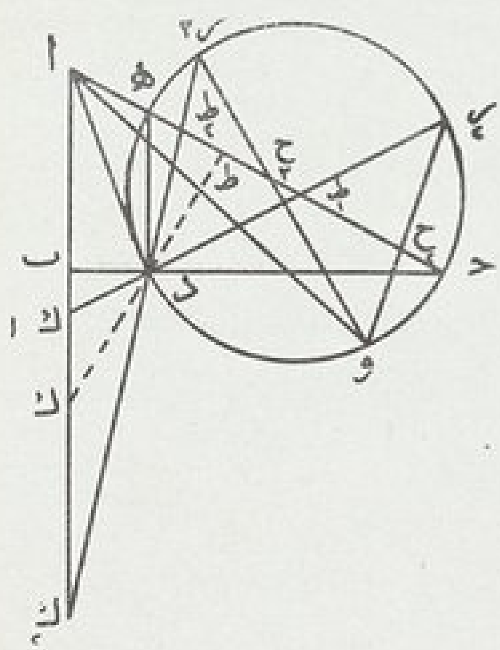
---

(١) يتوقف البرهان في جميع الأحوال على تشابه المثلثين ك ا ط ، حـ ر ط ، وتشابه المثلثين د ط ا ، ح ط ر . غير أن إثبات التشابه يختلف اختلافا طفيفاً بحسب اختلاف الأشكال .

ا ، حـ على نقطة مثل ط (شكل ٩٤) ويلق امتداد ا ب فى جهة ب على نقطة مثل ك بحيث تكون نسبة ط ك إلى ط حـ كالنسبة المفروضة . وإخراج هذا المستقيم يتطلب أن يقطع المستقيم المخرج من و ، القطر حـ هـ فيما بين طرفيه حـ ، هـ على نقطة مثل ح٢ أو ح٣ (شكل ٩٤) ويلق محيط الدائرة على نقطة مثل م٢ أو م٣ ويكون الجزء المحصور بين النقطتين مساوياً م ن .

وإخراج هذا المستقيم قد يكون ممكناً وقد يكون مستحيلا وإن أمكن فهو إما أن يكون ممكناً على صورة واحدة أو على صورتين فقط . وابن الهيثم فعلا يبين هذه الأمور فى مقدمته السادسة ويشير إلى أن العملية إذا صحت على صورتين وأمكن إخراج خطين من نقطة د مثل ك١ د ط١ أو ك٢ د ط٢ (شكل ٩٤) على النسبة المفروضة ، فإن الزاويتين اللتين تحصلان عند حـ أى زاويتى ك١ حـ ط١ ، ك٢ حـ ط٢ تكونان مختلفتين فى الصورتين .

ومما يجدر ذكره فى هذا الصدد أنه إذا توهمنا المستقيم المخرج من د منطبقاً على ب حـ وأخذ يدور حول نقطة د بالتدريج بحيث يبتعد أحد طرفيه ك قليلا قليلا من ب على امتداد ا ب ، ويبتعد طرفه الآخر ط قليلا قليلا تبعاً لذلك من حـ ، إلى جهة هـ ، فإن نسبة ك ط إلى ط حـ تأخذ فى النقصان من ما لا نهاية ، رويداً رويداً ، حتى إذا بلغ المستقيم الوضع ك١ ط١ (شكل ٩٤) بلغت تلك النسبة النسبة المفروضة ، ثم تستمر بعد ذلك فى النقصان حتى تبلغ نهايتها الصغرى ،



(شكل ٩٤)

وتأخذ بعد ذلك فى الازدياد ، حتى إذا ما أخذ المستقيم الوضع ك٢ ط٢ عادت النسبة إلى قيمتها المفروضة مرة أخرى ، ثم تستمر بعد ذلك فى الازدياد حتى

إذا ما انطبق المستقيم المخرج على د هـ بلغت النسبة ما لا نهاية مرة أخرى ،

فإذا ما تحدد الوضعان ك ١ ط ١ ، ك ٢ ط ٢ اللذان تكون فيهما النسبة $\frac{\text{ك}_1 \text{ط}_1}{\text{ط}_1 \text{حـ}}$ أو $\frac{\text{ك}_2 \text{ط}_2}{\text{ط}_2 \text{حـ}}$ نسبة معلومة ، فإن أى مستقيم يخرج من د مثل ك ط ويكون واقعاً بين ك ١ ط ١ ، ك ٢ ط ٢ تكون فيه نسبة $\frac{\text{ك ط}}{\text{ط حـ}}$ أصغر من تلك النسبة المعلومة . وأيضاً فالمستقيم المخرج من د بحيث يكون طرفه الواقع على امتداد ا ب فى الجزء الواقع بين ب ، ك ١ أو فيما يلى ك ٢ من ب ، تكون فيه النسبة المذكورة أعظم من النسبة المعلومة .

١٣٨ — العملية الهندسية الثالثة

المعلوم دائرة مركزها حـ وقطرها ا حـ ب ونقطة هـ مفروضة ، والمطلوب اخراج مستقيم من نقطة هـ يقطع محيط الدائرة على نقطة د ، والقطر ا ب على نقطة ر ، بحيث يكون د ر مساويا حـ ر (شكل ٥٩) .

العمل :

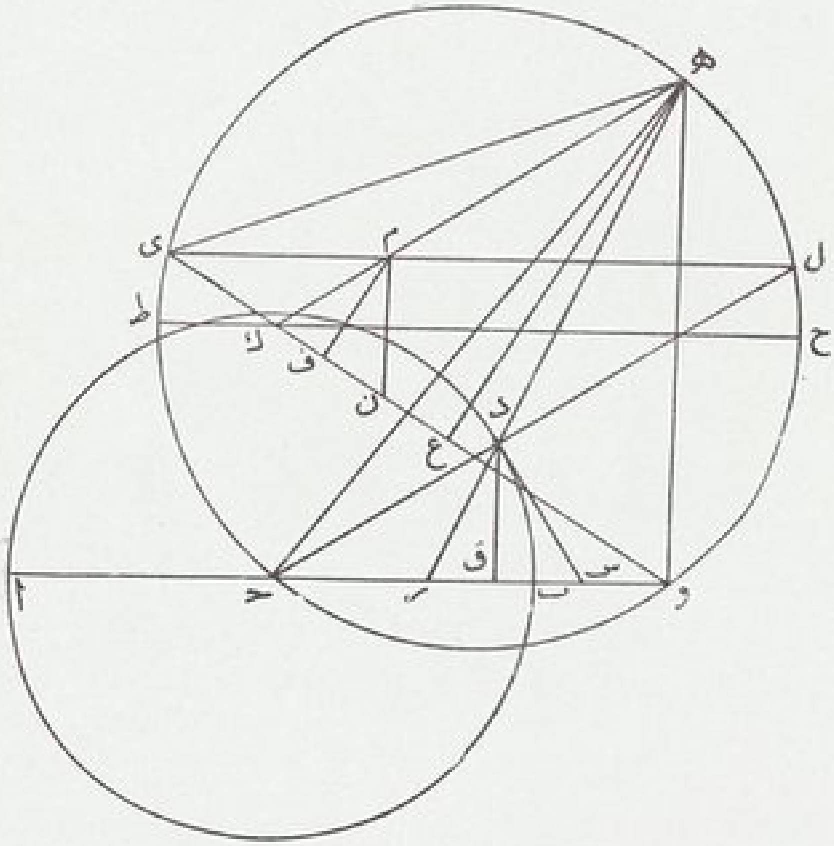
نسقط من نقطة هـ العمود هـ و على القطر ا ب ، أو امتداده ونرسم الدائرة المحيطة بالمثلث هـ و حـ ، ونرسم فيها ح ط قطرا منصفا الوتر هـ و (فيكون عموداً عليه) . ومن نقطة و نخرج المستقيم و ى قاطعاً محيط هذه الدائرة على ى ، والقطر ح ط (أو امتداده) على ك بحيث يكون .

$\overline{\text{ك ى}} = \frac{1}{2}\, \overline{\text{ا حـ}}$.

ثم نرسم من نقطة ى المستقيم ى ل موازياً ط ح بحيث يقطع محيط الدائرة المحيطة بالمثلث هـ و حـ على ل .

نصل ل حـ فيقطع هو أو امتداده محيط الدائرة التى مركزها حـ على نقطة ولتكن د .

نصل هـ د فيقطع هو أو امتداده القطر ا ب على نقطة ولتكن ر ،
فيكون هو المستقيم المطلوب .



(شكل ٩٥)

البرهان :

نصل ك هـ وليقطع هو أو امتداده ى ل ، أو امتداده على م ، نرسم من نقطة المستقيم م ن موازياً هـ و ، وقاطعاً و ى ، أو امتداده على ن ، ونسقط من المستقيم م ف عموداً على و ى ، ومن نقطة هـ ، المستقيم هـ ع عموداً على و ى .

ونسقط من د المستقيم د ق عموداً على القطر ا ب ، ونصل هـ ى .

فمن السهل إثبات أن

ك م = ك ن

وبما أن ∠ ى م ن قائمة ،

يتبين أن نقطة ك منتصف ن ى .

وبما أن $\overline{\text{ك ى}} = \frac{1}{2}\,\overline{\text{ا ح}} = \frac{1}{2}\,\overline{\text{ح د}}$

∴ $\overline{\text{ن ى}} = \overline{\text{ح د}}$.

ومن السهل إثبات أن

∠ م ى ن = ∠ ق ح د [1]

، ∠ ى م ن = ∠ د ق ح (كلٌّ قائمة)

∴ △ ى م ن ، △ ح ق د متطابقان

∴ $\overline{\text{م ن}} = \overline{\text{د ق}}$ . . . . . (١)

، $\frac{\text{هـ و}}{\text{م ن}} = \frac{\text{هـ ك}}{\text{م ك}} = \frac{\text{هـ ع}}{\text{م ف}}$

ومن (١) ينتج أن $\frac{\text{هـ و}}{\text{د ق}} = \frac{\text{هـ ع}}{\text{م ف}}$ . . . (٢)

، △ ح هـ و يشابه △ ى هـ ع [2]

∴ $\frac{\text{ح هـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ى هـ}}{\text{هـ ع}}$ . . . . . . (٣)

وبضرب (٢) فى (٣) ينتج أن

$\frac{\text{ح هـ}}{\text{د ق}} = \frac{\text{ى هـ}}{\text{م ف}}$ . . . . . . (٤)

، △ د ق ح يشابه △ م ف ى

∴ $\frac{\text{د ق}}{\text{د ح}} = \frac{\text{م ف}}{\text{م ى}}$ . . . . . . (٥)

---

(١) يختلف السبب بحسب اختلاف الأشكال .

(٢) يختلف السبب بحسب اختلاف الأشكال .

من (٤) ، (٥) ينتج أن

ح ه / د ح = ى ه / م ى . . . . . . (٦)

ومن السهل بيان أن

∠ ه ى م = ∠ ه ح د

∴ △ ى م ه يشابه △ ح د ه

∴ ∠ ى م ه = ∠ ح د ه

∴ ∠ ى م ك = > ح د ر

وبما أن ك م = ك ى

∴ > ى م ك = > ك ى م = > ر ح د

وإذن ∠ ح د ر = > ر ح د

وإذن د ر = ر ح وهو المطلوب .

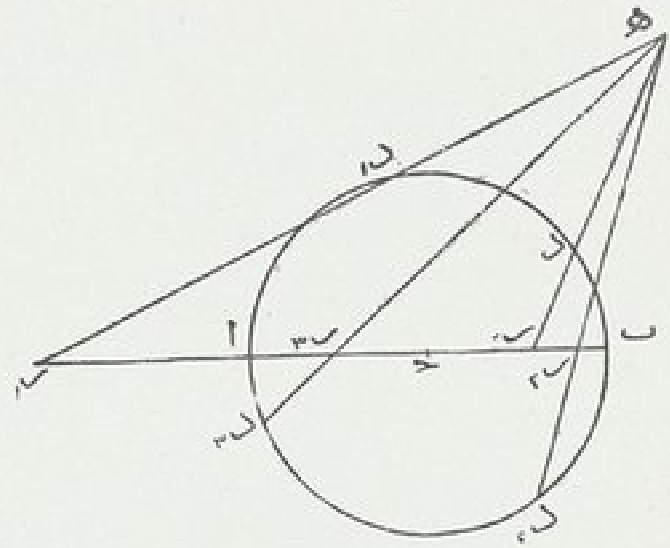
١٣٩ — بيان وتعليق على العملية الثالثة

والفكرة الأساسية في هذه العملية تتوقف على إخراج مستقيم من نقطة و التى هى على محيط الدائرة التى قطرها ح ط بحيث يكون الجزء المحصور منه بين قطرها ح ط ، وبين محيطها ، مساوياً ربع قطر الدائرة المعلومة التى مركزها ح . وهذا المستقيم بوجه عام يمكن إخراجه على أربعة أوضاع . وإن كانت نقطة ه المفروضة خارج الدائرة المعلومة فإن قطر الدائرة المحيطة بمثلث ه ح و ، يكون حتماً أعظم من نصف قطر الدائرة المعلومة . فيكون الجزء المحصور بين قطر الدائرة المحيطة ، وبين محيطها ، من المستقيم المخرج من نقطة و ، أصغر حتماً من نصف قطرها . وإذن يصح إخراج هذا المستقيم على الأوضاع الأربعة فتصح العملية على أربع صور كما هو مبين (بشكل ٩٦). حيث يمكن بتتبع مثل خطوات العمل نفسها ، ومثل البرهان نفسه ، إثبات المطلوب . أى إثبات أن

د١ س١ = ح س١

، د٢ س٢ = ح س٢

، د٣ س٣ = ح س٣ .



(شكل ٩٦)

أما إذا كانت نقطة هـ المفروضة داخل الدائرة المعلومة فإن العملية يحتمل فيها ثلاثة وجوه ، فهى ربما تصح على أربع صور وربما تصح على ثلاث فقط وربما تصح على صورتين فقط .

وفى جميع هذه الأحوال سواء كانت النقطة المفروضة هـ خارج الدائرة أو داخلها فان المستقيم ل ح (شكل ٩٥) أو النظير له يلقى محيط الدائرة المفروضة على نقطتين احداهما فقط هى التى يتعين بها المستقيم هـ د س أو المستقيمات النظيرة له المطلوب تعيينها .

وهذه العملية التى أوردناها هنا تقابل ما أورده ابن الهيثم فى مقدمته الخامسة. وهو قد أورد هذه المقدمة على صورة عامة تجعل خطوات العمل والبرهان منطبقة على الأوضاع المختلفة التى يصح أن يخرج عليها المستقيم المطلوب . ولكنه فى النص عليها جعل النقطة المفروضة هـ خارج الدائرة ولم يعن فى عرض مقدمته والبرهان عليها ، بتناول الأوضاع المختلفة التى يصح عليها إخراج المستقيم المطلوب ، ولا بالاشارة اليها .

ولم نختلف عن ابن الهيثم فى عرض هذه العملية هنا إلا فى توحيد الشكل.

فانه فى الأصل الوارد جعل الدائرة المارة بالنقاط ه ، و ، ح فى شكل منفصل عن الدائرة المفروضة، فاتخذ مستقيما يساوى ه و واخرج الدائرة التى يكون فيها هذا المستقيم وترا يوتر عند محيطها زاوية تساوى زاوية ه ح و. ثم اخرج فيها القطر المنصف للوتر، وأخرج من النقطة النظيرة لنقطة و المستقيم النظير للمستقيم و ك ى ، الذى يلقى هذا القطر على نقطة هى النظيرة لنقطة ك ، ويلقى المحيط على نقطة هى النظيرة لنقطة ى ، بحيث يكون الجزء المحصور بين النقطتين مساوياً لنصف نصف قطر الدائرة المعلومة. ثم اخرج من النقطة النظيرة لنقطة ى المستقيم الموازى للقطر المذكور، فيحيط هذا المستقيم مع هذا القطر بزاوية هى النظيرة لزاوية ل ى و . فلتعيين نقطة د على محيط الدائرة المعلومة يخرج فيها قطر تكون الزاوية المحصورة بينه وبين القطر المفروض فيها مساوية للزاوية المذكورة. ويلاحظ فى إجراء العملية على هذه الصفة أن هذا القطر يصح إخراجه على وضعين بالقياس إلى القطر المفروض. ولكن أحد وضعيه دون الآخر هو الذى يصح فى العملية، فضلا عن أن النقطة المطلوب تعيينها هى أحد طرفيه دون الآخر فى الوضع الذى يصح.

١٤٠ — العملية الهندسية الرابعة

المعلوم دائرة مركزها ح ، ونقطتان ه ، د حيثما اتفق، ويراد إيجاد نقطة ا على محيط الدائرة، بحيث إذا وصل المستقيمان ه ا ، د ا ، أحاط أحدهما مع الآخر بزاوية، وكانت الزاوية التى يحيط بها أحدهما والماس من نقطة ا ، مساوية الزاوية التى يحيط بها الآخر وهذا الماس.

العمل:

لتكن نقطة ه (شكل ٩٧) أبعد عن المركز ح من نقطة د .

نصل ه ح ، د ح ، ونمد ه ح حتى يلقى محيط الدائرة على ب .

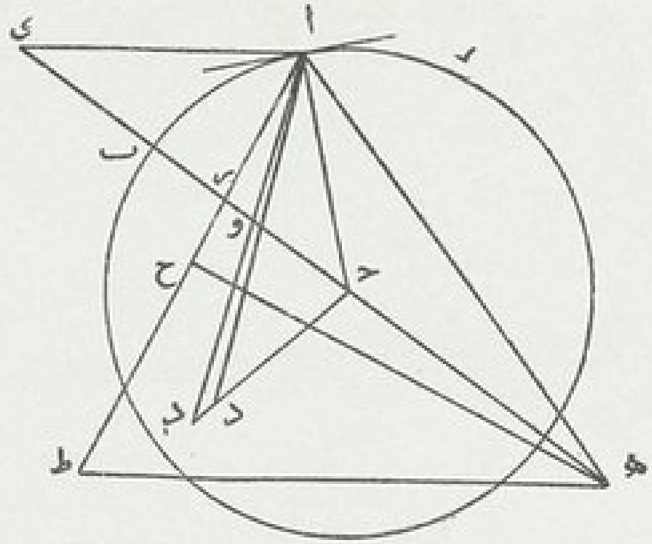
ثم نرسم مستقيما ك ل (شكل ٩٨) حيثما اتفق وننصفه على نقطة ن ، ونقسمه على نقطة م بحيث يكون

$$\frac{\text{ك م}}{\text{م ل}} = \frac{\text{د ح}}{\text{ه ح}}$$

ونرسم من ك المستقيم ك ع بحيث تكون

ح ع ك ل = ½ ح د ح ب .

ولتكن نقطة التقاء هذا المستقيم بالعمود المقام من نقطة ن على ك ل هي نقطة ع .



(شكل ٩٧)

ثم نخرج من نقطة م ، المستقيم م ق ف قاطعاً ن ع ، أو امتداده ، على نقطة ف وقاطعاً ك ع ، أو امتداده ، على نقطة ق ، بحيث يكون

$$\frac{\text{ف ق}}{\text{ق ك}} = \frac{\text{هـ ح}}{\text{ح ب}}$$

ثم نخرج من مركز الدائرة ح (شكل ٩٧) نصف القطر ح ا ، بحيث تكون .

ح هـ ح ا = ح ف ق ك

وبحيث يكون اتجاه الترتيب الدائرى هـ ح ا ، عكس اتجاه الترتيب الدائرى ف ق ك ، فتكون نقطة ا هى النقطة المطلوبة .

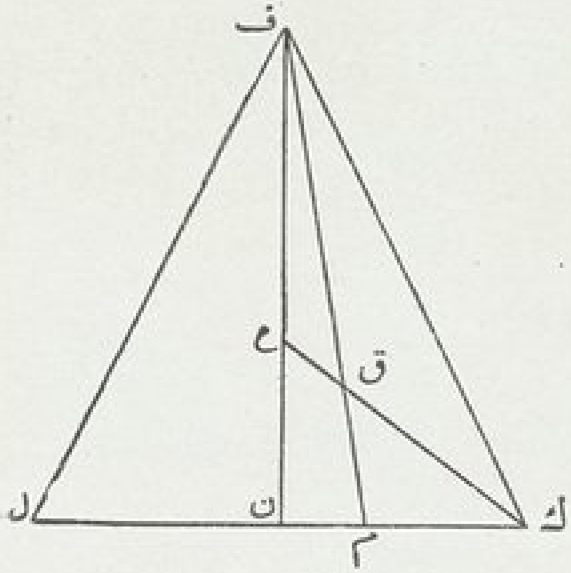
البرهان :

نصل ف ك (شكل ٩٨) ، هـ ا (شكل ٩٧) فبما أن حـ ا = حـ ب

$$\therefore \frac{\text{هـ حـ}}{\text{حـ ا}} = \frac{\text{ف ق}}{\text{ق ك}} .$$

، ∠ هـ حـ ا = ∠ ف ق ك .

اذن المثلثان هـ حـ ا ، ف ق ك متشابهان وزواياهما المتناظرة متساوية.



(شكل ٩٩)

نخرج من نقطة ا (شكل ٩٧) المستقيم ا ر بحيث تكون

∠ حـ ا ر = ∠ ق ك م ، ويكون أيضاً

∠ هـ ا ر = ∠ ف ك م.

وليلق ا ر المستقيم هـ ب ، أو امتداده على نقطة ر

فتكون ∠ ا ر هـ = ∠ ك م ف

ويكون المثلثان ا ر هـ ، ك م ف متشابهين .

ثم نخرج ا ر إلى ط بحيث يكون

$$\frac{\text{ا ر}}{\text{ر ط}} = \frac{\text{حـ د}}{\text{حـ هـ}} = \frac{\text{ك م}}{\text{م ل}}$$

ونصل هـ ط ثم نسقط من هـ ، المستقيم هـ ح عموداً على ا ط ، ونخرج من نقطة ا المستقيم ا ى موازياً هـ ط ، ونخرجه حتى يلقى هـ ب أو امتداده على نقطة ى ، ونصل ف ل ، فتكون

∠ هـ ر ح = ∠ ف م ن .

وبما أن كلا من الزاويتين اللتين عند ح ، ن قائمة ، تكون

∠ ب ه ح = ∠ م ف ن .

ومن تشابه المثلثين ا ب ه ، ك م ف ينتج أن

$$\frac{\text{ا ب}}{\text{ب ه}} = \frac{\text{ك م}}{\text{م ف}}$$

وبما أن

$$\frac{\text{ا ب}}{\text{ب ط}} = \frac{\text{ك م}}{\text{م ل}}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{ب ط}}{\text{ب ه}} = \frac{\text{م ل}}{\text{م ف}}$$

وبما أن ∠ ه ب ط = ∠ ف م ل ،

إذن المثلثان ب ه ط ، م ف ل متشابهان ، وزواياهما المتناظرة متساوية .

∴ ∠ ب ط ه = ∠ م ل ف

= ∠ م ك ف

= ∠ ب ا ه .

وأيضاً ∠ ى ا ط = ∠ ا ط ه ، أى تساوى ∠ ب ط ه .

∴ ∠ ى ا ط = ∠ ب ا ه ،

∴ ا ب ينصف زاوية ه ا ى

$$\therefore \quad \frac{\text{ا ى}}{\text{ا ه}} = \frac{\text{ى ب}}{\text{ب ه}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ب ط}} = \frac{\text{ح د}}{\text{ح ه}} \qquad . \quad . \quad . \quad (1)$$

نخرج من نقطة ا المستقيم ا و ، بحيث تكون الزاوية التى يحيط بها ا و ، والماس للدائرة من نقطة ا ، مساوية الزاوية التى يحيط بها ا ه وذلك الماس . ونخرج هذا المستقيم حتى يلقى ه ب ، أو امتداده ، على نقطة و ، ويلقى ح د أو امتداده على نقطة ولتكن $د_1$ ، فإن أمكن إثبات أن نقطة $د_1$ تنطبق على نقطة د ، ثبت المطلوب .

فالمثلثان ى ا و ، د، حـ و متشابهان .

وذلك لأنه إذا كان المستقيم المخرج من م (شكل ٩٨) يلقى امتداد ن ع من جهة ع على نقطة ف ، ويلقى ك ع فيما بين طرفيه على نقطة ق كالمبين بالشكل ، يكون على هذا الوضع

∠ ف ق ك أعظم من ∠ ف ع ك ،

حيث ∠ ف ع ك هى متممة ∠ ك ع ن من قائمتين .

ولكن ∠ ك ع ن = ½ ∠ هـ حـ د ، وهى نصف زاوية القطاع الأول على تصاريف الأحوال .

∴ ∠ ف ق ك فى الوضع المذكور أعظم من متممة نصف زاوية القطاع الأول من قائمتين .

ولكن ∠ ف ق ك فى الوضع المذكور أصغر من قائمتين ، وهى مساوية لزاوية هـ حـ ا .

∴ نقطة ا تقع على قوس القطاع المقابل .

فيكون على هذا الوضع ا حـ منصفاً لزاوية هـ ا و .

وبما أن ا ر منصف لزاوية هـ ا ى ،

∴ ∠ حـ ا ر هى نصف الفرق بين الزاويتين هـ ا ى ، هـ ا و

= ½ ∠ ى ا و

ولكن ∠ حـ ا ر = ∠ ق ك م (عملا)

، ∠ ق ك م فى هذا الوضع تساوى ½ ∠ ب حـ د .

∴ ∠ ى ا و = ∠ ب حـ د أى = ∠ ب حـ د، .

ففى المثلثين ى ا و ، د، حـ و

∠ ى ا و فى الأول = ∠ د، حـ و فى الثانى

وزاويتا و فيهما متساويتان ،

وإذن المثلثان متشابهان .

ومثل هـــذا البرهان يمكن إثبات تشابه المثلثين المذكورين على جميع

الأوضاع التى يمكن فيها من نقطة م (شكل ٩٨) إخراج المستقيم النظير للمستقيم ف ق على النسبة المذكورة[١] .

وينتج من تشابه المثلثين المذكورين أن

$$\frac{\text{اى}}{\text{او}} = \frac{\text{حد}_{1}}{\text{حو}}$$

ولكن $$\frac{\text{اى}}{\text{اه}} = \frac{\text{اى}}{\text{او}} \cdot \frac{\text{او}}{\text{اه}}$$

، $$\frac{\text{او}}{\text{اه}} = \frac{\text{حو}}{\text{حه}}$$

$$\therefore \frac{\text{اى}}{\text{اه}} = \frac{\text{حد}_{1}}{\text{حو}} \cdot \frac{\text{حو}}{\text{حه}}$$

$$= \frac{\text{حد}_{1}}{\text{حه}}$$

ولكن $$\frac{\text{اى}}{\text{اه}} = \frac{\text{حد}}{\text{حه}}$$ كما تبين فى (١)

$$\therefore \frac{\text{حد}_{1}}{\text{حه}} = \frac{\text{حد}}{\text{حه}}$$

$$\therefore \text{حد}_{1} = \text{حد}$$

∴ تنطبق نقطة د_{1} على نقطة د

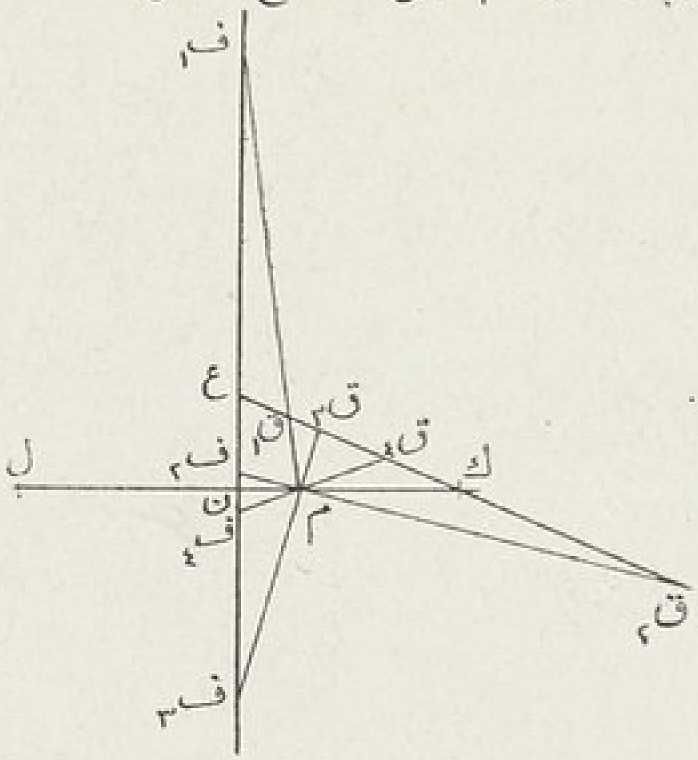
∴ ينطبق ا د_{1} على ا د وهو المطلوب

---

(١) الفكرة الأساسية فى تشابه المثلثين واحدة على تصاريف الأحوال وإنما يختلف تطبيقها لاثبات التشابه اختلافا يسيراً بحسب اختلاف الأشكال .

١٤١ — بيان وتعليق على العملية الرابعة

يتبين من العملية الثانيـة أن المستقيم المخرج من نقطة م (شكل ٩٨) ملاقياً ن ع على نقطه ف ، ع ك على نقطـة ق بحيث تـكون النسبة $\frac{\text{ف ق}}{\text{ق ك}}$ نسبة معلومة ، يمكن إخراجه على تصاريف الأحوال على وضعين اثنين يلقى فى أحدهما امتداد ن ع (شكل ٩٩) على نقطة ف$_{1}$ ، ويقطع ع ك على نقطة ق$_{1}$ ، ويلقى فى الآخر ن ع فيما بين طرفيـه على النقطة النظيرة لنقطة ف$_{1}$ ، ولتـكن ف$_{2}$ ويلقى امتداد ع ك على النقطـة النظيرة لنقطة



(شكل ٩٩)

ق$_{1}$ ، ولتـكن ق$_{2}$. ثم هو يمكن فى بعض الأحوال إخراجه على وضع ثالث آخر أو على وضعين ثالث ورابع آخرين ، يلقى فيهما امتداد ع ن من جهة ن ، على النقطة النظيرة لنقطـة ف$_{1}$ ولتـكن ف$_{3}$ ، أو ف$_{4}$ ، ويقطع ع ك فيما بين طرفيه على النقطة النظيرة لنقطة ق ولتـكن ق$_{3}$ أو ق$_{4}$ وذلك كما هو مبين بشكل (٩٩) .

فاذا أخرج من مركز الدائرة ح (شكل ١٠٠) نصف القطر ح $ا_{١}$ بحيث تكون

$$\angle\ هـ\ ح\ ا_{١} = \angle\ ف_{١}\ ق_{١}\ ك$$

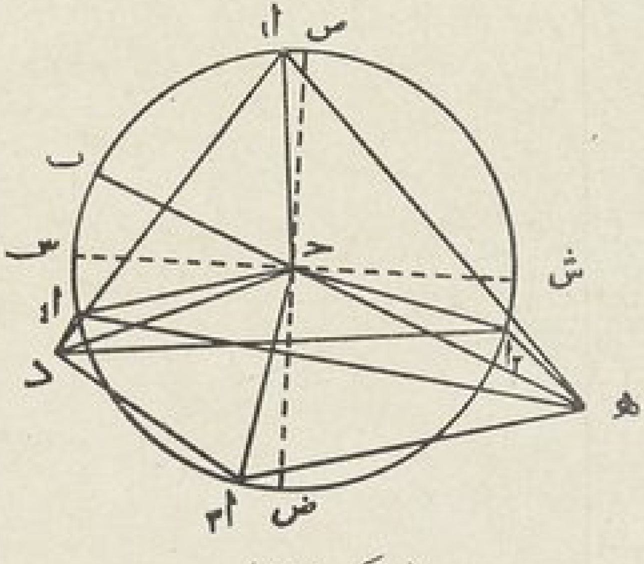
وبحيث يكون الترتيب الدائرى هـ ح $ا_{١}$ عكس الترتيب الدائرى $ف_{١}$ $ق_{١}$ ك كانت نقطة $ا_{١}$، نقطة يتوافر فيها المطلوب من العملية . وبالمثل إذا أخرجت من المركز ح أنصاف أقطار ح $ا_{٢}$ ، ح $ا_{٣}$ ، ح $ا_{٤}$ بحيث يكون

$$\angle\ هـ\ ح\ ا_{٢} = \angle\ ف_{٢}\ ق_{٢}\ ك$$

$$، \angle\ هـ\ ح\ ا_{٣} = \angle\ ف_{٣}\ ق_{٣}\ ك$$

$$، \angle\ هـ\ ح\ ا_{٤} = \angle\ ف_{٤}\ ق_{٤}\ ك$$

وبحيث يراعى الترتيب الدائرى المذكور، كانت النقاط $ا_{٢}$ ، $ا_{٣}$ ، $ا_{٤}$ (شكل ١٠٠) هى أيضاً يتوافر فيها المطلوب من العملية . فيتعين على هذه الصفة أربع نقاط يحيط الواصلان من كل نقطة منها إلى نقطتى هـ ، د مع المماس من تلك النقطة بزاويتين متساويتين .



(شكل ١٠٠)

وعلى الوضع الأول حيث يكون المخرج $ف_{١}$ $ق_{١}$ فان النقطة $ا_{١}$، التى تتعين، تقع كما تبين من قبل على قوس القطاع المقابل ويكون نصف القطر ح $ا_{١}$ منصفاً للزاوية هـ $ا_{١}$ د .

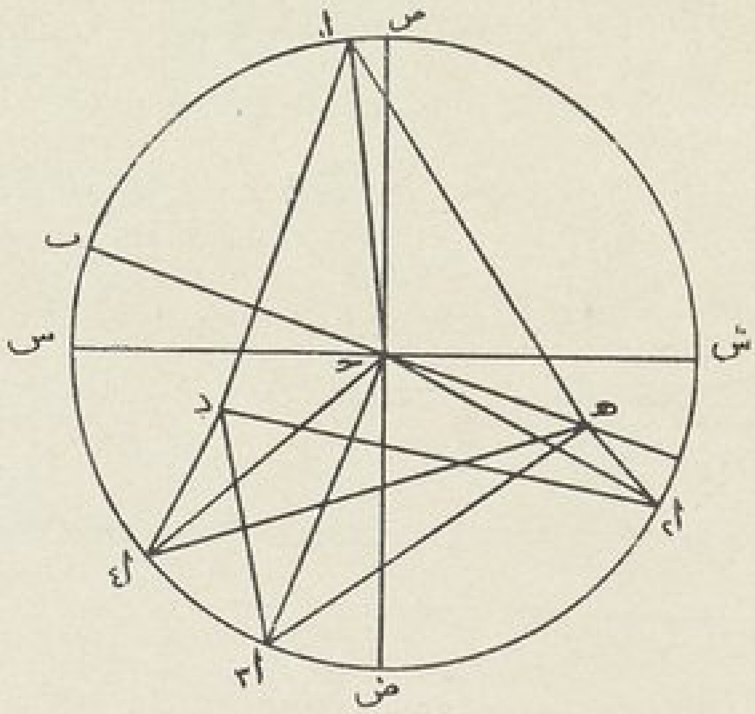
وعلى الوضع الثانى فان المستقيم المخرج من نقطة م إما أن يلقى امتداد ع ك من جهة ك كما هو مبين بشكل (٩٩) وذلك إذا كان ح هـ أعظم

من نصف قطر الدائرة حيث تكون النسبة التى يخرج عليهـــا المخرج وهى

$\frac{ف_{٢}\ ق_{٢}}{ق_{٢}\ ك}$ أعظم من الواحد . وإما أن يلق امتداد ك ع من جهة ع ، وذلك

إذا كان حـ هـ أصغر من نصف قطر الدائرة حيث تكون النسبة أصـغر من الواحد .

وعلى الوجه الأول فان ∠ ف$_{٢}$ ق$_{٢}$ ك أصـغر من ∠ ع ك ن . أى أصغر من نصف التالية ب حـ د (شكل ١٠٠) . فاذا أخرج القطر س ش المنصف للتالية ، وكذلك القطر ص ض المنصف لزاوية القطاع ، وقعت نقطة ا$_{٢}$ على القوس المحصورة بين هـ حـ ، وبين حـ ش ، وهو



(شكل ١٠١)

منصف التاليـة من جهة هـ ، وفى هذه الحالة يكون المماس من ا$_{٢}$ منصفا لزاوية هـ ا$_{٢}$ د كما هو مبين بشكل (١٠٠) .

وعلى الوجه الثـانى أى إن كان حـ هـ أصغر من نصف قطر الدائرة ، فالمخرج من م يلق امتداد ك ع من جهة ع ، فان رمزنا لنقطة الالتقـاء بالرمز قَ$_{٢}$ ، ولنقطة التقائه بالمستقيم ن ع بالرمز فَ$_{٢}$ ، تكون فى هذه الحالة

ﮮ فَ٢ قَ٢ ك أصغر من ﮮ ك ع ن .

وبما أن زاوية ك ع ن تساوى نصف زاوية القطاع ،

ومع مراعاة الترتيب الدائرى المذكور يتبين أن النقطة ا٢ ، تقع فى هذه الحالة على القوس المحصورة بين ﻫ ح وبين ح ض ، المنصف لزاوية القطاع الأول ، ويكون نصف القطر المنتهى اليها منصفاً للزاوية ﻫ ا٢ د كما هو مبين بشكل (١٠١) .

وأيضاً فانه إذا أمكن من نقطة م إخراج المستقيم على الوضعين الآخرين الثالث والرابع أو على وضع واحد ، فان ﮮ ف٣ ق٣ ك (شكل ٩٩) أو ماتناظرها تكون أعظم من ﮮ ك ع ن[1] ، وأصغر من متممة ع ك ن من قائمتين .

وبما أن ﮮ ك ع ن تساوى نصف زاوية القطاع الأول

، ﮮ ع ك ن تساوى نصف التالية ،

فمع مراعاة الترتيب الدائرى المذكور يتبين فى هذه الحالة أن النقطتين اللتين تتعينان من الوضعين المذكورين تقعان حتما على قوس ض س فيما بين طرفيها ولكنهما قد تقعان معاً على قوس القطاع الأول فيكون ح ا٣ منصفاً لزاوية ﻫ ا٣ د ، ح ا٤ منصفاً لزاوية ﻫ ا٤ د كما هو مبين بشكل (١٠١) وقد تقع احداهما على قوس القطاع الأول والأخرى على القوس المحصورة بين ح د ، ح س كما هو مبين فى شكل (١٠٠) حيث يكون المماس من ا٤ منصفاً لزاوية ﻫ ا٤ د .

والبرهان الذى أوردناه فيما سبق ينطبق على جميع هذه الأحوال .

ولكن ابن الهيثم أراد من مقدمته الرابعة حالة واحدة خاصة من الأحوال الممكنة فى هذه العملية وهى الحالة التى يكون فيها المماس للدائرة على النقطة

---

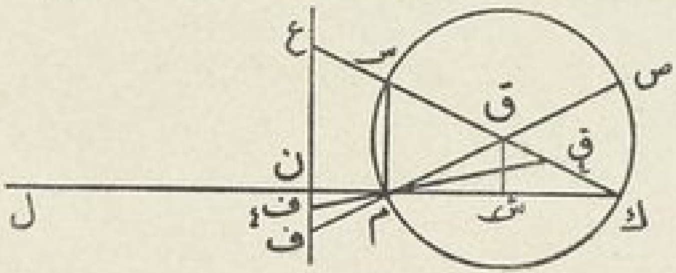
(١) لعل هذا هو السبب الذى من أجله عنى ابن الهيثم فى الحكم الثانى من أحكام ضعف الانعكاسية (أنظر فقرة ١٢٤ ص ٤٥٦ من الجزء الأول من هذا الكتاب) بمنصف زاوية القطاع الأول ، دون العمود الواقع من المركز على الواصل بين النقطتين المتماستين .

المطلوب تعيينها منصفاً للزاوية التي يحيط بها الواصلان منها إلى النقطتين هـ ، د المفروضتين ، وهو يسلك فى تعيين هذه النقطة الخطوات نفسها التى أوردناها هنا ، مع التقيد بأن يكون المخرج من نقطة م على الوضع الثانى أى الذى يلقى فيه ن ع على نقطة مثل $ف_{٢}$ فيما بين طرفيه ويلقى امتداد ع ك على نقطة مثل $ق_{٢}$. وهذا الوضع وإن كان ممكناً على تصاريف الأحوال أيا كانت النسبة $\frac{هـ ح}{ح ب}$ فانه مع ذلك لايؤدى إلى تعين النقطة المقصودة من مقدمته الرابعة إلا إذا كان هـ ح أعظم من ح ب بحيث يلقى المستقيم $ف_{٢}$ $ق_{٢}$ امتداد ع ك من جهة ك كما هو مبين بشكل (٩٩) وفقاً للأوضاع التى أوضحناها .

وابن الهيثم لايتناول فى حله الهندسى لمقدمته الرابعة تفصيل هذا الأمر ولم يضمنه أية إشارة يستفاد منها أنه يفرض إحدى النقطتين هـ ، د خارج الدائرة ، أو أن بعد إحداها عن المركز أعظم من نصف قطر الدائرة ، والمخطوطات التى صورها بين أيدينا لم توضح فيها الحلول الهندسية للمقدمات جميعاً ومنها المقدمة الرابعة ، بأشكال يصح الرجوع اليها لبيان المقاصد التى أرادها بالضبط . ولكن مقدمته لاتستقيم إلا بفرض أن تكون إحدى النقطتين هـ ، د خارج الدائرة . وهو لاشك قد أراد ذلك وإن لم ينص عليه صراحة . والشكلان الواردان فى التنقيح عن هذه المقدمة وإن كانا بوجه عام غير صحيحين ، وفيهما أغلاط ، فانهما مع ذلك يدلان على أن الفارسى قد حمل أقوال ابن الهيثم على أن تكون إحدى النقطتين خارج الدائرة وإن كان هو نفسه لم يعلق على ذلك فى المتن .

وأيضاً فانه إذا صح إخراج المستقيم الذى يلقى امتداد ع ن من جهة ن ويلقى ك ع فيما بين طرفيه على النسبة المذكورة فانه يجوز على أحد وضعيه الممكنين أن يفضى هو أيضاً إلى تعيين النقطة التى يريدها ابن الهيثم من مقدمته الرابعة . كما هو الحال فى وضعه $ف_{٤}$ $ق_{٤}$ المبين فى شكل (٩٩) حيث تكون ∠ $ف_{٤}$ $ق_{٤}$ ك أعظم من زاوية القطاع الأول .

ولزيادة توضيح هذا لتكن نقطة م (شكل ١٠٢) بحيث تقسم ك ل بنسبة حـ د إلى حـ هـ ، وليكن ع ن العمود المنصف للمستقيم ك ل ، ولتكن ∠ ع ك ل نصف التالية، ولنخرج م س موازيا ن ع، وليلق ع ك على س ، ولنرسم الدائرة المحيطة بمثلث ك م س كما سبق فى العملية الثانية، وليكن مركزها ق ، ولنخرج ق م من طرفيه، وليلق امتداد ع ن على ف، ومحيط الدائرة على ص. ولنسقط من ق المستقيم ق ش عموداً



(شكل ١٠٢)

على ك ل. فبما أن ش منتصف م ك ، ن منتصف ك ل ،

يتضح أن ن ش = $\frac{1}{2}$ (ل م + م ك) − $\frac{1}{2}$ م ك = $\frac{1}{2}$ ل م

، ش ك = $\frac{1}{2}$ م ك

∴ $\frac{\text{ن ش}}{\text{ش ك}} = \frac{\text{ل م}}{\text{م ك}} = \frac{\text{هـ حـ}}{\text{د حـ}}$

وأيضاً $\frac{\text{ن ش}}{\text{ش ك}} = \frac{\text{ع ق}}{\text{ق ك}} = \frac{\text{ف ق}}{\text{ق ك}}$

∴ $\frac{\text{ف ق}}{\text{ق ك}} = \frac{\text{هـ حـ}}{\text{د حـ}}$

وتكون ∠ ف ق ك = ضعف ∠ م س ك

= ضعف ∠ ن ع ك

أى أن ∠ ف ق ك = زاوية القطاع الأول

ومن هذا يتضح أنه لكى يتحقق وجود النقطة التى يريدها ابن الهيثم يجب أن يكون وضع المستقيم المخرج من م على النسبة المذكورة فيما سبق كوضع

$\text{ف}_{٤}$ $\text{ق}_{٤}$ (شكل ١٠٢) فيما بين المستقيمين ف ق ، ن ك حتى تكون $\angle$ $\text{ف}_{٤}$ $\text{ق}_{٤}$ ك أعظم من زاوية القطاع الأول .

فتكون نسبة $\frac{\text{ف}_{٤}\,\text{ق}_{٤}}{\text{ق}_{٤}\,\text{ك}}$ أعظم من $\frac{\text{ف ق}}{\text{ق ك}}$

أى أعظم من $\frac{\text{هـ حـ}}{\text{د حـ}}$

وبالرمز لنصف قطر الدائرة المفروضة التى مركزها حـ بالرمز س

يكون $\frac{\text{ف}_{٤}\,\text{ق}_{٤}}{\text{ق}_{٤}\,\text{ك}} = \frac{\text{هـ حـ}}{\text{س}}$ وأعظم من $\frac{\text{هـ حـ}}{\text{د حـ}}$

فيكون د حـ أعظم من س .

ويتبين من هذا أنه إذا صح إخراج المستقيم الذى يلقى امتداد ع ن من جهة ن ويلقى ك ع فيما بين طرفيه على النسبة المذكورة ، فانه لايؤدى إلى تعيين النقطة التى يريدها ابن الهيثم ، إلا إذا كان د حـ ، أعظم من نصف قطر الدائرة المفروضة (شكل ١٠٠) .

أما فيما عدا ذلك فالعملية الرابعة التى أوردناها هنا لاتختلف فى جوهرها ولا فيما تتضمنه من العمل الهندسى أو البرهان ، عما أورده ابن الهيثم نفسه فى مقدمته الرابعة . وقد قصدنا من ايرادها على الصورة الواردة هنا الاحاطة بالوجوه المحتملة التى لم يتناولها هو نفسه بالذكر أو الشرح فى بحوثه .

الفصل الثانى

فى

تعيين نقطة الانعكاس عن المرآة الكرية

---

١٤٢ — الفكرة الأساسية مجملة

الفكرة الأساسية التى توخاها ابن الهيثم لتعيين نقطة الانعكاس أو نقاط الانعكاس عن سطح المرآة الكرية سواء منها المحدبة أو المقعرة لا تتجاوز الفكرة الهندسية التى تنطوى عليها العملية الرابعة على الصورة التى أوردناها بها آنفاً .

فاذا فرضنا كرة مركزها ح ، وفرضنا نقطتين ه ، د حيثما اتفق وأخرجنا مستوى النقاط الثلاث ه ، د ، ح فانه يقطع سطح الكرة على عظيمة مركزها ح ، فان كانت النقطتان ه ، د متعاكستين كان هذا المستوى هو مستوى الانعكاس وكانت الدائرة المذكورة فصل الانعكاس . وبما أن العملية الرابعة على الصورة الواردة عليها فيما سبق تفضى على الوجه العام إلى تعيين أربع نقاط على محيط هذه الدائرة يكون فيها جميعاً الزاوية التى يحيط بها المماس على النقطة والواصل منها إلى إحدى النقطتين المفروضتين مساوية الزاوية التى يحيط بها ذلك المماس والواصل منها إلى النقطة الأخرى ، فانه فى الأوضاع التى يكون فيها الواصلان عن جنبتى نصف القطر المنتهى إلى تلك النقطة ، تكون تلك النقطة نقطة انعكاس . وإن كان الواصلان أمام تحديب القوس التى تقع عليها النقطة كان الانعكاس عن الكرية المحدبة ، وإن كان الواصلان أمام تقعير القوس التى تقع عليها النقطة كان الانعكاس عن الكرية المقعرة . فالعملية الرابعة تتضمن جميع العناصر التى يريدها ابن الهيثم لتعيين نقطة الانعكاس عن المرآة الكرية . ومسألة ابن الهيثم فيما يختص بالمرآة الكرية تؤول إلى صيرورتها حالة أو بضع حالات خاصة من تلك العملية .

ونظراً لأن النقاط التى تتعين وفقاً لتلك العملية ليست على تصاريف الأحوال نقاط انعكاس بالمعنى المقصود، فاننا نوثر أن نسميها بوجه عام «نقاط ابن الهيثم». أما ما يكون منها أوضاعها ملائمة للمعنى المقصود بالانعكاس فنخصصها بتسميتها «نقاط انعكاس». وابن الهيثم فى بحوثه فى هذا الصدد تناول حالتى المرآة الكرية المحدبة والمرآة الكرية المقعرة كلا على حدتها ومضى إلى تبيان آرائه فى تعيين نقطة الانعكاس على الأوضاع الملائمة لكل منهما، على منوال نبينه فيما يلى.

١٤٣ — طريقة ابن الهيثم لتعيين نقطة الانعكاس عن الكرية المحدبة

وطريقته فيما يتعلق بالكرية المحدبة تتضمن الخطوات التى أوردناها فى العملية الرابعة مع التقيد بأن يكون المستقيم المخرج من نقطة م (شكل ٩٩) على الصورة التى يلقى فيها امتداد ع ن من جهة ن ويلقى ك ع فيما بين طرفيه. وبما أن هذا المستقيم إذا صح إخراجه على هذه الصورة قد يجوز إخراجه على وضعين مثل ف$_{٣}$ ق$_{٣}$ ، ف$_{٤}$ ق$_{٤}$ (شكل ٩٩) فابن الهيثم يتخير من هذين الوضعين الوضع ف$_{٣}$ ق$_{٣}$ الذى تكون فيه زاوية ف$_{٣}$ ك ق$_{٣}$ أعظم من نظيرتها فى الوضع الآخر، ويشترط فى الزاوية أن تكون منفرجة، ويمضى إلى إثبات أن النقطة التى تتعين من هذا الوضع هى نقطة الانعكاس المطلوبة.(١) ثم هو يثبت بعد ذلك أنه إذا لم تكن أعظم الزاويتين المذكورتين منفرجة فلا يتأتى الانعكاس. وبرهانه على ذلك برهان الخلف. فهو يفرض أن أعظم الزاويتين ليست منفرجة وأن الانعكاس مع ذلك يصح من نقطة ويبرهن على أن الزاوية الواقعة بين الواصل من هذه النقطة إلى هـ والواصل منها إلى المركز تكون حتما منفرجة، وتساوى إحدى زاويتى ف$_{٣}$ ك ق$_{٣}$ ، ف$_{٤}$ ك ق$_{٤}$ وبما أن أعظم هاتين الزاويتين ليست منفرجة فهذا محال(٢). ثم هو أثبت بعد ذلك أنه من المحال أن تكون كلتا زاويتى ف$_{٣}$ ك ق$_{٣}$ ، ف$_{٤}$ ك ق$_{٤}$

---

(١) و (٢١٤) — و (٢١٦) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر

(٢) و (٢١٦) — و (٢١٧) » » » » والعناصر الهندسية فى هذه البراهين لا تخرج عما تتضمنه العملية الرابعة على الصورة التى أوردناها بها فلم نجد لزوماً إلى إثباتها هنا.

منفرجتين وإلا استلزم ذلك أن يكون الانعكاس من نقطتين ، وهذا كما قد مر بيانه محال عن سطح الكرية المحدبة [١] .

ويمكن توضيح هذه الأمور على أساس العملية الرابعة على الصفة الآتية :

فما أوردناه فى بياننا وتعليقنا على العملية الرابعة يتضح أنه إذا كان

ﻫ ح > د ح > نو

حيث نو نصف قطر الدائرة ، فإن أحد الوضعين الممكنين للمستقيم المخرج من م على النسبة المذكورة وهو الوضع الشبيه بوضع ف٤ ق٤ (شكل ٩٩) حيث تكون زاوية ف٤ ك ق٤ أصغر من نظيرتها فى الوضع الآخر ، هذا الوضع يؤدى إلى تعيين النقطة التى يكون المماس عندها منصفاً للزاوية التى يحيط بها الواصلان منها إلى النقطتين المفروضتين ﻫ ، د .

وإمكان تعاكس النقطتين من تحديب الكرية يتطلب أن تكون النقطتان المتعاكستان ﻫ ، د خارج سطحها ، أى أن يكون كل من ﻫ ح ، د ح أعظم من نو . فالنقطة التى يكون عندها المماس منصفاً للزاوية واقعة لامحالة ولكنها ليست تصح أن تكون نقطة انعكاس .

ولكن يبقى بعد ذلك بيان أن الوضع الآخر الذى تخيره ابن الهيثم هو حتماً الوضع الذى يتفق والانعكاس من تحديب الكرية ، أى أنه هو الوضع الذى إذا ما توافرت الشرائط اللازمة لكى يصح تعاكس النقطتين المفروضتين عن محدب سطح الكرية ، يؤدى فعلا إلى تعيين نقطة الانعكاس المطلوبة .

فإمكان انعكاس إحدى نقطتى ﻫ ، د إلى الأخرى من محدب الكرة يوجب أن تكون كلتا النقطتين فى مقابلة تحديب جزء من أجزاء محيط دائرة الفصل . وإذن يجب أن يكون المستقيم الواصل بين النقطتين غير قاطع لدائرة الفصل وغير مماس لها .

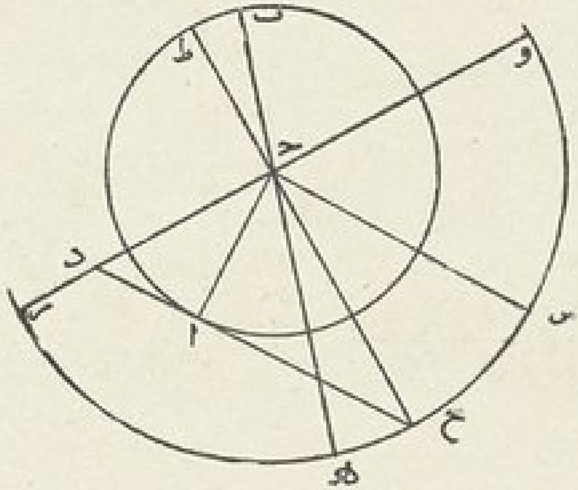
فلنفرض أن النقطتين المتعاكستين ﻫ ، د (شكل ١٠٣) على بعدين معلومين من المركز ولتكن د أقربهما إليه .

---

(١) فقرة (٩٥) من الجزء الأول من هذا الكتاب .

ولنخرج دائرة مركزها حـ ، ونصف قطرها حـ هـ . ولنخرج حـ د من طرفيه حتى يلقى محيط هذه الدائرة على و ، ر .

ثم لنرسم من د المستقيم دا مماساً للدائرة ولنخرجه حتى يلقى محيط تلك الدائرة على نقطة ح ثم نصل ح حـ ونخرجه حتى يلقى دائرة الفصل على ط . فاذا اعتبرنا أن النقطتين ح ، د هما النقطتان المتعاكستان وطبقنا خطوات العملية الرابعة ، فاتخذنا مستقيما



(شكل ١٠٣)

حيثما اتفق مثل ك ل (شكل ١٠٤) وأقمنا من منتصفه ن المستقيم ن ع عموداً عليه ثم قسمناه على نقطة م بحيث يكون

$$\frac{\text{ل م}}{\text{م ك}} = \frac{\text{ح حـ}}{\text{د حـ}} ،$$

وأخرجنا من ك المستقيم ك ع، بحيث تكون ∠ ع، ك ن نصف ∠ ط حـ د ، ثم أخرجنا من نقطة م المستقيم ف ق بحيث يكون

$$\frac{\text{ف ق}}{\text{ق ك}} = \frac{\text{ح حـ}}{\text{حـ ط}}$$

على الوضع الذى تخيره ابن الهيثم ،

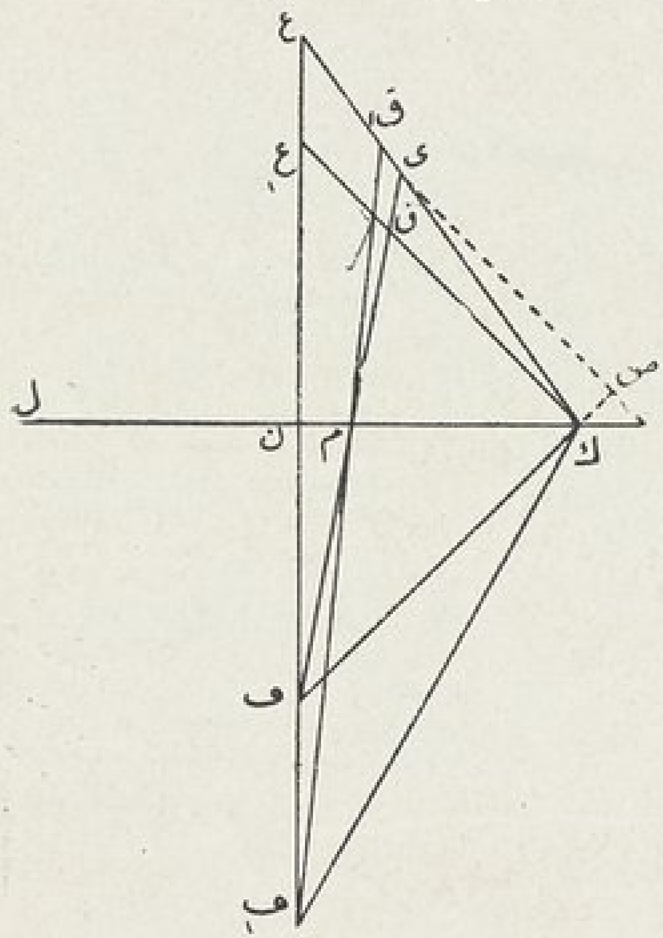
فبما أن

∠ ح ا حـ = ∠ د ا حـ ، تساوى قائمة ؛

فزاوية ف ك ق أيضاً قائمة لأنها تساوى كلا منهما كما يتبين فى برهان العملية الرابعة .

فاذا أخذنا نقطة مثل هـ (شكل ١٠٣) على القوس ح ر المحصورة بين حـ ح ، حـ د وأخرجنا هـ حـ حتى يلقى محيط الدائرة على ب فبما أن

هـ حـ / د حـ = ح حـ / د حـ



شكل (١٠٤)

فنقطة م على المستقيم ك ل تقسمه بنسبة البعدين فى حالة النقطتين هـ ، د أيضاً . فاذا أخرجنا ك ع بحيث تكون ∠ ع ك ن نصف زاوية ب حـ د ، كانت ∠ ع ك ن أعظم من ∠ ع$_1$ ك ن . وإذا أخرجنا ف ق حتى يلقى ع ك على ى، ورسمنا من نقطة ى موازياً للمستقيم ق ك ، ومد ف ك حتى يلقاه وليكن على ص ، اتضح أن

ف ى / ى ص = ف ق / ق ك ، ى ك أعظم من ى ص

∴ ف ى / ى ك أصغر من ف ق / ق ك .

فالمستقيم المخرج من م على الوضع الآخر المقصود هنا بحيث يلقى امتداد ع ن على نقطة ولتكن ف$_1$ ويلقى ع ك على نقطة ولتكن ق$_1$ بحيث يكون

ف$_1$ ق$_1$ / ق$_1$ ك = هـ حـ / ب هـ

لابد أن يكون طرفه ف١ فيما يلى ف من ن ، وطرفه ق١ فيما بين ى ، ع كما اتضح فى فقرة (١٣٩) .

وإذن تكون

∠ ف١ ك ق١ أعظم من ∠ ف ك ق ، أعظم من قائمة .

فاذا رمزنا للنقطة التى تتعين على محيط الدائرة من هذا الوضع بالحرف ا١ كانت ∠ ه ا١ ح = ∠ د ا١ ح

وكانت كل من هاتين الزاويتين منفرجة .

وإذن يكون تعاكس النقطتين ه ، د من محدب دائرة الفصل .

بمثل هذا يتضح السبب الذى من أجله يتخير ابن الهيثم وضع كبرى الزاويتين ويشترط فيها أن تكون منفرجة .

وبمثل هذا يتضح أيضاً أنه إذا أخذت نقطة مثل س على قوس ح و فان النقطة التى تتعين من الوضع المذكور على القوس الواقعة بين س ح ، د ح تكون نقطة انعكاس كل من نقطتى س ، د من مقعر هذه القوس .

ومن هذا يتبين أن النقطتين المعلومتى البعد عن مركز المرآة يجب أن يكون وضعهما من دائرة الفصل شبيهاً بوضع نقطتى ه ، د لكى يصح تعاكسهما عن محدب السطح أى يجب ألا يقطع الواصل بينهما دائرة الفصل . أما إذا قطعها كما فى الوضع الشبيه بوضع نقطتى س ، د فان انعكاس إحداهما إلى الأخرى يكون من مقعر السطح لا من محدبه .

١٤٤ — طريقة ابن الهيثم لتعيين نقطة الانعكاس او (نقاط) عن الكرية المقعرة

يعالج ابن الهيثم حالة المرآة الكرية المقعرة على ضوء البيانات التى أوردناها فى الباب الرابع فيما يتعلق بتعاكس النقطتين عن سطحها ، وهى البيانات التى مهد بها فعلا إلى ذكر الطرق التى وضعها لتعيين نقطة الانعكاس عن الكرية المقعرة . وهو يبدأ بذكر طريقته لتعيين نقطة الانعكاس عن الكرية المقعرة من قوس القطاع المقابل . وذلك على المنوال الذى أوردناه فى العملية الرابعة

حيث يكون المستقيم المخرج من نقطة م (شكل ٩٩) فى وضعه الأول ف١ ق١ . وهو الوضع الذى يصح على تصاريف الأحوال أياً كانت نسبة هـ ح إلى نصف قطر المرآة . وعلى هذه الصفة تتعين نقطة الانعكاس من قوس القطاع المقابل على تصاريف الأحوال . ويلاحظ أن برهانه الهندسى الذى سبق أن أوردناه على أن نقطة الانعكاس من قوس القطاع المقابل نقطة واحدة لانظير لها يعد مكملا لبحثه فى هذا الصدد، فتكون النقطة التى تتعين من العملية الرابعة على هذه الصفة هى نقطة الانعكاس الوحيدة من قوس القطاع المقابل .

ثم هو يتناول بعد ذلك كيفية تعيين نقطة الانعكاس من قوس القطاع الأول على أن يكون ضعف الانعكاسية أعظم من التالية . وذلك أيضاً على المنوال الذى أوردناه فى العملية الرابعة حيث يكون المستقيم المخرج من نقطة م فى الوضعين ف٣ ق٣ ، ف٤ ق٤ .

ويلاحظ فى هذه الحالة أيضاً أنه لكى يصح أن تكون النقطة التى تتعين من الوضع ف٣ ق٣ نقطة انعكاس من مقعر القوس يجب أن يكون الواصل بين النقطتين هـ ، د قاطعاً محيط دائرة الفصل كما اتضح مما ذكر آنفاً . وأيضاً لكى يصح أن تكون النقطة التى تتعين من الوضع ف٤ ق٤ نقطة انعكاس يجب أن تكون زاوية ف٤ ق٤ ك أصغر من زاوية القطاع . وهذا كما تبين يشترط فيه أن يكون البعد الأصغر د ح أصغر من نصف قطر المرآة (انظر شكل ١٠١) .

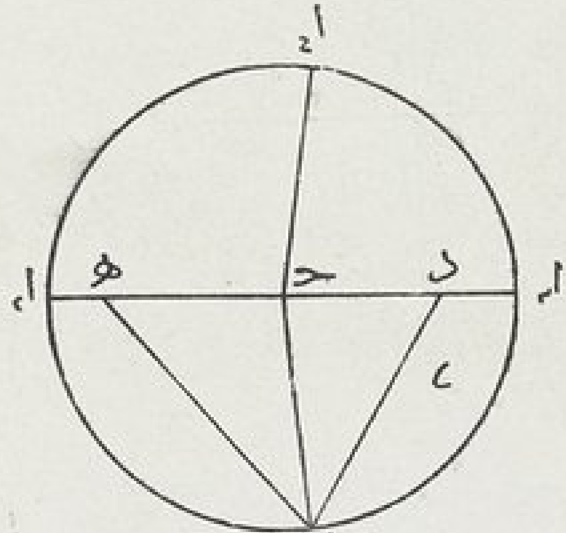
ولو أن ابن الهيثم ذكر طريقة لتعيين نقطة الانعكاس لكل واحدة من الأحوال الثلاث المذكورة ، أى طريقة تعينها على قوس القطاع المقابل ، وطريقتى تعيين كل من نقطتى الانعكاس من قوس القطاع الأول على أن تكون ضعف الانعكاسية أعظم من التالية ، فإنه لم يذكر طريقه تعينها على قوس القطاع الأول على أن تكون ضعف الانعكاسية أصغر من التالية ، فى حين أن ذلك لايتجاوز حدود المعانى الهندسية التى تنطوى عليها مقدماته الست . وتتعين هذه النقطة كما اتضح فى البيان والتعليق على العملية الرابعة من الوضع النظير

للوضع $ف_٢$ $ق_٢$ (شكل ٩٩) من أوضاع المستقيم المخرج من نقطة م ، ويشترط لكى تكون النقطة التى تتعين من هذا الوضع ، نقطة انعكاس ، أن يكون بعد أبعد النقطتين عن المركز أصغر من نصف قطر المرآة . وقد أوضحنا كل ذلك فيما تقدم من البيان والتعليق .

وشكل (١٠١) يوضح الحالة التى يخول فيها وضع النقطتين المتعاكستين ه ، د من المركز حـ ، أن تكون نقاط ابن الهيثم الأربع جميعاً نقاط انعكاس . وفيه $ا_١$ هى نقطة الانعكاس من قوس القطاع المقابل والنقاط الثلاث الأخرى نقاط الانعكاس من قوس القطاع الأول . ومن هذه النقاط الثلاث نقطة $ا_٢$ هى التى عندها ضعف الانعكاسية أصغر من التالية . أما $ا_٣$ ، $ا_٤$ فهما اللتان عندهما ضعف الانعكاسية أعظم من التالية .

١٤٥ — تطبيق طريقة ابن الهيثم لتعيين نقطة الانعكاس عن المرآة الكرية على جميع الحالات الخاصة

يتبين مما أوردناه آنفاً أن العملية الرابعة التى ذكرناها بأحوالها الأربع الممكنة تتضمن الفكرة الهندسية التى جعلها ابن الهيثم أساساً بنى عليه طرقه لتعيين نقطة الانعكاس عن المرآة الكرية المحدبة والمقعرة فى الأحوال المختلفة .



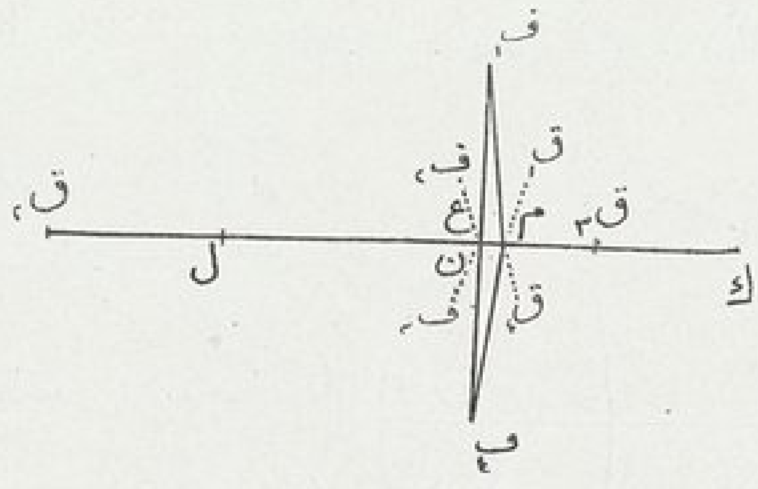
(شكل ١٠٥)

ومما يجدر ذكره أيضا أن الحالات الخاصة التى تكون فيها النقطتان المتعاكستان على قطر واحد من أقطار المرآة

أو تكونان فيها على قطرين مختلفين وإنما يكون بعداهما عن المركز واحداً هى حالات تتضمنها العملية الرابعة نفسها .

فان راعينا أولا الحالة التى تكون فيها النقطتان ه ، د على قطر واحد من أقطار المرآة وفرضنا أن الأولى أبعد من المركز ، فهما إن كانتا فى جهتين مختلفتين من المركز (شكل ١٠٥) كانت التالية صفرا . فان طبق العمل الهندسى المذكور فى العملية الرابعة انطبق ك ع على ك ن (انظر شكل ١٠٦) وأفضى العمل الهندسى فى الوضع الأول من أوضاع المستقيم المخرج من م إلى إخراج م ف١ بحيث يكون $\frac{\text{م ف}_1}{\text{م ك}} = \frac{\text{ه ح}}{\text{ح}}$ ، فتنطبق نقطة ق١ على م ويؤدى هذا الوضع أياً كانت هذه النسبة إلى تعيين نقطة مثل ا١ (شكل١٠٥) تكون هى نقطة الانعكاس من مقعر القوس .

وأيضا يؤول العمل الهندسى فى الوضع الثانى من أوضاع المستقيم المخرج من م (شكل ١٠٦) ، وهو الوضع الذى يلتقى فيه المستقيم المخرج امتداد



(شكل ١٠٦)

ك ع على نقطة ق٣ ، إلى تقسيم ك ع من الخارج على نقطة ق٣ بحيث يكون

$$\frac{\text{ق}_3\text{ع}}{\text{ق}_3\text{ك}} = \frac{\text{ه ح}}{\text{ح}}$$

وتكون نقطة ف$_{٢}$ منطبقة على نقطتى ع ، ن . ويلاحظ أن ق$_{٢}$ تقع على امتداد ك ن إذا كان هـ حـ أصغر من سه ، وتقع على امتداد ن ك إذا كان أكبر ، ويؤدى هذا الوضع إلى تعيين نقطة ا$_{٢}$ (شكل ١٠٥) التى هى أحد طرفى القطر ويلاحظ أن زاوية ف$_{٢}$ ق$_{٢}$ ك تساوى صفرا .

وأيضاً يؤول العمل الهندسى فى الوضع الثالث من أوضاع المخرج من م (شكل ١٠٦) وهو أحد الوضعين اللذين يلتقى فيهما المستقيم المخرج ، ك ع بين طرفيه إلى تقسيم ك ع من الداخل على نقطة ق$_{٣}$ بحيث يكون

$$\frac{ق_{٣}\ ع}{ق_{٣}\ ك} = \frac{هـ\ حـ}{سه}$$

وتكون نقطة ف$_{٣}$ منطبقة على نقطتى ع ، ن فى هذه الحالة أيضاً . ويفضى هذا الوضع إلى تعيين نقطة ا$_{٣}$ (شكل ١٠٥) التى هى الطرف الآخر للقطر حيث يلاحظ أن زاوية ف$_{٣}$ ق$_{٣}$ ك تساوى قائمتين .

وأيضاً يؤول العمل الهندسى فى الوضع الرابع إلى إخراج م ف$_{٤}$ بحيث يكون

$\frac{م\ ف_{٤}}{م\ ك} = \frac{هـ\ حـ}{سه}$ وبحيث تكون نقطة ف$_{٤}$ على امتداد العمود المنصف

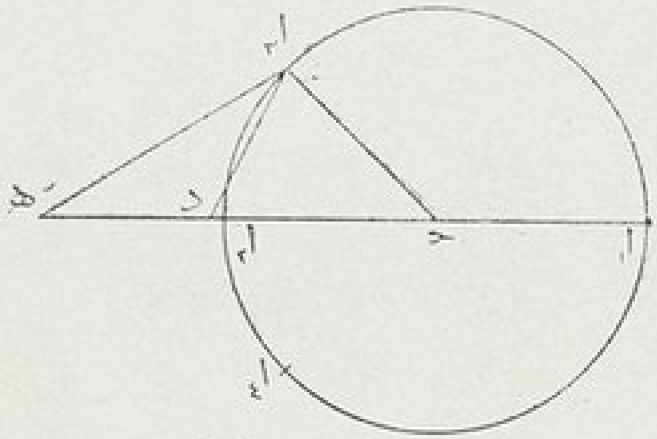
من الجهة المضادة للجهة التى عليها ف$_{١}$. وفى هذا الوضع تكون ق$_{٤}$ منطبقة على م .

ويفضى هذا الوضع إلى تعيين نقطة ا$_{٤}$ ، وهى نقطة انعكاس من مقعر القوس

أيا كانت نسبة $\frac{هـ\ حـ}{سه}$.

ويلاحظ أن فرض النقطتين فى الجهتين المختلفتين من المركز يجعل الانعكاس من محدب القوس غير ممكن كما أن نقطة ا$_{٢}$ تكون نقطة انعكاس من مقعر القوس إذا كان هـ حـ أصغر من سه ونقطة ا$_{٣}$ تكون نقطة انعكاس من مقعر القوس إذا كان د حـ أصغر من سه .

أما إن كانت النقطتان هـ ، د فى جهة واحدة من المركز (شكل ١٠٧)



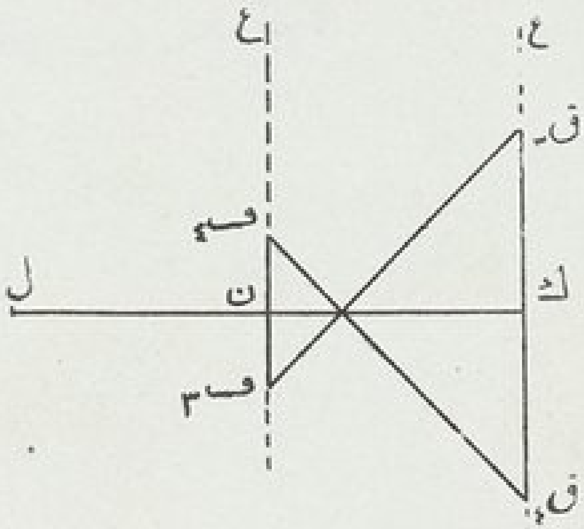
(شكل ١٠٧)

فالتالية فى هذه الحالة تكون مساوية قائمتين . فان طبق العمل الهندسى الوارد فى العملية الرابعة صار ك ع (شكل ١٠٨) عموداً على ك ن وصار العمود المنصف للمستقيم ك ل موازيا للمستقيم ك ع ، ولا يتلاقيان الافى ما لانهاية .

فاخراج المستقيم من م على الوضع الأول معناه أنه يلق أولا ك ع على نقطة متوهمة فى ما لانهاية ولتكن ق_1 ، ثم يلق ن ع على نقطة متوهمة فى ما لانهاية ولتكن ف_1 بحيث يكون $\frac{\text{ف}_1\text{ق}_1}{\text{ق}_1\text{ك}} = \frac{\text{هـ حـ}}{\text{ع}}$ وتكون زاوية $\text{ف}_1\text{ق}_1\text{ك}$ المتوهمة قائمتين ، ويؤول هذا الوضع المتوهم إلى تعيين نقطة أ_1 (شكل ١٠٧) التى هى طرف القطر والتى تكون نقطة انعكاس من مقعر القوس أيا كانت نسبة $\frac{\text{هـ حـ}}{\text{ع}}$.

واخراج المستقيم على الوضع الثانى معناه أنه يلق ن ع على نقطة متوهمة فى ما لانهاية ولتكن ف_2 ، ويلق ك ع على نقطة متوهمة فى ما لانهاية ولتكن ق_2 على النسبة المذكورة وتكون زاوية $\text{ف}_2\text{ق}_2\text{ك}$ المتوهمة صفرا . فيؤدى هذا الوضع إلى تعيين نقطة أ_2 (شكل ١٠٧) التى هى الطرف الآخر

للقطر . وهذه النقطة إما أن تكون نقط انعكاس من محدب القوس وذلك إذا كان هـ حـ > د حـ > س ، أو نقطة انعكاس من مقعر القوس وذلك إذا كان س > هـ حـ > د حـ . وإما أن تكون النقطة التي يكون المماس عندها منصفاً للزاوية هـ ا د وذلك إذا كانت هـ حـ > س > د حـ .



(شكل ١٠٨)

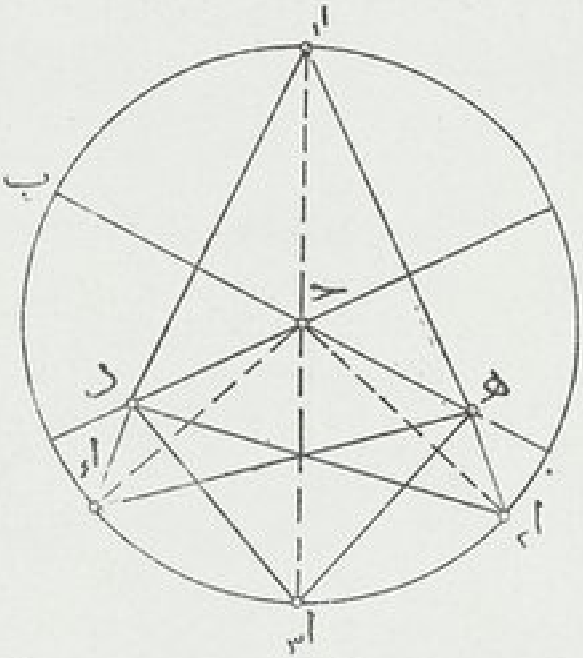
وإخراج المستقيم من م على الوضعين الثالث والرابع بحيث يلقى ك ع الممتد من ك إلى ما لانهاية على نقطة لتكن ق$_٣$ أو ق$_٤$ ويلقى ن ع الممتد أيضا إلى ما لانهاية على نقطة ولتكن ف$_٣$ أو ف$_٤$ على أن تكون نسبة

$$\frac{\text{ف}_٣\text{ق}_٣}{\text{ق}_٣\text{ك}} = \frac{\text{هـ حـ}}{\text{س}} = \frac{\text{ف}_٤\text{ق}_٤}{\text{ق}_٤\text{ك}} \text{ ،}$$

لا يمكن إلا إذا كان هـ حـ أعظم من س . وهذان الوضعان يؤديان إلى تعيين النقطتين ا$_٣$ ، ا$_٤$ حيث يكون المماس عند كل منهما منصفاً للزاوية التي يحيط بها الواصلان من هـ ، د إليها .

وإذا روعيت الحالة التي تكون فيها النقطتان هـ ، د (شكل ١٠٩) على قطرين مختلفين ولكن بعدهما عن المركز واحداً وطبقنا العمل الهندسي الوارد في العملية الرابعة .

فاتخذنا مستقيما ك ل (شكل ١١٠) حيثما اتفق وأقمنا ع ن عموداً منصفاً له وجعلنا ح ع ك ن مساوية نصف التالية د ح ب (شكل ١٠٩) وجدنا أن إخراج المستقيم المطلوب يؤول فى هذه الحالة إلى إخراجه من نقطه ن (شكل ١١٠) بحيث يلق العمود المنصف ن ع على نقطة ف ويلق ك ع على



(شكل ١٠٩)

نقطة ق ، وبحيث يكون $\frac{\text{ف ق}}{\text{ق ك}} = \frac{\text{هـ ح}}{\text{مه}}$

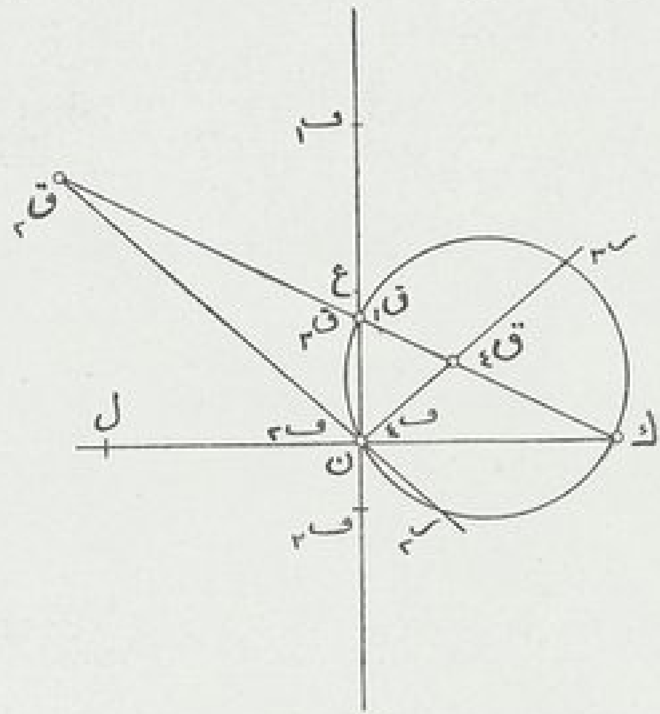
ويتضح من العملية الثانية أن إخراج هـذا المستقيم يتطلب أن نرسم من نقطة ك مستقيما يلق محيط الدائرة المحيطة بمثلث ك ع ن على نقطة ولنرمز لها بالحرف ر ، ويلق القطر ك ع على نقطـة ولنرمز لها بالحرف ح بحيث يكون

$$\frac{\text{ع ن}}{\text{ر ح}} = \frac{\text{هـ ح}}{\text{مه}}$$

حتى إذا وصلت نقطتا ر ، ن كان الواصل هذا المستقيم المطلوب .

ومن الميسور تتبع خطوات العمل بالتفصيل فيتبين :

(أولا) أن المستقيم المخرج من نقطة ن يكون فى الوضع الأول منطبقاً على امتداد ن ع من جهة ع ويكون أحد طرفيه نقطة مثل ف١ (شكل ١١٠)



(شكل ١١٠)

والآخر وهو المرموز له بالرمز ق١ منطبقاً على نقطة ع نفسها بحيث يكون.

$$\frac{\text{ف}_1\,\text{ق}_1}{\text{ق}_1\,\text{ك}} = \frac{\text{هـ ح}}{\text{ىو}}$$

وتفضى العملية الرابعة فى هذا الوضع إلى تعيين نقطة ا١ (شكل ١٠٩) تكون هى نقطة الانعكاس من مقعر قوس القطاع المقابل على تصاريف الأحوال أيا كانت نسبة $\frac{\text{هـ ح}}{\text{ىو}}$.

(ثانيا) أن المستقيم المخرج من نقطه ن (شكل ١١٠) يكون فى الوضع الثانى أما ملاقيا امتداد ك ع من جهة ع على نقطة مثل ق٢ (شكل ١١٠) وذلك إذا كان هـ ح أصغر من ىو وأما ملاقيا امتداد ع ك من جهه ك على النظيرة لنقطة ق٢ ، وذلك إذا كان هـ ح أعظم من ىو ، وإما موازيا له لا يلقاه وذلك إذا كان هـ ح = ىو .

وعلى الوجه الأول تكون النقطة التى تتعين نقطة مثل ا٢ (شكل ١٠٩)

على قوس القطاع الأول ، وتكون نقطة انعكاس من مقعر القوس . وتكون على الوجه الثانى نقطة على قوس نصف التالية مما يلى ه . وتكون النقطة التى ينصف المماس عندها الزاويه . أما على الوجه الثالث فتكون طرف نصف القطر المار بنقطة ه .

(ثالثا) أن المستقيم المخرج من ن ، (شكل ١١٠) يكون فى الوضع الثالث منطبقا على ع ن فيلتق ك ع على نقطة ع نفسها ، فيكون طرفه ق٣ عند ع ويكون طرفه ف٣ على ع ن أو امتداده من جهة ن بحيث يكون

$$\frac{\text{ف}_3\ \text{ق}_3}{\text{ق}_3\ \text{ك}} = \frac{\text{ه}\ \text{حـ}}{\text{ىه}} ،$$

وتفضى العملية الى تعيين نقطة مثل ا٣ (شكل ١٠٩) على قوس القطاع الأول تكون الطرف الآخر للقطر المار بنقطة ا١ على تصاريف الأحوال ، أيا كانت قيمة النسبة المذكورة . ولكنها أما أن تكون نقطة انعكاس من مقعر القوس أو نقطة انعكاس من محدب القوس وذلك بحسب قيمة تلك النسبة .

(رابعا) أن المستقيم المخرج من ن يكون فى الوضع الرابع ملاقيا ك ع فيما بين طرفيه على نقطة مثل ق٤ (شكل ١١٠) ويكون طرفه الآخر ف٤ منطبقا على نقطة ن نفسها . وتفضى العملية إلى تعيين نقطة مثل ا٤ (شكل ١٠٩) تكون نقطة انعكاس على قوس القطاع الأول إذا صح اخراج المستقيم على هذا الوضع فى الأحوال التى يكون فيها د حـ أصغر من ىه[1] ، أما فى الأحوال التى يكون فيها د حـ أعظم من ىه فتكون تلك النقطة هى التى ينصف عليها المماس الزاوية التى يحيط بها الواصلان منها إلى نقطتى ه ، د المفروضتين .

على هذه الصفة يتبين أن العملية الرابعة بصورتها الواردة هنا وهى لا تتجاوز حدود مقدمات ابن الهيثم الست تتضمن حلا عاما لمسألة ابن الهيثم فيما يختص بالمرآة الكرية يشمل حالتى المحدبة والمقعرة وجميع الأحوال الخاصة الممكنة

---

(١) أنظر فقرة (١٤٣)

الفصل الثالث

فى

تعيين نقطة الانعكاس عن المرآة الاسطوانية

١٤٦ – منهاج ابن الهيثم فى معالجة الموضوع

راعى ابن الهيثم المرآة الاسطوانية المحدبة والمرآة الأسطوانية المقعرة كلا منهما على حدتها وفصل أمر كل واحدة منهما تفصيلا . وتناول فى كل منهما الحالات الخاصة كالحالة التى تكون فيها النقطتان المتعاكستان واقعتين فى مستوى يمر بمحور الاسطوانة حيث يكون فصل الانعكاس (أو كل من فصليه) مستقيما وكالحالة التى تكون فيها النقطتان المتعاكستان فى مستوى عمود على سهم الاسطوانة حيث يكون الفصل محيط دائرة. وعالج أيضاً الحالة العامة التى لا تكون فيها النقطتان فى مستوى يمر بسهم الاسطوانة ولا فى مستوى عمود على سهمها حيث يكون فصل الانعكاس محيط قطع ناقص . وهو فى حالة الاسطوانية المحدبة استدل ببرهان هندسى على أن نقطة الانعكاس نقطة واحدة (١) ثم أورد طريقة تعيينها (٢). وفى الاسطوانية المقعرة استدل ببرهان هندسى أيضا على أن نقاط الانعكاس قد يبلغ عددها أربعا (٣) .

ثم أثبت أن الانعكاس من مقعر سطح الاسطوانة لا يصح من أكثر من أربع نقاط (٤) . وعقب على ذلك بشرح طريقة تعيين نقاط الانعكاس (٥) .

---

(١) و (٢٣٢) — و (٢٣٨) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر
(٢) و (٢٣٨) — و (٢٣٩) » » » » » »
(٣) و (٣١٣) — و (٣١٨) » » » » » »
(٤) و (٣١٨) — و (٣٢١) » » » » » »
(٥) و (٣٢١) — و (٣٢٢) » » » » » »

ولما كانت البحوث فى كل ذلك متشابهة والبراهين الهندسية تكاد تكون واحدة ، وكانت حالة الاسطوانية المقعرة اعم ويصح أن تتضمن حالة الاسطوانية المحدبة ، وأيضا منعا للاطالة والتكرار رأينا أن نعالج الموضوع بأسلوب عام وأن نقتصر فى توضيح الفكر الأساسية فى جميع هذه البحوث على الاسطوانية المقعرة ، ونكتفى بالاشارة إلى الاسطوانية المحدبة فى الأحوال التى يصح فيها أن ينطبق الكلام عليها أيضا .

١٤٧ — تفصيل الحالات الخاصة

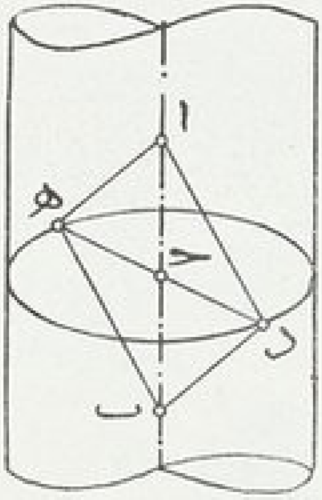
(أولا) إذا كانت النقطتان المتعاكستان فى مستوى يمر بمحور الاسطوانة : نظراً لأن المستوى المار بالمحور عمود على سطح الاسطوانة ، فالمستوى المار بالمحور والذى تقع فيه النقطتان هو مستوى الانعكاس . وهو يقطع سطح الاسطوانة على خط مستقيم يوازى محورها . فيكون هذا المستقيم الفصل المشترك . وإذن يستوى تعاكس النقطتين من سطح الاسطوانة فى هذه الحالة وتعاكسهما من سطح المستوية المعتادة .

فان كانت النقطتان المتعاكستان خارج سطح الاسطوانية سواء أكانت المرآة محدبة أم مقعرة أو كانت أحداهما فى الخارج والأخرى فى الداخل وكانت المرآة مقعرة فان فصل الانعكاس مستقيم واحد . وتكون نقطة الانعكاس واحدة ويمكن تعيينها كما تعين على سطح المرآة المستوية . أما إذا كانت النقطتان فى الداخل وكانت المرآة مقعرة فالمستقيمان اللذان يلتقى عليهما مستوى الانعكاس سطح الاسطوانة يصح أن يكون كلاهما فصل انعكاس فيصح الانعكاس من نقطتين وتتعين كل واحدة منهما كما تتعين نقطه الانعكاس على سطح المستوية .

والحالة التى تكون فيها النقطتان المتعاكستان واقعتين على محور الاسطوانة فى المرآة المقعرة جديرة كما رأى ابن الهيثم بالتوضيح[1] . فلتكن النقطتان ا ، ب ، ولتنصف البعد بينهما على حـ ، ولنرسم د حـ هـ قطرا المرآة الاسطوانية عمودا على محورها وليقطع سطحها فى نقطتى د ، هـ . فاذا

(١) و (٣١٢) ، و (٣١٣) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

وصلت المستقيمات ا د ، ا هـ ، ب د ، ب هـ ، أمكن من تطابق المثلثات إثبات



(شكل ١١١)

أن ∠ ا د حـ = ∠ حـ د ب

، ∠ ا هـ حـ = ∠ حـ هـ ب .

وبما أن د هـ عمود على سطح الاسطوانة عند د ، وعمود على سطحها عند هـ ، تبين أن كلا من نقطتى د ، هـ نقطة انعكاس .

وإذا ثبت المحور ا ب ، ودار المستقيم حـ د ، تكوّن من دوران نقطة د على سطح الاسطوانة محيط الدائرة التى مركزها حـ ، ومستواها عمود على المحور ، فتكون كل نقطة من محيط هذه الدائرة نقطة انعكاس .

وإذن يتبين أن النقطتين ا ، ب تتعاكسان عن سطح المرآة الاسطوانية المقعرة من محيط الدائرة المذكورة .

(ثانيا) إذا كانت النقطتان المتعاكستان فى مستوى عمود على محور الاسطوانة :

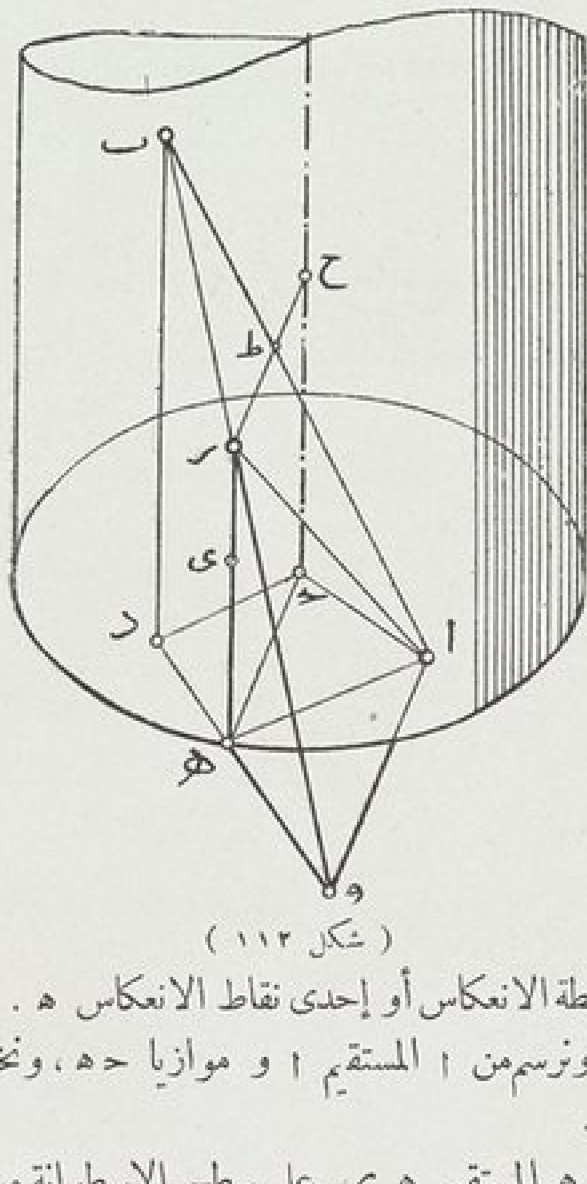
فى هذه الحالة مستوى الانعكاس هو هذا المستوى العمود على المحور والفصل المشترك محيط دائرة . فان صح الانعكاس من مقعر القوس فهو يحدث أما من نقطة واحدة أو من نقطتين أو من ثلاث أو من أربع . وأن صح من محدب القوس فهو يحدث من نقطة واحدة . وكل ذلك كما مر بيانه فى المرآة الكرية .

١٤٨ — الطريقة العامة لتعيين نقطة الانعكاس (أو نقاطه) عن المرآة الاسطوانية

لتكن النقطتان المتعاكستان ا ، ب (شكل ١١٢) حيثما اتفق . نخرج المستوى العمود على المحور المار بإحداهما ولتكن ا ، فهو يقطع سطح الاسطوانة على محيط دائرة وليكن مركزها حـ . نسقط من النقطة

الأخرى ب العمود ب د على هذا المستوى فتكون النقطتان ا ، د في مستوى الدائرة التي مركزها حـ .

نجد النقطة أو النقاط التي تنعاكس منها نقطتا ا ، د من محيط هذه الدائرة . فان كان الانعكاس من مقعر القوس فان نقطة الانعكاس قد تكون واحدة أو اثنتين أو ثلاثا أو أربعا . وإن كان الانعكاس من محدب القوس وكانت نقطتا ا ، د في مقابلة السطح المحدب العاكس ، فان نقطة الانعكاس تكون واحدة .



(شكل ١١٢)

ولتكن نقطة الانعكاس أو إحدى نقاط الانعكاس هـ . نصل حـ هـ ، د هـ ، ا هـ ، ونرسم من ا المستقيم ا و موازيا حـ هـ ، ونخرج د هـ حتى يقطعه على و .

نخرج من هـ المستقيم هـ ر على سطح الاسطوانة موازيا لمحورها ، ونصل ب و .

فنظراً لأن ر هـ ، ب د متوازيان فالمستقيم ر هـ فى مستوى و ب د ،
فهو يقطع و ب على نقطة ولتكن ر .
فتكون ر نقطة انعكاس ا ، ب إحداهما إلى الأخرى .

البرهان :

نرسم من ر المستقيم ر ح عموداً على المحور فهو أيضاً عمود على سطح الاسطوانة من نقطة ر ، ونصل ا ب ، ا ر .
فبما أن ح حـ ، ر هـ فى مستوى واحد ، ر ح عمود على المحور ، هـ حـ عمود عليه أيضاً فان ر ح يوازى هـ حـ ويوازى و ا .
∴ ر ح يقع فى مستوى ب ا و .
∴ ا ب يقطع ر ح وليكن على ط ، وتكون المستقيمات ا ر ، ر ب ، ر ح فى مستوى واحد .
وإذن يتحقق الشطر الأول من قانون الانعكاس .
كذلك . نظراً لأن زاوية د هـ حـ = زاوية حـ هـ ا ، ا و يوازى حـ هـ

تكون ∠ حـ هـ ا = ∠ هـ ا و
، ∠ د هـ حـ = ∠ هـ و ا
∴ ∠ هـ ا و = ∠ هـ و ا
∴ ا هـ = هـ و .

وفى المثلثين ر هـ ا ، ر هـ و
زاوية هـ فى كل قائمة ، ر هـ مشترك ، هـ ا = هـ و
إذن المثلثان متطابقان .

∴ ر ا = ر و .
∴ ∠ ر ا و = ∠ ر و ا .
وبما أن ا و يوازى ط ر
يكون ∠ ب ر ط = ∠ ر و ا
، ∠ ط ر ا = ∠ ر ا و

∴ د ب ر ط = ط د ر ا

وإذن يتحقق الشطر الثانى من قانون الانعكاس .

وإذن ا ، ب تتعاكسان من ر عن سطح الاسطوانة .

وبالمثل إذا كانت نقطتا ا ، د تتعاكسان من محيط الدائرة التى مركزها ح من نقطة أخرى أو من نقاط أخرى غير نقطة ه .

ومما سبق فى الانعكاس عن سطح المرآة الكرية يتبين أن النقطتين ا ، د إذا وقعتا خارج محيط الدائرة التى مركزها ح وصح تعاكسهما عن محدب جزء من محيطها فانهما لا تتعاكسان من أكثر من نقطة واحدة من محدب محيطها .

أما إذا تعاكست النقطتان ا ، د من مقعر محيط الدائرة فان تعاكسهما قد يكون من نقطة واحدة أو من اثنتين أو ثلاث أو من أربع .

لذلك يتبين أنه فى حالة المرآة الاسطوانية المحدبة يمكن بمثل العمل السابق تعيين نقطة واحدة تتعاكس منها نقطتان مثل ا ، ب تقعان حيثما اتفق فى مقابلة جزء من سطحها العاكس . أما فى حالة الاسطوانية المقعرة فان نقاط الانعكاس التى تتعين بمثل ذلك العمل قد تكون اثنتين أو ثلاثا أو أربعا وقد تكون واحدة لا يوجد غيرها وذلك على حسب موقع كل من النقطتين ا ، ب .

١٤٩ — تحديد النهاية العظمى لعدد نقاط الانعكاس

ولكن ابن الهيثم لا يقنع بترك الأمر عند هذا الحد . فان كانت العملية الهندسية تؤدى إلى تعيين نقطة الانعكاس عن سطح المرآة الاسطوانية فانه يبقى بعد ذلك إثبات أن انعكاس النقطتين إحداهما إلى الأخرى لا يصح من أكثر من نقطة واحدة عن سطح الاسطوانية المحدبة ، ولا يصح من أكثر من أربع نقاط عن سطح الاسطوانية المقعرة .

والبرهان الذى يسوقه لذلك هو برهان الخلف .

فلنفرض أن هناك نقطة خامسة على الاسطوانية المقعرة مثلا .

ولتكن ا ب (شكل ١١٢) النقطتين المتعاكستين ولتكن نقطة د مسقط العمود الواقع من ب على المستوى العمود على المحور والمار بنقطة ا.

ولنعين النقاط الأربع التى تتعاكس منها ا ، ب عن سطح الاسطوانية المقعرة، فالنقطة الخامسة المفروضة إما أن تقع على المستقيم الموازى لمحور الأسطوانة المار بإحدى نقاط الانعكاس الأربع هذه أو لا تقع.

(أولا) فإن وقعت على أحدها فلتكن نقطة الانعكاس ر والمستقيم الموازى المحور المار بها ر ه وليقطع محيط الدائرة على ه، ولتكن النقطة الخامسة المفروضة أية نقطة مثل ى على ر ه ولنرسم ر ح عموداً على سطح الأسطوانة فيكون عموداً على المحور ولنصل ب ر ، ر ا فنظراً لأن ر نقطة انعكاس فإن المستقيمات ب ر ، ر ح ، ر ا تكون فى مستوى واحد.

وإذن ا ب يقطع ر ح وليكن على ط

نرسم ا و موازياً حـ ه ونمد د ه حتى يقطعه على و ونمد ب ر على استقامته فهو يقطع مستوى الدائرة على نقطة.

وبما أن ر ه ، ح حـ متوازيان فإن ه حـ ، ر ح فى مستوى واحد وكلاهما عمود على خط ح حـ فهما متوازيان.

وإذن ا و يوازى ح ر.

∴ ب ر يقطع ا و على نقطة.

وبما أن ب د يوازى ر ه فان ب ر ، د ه يكونان فى مستوى واحد وإذن ب ر يقطع د ه على نقطة.

وبما أن ب ر يقطع مستوى ا و ، د ه على نقطة وهو يقطع كلا منهما، إذن حتما أن تكون نقطة تقاطع ب ر ، ا و ، ونقطة تقاطع ب ر ، د ه هى نقطة تقاطع ا و ، د ه، وهى نقطة و،

فإن كانت نقطة ى أيضاً نقطة انعكاس ومد ب ى على استقامته كان حتما أن يمر امتداد ب ى بنقطة و أيضاً. وهذا خلف.

وإذن من المحال أن تكون أية نقطة مثل ى على ر ه نقطة انعكاس خامسة

(ثانياً) وإن كانت نقطة الانعكاس الخامسة المفروضة لا تقع على المستقيم

الموازى لمحور الأسطوانة المار باحدى نقاط الانعكاس الأربع فلتكن هذه النقطة الخامسة ر وليجر العمل السابق . فبما أنها فرضا نقطة انعكاس ا ، ب إحداهما إلى الأخرى فإنه يمكن كما سبق إثبات أن امتداد ب ر يمر بنقطة تقاطع ا و ، د ه وهى نقطة و .

ويكون ر ح موازياً ا و

∴ ∠ ر ا و = ∠ ا ر ح

، ∠ ر و ا = ∠ ب ر ح .

وبما أن ∠ ا ر ح = ∠ ب ر ح فرضاً

∴ ∠ ر ا و = ∠ ر و ا .

∴ ا ر = ر و .

وفى المثلثين ر ه ا ، ر ه و

زاوية ه فى كل قائمة ، ر ه مشترك ، ر ا فى الأول يساوى ر و فى الثانى .

∴ المثلثان متطابقان .

∴ ∠ ه ا و = ∠ ه و ا

وبما أن ا و يوازى حـ ه

∴ ∠ حـ ه ا = ∠ ه ا و

، ∠ د ه حـ = ∠ ه و ا

∴ ∠ د ه حـ = ∠ حـ ه ا

وإذن ا ، د تتعاكسان عن محيط الدائرة التى مركزها حـ من نقطة ه وهى فرضاً غير النقاط الأربع التى يجوز أن تتعاكس منها ا ، د .

وهذا خلف .

وإذن يكون من المحال أن تتعاكس ا ، ب من أكثر من أربع نقاط عن سطح الأسطوانية المقعرة .

وأيضاً بمثل هذا البرهان يمكن إثبات أن النقطتين المتعاكستين عن سطح الأسطوانية المحدبة من المحال أن يتعاكسا من أكثر من نقطة واحدة .

الفصل الرابع
فى
تعيين نقطة الانعكاس عن المرآة المخروطية

١٥٠ – منهاج ابن الهيثم فى معالجة الموضوع

راعى ابن الهيثم كعادته المرآة المخروطيـة المحدبة والمرآة المخروطية المقعرة كلا على حدتها . وهو فى المخروطية المحدبة تناول إثبات أن نقطة الانعكاس عنها ليست إلا نقطة واحدة(١) وأورد طريقة لتعيينها مفصلا ذلك على أوضاع ستة(٢). ثم هو فى المخروطية المقعرة استدل أيضاً بالبرهان على إمكان الانعكاس من نقطة أو اثنتين أو ثلاث أو أربع وضمن ذلك طريقة فى تعيين نقطة الانعكاس(٣)، ثم أثبت أن نقاط الانعكاس عن المخروطية المقعرة لا تكون أكثر من أربع نقاط(٤) . هذا فضلا عن تفصيل بعض الحالات الخاصة .

وقد رأينا هنا أيضاً نظراً لتشابه العناصر الهندسية فى تلك البراهين أن نبسط بحوثه على صورة عامة يصح أن تشمل حالتى المخروطية المقعرة والمخروطية المحدبة وأن نشير عند تباين الأحكام إلى مايخص كلا منهما على حدتها .

١٥١ – تفصيل الحالات الخاصة

(أولا) اذا كانت النقطتان المتعا كستان فى مستوى يمر بمحور المخروط .

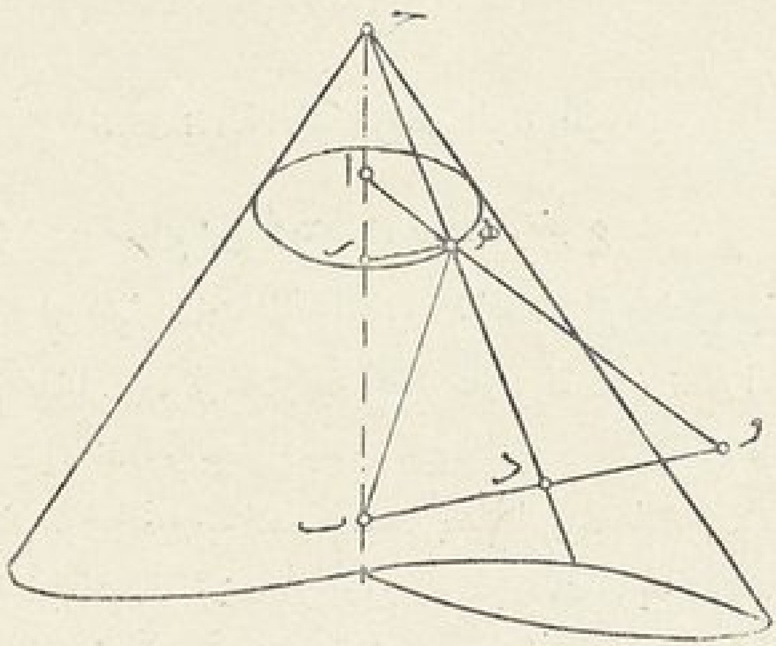
فى المرآة المخروطية أيضاً يكون المستوى المار بمحور المخروط والذى تقع عليه النقطتان المتعا كستان هو مستوى الانعكاس، وهو يقطع سطح المخروط

---

(١) و (٣٤١) — و (٣٤٥) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظرة
(٢) و (٢٤٥) — و (٢٥٠) » » » » » »
(٣) و (٣٢٤) — و (٣٢٩) » » » » » »
(٤) و (٣٢٩) — و (٣٣١) » » » » » »

بوجه عام على مستقيمين فيستوى تعاكس النقطتين فى هذه الحالة عن سطح المرآة المخروطية وتعاكسهما عن سطح المرآة المستوية المعتادة .

فإن كانت النقطتان المتعاكستان خارج سطح المخروطية سواء كانت المرآة



(شكل ١١٣)

محدبة أو مقعرة أو كانت إحداهما فى الخارج والأخرى فى الداخل فى حالة المقعرة ، فإن فصل الانعكاس مستقيم واحد ، وتكون نقطة الانعكاس واحدة ويمكن تعيينها كما تتعين على سطح المرآة المستوية . أما إذا كانت النقطتان فى الداخل وكانت المرآة مقعرة فالانعكاس بوجه عام يصح من نقطتين .

وقد تناول ابن الهيثم فى هذا الصدد أيضاً الحالة التى تكون فيها النقطتان واقعتين على محور المخروط حيث يمكن تعاكسهما من مقعر سطح المخروط إذا كانتا فى الداخل[١]، وهى أيضاً كالحالة التى تقابلها فى المرآة الأسطوانية جديرة بالذكر .

ولتكن النقطتان المتعاكستان ا ، ب (شكل ١١٣) .

ولتكن نقطة حـ رأس المخروط ، حـ ا ب محوره .

---

(١) و (٣٢٣) و (٣٢٤) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

نخرج أى مستوى مار بالمحور قاطعاً سطح المخروط وليقطعه على حـ د .

نسقط من إحدى النقطتين ولتكن ب ، العمود ب د على حـ د ، وليقطعه على د ، ونمد ب د على استقامته إلى و بحيث يكون ب د مساويا د و ، ونصل ا و ، وليقطع حـ د على هـ .

ومن نقطة هـ فى مستوى حـ ب د نرسم هـ ر عموداً على حـ د ، فهو يقطع المحور على نقطة ولتكن ر .

فمن السهل إثبات أن

∠ ا هـ ر = ∠ ر هـ ب .

وبما أن ا هـ ، هـ ر ، ب هـ فى مستوى واحد ،

∴ ا ، ب تتعاكسان من هـ .

فإن ثبت المحور حـ ب ، وأدير المستقيم حـ د حوله ، تكوّن من دوران نقطة هـ محيط دائرة يكون محيطها هو مقطع المستوى العمود على المحور والمار بنقطة هـ بسطح المخروط ، وتكون أية نقطة من محيط هذه الدائرة نقطة انعكاس ا ، ب إحداهما إلى الأخرى .

(ثانياً) إذا كانت النقطتان المتعاكستان فى مستوى عمود على المحور[1]

لتكن النقطتان ا ، ب (شكل ١١٤) وليكن رأس المخروط حـ ، ومحوره حـ د ، وليقطع المستوى المار بالنقطتين والعمود على المحور ، سطح المخروط على محيط دائرة مركزها د

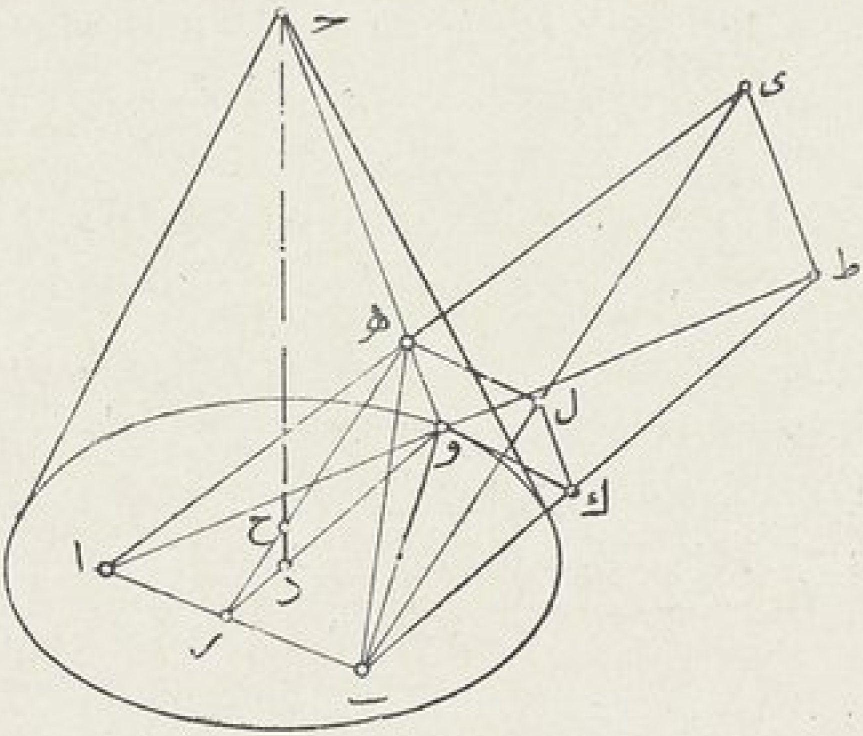
نجد نقطة مثل و على محيط هذه الدائرة بحيث تنعكس كل من نقطتى ا ، ب منها ونصل د و ، ا ب ، وليتقاطعا على ر . ونصل حـ و ، ونسقط من ر المستقيم ر هـ عموداً على حـ و ، وليقطعه على هـ ، فتكون هـ هى نقطة انعكاس ا ، ب من سطح المخروط .

البرهان :

من الواضح أن ا ب ، ر هـ فى مستوى واحد فيكون ا هـ ، ب هـ والعمود ر هـ فى مستوى واحد .

(١) و (٣٢٤) — و (٣٢٦) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

وليقطع ﻫ ر أو امتداده المحور على ح ، ونرسم ب ط موازياً د و ، ونمد ا و حتى يقطعه على ط . ونرسم ب ى موازياً ر ﻫ ، ونمد ا ﻫ حتى يقطعه على ى . فيكون مستوى ب ى ط موازياً مستوى ر ﻫ و ، أى مستوى حـ ح ٥ حـ و .



(شكل ١١٤)

وبما أن مستوى ى ط ا يقطع مستوى ب ى ط على ى ط ويقطع مستوى حـ ح ٥ حـ و على حـ و

∴ ى ط يوازى حـ و .

ثم نرسم فى مستوى الدائرة المستقيم و ك مماساً للدائرة ، أى عموداً على نصف قطرها د و ، وليلق المستقيم و ك المستقيم ب ط على ك .

فبما أن ب ط يوازى د و ، يكون و ك عموداً على ب ط ومن السهل إثبات أن

∠ و ب ط = ∠ و ط ب .

فيكون مثلث و ب ط متساوى الساقين .

∴ نقطة ك تنصف ب ط .

فإذا رسم ك ل فى مستوى ب ى ط موازياً ط ى قاطعاً ب ى على ل، فإن ك ل يوازى و حـ ، ويكون واقعاً فى المستوى المماس لسطح المخروط وهو مستوى حـ و ك .

وبما أن م هـ عمود على المستوى المماس ، ب ى يوازى م هـ ،
إذن ب ى عمود أيضاً على المستوى المماس .

فإن وصل ل هـ فنظراً لأن المستقيم ل هـ ، واقع فى المستوى المماس ، فإن ب ى يكون عموداً عليه .

وبما أن ك ل يوازى ط ى ، ك منتصف ب ط ،
∴ ل منتصف ب ى .

وبمان أن هـ ل عمود على ب ى ، فن السهل إثبات أن هـ ى = هـ ب .

فيكون $\frac{\text{ا هـ}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{ا هـ}}{\text{هـ ى}}$.

وبما أن هـ و يوازى ى ط ،

فيكون $\frac{\text{ا هـ}}{\text{هـ ى}} = \frac{\text{ا و}}{\text{و ط}}$.

وبما أن و م يوازى ط ب ،

فيكون $\frac{\text{ا و}}{\text{و ط}} = \frac{\text{ا م}}{\text{م ب}}$

∴ $\frac{\text{ا هـ}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{ا م}}{\text{م ب}}$

∴ م هـ منصف زاوية ا هـ ب فى المثلث ا هـ ب .

فتكون نقطتا ا ، ب متعاكستين من نقطة هـ عن سطح المخروط .

وهذا البرهان عام ينطبق على حالتى المرآة المخروطية المقعرة والمرآة المخروطية المحدبة، غير أن الانعكاس عن المخروطية المحدبة يتطلب أن تكون النقطتان

المتعاكستان ا ، ب خارج سطح المرآة وفى مقابلة جزء من سطحها ، حتى اذا أخرج المستوى العمود على المحور الذى تقع عليه النقطتان ا ، ب وقطع سطح المخروط على محيط دائرة كانت النقطتان ا ، ب خارج هذه الدائرة وفى مقابلة محدبها ، فتكون نقطة و هى نقطة انعكاس كل من ا ، ب إلى الأخرى من محدب الدائرة . وأيضاً فى المخروطية المقعرة يجوز أن تتعاكس نقطتان مثل ا ، ب من أربع نقاط من مقعر محيط الدائرة وبتطبيق العمل المذكور على كل واحدة منها يمكن الحصول على نقاط انعكاس عن سطح المخروطية المقعرة يكون عددها بعدد نقاط الانعكاس عن مقعر محيط الدائرة .

١٥٢ — الحالة العامة وأوضاعها الستة

أشرنا فيما سبق إلى أن ابن الهيثم تناول المرآة المخروطية المحدبة على حدتها والمرآة المخروطية المقعرة على حدتها ، وهو قد أورد لتعيين نقطة الانعكاس عن سطح المخروطية المحدبة طرقا مختلفة تختلف تبعاً لاختلاف وضعى النقطتين المتعاكستين من السطح . وهو لأمر ما قصر الطريقة التى أوردها فى المرآة المخروطية المقعرة ، على وضع واحد من تلك الأوضاع فى حين أن للنقطتين المتعاكستين أوضاعا يصح أن تتعاكسا فيها عن سطح المخروطية المقعرة غير الوضع الذى أورد له طريقته فى تعيين نقطة الانعكاس .

وسنورد فيما يلى بحوث ابن الهيثم على أسلوب عام بقدر ماتسمح به تلك البحوث وسنشير إلى مايصح انطباقه على المرآتين المحدبة والمقعرة وما تنفرد به المحدبة دون المقعرة فى المناسبات الخاصة بذلك .

وابن الهيثم قد راعى فى الحالة العامة (وإن كان كلامه فى هذا منصباً على المخروطية المحدبة وحدها) ستة أوضاع ، هى بحسب وضعى النقطتين المفروضتين بالاضافة إلى المستوى العمود على المحور المار برأس المخروط . وهذه الأوضاع الستة هى كما يلى بترتيب ورودها[١] .

---

(١) وردت تفصيلات هذه الأوضاع مع البراهين عليها من و (٢٤٥) — و (٢٥٠) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

الوضع الأول — حيث تكون النقطتان المتعاكستان فيما دون هذا المستوى من قاعدة المخروط . وهذا الوضع هو الوضع الوحيد للنقطتين المتعاكستين الذى يورد له طريقة لتعيين نقطة الانعكاس عن سطح المخروطية المقعرة .

الوضع الثانى — حيث تكون النقطتان المتعاكستان على المستوى المذكور. وهذا وضع لا تتعاكس فيه النقطتان عن تقعير سطح المخروط . كما سنبين فيما بعد .

الوضع الثالث — حيث تكون النقطتان المتعاكستان فيما يلى المستوى المذكور من قاعدة المخروط . وهو وضع لا تتعاكس فيه أيضاً النقطتان عن تقعير سطح المخروط .

الوضع الرابع — حيث تكون إحدى النقطتين على المستوى المذكور والأخرى فيما دونه من قاعدة المخروط . وهو وضع يصح فيه تعاكس النقطتين عن تقعير سطح المخروط .

الوضع الخامس — حيث تكون إحدى النقطتين فى المستوى المذكور والأخرى فيما يليه من قاعدة المخروط . وهو وضع لا تتعاكس فيه النقطتان عن تقعير سطح المخروط .

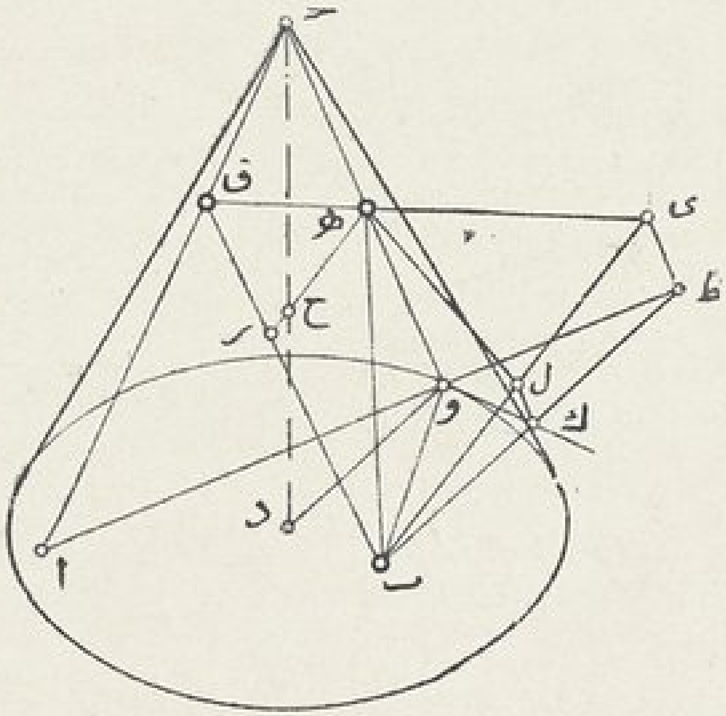
الوضع السادس — حيث تكون النقطتان المتعاكستان على جنبى المستوى المذكور إحداهما فيما دونه من قاعدة المخروط والأخرى فيما يليه من القاعدة . وهو وضع يصح فيه تعاكس النقطتين عن تقعير سطح المخروط .

ابن الهيثم يورد لكل وضع من هذه الأوضاع طريقة لتعيين نقطة الانعكاس عن سطح المخروطية المحدبة . وطريقته للوضع الأول وهو أول ما يتناوله من هذه الأوضاع يعقب عليها ببرهان هندسى مفصل . ولكنه نظراً لتشابه خطوات العمل وطريق البرهان فى الأوضاع الأخرى وما أورده عن الوضع الأول ، يوجز بعض الايجاز خطوات العمل وبراهينه الهندسية فيما بعد مكتفياً بالاشارة إلى القياس على ما تقدم .

١٥٣ – الوضع الأول : النقطتان وضعهما من قاعدة المخروط فيما دون المستوى المار برأسه عمودا على سهمه

لتكن النقطتان ب ، ق (شكل ١١٥) .

وليكن رأس المخروط حـ ومحوره حـ د .



(شكل ١١٥)

العمل :

نخرج المستوى العمود على المحور المار بإحدى النقطتين ولتكن ب ، فيقطع سطح المخروط على دائرة وليكن مركزها د .

نصل حـ ق وليقطع هو أو امتداده مستوى الدائرة على نقطة ا .

نعين النقطة و التى تنعاكس منها نقطتا ا ، ب عن محيط الدائرة .

ونصل حـ و ، د و ، ا و ، ب و ثم نصل ب ق ، فهذا المستقيم يقطع مستوى حـ د و (العمود على مستوى الدائرة) على نقطة ولتكن ر . نسقط من ر العمود ر هـ على حـ و ، وليقطع حـ و على هـ .

فتكون نقطة هـ هى نقطة انعكاس كل من ب ، ق إحداهما إلى الأخرى عن سطح المرآة المخروطية .

البرهان :

نصل ق هـ ، هـ ب . فيتضح (أولا) أن ق هـ ، هـ م ، هـ ب في مستوى واحد .

نرسم من ب المستقيم ب ط موازياً د و . ونمد ا و حتى يقطعه على نقطة ولتكن ط .

ونرسم ب ى موازياً م هـ ، ونمد ق هـ حتى يقطعه على ى .

فستوى ب ط ى يوازى مستوى د و حـ ، ومستوى حـ ا ط قاطع لهما يقطع الأول على ط ى والثانى على حـ و .

∴ ط ى يوازى حـ و .

نرسم و ك مماساً للدائرة فى مسواها أى عموداً على نصف قطرها د و ، وليلق ب ط على ك . فبما أن ب ط يوازى د و ، يكون و ك عموداً على ب ط .

ومن السهل إثبات أن

∠ و ب ط = ∠ و ط ب ، أى أن مثلث و ب ط متساوى الساقين .

∴ نقطة ك تنصف ب ط .

فإذا رسم ك ل موازياً ط ى قاطعاً ب ى على ل ، فإن ك ل يوازى و حـ ، ويكون واقعاً فى المستوى المماس لسطح المخروط وهو مستوى حـ و ك .

وبما أن م هـ عمود على المستوى المماس ، ب ى يوازى م هـ ،

∴ ب ى عمود أيضاً على المستوى المماس .

فإن وصل ل هـ فنظرا لأن المستقيم ل هـ ، واقع فى المستوى المماس ، فإن ب ى يكون عمودا عليه .

وبما أن ك ل يوازى ط ى ، ك منتصف ب ط ،

∴ ل منتصف ب ى .

وبما أن هـ ل عمود على ب ى فمن السهل اثبات أن هـ ى = هـ ب .

$$\text{وإذن}\quad \frac{\text{ق هـ}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{ق هـ}}{\text{هـ ى}}$$

وبما أن ه ر يوازى ى ب ،

$$\therefore \frac{\text{ق ه}}{\text{ه ى}} = \frac{\text{ق ر}}{\text{ر ب}}$$

$$\therefore \frac{\text{ق ه}}{\text{ه ب}} = \frac{\text{ق ر}}{\text{ر ب}} .$$

أى أن زاوية ه فى مثلث ق ه ب ينصفها ه ر

فتكون ∠ ق ه ر = ∠ ر ه ب .

وهذا البرهان أيضاً عام ينطبق على حالتى المخروطية المحدبة والمقعرة . فإن كانت المرآة مقعرة وتعاكست ا ، ب من محيط الدائرة التى مركزها د من نقطتين أو ثلاث أو أربع أمكن إيجاد نقطتين أو ثلاث أو أربع (بعدد تلك النقاط) تتعاكس منها النقطتان ق ، ب من سطح المخروطية المقعرة .

أما إن كانت المرآة محدبة فإنه فى هذه الحالة تكون نقطتا ب ، ق خارج سطح المخروط ، فإذا أجيز المستوى المار بنقطة ب عموداً على المحور ، ومد ح ق على استقامته فهو يقطع المستوى على نقطة مثل ا ، تكون هى أيضاً خارج محيط الدائرة كما أن نقطة ب خارجها . والنقطتان ا ، ب فى هذه الحالة تتعاكسان من محدب محيط هذه الدائرة من نقطة واحدة . فيؤدى العمل المذكور إلى تعيين نقطة تكون هى نقطة انعكاس كل من ب ، ق إحداهما إلى الأخرى من محدب سطح المخروط .

١٥٤ — الوضع الثانى : النقطتان فى المستوى المار برأس المخروط عمودا على سهمه

لتكن النقطتان ق ، م (شكل ١١٦) ورأس المخروط ح ومحوره ح د .

العمل :

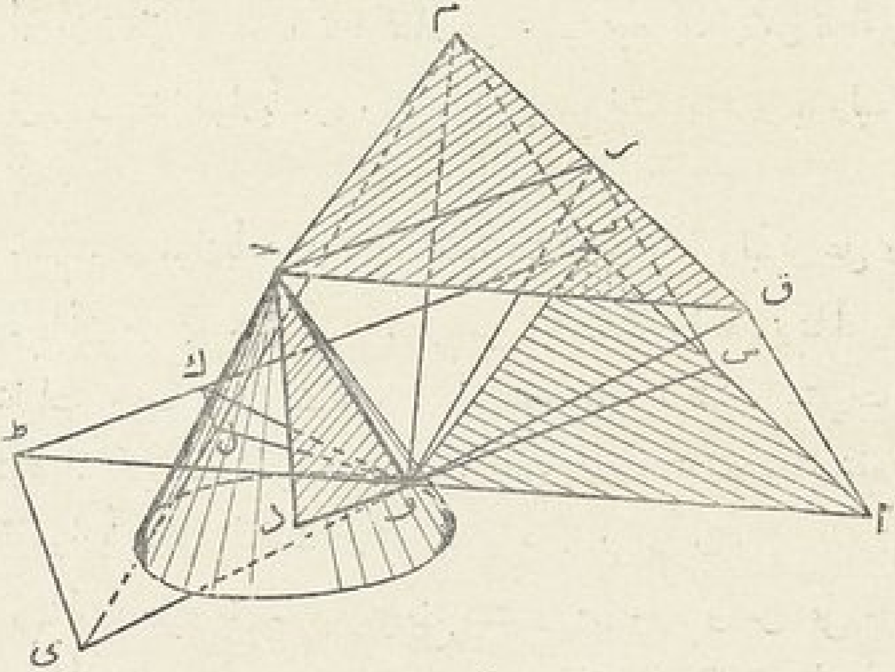
نصل ق ح ، م ح ، وننصف زاوية م ح ق بالمستقيم ح ر ،

وليقطع ق م على ر. ومستوى ر ح د يقطع سطح المخروط فليقطعه على ح و .

نسقط من ر عموداً على ح و ، وليقطعه على و ، فتكون نقطة و هى نقطة الانعكاس المطلوبة .

البرهان :

(أولا) بما أن النقاط م ، ر ، ق على مستقيم واحد فإن وصلت جميعاً بنقطة و كانت المستقيمات م و ، و ر ، و ق فى مستوى واحد .



(شكل ١١٦)

(ثانياً) نجيز المستوى المار بنقطة و عموداً على محور المخروط فهو يوازى المستوى م ح ق المار برأس المخروط ويقطع سطح المخروط على دائرة .

نرسم ر س موازياً ح و ، وليقطع مستوى الدائرة المذكورة على س ، ونصل س و . فستوى ح ر س و يقطع مستوى الدائرة على س و ، ويقطع المستوى الموازى لمستوى الدائرة والمار برأس المخروط على ر ح .

إذن ر ح يوازى س و .

وأيضاً امتداد س و يقطع المحور على نقطة ولتكن د ، وتكون هى مركز الدائرة .

نرسم ق ا ، م ب موازيين حـ و ، وقاطعين مستوى الدائرة على نقطتى ا ، ب بالترتيب ونصل و ا ، و ب .

فيكون و ا موازياً حـ ق ، ∠ س و ا = ∠ ر حـ ق .

ويكون و ب موازياً حـ م ، ∠ ب و س = ∠ م حـ ر .

∴ ∠ ب و س = ∠ س و ا .

أى أن نقطتى ب ، ا تتعاكسان عن محدب محيط الدائرة من نقطة و .

نرسم ب ط موازياً س و د ، فهو يقطع امتداد ا و ، وليكن على ط .

نرسم م ى موازياً ر و ، فهو يقطع امتداد ق و ، وليكن على ى .

وبما أن ر ، حـ ، د ، و ، س فى مستوى واحد ، وبما أن المستقيمات م ب ، ب ط ، م ى مرسومة موازية لثلاثة مستقيمات فى المستوى المذكور فهى تكون فى مستوى واحد ويكون مستوى هذه المستقيمات الثلاثة موازياً مستوى النقاط ر ، حـ ، د ، و ، س .

وبما أن مستوى ق حـ و ا يقطع مستوى ر حـ د و س على حـ و

وبما أن مستوى ق حـ و ا يقطع مستوى المستقيمات الثلاثة على ط ى

(وذلك لأن ا و يقطع أحدها على ط ، ق و ، يقطع مستقيما آخر منها على ى) ، إذن ط ى يوازى حـ و .

نرسم فى مستوى الدائرة و ك مماساً لها عند و ، وليلق ب ط على ك .

فبما أن ب ط يوازى و د ، إذن و ك عمود على ب ط .

وبما أن ∠ ب و س = ∠ س و ا ، ب ط يوازى س د فمن السهل إثبات أن زاوية و ب ط = زاوية و ط ب .

وإذن نقطة ك منتصف ب ط .

رسم ك ل موازيا ط ى ، وليلق م ى على ل .

فالمستقيم ك ل يوازى ح و ، وهو واقع فى مستوى ح و ك ، الذى هو المستوى المماس لسطح المخروط عند و ،

وبما أن ر و عمود على هذا المستوى

٬ م ى يوازى ر و ، اذن م ى عمود أيضا على هذا المستوى ، فإن وصل ل و كان المستقيم م ى عموداً على ل و .

وبما أن المستقيمات م ب ٬ ك ل ٬ ط ى متوازية ، ونقطة ك منتصف ب ط ،

إذن تكون نقطة ل منتصف م ى .

وبما أن م ى عمود على ل و ،

فمن السهل إثبات أن

و م = و ى .

$$\text{وإذن}\quad \frac{\text{ق و}}{\text{و م}} = \frac{\text{ق و}}{\text{و ى}} .$$

وبما أن ر و يوازى م ى

$$\therefore\quad \frac{\text{ق و}}{\text{و ى}} = \frac{\text{ق ر}}{\text{ر م}}$$

$$\text{وإذن}\quad \frac{\text{ق و}}{\text{و م}} = \frac{\text{ق ر}}{\text{ر م}}$$

وإذن ر و ينصف زاوية و فى المثلث م و ق .

$\therefore$ ∠ م و ر = ∠ ر و ق.

فتكون نقطة و هى نقطة الانعكاس للنقطتين ق ٬ م .

ومن الواضح أن هذا الوضع لايصح فيه العمل المذكور فى الوضع الأول لتعيين نقطة الانعكاس ، وهذا ماحدا ابن الهيثم إلى التميز بين الوضعين . ويلاحظ أن المستوى الذى يتكون من المستقيم ح ر ومن محور المخروط ، وإن كان

يقطع سطح المخروط على مستقيمين أحدهما ح و فإن العمود الواقع من م على المستقيم الآخر يلقاه خارج سطح المخروط ، أى لا يلقاه على سطح المرآة المخروطية المفروضة ، فلا يمكن أن تكون نقطة الالتقاء فى هذه الحالة نقطة انعكاس .

كذلك يلاحظ أنه إذا أخذت أية نقطة على الجزء المقعر من سطح المخروط الذى فى مقابلة النقطتين وأخرج منها العمود على السطح ، فإنه يلقى المحور على نقطة ، فإن أخرج مستوى المثلث المكون من النقطتين ق ، م ومن تلك النقطة المأخوذة ، فان هذا المستوى يلقى المحور على نقطة تقع فيما بين نقطة التقاء العمود بالمحور وبين رأس المخروط ، فلا يمكن أن يقع العمود فى مستوى ذلك المثلث ، فينتفى إذن تحقق القانون الأول فى الانعكاس ، فلا يتأتى تعاكس النقطتين فى هذا الوضع عن مقعر سطح المخروط . وإذن يتبين أن هذا الوضع من الأوضاع الخاصة بالمرآة المخروطية المحدبة دون المقعرة . وابن الهيثم محق فى قصر هذا الوضع على المخروطية المحدبة وإغفال الاشارة إليه أو ذكره فى المخروطية المقعرة .

١٥٥ — الوضع الثالث : النقطتان وضعهما من قاعدة المخروط فيما يلى المستوى المار برأسه عمودا على محوره

لتكن النقطتان ق ، م (شكل ١١٧) ، ورأس المخروط ح ، ومحوره ح د .

العمل :

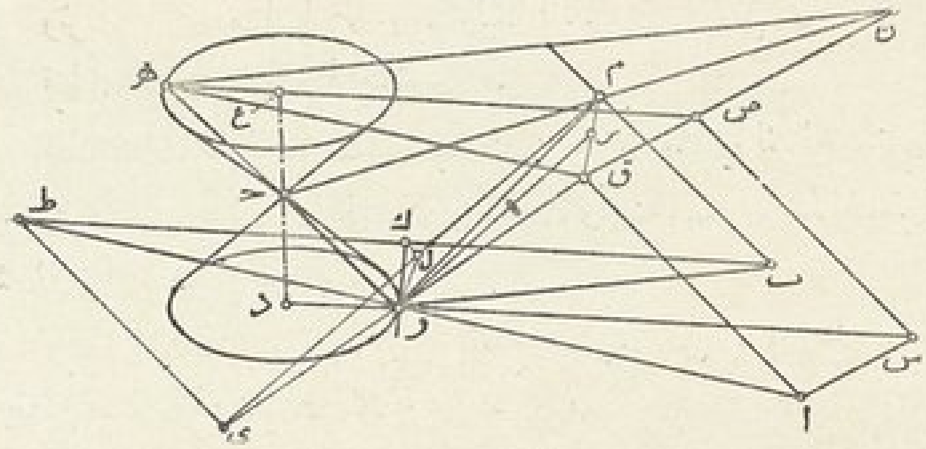
نمد محور المخروط د ح من جهة ح ونجيز حول إحدى النقطتين ولتكن ق المستوى العمود على امتداد المحور فهو يقطع امتداد سطح المخروط (أى سطح المخروط المقابل) على دائرة وليكن مركزها ع .

نصل النقطة م برأس المخروط ح ، وليلق المستقيم الواصل بينهما هذا المستوى على نقطة ن .

فتكون النقطتان ن ، ق فى مستوى الدائرة التى مركزها ع فنعين

نقطة انعكاس إحداها إلى الأخرى من قوس القطاع المقابل من محيط هذه الدائرة ولتكن نقطة الانعكاس هذه هي ه ، ونصل ه ع ، ونمده حتى يلقى ن ق على ص .

ونصل ه ح ، ونمده على سطح المخروط إلى و .



(شكل ١١٧)

ونصل م ق ، وليلق مستوى ص ه و على نقطة ر . ومن هذه النقطة نسقط ر و عموداً على ح و ، وليلقه على و . فإن كانت نقطة و واقعة على سطح المرآة المخروطية لا على سطح المخروط المقابل ، كانت نقطة و نقطة الانعكاس المطلوبة . وإلا امتنع انعكاس كل من نقطتى ق ، م إلى الأخرى عن سطح المخروطية المفروضة .

البرهان :

(أولا) المستقيمات الواصلة بين م ، ر ، ق وبين النقطة و فى مستوى واحد .

نخرج المستوى العمود على المحور المار بنقطة و فهو يقطع سطح المخروط على دائرة . نرسم ص س موازيا ح و ، ونمده حتى يلقى هذا المستوى على س ، ونصل س و .

فمن السهل كما فى الحالة السابقة إثبات أن س و يوازى ص ه ، وأن امتداد س و يقطع محور المخروط على نقطة د تكون هى مركز الدائرة .

نرسم ق ا ، م ب موازيين ح و ، ولاقيين المستوى المذكور على

ا ، ب بالترتيب . ونصل و ا ، و ب .

فمن السهل كما فى الحالة السابقة إثبات أن

∠ ب و س = ∠ س و ا .

ونرسم ب ط موازيا س و د ، وليلق امتداد ا و على ط .

ونرسم م ى موازيا ر و ، وليلق امتداد ق و على ى .

فبما أن ر و ، واقع فى مستوى ص ه و ،

فالمستقيمات الثلاثة م ب ، ب ط ، م ى موازية لثلاثة مستقيمات فى مستوى ص ه و فهى فى مستوى واحد . وأيضا مستوى هذه المستقيمات الثلاثة مواز مستوى ص ه و .

وبما أن مستوى ق ه و ا يقطع مستوى ص ه و على ه و ، ويقطع مستوى المستقيمات الثلاثة على ط ى ،

إذن ه و يوازى ط ى .

نرسم و ك فى مستوى الدائرة التى مركزها د مماسا لها عند نقطة و ، وليلق ب ط على ك .

فيكون و ك عموداً على ب ط .

وكما سبق فى الوضع السابق يمكن بسهولة إثبات أن

زاوية و ب ط = زاوية و ط ب .

وتكون نقطة ك منتصف ب ط .

نرسم ك ل موازيا ط ى ، وليلق م ى على ل .

فبمثل البرهان السابق يمكن إثبات أن نقطة ل هى منتصف م ى ، وأن م ى عمود على ل و .

وإذن و م = و ى

$$\therefore \frac{\text{ق و}}{\text{و م}} = \frac{\text{ق و}}{\text{و ى}}$$

$$، \frac{\text{ق و}}{\text{و ى}} = \frac{\text{ق ر}}{\text{ر م}}$$

$$\therefore \frac{\text{ق و}}{\text{و م}} = \frac{\text{ق ر}}{\text{ر م}}$$

$\therefore$ ∠ م و ر = ∠ ر و ق

فتكون نقطة و هى نقطة الانعكاس للنقطتين ق ، م .

ومن الواضح أن هذا الوضع لا يصح فيه العمل المذكور فى الوضع الأول أو الوضع الثانى. وهو وضع خاص بالمخروطية المحدبة ولا يصح البتة تعاكس النقطتين فى هذا الوضع من مقعر سطح المخروط . هذا فضلا عن أن تعاكس النقطتين عن سطح المخروطية المحدبة لا يتأتى إلا فى الاوضاع الخاصة التى تجعل من الممكن من نقطة ر إسقاط العمود ر و على سطح المخروط .

ونجد هنا أيضاً أن ابن الهيثم محق فى إغفال هذا الوضع فى المخروطية المقعرة وقصره على المحدبة . وهو يشير فعلا إلى أن تعاكس النقطتين عن سطح المخروطية المحدبة موقوف على الشرط المذكور . كما أنه يشير فى هذا الوضع إلى حالة خاصة . فإن النقطتين المفروضتين قد تكونان معاً فى المستوى العمودى على امتداد محور المخروط فتكون نقطة م فى الشكل الذى راعيناه واقعة فى مستوى الدائرة التى مركزها ع . والعمل والبرهان فى هذه الحالة الخاصة هما على منوال ما ذكرنا آنفاً ولكنهما أقل تعقدا .

١٥٦ – الوضع الرابع : احدى النقطتين فى المستوى المار برأس المخروط عمودا على سهمه والاخرى فيما دونه من القاعدة

لتكن النقطتان ق ، ب (شكل ١١٨)، ورأس المخروط ح ومحوره ح د ، ولتكن النقطة ق فى المستوى المار بالرأس عموداً على المحور .

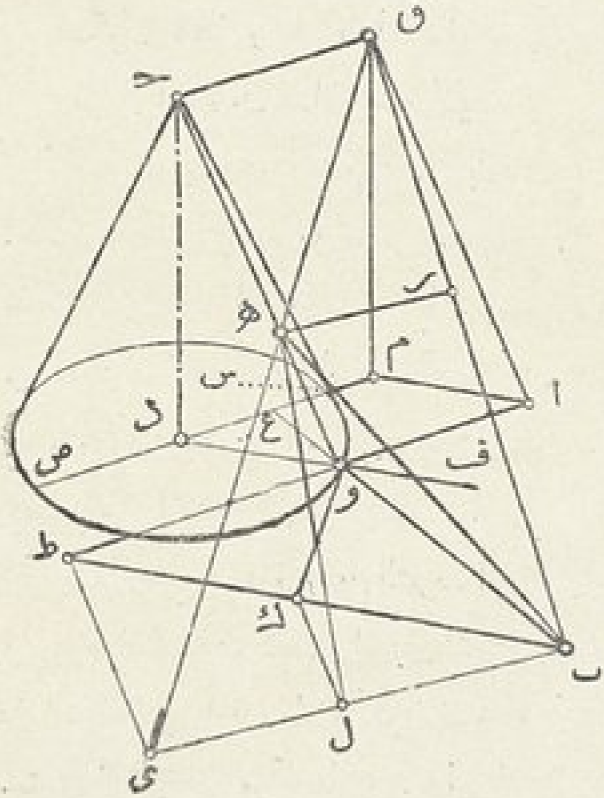
العمل :

نخرج المستوى المار بنقطة ب عموداً على المحور فيقطع سطح المخروط على محيط دائرة وليكن مركزها د .

نسقط من ق العمود ق م على هذا المستوى وليلقه على م . نصل م د ، ونمده وليلق محيط الدائرة على نقطتى س ، ص .

ثم نخرج من نقطة ب المستقيم ب و ع قاطعاً محيط الدائرة على و ، والقطر س ص على ع بحيث يكون

و ع = ع د (العملية الثالثة) .



(شكل ١١٨)

نصل ح و ، د و ،

ونصل المستقيم ب ق ، وليلق مستوى ح و د على نقطة ر .

نسقط من ر العمود ر ه على ح و ، وليلقه على ه . فتكون نقطة ه هي نقطة الانعكاس المطلوبة .

البرهان :

من الواضح أن المستقيمات ق ه ، ه ر ، ه ب في مستوى واحد .

نرسم ق ا موازياً ح و وليلق مستوى الدائرة على ا

نصل ا و ، ونمد د و إلى ف ، ونصل ا م .

فمستوى ق ا و ح يلق المستوى العمود على المحور المار بالرأس على ق ح ، ويلق المستوى الموازى له المار بنقطة ب على ا و .

∴ ق ح يوازى ا و .

وكذلك مستوى ق م د ح يلق الأول على ق ح والثانى على م د ،

∴ ق ح يوازى م د .

∴ ا و يوازى م د .

∴ ∠ ا و ف = ∠ ع د و .

وبما أن ع د = ع و ، تكون

∠ ع د و = ∠ ع و د = ∠ ب و ف .

وإذن

د ا و ف = د ب و ف .

ونرسم من ب المستقيم ب ط يوازى و د، وليلق امتداد ا و على ط.

ونرسم المستقيم ب ى يوازى ر ه وليلق امتداد ق ه على ى .

وبتتبع خطوات البرهان الوارد فى الوضع الاول يمكن إثبات أن ه هى نقطة تعاكس ق، ب عن سطح المخروط .

وابن الهيثم يقصر هذا الوضع أيضاً على المخروطية المحدبة والقصر فى هذه الحالة أيضاً ليس صوابا .

وتفصيل الأمر أن ابن الهيثم أغفل الصور المختلفة فى هذه الحالة كما أغفل من قبل تفصيل صور العملية الثالثة . فالمستقيم الخارج من ب قاطعاً محيط الدائرة على و، والقطر على ع بحيث يكون ع و = ع د ، يمكن إخراجه كما بيّنا من قبل على أربع صور ، وإذن تكون للنقطة و بوجه عام أربعة أوضاع على محيط الدائرة . والمستقيم ق ب الواصل بين النقطتين المتعاكستين يلقى بوجه عام هو أو امتداده كل واحد من المستويات التى تكون من المحور ح د ومن المستقيم الواصل بين الرأس ح والنقطة و فى أوضاعها الممكنة . ولكن من اللازم لكى يصح الانعكاس توافر الشرطين الآتيين :

(أولا) أن يلقى المستقيم ق ب نفسه ، لا امتداده ، مستوى أو أكثر من المستويات المذكورة حتى إذا ما أسقط من النقطة التى يلقاه عليها عمود على المستقيم ح و ، كانت النقطتان المتعاكستان ق، ب عن جنبى العمود ، لا فى جانب واحد منه .

(ثانياً) أن يلقى العمود المذكور المستقيم ح و على نقطة مثل ه تقع دون ح من قاعدة مخروط المرآة المفروضة لكى يتحقق وجودها على سطح المخروط المفروض .

فان توافر الشرطان المذكوران جميعاً صح الانعكاس ويكون الانعكاس عن مقعر سطح المخروط أوعن محدب سطحه ، تبعاً لوضع النقطتين المتعاكستين بالاضافة إلى الجزء الذى تقع عليه نقطة ه ، من سطح المخروط .

ومن هذا يتبين أن الوضع الرابع الذى نحن بصدده هنا إذا صيغ فى هذا القالب العام شمل حالتى المرآة المخروطية المحدبة والمرآة المخروطية المقعرة وأنه ليس خاصاً بالأولى دون الثانية .

١٥٧ — الوضع الخامس : احدى النقطتين فى المستوى المار برأس المخروط عمودا على سهمه والاخرى فيما يليه من القاعدة

ما أورده ابن الهيثم بحسب ماجاء فى المخطوطات التى اطلعنا على صورها فيما يتعلق بهذا الوضع مقتضب ومضطرب . كل ماجاء فيه ما يأتى :

« وإن كانت إحدى النقطتين (أى إحدى النقطتين المتعاكستين) فى سطح م ج ن (يقصد المستوى المار بالرأس عموداً على المحور) والأخرى من وراء هذا السطح أخرجنا المخروط المقابل لمخروط المرآة ، واستخرجنا نقطة الانعكاس التى على هذا المخروط أعنى المقابل . ثم نقلنا نقطة الانعكاس إلى مخروط المرآة كما عملنا فى الشكل الذى قبل هذا الشكل ».(١)

وقد أورد كمال الدين الفارسى هذه العبارة بألفاظ لا تختلف اختلافاً محسوساً عن هذه الألفاظ ، وأوردها خلواً من أية إشارة أو تعليق منه .

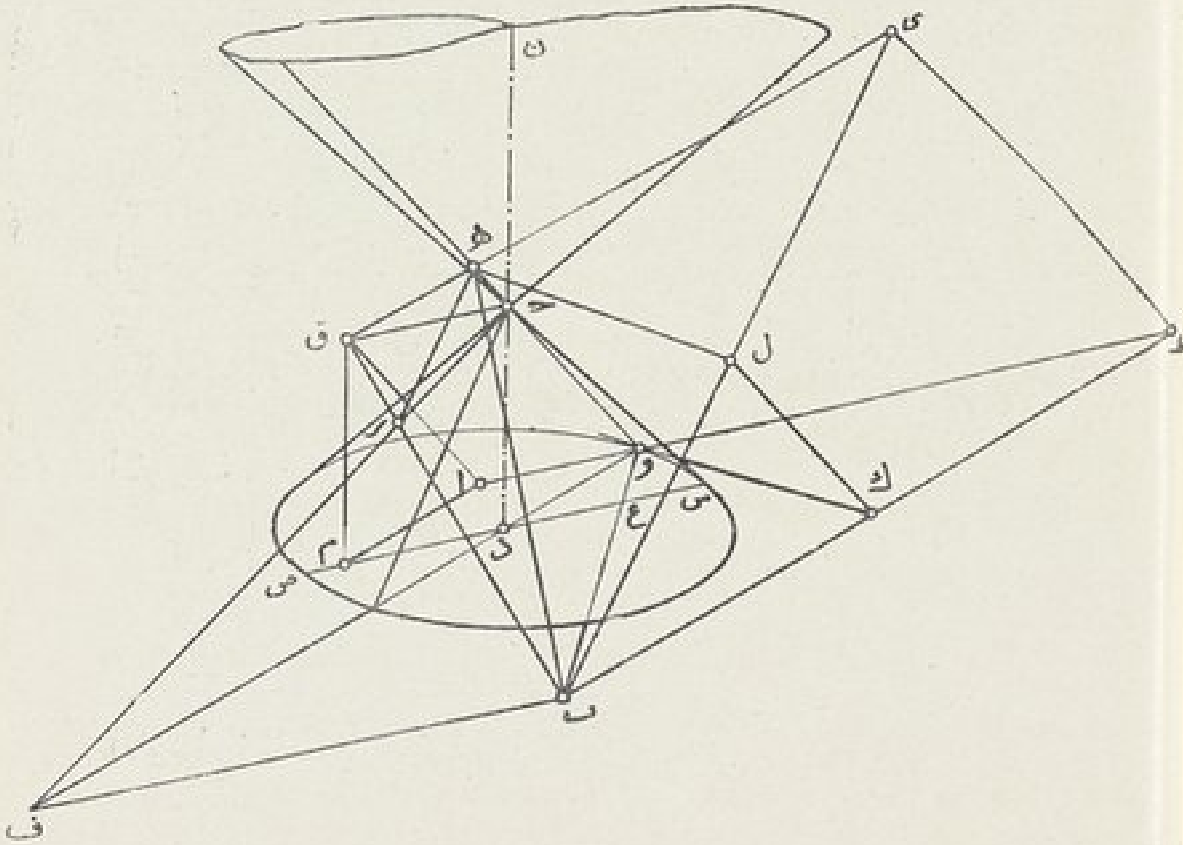
والوضع الخامس هذا هو فى نظرنا أحد الاحتمالات الممكنة فى الوضع الرابع . فمن الواضح أنه إذا توافر الشرط الأول من الشرطين المذكورين فى ذلك الوضع ولم يتوافر الشرط الثانى بل قطع العمود الواقع من نقطة التقاء المستقيم ق ب بمستوى ج د و ، قطع هذا العمود امتداد المستقيم و ح من جهة الرأس ح فى نقطة مثل ه ، فإن هذه النقطة تكون واقعة على امتداد سطح المخروط من جهة رأسه ، أى تكون واقعة على سطح المخروط المقابل ، وتكون هى نقطة انعكاس كل من ق ، ب إلى الأخرى لا عن سطح المخروط الأصلى فى الوضع الرابع بل عن سطح المخروط المقابل

---

(١) و (٢٤٩) من مخطوط المقالة الخامسة والشكل الذى يشير إليه هو الذى أوردناه فى الوضع الرابع .

ويكون وضع النقطتين ق ، ب بالنسبة إلى هذا المخروط المقابل هو الوضع الخامس الذى نحن بصدده هنا . ومن البين أن هذا كله لا يتضمنه القول الذى أورده ابن الهيثم بحسب ما جاء فى المخطوطات .

ولتفصيل هذا الأمر ليكن رأس مخروط المرآة ح (شكل ١١٩) ،



(شكل ١١٩)

ومحوره ح ن ، ولتكن النقطتان المتعاكستان ق ، ب أولاهما فى المستوى المار بالرأس ح عموداً على المحور ح ن ، والثانية فيما يلى الرأس ح من قاعدة المخروط .

العمل :

نمد المحور ن ح على استقامته من جهة الرأس إلى د ونجيز من النقطة ب المستوى العمود على امتداد المحور ، فهو يقطع امتداد سطح المخروط على محيط دائرة وليكن مركزها د .

نسقط من ق العمود ق م على هذا المستوى ، وليلقه على م ، ونصل م د ، ونمده وليقطع محيط الدائرة على س ، ص .

ثم نخرج من ب المستقيم ب ع و ، قاطعا محيط الدائرة على و ، والقطر س ص على ع ، بحيث يكون وع = ع د .

فما سبق يتضح أن هذا المستقيم يمكن إخراجه بوجه عام على أربع صور ويكون لنقطة و على المحيط أربعة أوضاع .

لتكن نقطة و شكل (١١٩) فى وضع يتأتى فيه أن يلقى المستقيم ب ق مستوى حـ و د على نقطة ر ، بحيث إذا اسقط منها العمود ر ه على و حـ ، لقى هذا العمود امتداد المستقيم و حـ من جهة حـ على نقطة ه ، تكون نقطة على سطح مخروط المرآة أى على السطح نفسه لا على امتداده ، وتكون هى نقطة انعكاس كل من ق ، ب إلى الأخرى عن سطح المرآة المخروطية المفروضة .

والبرهان على ذلك كما سبق بنصه ورموزه وخطواته .

والوضع الخامس هذا لا يتأتى فيه انعكاس إحدى النقطتين إلى الأخرى من مقعر السطح ، وذلك لمثل السبب الذى ذكر فى الوضع الثانى . فهو من الأوضاع الخاصة بالمخروطية المحدبة دون المقعرة .

١٥٨ — الوضع السادس : النقطتان عن جنبى المستوى المار برأس المخروط عمودا على حـد

لتكن النقطتان ق ، ب (شكل ١٢٠) ورأس المخروط حـ ، ومحوره حـ د ، ولتكن نقطة ب من جهة القاعدة ، ولتكن نقطة ق خارج سطح المخروط المقابل .

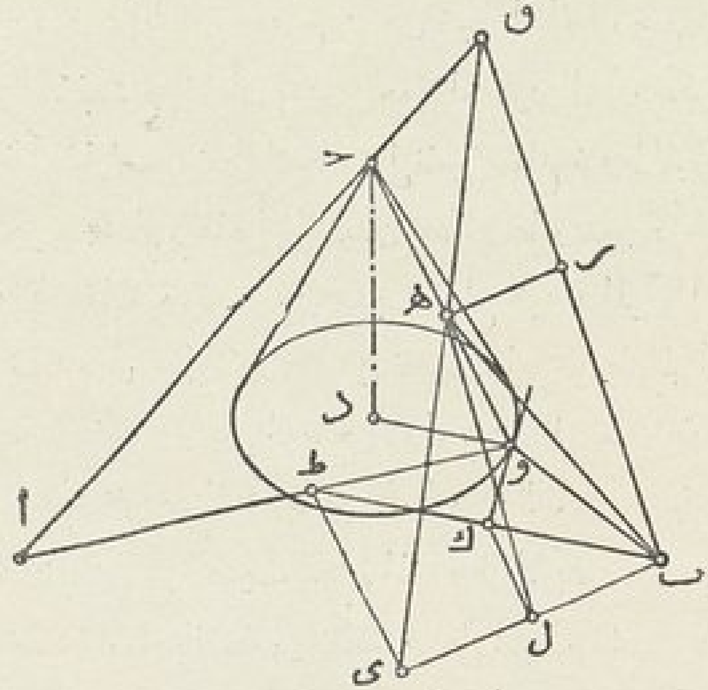
العمل :

نخرج المستوى المار بنقطة ب عموداً على محور المخروط فيقطع سطح المخروط على محيط دائرة وليكن مركزها د .

نصل ق ح ، ونمده حتى يلقى مستوى الدائرة على نقطة ا تكون خارج الدائرة المذكورة . ثم نعين النقطة و على محيط الدائرة بحيث يكون المماس المرسوم عندها منصفا لزاوية ا و ب .

نصل ح و ، ب ق ، وليلق المستقيم ب ق مستوى ح د و على م .

نسقط من نقطة م العمود م هـ على ح و ، وليلق ح و على هـ ، فتكون نقطة هـ هى نقطة الانعكاس المطلوبة .



(شكل ١٢٠)

والبرهان على ذلك كالبرهان الوارد فى الوضع الأول بنصه وإشاراته وخطواته.

وابن الهيثم يقصر هذا الوضع كما أشرنا آنفا على المرآة المخروطية المحدبة ولكن القصر فى هذه الحالة أيضا ليس صوابا .

فبحسب النص الوارد اتخذت النقطتان المتعاكستان ق ، ب فى وضعين حيثما اتفق عن جنبتى المستوى المار برأس المخروط عموداً على محوره . وعلى ذلك فنقطة ق قد تكون خارج امتداد سطح مخروط المرآة أى خارج سطح المخروط المقابل ، وقد تكون داخله . ونقطة ب قد تكون خارج محيط

الدائرة التى يلقى عليها المستوى المار بها عموداً على المحور سطح مخروط المرآة، كما هو مبيّن بالشكل وقد تكون داخل محيط هذه الدائرة . وتفصيل الأمر بايجاز كما يأتى :

(أولا) لتكن نقطة ق خارج سطح المخروط المقابل حيث تقع ا خارج محيط الدائرة المذكورة :

فان كانت نقطة ب خارج محيط هذه الدائرة أيضاً ، فواضح عندئذ أن المستقيم ق ب الواصل بينهما يقع خارج سطح مخروط المرآة فنقطة التقائه بمستوى حـ د و ، أيا كان موضع و من محيط الدائرة ، تقع خارج سطح مخروط المرآة . فيمتنع إذن أن يؤدى العمل المذكور إلى أن تكون نقطة هـ التى تتعين وفقاً لهذا العمل، نقطة انعكاس على تقعير سطح مخروط المرآة . وواضح أيضاً أنه يمكن بوجه عام فى هذه الحالة تعيين نقطة و على وضعين، أحدهما تكون فيه نقطة و فى مقابلة ق ، ب من تحديب سطح مخروط المرآة[1] ، والآخر تكون فيه نقطة و فى مقابلة ق ، ب من تقعير سطح مخروط المرآة . وتطبيق العمل بالنسبة إلى نقطة و على الوضع الأول يؤدى إلى تعيين نقطة انعكاس عن تحديب سطح مخروط المرآة كما تبين فى الشرح السابق . وسيتبين فيما يأتى أن تعاكس النقطتين عن تحديب سطح المخروط لا يكون إلا من نقطة واحدة . وتطبيق العمل بالنسبة إلى نقطة و على الوضع الثانى يؤدى إلى تعيين نقطة انعكاس عن تحديب سطح المخروط المقابل ، لا عن تحديب سطح مخروط المرآة نفسه .

أما إن كانت نقطة ب داخل محيط الدائرة المذكورة فان تعاكس النقطتين عن تحديب سطح مخروط المرآة ينتفى البتة ، حيث نقطة ب فى هذا الوضع ليست تقابل جزءاً ما من تحديب السطح . وإن طبق العمل المذكور أدى بوجه عام إلى تعيين نقطة انعكاس عن تقعير سطح المخروط او نقطة انعكاس عن تحديب سطح المخروط المقابل .

---

(١) انظر فقرة (٨٨) من الجزء الأول من هذا الكتاب

(ثانيا) لتكن نقطة ق داخل سطح المخروط المقابل حيث تقع ا داخل محيط الدائرة المذكورة :

فى هذه الحالة يمتنع الانعكاس عن تقعير سطح مخروط المرآة حيث تقع نقطة ق فى مقابلة تحدب كل سطحها .

فان كانت نقطة ب خارج محيط الدائرة ادى العمل بوجه عام الى تعيين نقطة انعكاس عن تحديب سطح المرآة أو تقعير سطح المخروط المقابل .

أما إن كانت نقطة ب داخل محيط الدائرة المذكورة فان الانعكاس عن تحديب سطح مخروط المرآة ينتفى البتة حيث لا تكون نقطة ب فى مقابلة أى جزء من تحديب السطح . وينتفى أيضا وجود نقطة و حيث يتوافر الشرط المطلوب .

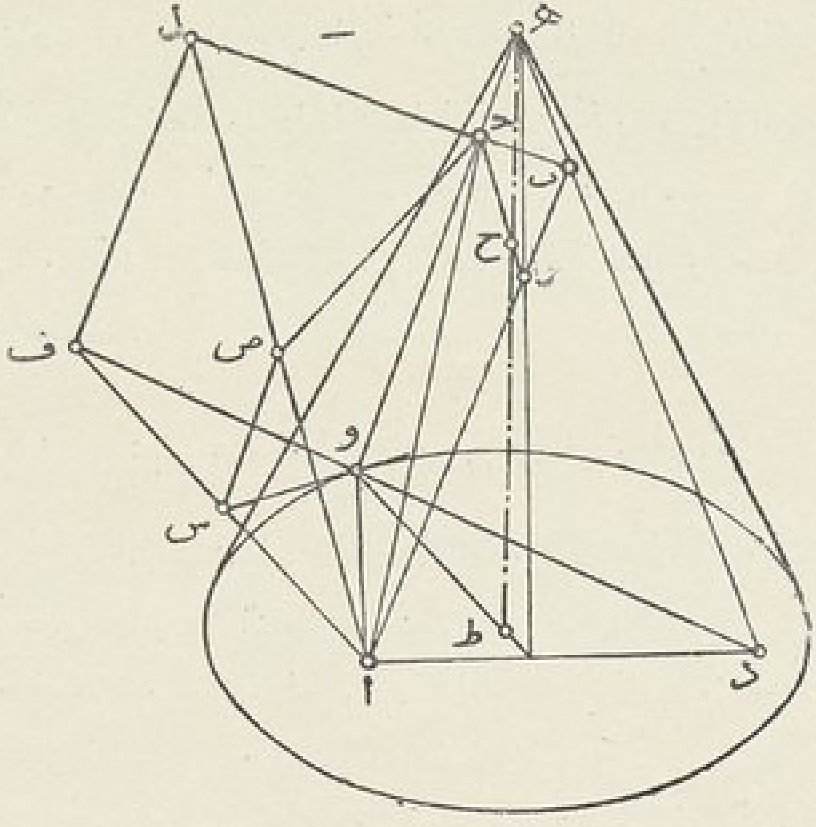
١٥٩ — تعيين عدد نقاط الانعكاس عن المرآة المخروطية

يورد ابن الهيثم فى بحوثه عن نقطة الانعكاس عن المرآة المخروطية برهانا هندسياً يدلل به على أن النقطتين تنعكس إحداهما إلى الأخرى عن سطح المخروطية المحدبة من نقطة واحدة فقط ، وآخر يدلل به على أنهما لا تنعكس إحداهما إلى الأخرى عن المخروطية المقعرة من أكثر من أربع نقاط . وتفصيلات أحد البرهانين تختلف قليلا عن تفصيلات البرهان الآخر .

وبرهانه فى حالة المخروطية المقعرة سليم ولكنه خاص بها بل هو خاص ببعض أحوالها ولا يتسنى تعميمه على المحدبة بحيث يشمل الأوضاع المختلفة الستة التى فصلها وبيناها فيما سبق . أما برهانه فى حالة المخروطية المحدبة فان أحد الأركان التى يقوم عليها بحسب ماهو وارد فى صور الأصول التى اطلعنا عليها خطأ ، ويجعل البرهان على صورته الواردة منقوضاً من أساسه . وسنبين ذلك كله بالتفصيل فيما يأتى :

١٦٠ – برهان ابن الهيثم فى حالة المخروطية المقعرة (١)

لتكن النقطتان المتعاكستان ا ، ب (شكل ١٢١) ورأس المخروط ﻫ وسهمه ﻫ ط ولتنعكس إحدى النقطتين إلى الأخرى عن تقعير سطح المخروط من نقطة ﺣ . نقيم من ﺣ العمود ﺣ ح على سطح المخروط وليلق سهمه على



(شكل ١٢١)

نقطة ح . فيكون ا ﺣ ، ﺣ ب ، ﺣ ح فى مستوى الانعكاس ، وتكون نقطتا ا ، ب فى مقابلة جزء من تقعير سطح المخروط . نصل ا ب فهو يلقى ﺣ ح على نقطة ولتكن م .

ونظرا لان ا ، ب متعاكستان من تقعير سطح المخروط فانه يمكن على تصاريف الاحوال أن يخرج من واحدة منهما على الاقل مستوى يقطع

(١) و (٣٢٩) إلى و (٣٣١) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر

سطح المخروط عمودا على سهمه. فلتكن نقطة ا كذلك ولنخرج منها المستوى العمود على سطح المخروط وليلق سطحه على محيط دائرة وليكن مركزها نقطة ط. ثم نصل ﻫ ب وليلق الواصل مستوى الدائرة على نقطة د. ثم نصل ﻫ ح وليلق الواصل محيط الدائرة على نقطة و. فتكون نقطتا د، ا فى مقابلة تقعير القوس المار بنقطة و. ثم نصل د و، ط و، ا و، ونخرج من ا مستقيما يوازى ح ح فهو يقع فى مستوى الانعكاس ويلق امتداد ب ح على نقطة ولتكن ل. وأيضا نخرج من ا مستقيما يوازى ط و فهو يقع فى مستوى الدائرة ويلق امتداد د و على نقطة ولتكن ف.

فنظرا لان ا ل يوازى ح ح، ا ف يوازى ط و، فمستوى ا ل ف يوازى مستوى ﻫ و ط، وبما أن نقطتى ل، ف واقعتان فى مستوى ﻫ و د فمستوى ﻫ و د يلق مستوى ا ل ف على ل ف، ومستوى ﻫ و د يلق مستوى ﻫ و ط على ﻫ و.

وإذن ل ف يوازى ﻫ و.

ثم نخرج من نقطة و مماساً للدائرة فى مستواها فهو عمود على نصف القطر ط و. فهو يلق ا ف على نقطة ولتكن س، ويكون و س عموداً على ا ف.

ومستوى ﻫ و س هو المستوى المماس لسطح المخروط من نقطة الانعكاس ح.

فهو عمود على مستوى السقوط ب ح ا، وإذن يكون ح ح عمودا على مستوى ﻫ و س. وبما أن ا ل يوازى ح ح،

إذن ا ل عمود على مستوى ﻫ و س.

فاذا رمزنا النقطة التقائه بمستوى ﻫ و س بالحرف ص، و وصلنا ص س كان ص س المستقيم الذى يتقاطع عليه المستويان ﻫ و س، ا ل ف.

وبما أن ﻫ و هو المستقيم الذى يتقاطع عليه الأول ومستوى ﻫ و ط الموازى للمستوى ا ل ف،

إذن ص س يوازى هـ و ،

وإذن تكون المستقيمات الثلاثة ص س ، ل ف ، هـ و متوازية .

وأيضا فبما أن ص حـ فى مستوى هـ و س ، ا ص عمود عليه فان ا ص عمود على ص حـ .

وبما أن نقطة حـ هى نقطة انعكاس فرضا ،

وبما أن م حـ يوازى ا ل عملا ،

فان ∠ ب حـ م = ∠ م حـ ا = ∠ حـ ل ا = ∠ حـ ا ل .

∴ حـ ل = حـ ا .

وبما أن حـ ص عمود على ا ل ،

∴ نقطة ص هى منتصف ا ل .

وبما أن ص س يوازى ل ف ،

∴ نقطة س هى منتصف ا ف .

وبما أن و س عمود على ا ف

∴ △ و ا ف متساوى الساقين ،

، ∠ و ف ا = ∠ و ا ف .

وبما أن و ط يوازى ا ف .

∴ ∠ د و ط = ∠ ط و ا .

وإذن تكون نقطتا د ، ا متعاكستين من تقعير محيط الدائرة من نقطة و .

بمثل هذا البرهان استدل ابن الهيثم على أنه إذا صح أن تتعاكس نقطتا ا ، ب من تقعير سطح المخروط من نقطة حـ ، وأخرج من إحدى النقطتين ا المستوى القاطع لسطح المخروط عموداً على سهمه ، ووصل رأس المخروط ونقطة الانعكاس ولقى الواصل محيط الدائرة التى يقطع عليها هذا المستوى سطح المخروط على نقطة و ، ثم وصل رأس المخروط بالنقطة الاخرى ب ولقى

لواصل مستوى الدائرة على نقطة د ، فإن النقطتين د ، ا تنعكس إحداهما إلى الأخرى عن تقعير محيط الدائرة من نقطة و .

وبما أن نقطتين مثل د ، ا فى مستوى دائرة مثل الدائرة التى مركزها ط لاتنعكس إحداهما إلى الأخرى عن تقعير محيطها من أكثر من أربع نقاط فابن الهيثم يتخذ هذا الامر وسيلة لاثبات أن النقطتين مثل ا ، ب لاتنعكس إحداهما إلى الأخرى من تقعير سطح المخروط من أكثر من أربع نقاط .

والبرهان الذى يسوقه الى ذلك هو برهان الخلف . فلنفرض أن النقطتين ا ، ب مثلا يصح أن تنعكس إحداهما إلى الأخرى من تقعير سطح المخروط من نقطة خامسة . فاذا وصل رأس المخروط بها فالواصل يلقى محيط الدائرة التى مركزها ط على نقطة تكون هى أيضاً نقطة خامسة تنعكس منها نقطتا د ، ا عن تقعير محيط الدائرة . وهذا خلف .

١٦١ — بيان وتعليق على برهان ابن الهيثم فى حالة المخروطية المقعرة

ومن الواضح أن البرهان لايتم إلا ببيان عدم جواز الانعكاس من نقطة أخرى تقع على أى واحد من المستقيمات الواصلة من رأس المخروط ه إلى إحدى نقاط الانعكاس الأربع الممكنة . أى أنه من الواجب اثبات أن أية نقطة أخرى مثل و على ه ح (على اعتبار أن نقطة ح هى إحدى نقاط الانعكاس) لا يجوز أن تكون هى أيضاً نقطة انعكاس . ولو أن ابن الهيثم لم يتناول هذا الأمر فى حالة المخروطية المقعرة ، فإنه تناول نظيره فى حالة المخروطية المحدبة كما سنبين بعد . وهو فى المقعرة سهل ميسور أيضا .

غير أن البرهان بحسب الحدود والفروض التى أوردها ابن الهيثم لاينطبق على جميع أوضاع المخروطية المقعرة ، كما لو كانت احدى النقطتين ب مثلا على المستوى المار برأس المخروط عموداً على سهمه أو من فوقه بالنسبة إلى قاعدة المخروط . فعلى الوجه الأول يكون الواصل بين ه ، ب موازياً لمستوى الدائرة التى مركزها ط فلا يلقاه على نقطة . ولكن فى هذه الحالة إذا أخرج من ب مستقيما موازيا ح و ولقى مستوى الدائرة على د أمكن إثبات أن

نقطتى د ، ا تنعكسان من مقعر المحيط من نقطه و . وعلى الوجه الثانى فلربما لقى الواصل المستوى على نقطة خارج المحيط بحيث إذا رمز لها بالحرف د ، وطبق البرهان نفسه أفضى إلى أن المماس من نقطة و ينصف زاوية ا و د[1]، فلا تكون النقطتان ا ، د متعاكستين بالمعنى الخاص بالانعكاس .

وفى هذه الحالة أيضاً إذا أخرج من ب المستقيم الموازى للمستقيم ﻫ و فهو يلقى مستوى الدائرة على نقطة تقع على امتداد د و ، وتكون هذه النقطة ونقطة ا منعكستين من مقعر المحيط من نقطة و .

ومن الجائز التعميم فيقال إن مستوى الخطين ﻫ ب ، ﻫ و اذا أخرج لقى مستوى الدائرة على مستقيم د و ، تكون الزاوية التى يحيط بها مع المماس عند و مساوية للزاوية التى يحيط بها ا و مع هذا المماس . فإن كان ﻫ ب يلقى مستوى الدائرة على نقطة د أياً كان وضعها فان المستويات الخارجة تلقى مستوى الدائرة على خطوط مستقيمة تتلاقى جميعها على هذه النقطة . وأمكن على الوجه العام تعيين أربع نقاط على محيط الدائرة يتوافر فيها شرط العملية الرابعة بالنسبة الى نقطتى د ، ا . ولكن يبقى بعد ذلك اثبات أن شرط العملية الرابعة لايتوافر فى أكثر من أربع نقاط لكى يثبت أن الانعكاس من مقعر سطح المخروط لايصح من أكثر من أربع نقاط . والبرهان على ذلك ميسور أيضاً فالعملية الرابعة تتقيد أوضاعها الممكنة بالأوضاع الممكنة للعملية الأولى ، والأوضاع الممكنة للعملية الاولى لاتصح فى أكثر من أربعة أحوال ، لان الدائرة والقطع الزائد لا يتقاطعان على أكثر من أربع نقاط .

أما إذا كان ب ﻫ موازيا لمستوى الدائرة لايلقاه ، فانه إذا أسقط من نقطة ب المستقيم ب ق عمودا على مستوى الدائرة ولقيه على نقطة ق ، ووصل القطر ط ق ثم رسم من ب المستقيم ب د يوازى ﻫ و ، ولاقى سطح الدائرة على د ، أمكن إثبات أن

د و يوازى ط ق .

---

(١) انظر فقرة (١٥٨) .

ويكون وفقا لبرهان ابن الهيثم

∠ د و ط = ∠ ا و ط .

فيكون المشترط فى وضع و أن يكون الخارج من ا إلى و يلق القطر ط ق على نقطة بعدها عن المركز ط يساوى بعدها عن النقطة و ، وفقاً للمطلوب فى العملية الثالثة .

وقد مر أيضا أن هذه العملية قد تصح على أربعة أوضاع ، وهى أيضاً لكونها متوقفة على العملية الاولى لاتصح فى أكثر من أربعة أوضاع .

ومن الواضح كذلك أن برهان ابن الهيثم عن المخروطية المقعرة يصح تطبيقه على المخروطية المحدبة فى بعض أحوالها أيضا ، كالحالة التى يكون فيها وضع النقطتين المتعاكستين بالنسبة إلى قاعدة المخروط تحت المستوى المار برأسه عموداً على محوره ، حيث إذا طبقنا الرموز نفسها تكون نقطتا د ، ا منعكستين عن محدب محيط الدائرة من نقطة و ، وبما أن النقطتين مثل د ، ا لا تنعكسان عن محدب محيط الدائرة من أكثر من نقطة واحدة أمكن ببرهان الخلف إثبات أن النقطتين ا ، ب لا تنعكسان من محدب سطح المخروطية إلا من نقطة واحدة .

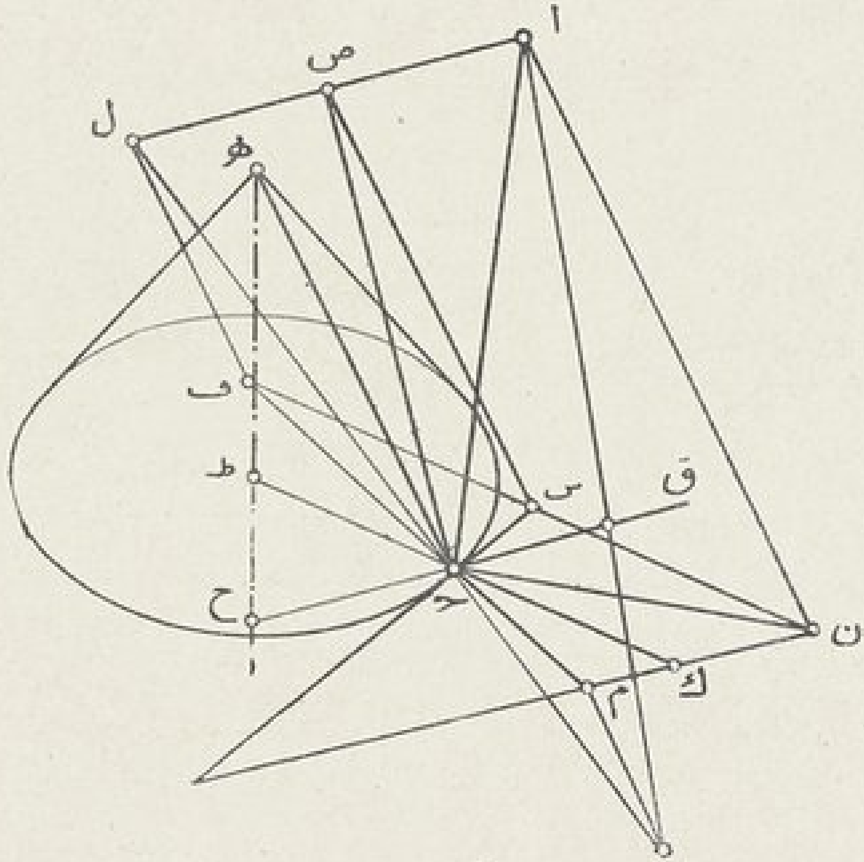
١٦٢ — برهان ابن الهيثم فى حالة المخروطية المحدبة وبيان موضع الخطأ فيه

ونورد فيما يلى برهان ابن الهيثم فى حالة المخروطية المحدبة مستعملين رموزه وإشاراته التى استعملها هو نفسه . فلتكن النقطتان ا ، ب (شكل ١٢٢) ورأس المخروط هـ ، ونقطة الانعكاس ح . ونصل هـ ح ثم نخرج من ح المستوى العمود على سهم المخروط وليقطعه على محيط دائرة وليكن مركزها ط . ونخرج من ا المستقيم ا ن موازيا هـ ح وليلق مستوى الدائرة على نقطة ن . ونخرج من ب المستقيم ب م موازيا هـ ح ، وليلق مستوى الدائرة على م .

ثم نصل ن ح ، م ح ، ط ح ، ونخرجه إلى ك .

ثم نخرج من ح العمود ح ق على سطح المخروط وليلق سهمه على

نقطة ح . فيكون ق ح فى مستوى ا حـ ، حـ ب وهو مستوى الانعكاس .



(شكل ١٢٢)

نخرج من ا المستقيم ا ل موازيا ق ح فيكون ا ل واقعاً فى مستوى الانعكاس فهو يلقى امتداد ب حـ على نقطة ولتكن ل .

نخرج من ن المستقيم ن ف موازيا ك ط فيكون فى مستوى الدائرة ويلقى امتداد م حـ على نقطة ولتكن ف .

وبما أن نقطة ل على امتداد ب حـ ، ونقطة ف على امتداد م حـ فخط ل ف واقع فى مستوى م حـ ب .

وبما أن ب م يوازى حـ هـ فالمستقيم حـ هـ واقع أيضاً فى مستوى م حـ ب .

إذن مستوى م ب حـ يقطع مستوى هـ حـ ح (وهو مستوى هـ حـ ط بعينه) على خط هـ حـ

وبما أن ا ل يوازى ق ح ، ن ف يوازى ك ط والمستقيمان ق ح ، ك ط فى مستوى واحد هو مستوى هـ حـ ح فيكون المستقيمان ا ل ، ن ف فى مستوى واحد يوازى مستوى هـ حـ ح.

ولكن مستوى م ب حـ يقطع مستوى الخطين ا ل ، ن ف على ل ف.

وبما أن مستوى م ب حـ يقطع المستوى هـ حـ ح (الموازى لمستوى الخطين ا ل ، ن ف) على هـ حـ

∴ ل ف يوازى هـ حـ.

وتكون المستقيمات ا ن ، ب م ، هـ حـ ، ل ف جميعاً متوازية.

نخرج من نقطة حـ مماسا للدائرة فى مستواها فيكون عموداً على حـ ط وإذن يلقى ن ف عموداً عليه ولتكن نقطة الالتقاء س.

ويكون مستوى هـ حـ س هو المستوى الماس للمخروط من نقطة الانعكاس ويكون ح حـ ق عموداً عليه.

وبما أن ا ل يوازى ق ح فيكون ا ل عموداً على مستوى هـ حـ س ويلقاه على نقطة ولتكن نقطة ص.

نصل ص س فيكون الواصل هو مستقيم تقاطع مستوى الخطين ا ل ، ن ف والمستوى س حـ هـ الماس للمخروط.

كما أن المستوى س حـ هـ الماس للمخروط يلقى مستوى هـ حـ ح على هـ حـ.

وبما أن مستوى هـ حـ ح يوازى مستوى الخطين ا ل ، ن ف، إذن ص س يوازى هـ حـ ، ويوازى ا ن.

وتكون المستقيمات الثلاثة ا ن ، ص س ، ل ف متوازية وفى مستوى واحد.

$$\text{وإذن}\quad \frac{\text{ا ص}}{\text{ص ل}} = \frac{\text{ن س}}{\text{س ف}}$$

وأيضاً فان

∠ ب حـ ق = ∠ ق حـ ا = ∠ حـ ل ا = ∠ حـ ا ل

وإذن جـ ا = جـ ل .

وبما أن ا ل عمود على المستوى ص س حـ هـ ، وهو المستوى الماس فهو عمود على ص حـ .

وإذن تكون نقطة ص منتصف ا ل .

وإذن ن س = س ف .

وبما أن حـ س عمود على ن ف .

إذن حـ ن = حـ ف ، ∠ حـ ن ف = ∠ حـ ف ن .

وبما أن ن ف يوازى حـ ط

∴ ∠ م حـ ك = ∠ حـ ف ن

، ∠ ك حـ ن = ∠ حـ ن ف

∴ ∠ م حـ ك = ∠ ك حـ ن

فتكون النقطتان م ، ن تنعكس إحداهما إلى الأخرى عن تحديب محيط الدائرة من نقطة حـ .

على هذه الصفة أثبت ابن الهيثم أنه إذا تعاكست نقطتان مثل ا ، ب عن تحديب سطح المخروط من نقطة حـ ، وأخرج من حـ المستوى القاطع لسطح المخروط عموداً على سهمه . ثم وصل رأس المخروط هـ بنقطة حـ ، واخرج من نقطتى ا ، ب مستقيمان موازيان للمستقيم هـ حـ وكانت نقطتا ن ، م على الترتيب نقطتى التقائهما بالمستوى المذكور ، فان هاتين النقطتين تنعكس إحداهما إلى الأخرى عن تحديب محيط الدائرة التى يقطع عليها المستوى المذكور سطح المخروط .

ولاثبات أن انعكاس النقطتين ا ، ب لا يكون عن محدب سطح المخروط إلا من نقطة واحدة فانه يفرض جواز الانعكاس من نقطة أخرى ويثبت أن الفرض محال . ويراعى فى وضع النقطة الأخرى المفروضة حالتين.

إحداهما : أن تكون النقطة على المستقيم هـ حـ ، ويقول بلفظه (١)

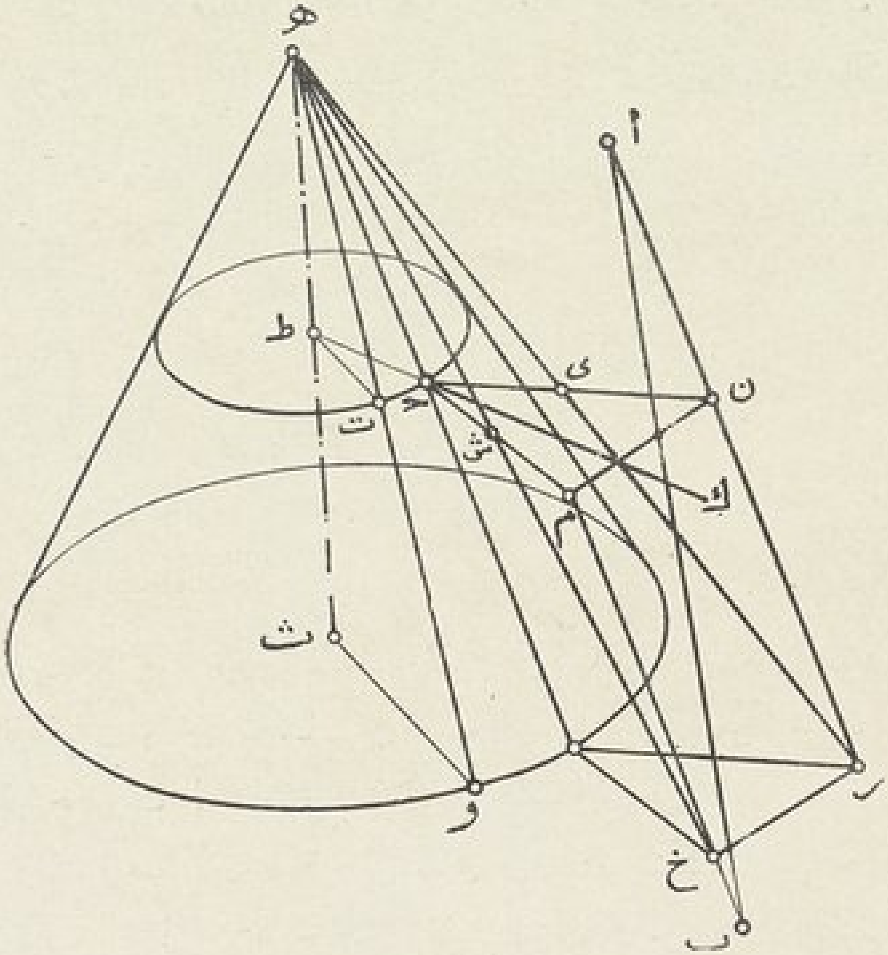
« فان كانت تلك النقطة (أى نقطة الانعكاس الثانية المفروضة) على

(١) و (٢٤٣) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

خط ه ح (كان)[١] العمود الذى يخرج من نقطة الانعكاس موازياً لخط ا ل لأنه مواز لخط ح ح . فخط ا ل فى سطح الانعكاس فيكون (سطحا)[٢] الانعكاس متقاطعين على خط ا ل وهما مع ذلك متلاقيان على نقطة خارجة عن خط ا ل لأن نقطة ب على خط ب م الموازى لـ (ف ل)[٣] وهذا محال. فليس تكون النقطة الأخرى على خط ه ح »

وأخراهما : أن تكون النقطة خارجة عن المستقيم ه ح

ولتكن نقطة و (شكل ١٢٣) ولنسم لسهولة الشرح الدائرة التى يلقى



(شكل ١٢٣)

عليها المستوى الخارجُ من ح عموداً على سهم المخروط سطحَ المخروط

---

(١) فى الأصل « أوكان » (٢) فى الأصل « سطح »

(٣) فى الأصل « ب ك » وهو خطأ .

الدائرة التى مركزها ط . وليلق ه و (أو امتداده) محيط هذه الدائرة على نقطة ت ، ولنخرج ب م ، ا ن كما مر آنفا ولنخرج المستوى العمود على السهم من نقطة الانعكاس الثانية وهى و . وليلق سطح المخروط على محيط الدائرة التى مركزها ث ، ولنسم هذه الدائرة الدائرة التى مركزها ث . وليلق المستقيم ب م مستوى هذه الدائرة على نقطة خ وليلق ا ن مستواها على نقطة ر . ونصل ه خ فيلق (هو أو امتداده) مستوى الدائرة التى مركزها ط ، على نقطة ولتكن ش ، فهى تقع حتما على المستقيم م ح . كذلك يلق ه ر مستوى الدائرة على نقطة ولتكن ى تقع هى الأخرى على المستقيم ن ح .

وتتمة برهان ابن الهيثم بعد هذا مضطرب ورموزه مختلطة بعضها بالآخر لا فى المخطوطات فحسب بل وفى التنقيح أيضاً . ولكنه يتضمن من غير شك أنه إذا وصل ه و ، ورمزنا لنقطة تقاطعه ومحيط الدائرة التى مركزها ط بالحرف ت (وهى نقطة أخرى غير ح فرضا) .

فإن

ط ت يوازى ث و .

، ى ت يوازى ر و .

، ش ت يوازى خ و .

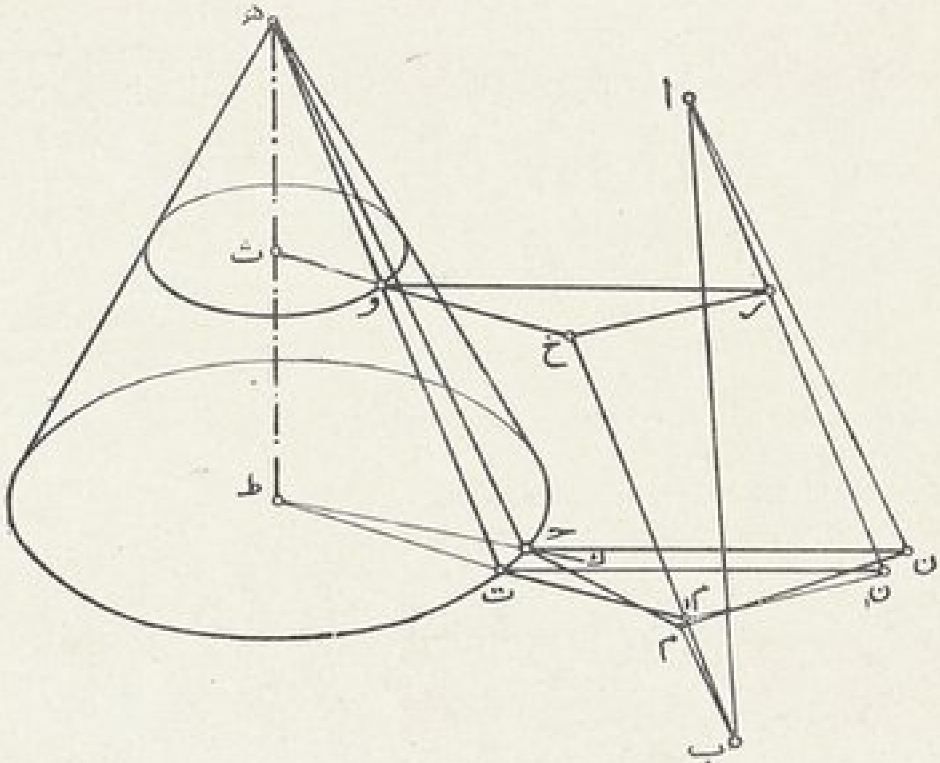
وإن كان هذا صحيحاً فإن النتيجة التى يستخلصها ابن الهيثم من ذلك وهى أن نقطتى ى ، ش تنعكسان عن محدب محيط الدائرة التى مركزها ط من نقطتى ح ، ت ليست صحيحة فلا يقع الخلف الذى يريده .

وذلك واضح لأن نقطتى ش ، ى وإن كانتا تنعكسان من ح لأن ا ن ، ب م يوازيان ه ح عملا ، فإنهما لا تنعكسان من ت لأن المستقيمين المذكورين لا يوازيان ه ت .

١٦٣ — اصلاح برهان ابن الهيثم

ومن الممكن اصلاح الخطأ فى برهان ابن الهيثم على المنوال الآتى :

لنخرج من ا (شكل ١٢٤) المستقيم[1] ا ر موازياً المستقيم ه و وليلق مستوى الدائرة التي مركزها ث على نقطة ر . ولنخرج ب خ موازياً



(شكل ١٢٤)

له وليلق مستوى هذه الدائرة على نقطة خ . فبمثل البرهان الذى أورده ابن الهيثم تكون نقطتا ر ، خ منعكستين عن محدب الدائرة من نقطة و . فاذا لقى ا ر ، أو امتداده مستوى الدائرة التى مركزها ط على ن١ ولقى ب خ ، أو امتداده مستواها على نقطة ولتكن م١ ،

فبما أن

ر و يوازى ن١ ت .

، خ و يوازى م١ ت .

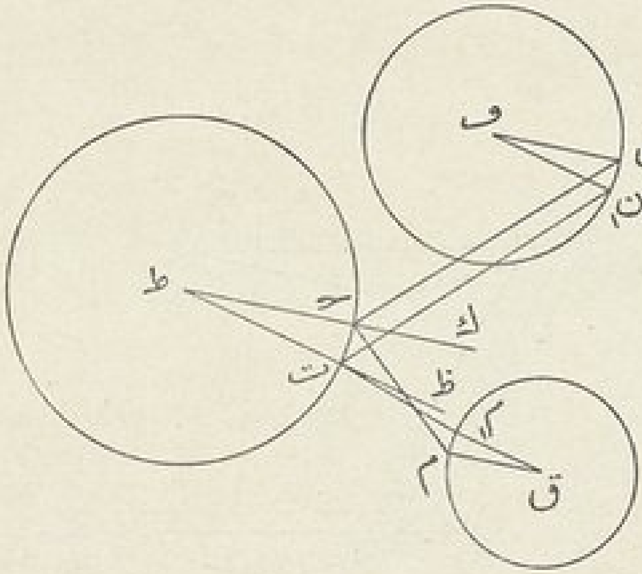
، ث و يوازى ط ت .

فإن ن١ ، م١ تنعكسان من نقطة ت .

---

(١) تحرينا فى رسم الشكل ان تكون الأوضاع اكفل بوضوحه وليس لاختلاف الأوضاع بين شكلى (١٢٣ ، ١٢٤) اثر ما يتبدل أو يتغير من جرائه البرهان الهندسى .

فاذا فرضنا أن مستوى شكل (١٢٥) يمثل مستوى الدائرة التى مركزها ط ونقطتا ح ، ت على محيطها وأسقطنا من نقطتى ا ، ب (شكل ١٢٤) عمودين على هذا المستوى وليلقياه على نقطتى ف ، ق على الترتيب وكانت نقطتا ن ، م نقطتى التقاء ا ن ، ب م الموازيين للمستقيم ج ه، ومستوى الدائرة، على الترتيب، وأخرجت من كل من نقطتى ا ، ب المستقيمات الموازية للمستقيمات الواصلة بين رأس المخروط ه ونقاط محيط الدائرة التى مركزها ط فانه يتضح أن الخارجة من ا تنتهى الى محيط دائرة مركزها ف ونصف قطرها ف ن ، والخارجة من ب تنتهى إلى محيط دائرة مركزها ق ونصف قطرها ق م ومن السهل اثبات أن أنصاف الاقطار ط ح ، ف ن ، ق م متوازية . وتكون نقطتا ن ، م كما تبين منعكستين عن محدب الدائرة التى مركزها ط من نقطة ح . فاذا أخرج ط ح إلى ك تكون ∠ ن ح ك = ∠ م ح ك



(شكل ١٢٥)

كذلك يلقى الخارج من ا موازيا ه و مستوى الدائرة على نقطة ن١ تقع على محيط الدائرة التى مركزها ف ، ويلقى الخارج من ب موازياً ه و مستوى الدائرة على م١ على تقع محيط الدائرة التى مركزها ق وتكون انصاف الأقطار ط ت ، ف ن١ ، ق م١ متوازية .

وتكون نقطتا ن١ ، م١ منعكستين عن محدب قوس الدائرة التى مركزها ط من نقطة ت[1] . فاذا مد ط ت إلى نقطة ظ

تكون ∠ ن١ ت ظ = ∠ م١ ت ظ ، وهذا محال .

لأن ∠ ن١ ت ظ = ∠ ت ن١ ف

، ∠ ت ن١ ف أعظم من ∠ ح ن ف ، أى أعظم من ∠ ن ح ك ، أى أعظم من ∠ ك ح م .

وأيضاً ∠ م١ ت ط أعظم من ∠ م ح ط .

∴ ∠ م١ ت ظ أصغر من ∠ م ح ك ، أى أصغر من ∠ ن١ ت ظ

فمن المحال أن تكون ن١ ، م١ متعاكستين من ت .

وبالمثل إذا روعيت أية نقطة أخرى مثل ت من القوس المحصورة بين المستقيمين ط ف ، ط ق .

أما إذا أخذت نقطة على محيط الدائرة التى مركزها ط لا تقع على هذه القوس فمن المحال أيضاً حدوث الانعكاس ، لأن الواصلين منها الى النقطتين النظيرتين لنقطتى ن ، م يكونان فى جنب واحد من نصف القطر المنتهى اليها.

---

(١) واضح أنه إذا كان نقطتا ا ، ب (شكل ١٢٨) عن جنبة واحدة من دائرة ط فان وضع م١ من م يكون شبيها بوضع ن١ من ن مثل وضع ت من ح .

الباب السادس

في

الخيالات التي ترى بالانعكاس

الفصل الأول

فى

كيفية إدراك صور المبصرات بالانعكاس
وتفصيل أحوال الخيالات التى ترى فى المرايا المستوية

١٦٤ — شرح ابن الهيثم كيفية ادراك البصر صور المبصرات بالانعكاس

يتناول ابن الهيثم شرح كيفية إدراك الصور فى المرايا فى مقالته الرابعة من كتاب المناظر وهو يسلك فى هذا طريقاً يتفق ونظريته العامة فى كيفية الابصار. وقد كانت هذه المسألة لاتزال من المسائل الغامضة فى عصره، وغموضها إلى ذلك الحين وتضارب الآراء فيها ليدل دلالة واضحة على أن علم الضوء بقى إلى عصر ابن على حالته الفطرية الأولى، ويتجلى من هذا بأجلى مظهر كيف استطاع ابن الهيثم أن ينهض بهذا العلم إلى درجة من التقدم والرقى ظلت على ماهى عليه قروناً عدة من بعده.

وهو يستهل بحثه فى هذا الموضوع فى الفصل الرابع من تلك المقالة، بذكر الاختلاف الذى كان قائماً بين أهل النظر فى هذا الامر. فأصحاب التعاليم ذهبوا إلى أن الشعاع يخرج من البصر وينتهى إلى المرآة، فاذا انعكس

عنها وصادف بعد انعكاسه جسما أدرك البصر هذا الجسم . وذهب بعض الفلاسفة الطبيعيين إلى أن المرآة إذا قابلت مبصراً فإن صورة المبصر تحصل (ولنقل نحن تنطبع فهو أكفل بتوضيح المعنى الذى يقصدونه) على سطح المرآة فيدرك البصر هذه الصورة الحاصلة فى السطح كما يدرك المبصرات المقابلة له رأساً «على استقامة» .

وقد كان ابن الهيثم قد فند رأى أصحاب التعاليم فى «الشعاع» وأبطل مذهبهم وهو هنا يفند رأى هذا الفريق من الفلاسفة الطبيعيين ويبين قصوره وخطأه .

فان كانت الصورة تنطبع على سطح المرآة ويدركها البصر كما يدرك الاشياء بالاستقامة لكانت هذه الصورة ثابتة على السطح ولأدركها البصر من جميع الاوضاع بالاستقامة كما يدرك المبصرات رأساً ، ولكن إذا وضعت مرآة على الارض مثلا ونظر الانسان فيها ورأى فيها مبصراً ، كموضع من السقف أو الجدار ، ثم انتقل من موضعه إلى الجهة التى تلى ذلك المبصر ونظر فى المرآة فانه لايرى ذلك المبصر نفسه ، وإنما يرى موضعاً آخر من السقف أو الجدار ، وإن عاد إلى موضعه الاول رأى المبصر الاول ، وإن مال عن موضعه بعض الميل رآه أيضاً ولكن فى غير الموضع الأول من المرآة . فان كانت الصورة ثابتة منطبعة على سطح المرآة لادركها الانسان فى جميع مواضعه من جميع الجهات إذا كان المبصر والمرآة ثابتين فى موضعهما ، ولما غابت عنه أو تغير وضعها بالنسبة إلى سطح المرآة .

وكأن ابن الهيثم يعتذر عن هذا الفريق من الفلاسفة الطبيعيين حين يقول « وإنما يشتبه هذا المعنى إذا أدرك الانسان وجهه فى المرآة ، فان الانسان إذا أدرك وجهه فى المرآة جوّز أن يكون هناك صورة وجهه ، لأنه إن كانت المرآة موضوعة فى الارض ، ودار الانسان حولها من جهاتها ، فانه يدرك صورة وجهه من جميع الجهات فى سطح المرآة ومقابلة لوجهه ، فيظن من يرى أن هذا الادراك يكون لصورة تنطبع فى المرآة ، ان صورة وجهه قد حصلت متشكلة فى المرآة »[1] .

---

(١) و (٨٢) من مخطوط المقالة الرابعة من المناظر .

وهو يبين بطلان الانطباع على المرآة بوساطة آلة الانعكاس [١] أيضاً. فاذا سد المعتبر أحد ثقوب الجهاز بقطعة من الورق فكتب عليها كلمة كأبجد مثلا واستخدم المرآة المستوية ونظر من الثقب النظير من السطح الخارجى للخشبة الحلقية إلى سطح المرآة، رؤيت صورة الكلمة مقلوبة[٢] فيدرك المتيامن من حروفها متياسراً وبالعكس. أما إذا نقل بصره من ذلك الثقب إلى ثقب آخر ونظر إلى المرآة فانه لا يرى الكلمة. فلو كانت صورة الكلمة حاصلة فى المرآة لادركها من جميع الثقوب.

وهو يستشهد بما يشاهد فى المرايا المختلفة من انقلاب الصورة ونكوسها وتغير شكلها وعظمها على عدم انطباع الصورة على سطح المرآة ويستشهد أيضاً بأن الصورة فى المرآة المستوية لا يدركها البصر على سطحها وإنما يدركها كأنها من وراء المرآة بقدر بعد المبصر من سطحها.

وابن الهيثم يعرض بعد هذا رأيه الخاص فى شرح كيفية ادراك الصورة بالانعكاس ويعرضه بطريقة طريفة.

فاذا فرضنا أن نقطة مضيئة أ تقابل سطحاً صقيلا عاكساً، فان الضوء منها يشرق على جميع نقاط السطح ثم ينعكس على الخطوط التى تخص الانعكاس فيتشكل بينها وبين السطح مخروط رأسه النقطة وقاعدته السطح العاكس، وتكون المستقيمات التى يلتئم منها هذا المخروط مسيرات الاشعة الساقطة، ويلتئم من نظائر هذه المستقيمات مخروط ناقص يمتد على سموتها الضوء المنعكس عن سطح المرآة.

فاذا وقع الضوء المنعكس كله أو بعضـــه على جسم كثيف مثل ب حـ (شكل ١٢٦) استضاء هذا الجسم بالضوء المنعكس، ووقع على كل نقطة مثل ر مثلا من نقاط سطحه المقابل المرآة ضوء يصدر فى الأصل من النقطة المضيئة أ ويمتد على سمت مستقيم معين مثل ا ح وينعكس من نقطة معينة على سطح

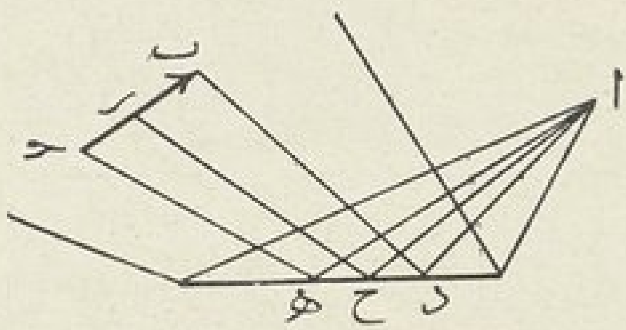
---

(١) انظر فقرتى (٨٤ و ٨٥) من الجزء الأول من هذا الكتاب.

(٢) ويعبر ابن الهيثم بكلمة « مقلوبة » عما نعبر عنه الآن « بالانقلاب الجانبى » (Lateral Inversion) ويعبر بكلمة « منكوسة » عن الحالة التى تكون فيها أسافل الصورة صورة لأعالى المبصر وأعاليها صورة لأسافله.

المرآة مثل ح ، على سمت المستقيم ح ر ، النظير للاول إلى تلك النقطة ر من سطح الجسم ب ح .

فإذا عكس وضع المسألة وفرضنا أن ب ح مبصر ، فإن كل نقطة من سطحه مثل ر يشرق منها ضوء . ومن بين هذه الأضواء ضوء يمتد على سمت معين ر ح ، إلى سطح المرآة وينعكس على سمت معين ح ا ، عن سطحها إلى نقطة ا . فان كان مركز البصر عند ا ، فانه يرد إليه بالانعكاس عن سطح المرآة من كل نقطة من نقاط سطح المبصر المقابل للمرآة وعلى سمت العمود على سطح البصر شعاع، فيدرك البصر تلك النقطة من سطح المبصر ، ويدرك سائر النقاط التى يرد منها مثل هذه الأشعة. وليس يكون الادراك فى هذه الحالة إدراكا بالاستقامة (على حسب تعبير ابن الهيثم) ، بل يكون إدراكا بالانعكاس . ويتوهم الانسان كما مر فى كيفية إدراك الوضع ان المبصر على سمت الشعاع الوارد إلى البصر .



(شكل ١٢٦)

هذا بإيجاز مجمل الفكرة الأساسية التى تنطوى عليها جميع أقواله فى هذا الموضوع . وابن الهيثم أول من اتجه هذا الاتجاه فى شرح كيفية إدراك الصور بالانعكاس . وهو عنـــد بيان هذه الفكرة يقول بألفاظه « وهذا المعنى ما انكشف لأحد من متقدمى أصحاب التعاليم ، ولا نعرف أحداً ذكر هذا المعنى . ومع ذلك فليس بمناقض لما رآه أصحاب التعـاليم فى الانعكاس ، لأنهم يعتقدون أن خطوط الشعاع تنعكس عن الأجسام الصقيلة على زوايا متساوية ، وإن إدراك المبصر بالانعكاس يكون من سموت هذه الخطوط ، الا انهم يعتقدون أن شعاع البصر يخرج على سموت هذه الخطوط وينتهى إلى المبصر وبه يكون إدراك المبصر . وقد بينـا أن هذا المعنى عبث وفضل

وأنه ليس يخرج من البصر إلا الخطوط المتوهمة فقط »[١]

ويتضح من قوله هذ انه قد تعمد قصداً أن يعرض فكرته على الصورة التى عرضها عليها فيبتدىء بفرض أن نقطة ا نقطة مضيئة ، ثم يعكس وضع المسألة فيتبين بجلاء أن فكرته تحقق كل مايرمى إليه أصحاب التعاليم ، دون التمسك بمذهبهم الذى سبق أن بيّن مافيه من العبث واللغو .

ولا يفوتنا أن نؤكد مرة أخرى أن ابن الهيثم بنى فكرته على أساس نظريته فى الابصار التى شرحناها من قبل باسهاب[٢] وهى التى تقوم على فرض أن البصر لايحس إلا بالضوء الوارد اليه على سموت الاعمدة . ومن الواضح أنه إذا اعتبرنا أن ما عبر عنه ابن الهيثم فى الشرح بالسمت العمودى على سطح البصر الوارد عليه الضوء من النقطة المبصرة ، هو محور مخروط الاشعة الواردة من النقطة المبصرة إلى العين ، فليس ثمة اختلاف بين شرحه المذكور وبين الشرح المعتمد فى الوقت الحاضر .

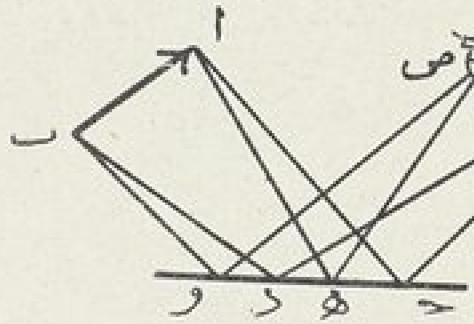
وابن الهيثم يبين فى هذا الصدد كيف يمكن أن يدرك البصر من مواضع مختلفة ينظر منها إلى مرآة ثابتة ، صورة مبصر معين مقابل لسطح المرآة ، وكيف يمكن أن تدرك أبصار عدة فى مواضع مختلفة فى وقت واحد صورته فى المرآة . ويتناول وصف كيفية إشراق الضوء من المبصر على سطح المرآة المقابل له حيث يخرج من كل نقطة من المبصر ضوء على شكل مخروط إلى جميع نقاط سطح المرآة المقابل لها . كما أن كل نقطة من سطح المرآة تقابل المبصر يرد اليها ضوء من المبصر جميعه . فاذا قابل المبصر وليكن أ ب (شكل ١٢٧) سطحاً عاكساً

---

(١) و (٩١) من مخطوط المقالة الرابعة من المناظر . وابن الهيثم يعقب على ذلك بقوله بلفظه « وقد استعملنا رأى أصحاب التعاليم فى عدة مواضع من كتبنا التى صنفناها قبل هذا الكتاب ، فليس شىء مما استعملناه من قبل بمناقض لما بينا الآن ، وإن سلكنا فى ذلك طريق أصحاب التعاليم ، إلا أنا لم نستعمل هناك غير أوضاع خطوط الشعاع فقط . وإذا جمع بين ذلك وبين ما بيناه الآن لم يوجد بينهما تناقض ، بل توجد فيما بيناه الآن زيادة توحّد تلك المعانى ولاتناقض شىء (كذا) منها » .

(٢) انظر الفصل الأول من الباب الثالث من الجزء الأول من هذا الكتاب .

بحيث يصح أن تمتد منه أضواء على سموت خطوط مستقيمة إلى مواضع مختلفة من السطح ، وتنعكس على سموت النظائر متلاقية فى نقاط مختلفة مثل س ، ص ، وكان عند تلك النقاط التى تتلاقى عليها الأشعة المنعكسة أبصار مراكزها تلك النقاط بأعيانها ، فان جميع تلك الأبصار تدرك ذلك المبصر بالانعكاس وتدركه من مواضع مختلفة من سطح المرآة . أو لو انتقل البصر الواحد إلى تلك النقاط مع ثبوت المبصر فى مكانه وثبوت المرآة فى مكانها ، لأدرك من تلك النقاط صورة المبصر بالانعكاس .



(شكل ١٢٧)

ويعبر ابن الهيثم عادة عن امتداد الضوء من نقاط المبصر المختلفة ، بامتداد الصورة كما أشرنا إلى ذلك من قبل (٢). فبحسب تعبير ابن الهيثم تمتد صورة أ على أ حـ ، وتنعكس على حـ س ، وتمتد صورة ب على ب د ، وتنعكس على د س وهكذا ، وبما أنه يرى للون وجودا مستقلا عن وجود الضوء فلفظ الصورة فى أقواله يشمل معنى الضوء ومعنى اللون . لأن اللون فى زعمه موجود بذاته وجودا مستقلا عن وجود الضوء ويمتد معه على السموت نفسها التى يمتد عليها الضوء ، فهو اذ يقول مثلا « فان المبصر اذا قابل سطحا صقيلا فان صورة كل نقطة من ذلك المبصر تخرج على شكل مخروط إلى جميع السطح المقابل لتلك النقطة . وكل (نقطة) من السطح الصقيل يخرج اليها صورة جميع السطح المبصر المقابل لتلك النقطة على شكل مخروط . فيلزم من ذلك أن تكون صورة كل نقطة من سطح المبصر فى جميع السطح الصقيل إذا كان جميع السطح الصقيل مقابلا لجميع المبصر . ويلزم من ذلك أن يكون فى كل نقطة من السطح الصقيل صورة كل نقطة من سطح المبصر المقابل للسطح الصقيل ، وأن تنعكس

---

(١) انظر فقرة (٢٢) من الجزء الأول من هذا الكتاب .

من كل نقطة من السطح الصقيل صورة كل نقطة من سطح المبصر » (١) — هو اذ يقول هذا يعنى كما بينا من قبل بالصورة الضوء الممتد من النقطة واللون الممتد منها مصاحبا ذلك الضوء ، وتحديد معنى الصورة على هذه الصفة لا يجعل فى مثل هذه الأقوال وما يشابهها غموضاً أو لبسا .

١٦٥ — القاعدة التى طبقها ابن الهيثم لتعيين موضع الخيال الذى يرى بالانعكاس عن المرآة المستوية

يورد ابن الهيثم للخيال كما سبق أن ذكرنا التعريف الآتى : « الخيال هو صورة المبصر الذى يدركه البصر بالانعكاس عن سطح الجسم الصقيل . وموضع الخيال هو الموضع الذى فيه يدرك البصر هذه الصورة » (٢) . ثم هو يقول « وكل نقطة من صورة المبصر الذى يدرك بالانعكاس فهى خيال النقطة من ذلك المبصر المدرك بالانعكاس النظيرة لتلك النقطة »

وابن الهيثم يفصل خيالات المرايا المختلفة وأنواعها باسهاب . ولكنه بنى بحوثه فى كل ذلك على أساس فكرة معينة طبقها لتعيين موضع الخيال فى جميع الاحوال ، وهى أن خيال كل نقطة مدركة من المبصر بالانعكاس هو على ملتقى الشعاع المنعكس إلى البصر أو امتداده والعمود الخارج من تلك النقطة إلى فصل الانعكاس أو امتداده . ويلاحظ أن هذه هى الفكرة نفسها التى طبقها بطليموس من قبل لتعيين موضع الخيال .

وابن الهيثم ينص على هذا المعنى نصا عاما يشمل جميع أحوال المرايا . فيقول « وخيال كل نقطة من المبصر الذى يدرك بالانعكاس يكون على النقطة التى عليها يلتقى الخط الذى عليه تنعكس صورة تلك النقطة من المبصر إلى البصر الذى على استقامته يدرك البصر تلك النقطة من المبصر ، والخارج من تلك النقطة من المبصر القائم على الخط الماس للفصل المشترك بين سطح الجسم

(١) و (٩٢) من مخطوط المقالة الرابعة من المناظر .

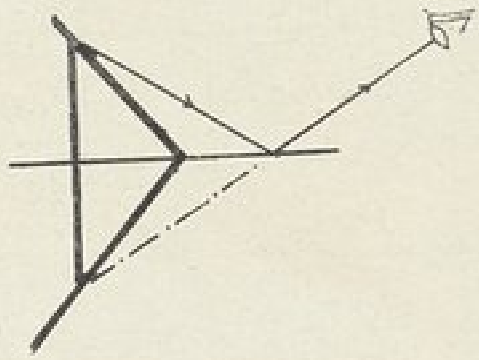
(٢) و (١٣٩) ، و (١٤٠) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

الصقيل الذى هو المرآة وبين السطح الذى فيه يكون الانعكاس أو على مايتصل بهذا الفصل » (١)

وقد أطلق كمال الدين الفارسى على العمود الخارج من النقطة المبصرة على فصل الانعكاس اسم « خط الخيال » .

وابن الهيثم يتوسع فى كيفية شرح تحقيق هذه القاعدة بالاعتبار . وسنتناول فى هذا المقام اعتباراته (٢) لبيان صحة هذه القاعدة فيما يختص بالمرايا المستوية .

فاذا وضعت مرآة مستوية واسعة على الارض بحيث يكون سطحها أفقيا واعتمد عود مستقيم أبيض اللون ، ونقط على موضع من العود نقطة بينة قريبة من أحد طرفيه ، ثم أقيم العود وطرفه هذا ملاصقا لسطح المرآة قياما معتدلا ، ونظر فى المرآة رؤيت صورة العود من وراء المرآة ، ورؤى العود نفسه خارجها . ويرى الاثنان متصلين على استقامة واحدة . وترى صورة النقطة المرسومة من الصورة المنعكسة على بعد من أصل العود مساو لبعد النقطة المرسومة من أصل العود .



(شكل ١٢٨)

ثم إذا أميل العود على سطح المرآة (شكل ١٢٨) رؤيت صورته مائلة عليه أيضاً إلى الجهة التى مال إليها العود ، وأدرك المعتبر بالحس أن بعد صورة النقطة عن سطح المرآة كبعدها عنه . وان أقام فى هذه الحالة عوداً آخر مستقيما لطيفاً وتحرى أن يكون عموداً على سطح المرآة وأن يكون طرفه عند النقطة المرسومة على الأول فان العود الثانى وصورته تظهران على استقامة واحدة ، وترى صورة النقطة عند طرف صورة هذا العود الثانى .

بهذه الكيفية يحقق ابن الهيثم أن خيال النقطة المرسومة على العود الأول

(١) و (١٤٠) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٢) و (١٤٠) — و (١٤٤) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

على اختلاف أوضاعها يكون على العمود الخارج منها على سطح المرآة . وبما أن الصورة التى تدرك بالانعكاس تدرك على سمت الشعاع المنعكس الوارد إلى العين اذن يتبين أن ملتقى المستقيمين العمود ومسير الشعاع المنعكس هو موضع خيال النقطة .

وابن الهيثم يصف اعتبارا آخر لتحقيق هذه القاعدة فى المرآة المستوية يعده أعم وأكفل بتحقيقها .

وذلك أن يتخذ مخروط مستدير قائم من الشمع أو غيره وتسوى قاعدته ويجعل على سطح المرآة المستوية بحيث تلتصق قاعدته بالسطح وينظر فى المرآة ، فيرى فيها المعتبر صورة مخروط قائم مقابل للاول قاعدتهما واحدة ويدرك بالحس أن بعد رأس المخروط فى الصورة كبعد رأس المخروط الأول عن سطح المرآة وذلك فى جميع أوضاع العين . وبما أن كل مخروطين قائمين متقابلين قاعدتهما واحدة فان الواصل بين رأسيهما يمر بمركز القاعدة عمودا عليها ، فرأس المخروط فى الصورة يقع على امتداد العمود الواقع من رأس المخروط الأول على سطح المرآة .

وكذلك فان كل نقطة من مبصر يمكن أن تتوهمها رأسا لمخروط تنطبق قاعدته على سطح المرآة أو على امتداد السطح ، فتكون صورة تلك النقطة هى رأس صورة المخروط المتوهم .

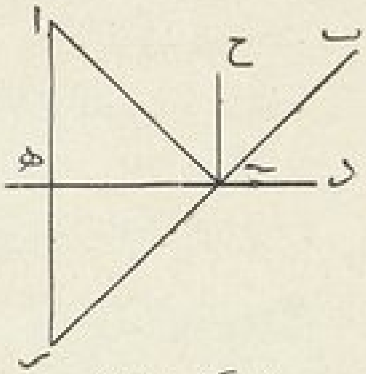
١٦٦ – تعيين موضع الخيال الذى يرى فى المرآة المستوية بطريقة هندسية

ثم هو يتناول أيضا فى بحوثه تعيين موضع الخيال فى المرآة المستوية بطريقة هندسية يسوق لها برهانا هندسيا يثبت به أن بعد خيال النقطة عن سطح المرآة من ورائها كبعد النقطة عن السطح من قدامها (١) .

---

(١) و(١٧٢) ، و (١٧٣) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

وبرهان ابن الهيثم يستوى والبراهين التى ترد فى الكتب الأبتدائية فى الضوء فى الوقت الحاضر فى هذا الصدد. وهو يبدأ أولا بالقاعدة المذكورة، فلنفرض مثلا أن ا (شكل ١٢٩) نقطة مبصرة وأن مركز البصر ب ولينعكس على حسب تعبيره ا إلى ب عن نقطة حـ، فيكون مستوى ا حـ ب مستوى الانعكاس. وليكن هـ حـ د فصل الانعكاس، ولنخرج من حـ العمود حـ ح على هـ د، وانسقط من ا العمود ا هـ عليه ولنخرج ا هـ، ب حـ حتى يتقاطعا على نقطة م. فنقطة م على حسب القاعدة هى خيال ا.



(شكل ١٢٩)

والبرهان على أن ا هـ، هـ م متساويان سهل بسيط.

والبرهان يتضمن فكرة ثبوت موضع خيال النقطة المبصرة إذا كانت هذه النقطة ثابتة. ويمكن ببرهان بسيط أيضا بيان أن أى شعاع منعكس آخر يمر امتداده بنقطة م نفسها. وقد فعل ابن الهيثم ذلك[١] فى شرحه أن خيال المبصر بالنسبة إلى البصرين واحد، فاستوفى بهذه الكيفية البرهان على تعيين موضع خيال النقطة فى المرآة المستوية.

وقد شرح أيضا على أساس البرهان الذى أوردناه هنا طريقته[٢] لتعيين نقطة الانعكاس عن سطح المرآة المستوية.

١٦٧ — صفات الخيالات التى ترى فى المرايا المستوية:

وابن الهيثم يبين صفات الخيالات التى ترى بالانعكاس عن المرايا المستوية فى مقالته السادسة من كتاب المناظر ويخصص هذه المقالة للبحث عن أغلاط البصر فيما يدرك بالانعكاس بوجه عام. وهو يبنى[٣] أقواله فى الخيالات الخاصة

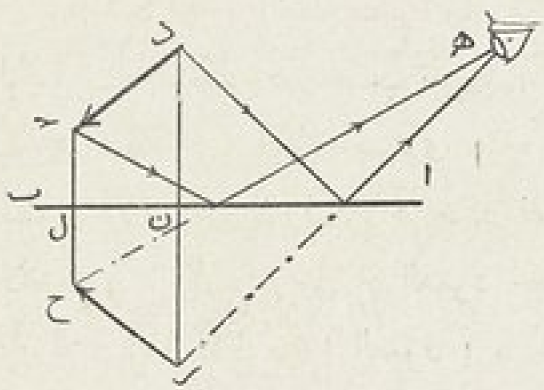
(١) و (١٧٩)، و (١٨٠) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر.

(٢) و (١٧٣) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر.

(٣) و (٦) — و (١٠) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر.

بالمرايا المستوية على البرهان الذى أوردنا فكرته فيما سبق ويعين به موضع خيال النقطة .

فاذا فرضنا أن مستوى (شكل ١٣٠) يمثل أحد مستويات الانعكاس ، وكان المبصر حـ د وفصل الانعكاس ا ب والبصر عند هـ ، فان خيال كل نقطة من حـ د يقع على امتداد العمود الواقع منها على ا ب وعلى بعد من ا ب يساوى بعد النقطة عنه .



(شكل ١٣٠)

ويتضح من هذا أن ترتيب أجزاء الخيال هو ترتيب أجزاء المبصر نفسه وهيئة الخيال كهيئة المبصر . فان كان المبصر حـ د مستقيما كان الخيال ح ر مستقيما أيضاً . وإن كان المبصر مقوساً وحدبته مما يلى السطح العاكس كان الخيال مقوساً أيضاً وحدبته مما يلى السطح العاكس وهكذا . ويتضح أيضاً أن عظم الخيال كعظم المبصر بالتمام . كل هذا يذكره ابن الهيثم ويبينه [1] ، بل هو لا يتقيد فى الشرح بأن يكون مركز البصر والمبصر فى مستوى واحد .

وهو يمضى بعد ذلك إلى بيان وجه الاختلاف بين المبصر وبين خياله وهو الاختلاف الذى نعبر عنه فى كتب الدراسة الابتدائية « بالانقلاب الجانبى » ويشرح ذلك بالتفصيل .

فان كانت المرآة مواجهة للبصر والمبصر مقابل لها غير ملتصق بها كانت أجزاء الخيال المتيامنة صور أجزاء المبصر المتياسرة وبالعكس . أما أجزاء الخيال المتعالية فتكون صور الأجزاء المتعالية من المبصر وأجزاء الخيال المتسافلة فتكون صور الأجزاء المتسافلة من المبصر . ويفصل [2] مثل هذه الأمور فى الأوضاع المختلفة بما لا يخرج عن هذا المعنى .

---

(١) و (١٠) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

(٢) (١١) و (١٢) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

١٦٨ – نظرية ابن الهيثم فى أغلاط البصر التى تعرض من أجل الانعكاس وتطبيقها على الخيالات التى ترى فى المرايا المستوية

وابن الهيثم يعتبر كل اختلاف بين المبصر وبين خياله الذى يرى بالانعكاس من قبيل أغلاط البصر . وهو يعزى الغلط بوجه عام إلى سببين أساسيين .

فإدراك صورة المبصر بالانعكاس هو إدراك خيال المبصر بالاستقامة . إذن مايعرض من أغلاط البصر فى إدراك المبصر رأساً أو بالاستقامة يعرض أيضاً فى إدراك الخيال . فيكون أحد السببين عاماً يعم الإدراك بالاستقامة والإدراك بالانعكاس . ومرجعه خروج الشرائط الثمانية بعضها أو كلها عن عرض الاعتدال[1] .

ولكن من المعلوم أيضاً أن الانعكاس يضعف الضوء ولربما يغير اللون أيضاً ، وهو يجعل كما تبين موضع الخيال غير موضع المبصر ووضعه غير وضع المبصر . وإذن فثمة سبب آخر يخص الانعكاس وحده يؤدى إلى الغلط فى إدراك الضوء وإدراك اللون وإدراك الوضع . والغلط فى إدراك مثل هذه المعانى قد يؤدى إلى الغلط فى إدراك البعد والعظم وما إلى ذلك .

ولا يخفى أن السببين لايقوم الواحد منهما بذاته مستقلا عن الآخر . وإذا كان عرض الاعتدال مع الانعكاس أضيق كما هو بيّن فيما يختص بادراك الضوء مثلا لأنه يضعف بالانعكاس ، اتضح أن الأغلاط التى تعرض من خروج أحد الشرائط الثمانية عن عرض الاعتدال تكون أكثر مع الانعكاس ، وقد تعرض فى أوقات ومواضع قد لاتعرض فيها عند الإدراك بالاستقامة .

وابن الهيثم يطبق هذه النظرية لشرح أمثلة من الأغلاط التى تعرض عند إدراك صور المبصرات بالانعكاس عن المرايا المستوية . ولعل أجدر هذه الأمثلة بالعناية أن البصر قد يدرك صورة المبصر بالانعكاس عن المرآة المستوية أصغر مما هى عليه على الرغم من أن المبصر وخياله فى ذاتهما متساويان فى

---

(١) أنظر فقرة (٧١) من الجزء الأول من هذا الكتاب .

العظم . ولا يخفى أن مثل هذا الغلط قد يعرض إذا كان بعد الخيال عن البصر أكبر من بعد المبصر عن البصر . ولكن ابن الهيثم يرى أنه قد يعرض أيضاً على الرغم من أن التفاوت بين البعدين ليس كبيراً يدعو إلى وقوعه .

وتعليله[1] لوقوع الغلط في مثل هذه الحالة أن المبصر على استقامة إذا بعد تلتبس على البصر معانيه اللطيفة كالنقوش أو التخطيطات التي عليه، وكذلك تلتبس وتشتبه أجزاؤه الصغيرة . وبالعكس إذا التبست على البصر مثل هذه المعاني اللطيفة تراءى للبصر أن المبصر أبعد . ولما كان الانعكاس في ذاته يضعف الضوء فان الخيال الذي يرى بالانعكاس تلتبس على البصر معانيه اللطيفة على بعد أصغر فيتراءى بعد الخيال من جراء ذلك أعظم مما هو عليه فيقع الغلط في إدراك العظم ويبدو الخيال كأنه أصغر من المبصر .

وقد ينشأ عن الغلط في إدراك البعد بالكيفية المذكورة غلط في إدراك هيئة السطح أو على الأقل التباس في هيئة السطح ، فيلتبس التقعر والتحدب والشخوص والغؤور ولاسيما فيما يتعلق بخيالات المبصرات الغريبة غير المألوفة التي لم تسبق معرفتها .

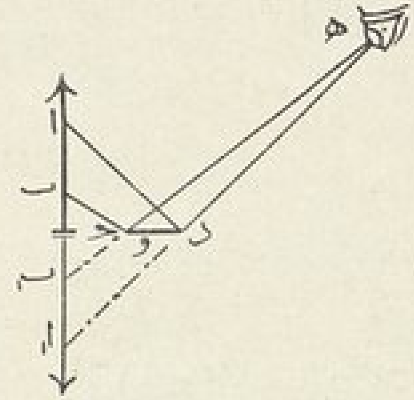
وابن الهيثم يتناول[2] بالشرح مثالا آخر ولعله يريد به تعليل ما التبس على فريق من الفلاسفة حين ذهبوا إلى أن صورة المبصر التي تدرك بالانعكاس تحصل على سطح المرآة أو « تنطبع عليه » ويوضح هذا المثال بتجربة . فاذا وضع الانسان عوداً طويلا قائماً على سطح الأرض ووضع على الأرض بقرب العود مرآة مستوية مثلا ، ونظر فيها بحيث رأى وسط الخيال دون طرفيه ، تراءى له كأن الخيال ممتد على سطح المرآة ، وكأن طرفي الجزء الأوسط الذي يراه ، ملتصقان بطرفي المرآة .

وشكل (١٣١) يوضح هذه الحالة فخيال الجزء الأوسط ا ب من المبصر هو ا١ ب١ . ولكن لما كان البعد بين مبصرين على سمت واحد يمر بالبصر

(١) و (١٣) — و (١٦) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

(٢) و (١٦) — و (١٧) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

لا يمكن إدراكه ما لم يكن بينهما أجسام متوسطة فان البصر عند ه يدرك الطرف ح من المرآة والنقطة ب١ من الخيال ملتصقين ، وكذلك يدرك الطرف د من المرآة والنقطة ا١ من الخيال ملتصقين ، وكذلك أية نقطة مثل و بين ح ، د من المرآة والنقطة من الخيال الواقعة على امتداد الواصل بين ه ، و يدركهما البصر ملتصقتين .



(شكل ١٣١)

فالخيال ا١ ب١ الذى هو قائم على امتداد سطح المرآة يدركه البصر حاصلا على سطح المرآة كأنه منطبع على السطح لا قائما عليه . وعلة ذلك أن البصر لا يدرك التفريق أو البعد بين الخيال وبين المرآة .

الفصل الثانى

فى

تفصيل أحوال الخيالات التى ترى فى المرايا الكرية

١٦٩ – اعتبارات ابن الهيثم للتحقق من انطباق القاعدة التى تتعين بها مواضع الخيالات فى المرايا المستوية على خيالات جميع أنواع المرايا المنحنية

وقد تناول ابن الهيثم أيضاً شرح مواضع الخيالات فى المرآة الكرية والأسطوانية والمخروطية المحدبة والمقعرة، وبنى أقواله فى هذا الأمر على القاعدة نفسها، وابتدأها بتحقيق القاعدة فى كل واحدة من هذه المرايا بالاعتبار.

ففى المرآة الكرية المحدبة(١) وصف الاعتبارين اللذين ذكرهما فى المرآة المستوية وهما الاعتبار بالعود المستقيم والاعتبار بالمخروط . وتضمن شرحه أن العود إذا أقيم فى وسط سطح المرآة عموداً عليه رؤيت صورته بالانعكاس على استقامة العود أيضاً ، ولكن صورة العود تكون أقصر من العود نفسه . وكذلك إذا اتخذ مخروط قائم من الشمع مثلا وقعرت قاعدته بحيث تنطبق على سطح المرآة وألصقت به بحيث يكون محور المخروط عموداً على السطح رؤيت صورة المخروط مخروطاً قائماً أيضاً ولكنه أقصر من المخروط الأول فى الارتفاع . واستدل بذلك على صحة القاعدة .

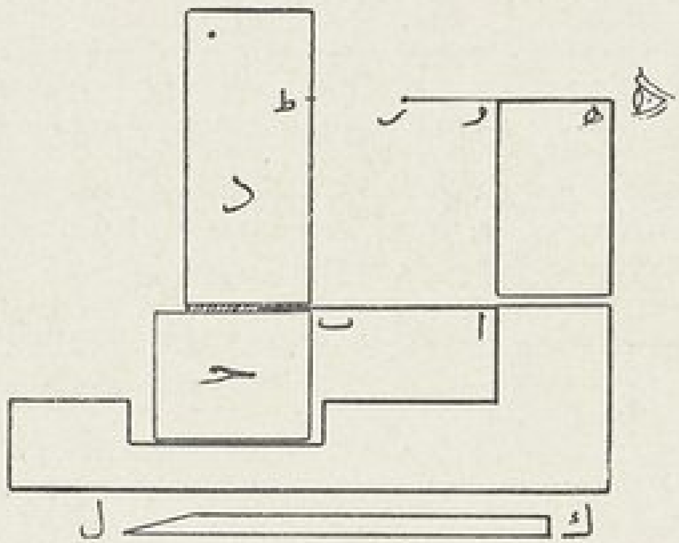
أما فى المرآة الأسطوانية المحدبة فقد ذكر أولا أنه لا يتأتى الاعتبار بمثل ما ذكر فى المرآة المستوية والكرية المحدبة ، لأن صورة العود فى هذه الحالة تكون منحنية غير مستقيمة ولذلك استعان بآلة الانعكاس لهذه الغاية(٢)

---

(١) و (١٤٤) — و (١٤٨) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٢) و (١٤٨) — و (١٥٤) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر . وليرجع القارئ إلى فقرتى (٨٤) ، (٨٥) فى الجزء الأول من هذا الكتاب .

والاعتبار بايجاز يتلخص فى أن توضع المسطرة التى فيها المرآة الأسطوانية المحدبة على الصفيحة النحاسية فى الآلة ، بحيث يكون وجهها المثبت فيه المرآة



(شكل ١٣٢)

قائماً على سطح الصفيحة مقابلا للخشبة الحلقية وضلع هذا الوجه من قاعدة المسطرة منطبقاً على نهاية الصفيحة النحاسية الذى قاعدة المثلث الصغير فى وسطها بحيث تتجاوز المرآة (والمسطرة فى هذا الوضع) مستوى نهاية الحلقة من أعلى .

وشكل (١٣٢) مقطع مار بمحور الخشبة الحلقيـة فى وسطها يمثل بالضبط ما يرمى إليه ابن الهيثم ، وفيه ا ب يمثل الصفيحة النحاسية فى الآلة ومن تحتها فى الحفر الموجود فى قاعدة الآلة قطعة من لوح متوازى السطحين سمكه كارتفاع الصفيحة عن قاعدة الحفر ، وهذه القطعة مدلول عليهـا فى الشكل بالحرف حـ . وفوق سطح هذه القطعة شىء من الشمع يحيط بالمثلث الصغير الموجود فى وسط حرف الصفيحة قد سوى سطحه مع سطح الصفيحة .وتقام المسطرة الخشبية المدلول عليها فى الشكل بالحرف د التى فيها المرآة فوق هذه الطبقة من الشمع بحيث يكون سطح المرآة مقابلا لوسط الخشبة الحلقية ويتبين من أبعاد الأجزاء المختلفـة التى تتركب منها آلة الانعكاس بحسب ما جاء فى

الوصف أن الطرف الأعلى للمرآة يكون فى هذا الوضع بارزاً من فوق مستوى نهاية الخشبة من أعلى كما هو مبين بالشكل .

وتهيأ المسطرة فى هذا الوضع بحيث يكون وجهها المثبت فيه المرآة عموداً على المستقيم الأوسط المرسوم على سطح الصفيحة .

فاذا روعى المستقيم ه و المرسوم فى وسط السطح الأعلى للخشبة الحلقية ، وهو الموازى لخط وسط الصفيحة ، ولمحور الثقب الأوسط فى الخشبة ، كان امتداده عموداً على سطح المرآة فى هذا الوضع .

فاذا هيئت مسطرة المرآة على هـــذا الوضع وثبتت بالشمع تثبيتاً محكما تمّ اعداد الآلة للغرض المطلوب .

وكيفية الاعتبار كما شرحها ابن الهيثم أن تعلم نقطة تقاطع امتداد المستقيم ه و وسطح المرآة ولتكن ط (شكل ١٣٢) . ويستعين ابن الهيثم لذلك بمسطرة ك ل (شكل ١٣٢) مسيّفة حادة يحذف أحد طرفيها على التأريب حتى يصير طرف حـــدها المسيّف الذى عند النهاية الحادة ل ، بمنزلة النقطة . فتوضع هذه المسطرة بحيث ينطبق حدها المسيف على المستقيم ه و وتقدم برفق حتى يلقى طرفها الحاد سطح المرآة فى النقطة ط المطلوب تعيينها .

ثم يؤتى بابرة طويلة دقيقة وتلصق بالشمع على المستقيم ه و ، ويكون طرفها المدبب عند م ، ويغرز فيه جسم صغير أبيض ، كالخردلة أو السمسمة ، وينظر إلى النقطة ط التى على سطح المرآة من خلف الخشبة بحيث يجعل البصر عند ه ، ويستر البصر الآخر أو يغمض ، حتى ترى صورة الجسم الصغير فى المرآة فترى على امتداد المستقيم ه و م

وابن الهيثم يتوسع فى شرح هذا الاعتبار فيصف ما يشاهد اذا رفع البصر فوق مستوى نهاية الحلقة ، ووجه الى نقطة من سطح المرآة تكون أعلى من نقطـة ط . وفى هذه الحالة يكون مستوى الانعكاس ماراً بمحور اسطوانة المرآة ويكون فصل الانعكاس خطا مستقيما على سطح المرآة ماراً بنقطة ط موازياً لمحورها . ثم ما يشاهد أيضاً إذا ما نقل البصر (قليلا) فى

سطح مستوى أعلى الحلقة نحو أحد طرفيها حيث يكون مستوى الانعكاس عمودا على محور اسطوانة المرآة وفصل الانعكاس دائرة .

ثم يتناول أيضاً ما يشاهد إذا أميلت المسطرة يمنة أو يسرة وهى فى مثل وضعها السابق حيث يكون مستوى الانعكاس وهو مستوى أعلى الخشبة قاطعاً سطح أسطوانة المرآة لا ماراً بمحورها ولا عموداً عليه ، فيكون فصل الانعكاس قطعاً ناقصاً .

هذا فيما يختص بالمرآة الاسطوانية المحدبة وهو يقيس على هذا تحقيق القاعدة فيما يتعلق بالمخروطية المحدبة .

ويتناول ابن الهيثم بعد ذلك حالة الكرية المقعرة ويمهد اليها بذكر المواضع المختلفة لخيالاتها . فمن هذه الخيالات ما يكون من وراء سطح المرآة ومنها مايكون من قدام سطحها ومنها ما يقول عنه «يكون فى سطحها» [1] . وجميع الخيالات منها ما يدرك ادراكا محققا ومنها ما يكون ادراك البصر له غير محقق . ويقول «ومع ذلك فان كل نقطة يدركها البصر فى هذه الحال ادراكا محققاً فان خيالها يكون فى الموضع الذى يلتقى فيه الخط الذى (عليه) تنعكس الصورة إلى البصر والخط الخارج من تلك النقطة المبصرة إلى مركز المرآة» [2]

ويراعى ابن الهيثم فى الكرية المقعرة حالتين نوردهما بشىء من التفصيل لأنه قصد من أحداهما أن يكون الخيال خلف سطح المرآة أى أن يكون الخيال بحسب اصطلاحاتنا الحديثة تقديرياً وقصد من الأخرى أن يكون الخيال أمام سطح المرآة أى أن يكون حقيقياً .

واعتباره فى الحالة الأولى [3] يتلخص فى اتخاذ مخروط شبيه بما سبق فى حالة المستوية ، وتلصق قاعدته بوسط سطح المرآة المقعرة ، وتكون مساحة قاعدته صغيرة بحيث لا تشغل من سطح المرآة إلا جزأ صغيراً منه ويكون

---

(١) و (١٥٥) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٢) و (١٥٥) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر . وقد اعترى الأصل شىء من التحريف صححناه .

(٣) و (١٥٥) — و (١٥٧) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

ارتفاعه بالقدر المناسب الذى يكون معه رأس المخروط عند مركز المرآة . ثم يرسم على سطح المخروط خط مستقيم يصل من رأسه إلى محيطه قاعدته وينظر إلى خيال الخط بأحد البصرين ، ويشترط ابن الهيثم فى وضع البصر شرطاً ينص عليه قائلا بلفظه « وليتحر (أى المعتبر) أن يكون بعد أحد بصريه من الخط المستقيم المتوهم المتصل بسهم المخروط إذا تخيل سهم المخروط ممتداً على استقامة أعظم من نصف قطر كرة المرآة بالقياس إلى الحس » . [1]

ثم هو يصف ما يوجد على زعمه فى هذا الاعتبار قائلا بلفظه « فانه (أى المعتبر) يرى صورة المخروط من وراء المرآة ويجد صورة المخروط صورة قطعة مخروطة دائرتها الصغرى منطبقة على قاعدة المخروط التى فى داخل سطح المرآة و يجد سطح المرآة وسطح المخروط متصلان على استقامة (كذا فى الأصل) ، ويجد المخروط (و) صورته التى من وراء المرآة كأنهما مخروط واحد متصل ، ويجد الخط المستقيم المخطوط فى طول المخروط (و) صورته متصلين على استقامة كأنهما خط واحد » .

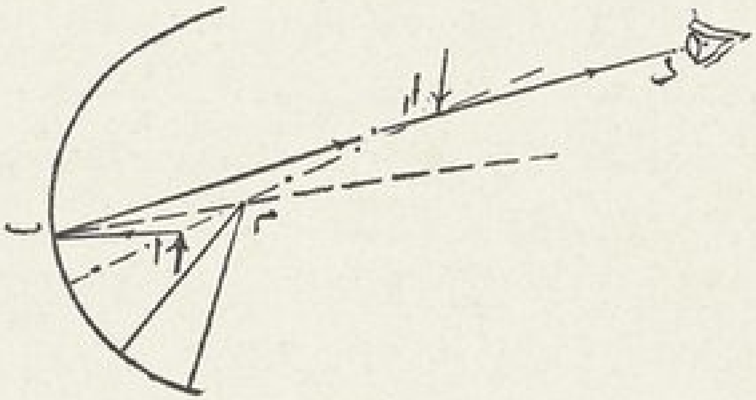
وواضح أن ما يرى من خيال المخروط أشبه بما وصفه أنما يرى إذا أوشك سهم البصر أن يكون عموداً على سطح المرآة بحيث يرى البصر الخيال بحزمة من الأشعة المحورية ولا يكون ذلك فى الوضع الذى بيّنه . وأيضاً فان الخيال الذى يرى فى تلك الحال وراء سطح المرآة ليس هو خيال الخط (أو المخروط) كله وإنما هو خيال الجزء الواقع منه بين بؤرة المرآة وبين سطحها .

والاعتبار[2] فى حالة الخيال الحقيق يتلخص فى تركيب المخروط المذكور فى جانب المرآة لا فى وسط سطحها فيكون رأس المخروط عند مركز المرآة . وغرضه من ذلك أن يتعين مركز المرآة للمعتبر تعيينا ملموساً عند الاعتبار . فيجعل المعتبر بصره فى موضع أبعد عن سطح المرآة من نصف قطرها ثم يأتى بعود دقيق ويجعل رأسه بين مركز المرآة (أى رأس المخروط) وبين سطحها فيكون مركز المرآة متوسطاً بين البصر وبين رأس العود . ويشترط ابن الهيثم

(١) و (١٥٦) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٢) و (١٥٧) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

أن ينظر المعتبر إلى موضع من سطح المرآة يكون المستقيم الممتد منه إلى مركز المرآة متوسطا بين البصر وبين رأس العود [١] . وشكل (١٢٣) يمثل الوضع الذى يريده بحسب الوصف الوارد ، فالعين عند د تنظر إلى الموضع من سطح المرآة حيث يكون الواصل منه إلى المركز م متوسطا بين د ورأس العود ا .



(شكل ١٢٣)

ويقول ابن الهيثم بلفظه « وإذا رأى (أى المعتبر) صورة رأس العود فانه يجدها قدام المرآة ويجدها أقرب إلى البصر من رأس المخروط » ويصف مايلاحظ فى وضع الخيال قائلا « فانه (أى المعتبر) يجد رأس العود ورأس المخروط وصورة رأس العود على خط واحد مستقيم بالقياس إلى الحس » وهو المقصود من الاعتبار .

وإن كان الوصف هنا يجيز أن يكون رأس العود واقعاً بين البؤرة وبين سطح المرآة ، فى حين أن الخيال لا يكون حقيقياً فى الموضع الذى ذكره ابن الهيثم إلا إذا كان رأس العود بين مركز المرآة وبين بؤرتها ، فإنه فيما عدا ذلك أتم مما ورد فى الاعتبار السابق .

وابن الهيثم يتناول أيضاً تحقيق القاعدة فيما يختص بالأسطوانية المقعرة

(١) لم يورد الفارسى هذا الشرط بالمعنى الذى أراده ابن الهيثم بالضبط وإنما قال « ويتأمل (المعتبر) من سطح المرآة الموضع الذى يكون على استقامة الواصل بين مركزى البصر والمرآة المار برأس العود » (ص ٤٢٨ الجزء الأول من النسخة المطبوعة) . فى حين أن الوارد فى مخطوطات المناظر « وليكن نظره إلى الموضع من سطح المرآة المحاذى لرأس المخروط الذى يكون الخط المتوهم الممتد بينه وبين رأس المخروط متوسطا بين البصر وبين رأس العود » .

والمخروطية المقعرة وطريقته مثل ما تقدم فى اعتبار خيالات الأسطوانية المحدبة بالاستعانة بآلة الانعكاس . وهو يراعى أيضاً حالتى الخيال وهو خلف المرآة ثم وهو أمامها ، ويقول عن الأولى « ثم يجعل (المعتبر) بصره مقابلا لوسط المرآة وعند وسط الحلقة (أى الخشبه الحلقية) ويرفع البصر على سطح أعلى الحلقة وينظر فى المرآة[1] » . ويقول إن الخيال الذى يرى فى هذا الوضع يكون خلف المرآة . ويقول عن الثانية « ثم يجعل المعتبر بصره على سطح أعلى الحلقة مما يلى طرفها وفيما بين الطرف والوسط وينظر فى المرآة إلى أن يرى صورة الجسم الصغير فانه يجد صورة الجسم قدام المرآة[2] » . ويذهب إلى أن الخيال الذى يرى فى هذا الوضع يكون أمام السطح . وواضح أن ما ذهب إليه لا يتفق والواقع على تصاريف الأحوال .

١٧٠ — قصور القاعدة التى طبقها ابن الهيثم لتعيين مواضع الخيالات

ابن الهيثم فى هذا الصدد ومثله الفارسى فى كل تعليقاته أو استدراكاته على أقوال ابن الهيثم ، كلاهما قد حاد عن الصواب فيما ذهب إليه من أمر تعميم هذه القاعدة لتعيين موضع خيال النقطة المبصرة .

فالقاعدة وإن كانت صحيحة فيما يتعلق بالسطوح العاكسة المستوية فانه لا يصح تطبيقها على السطوح المنحنية إلا فى حالة خاصة وهى حالة الخيال الذى يحدث بانعكاس الضوء من نقاط مساحة صغيرة جداً تحيط بموقع العمود من النقطة المضيئة أو المبصرة على السطح العاكس . ولم يتنبه ابن الهيثم ولا كمال الدين الفارسى إلى هذا الأمر .

والذى يتبين لنا من التحرى والتدقيق فى متابعة ابن الهيثم فى طرائق تفكيره أن الذى جره إلى الخطأ الذى وقع فيه أمران احدهما أنه عنى فى جل بحوثه عن الخيالات بالناحية الشخصية المتعلقة بالابصار أكثر من عنايته بالناحية

---

(١) و (١٥٩) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٢) و (١٥٩) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

الموضوعية المتعلقة بالضوء فى ذاته وانعكاسه أو انعطافه . فهو لا يكاد يذكر مسألة فى الانعكاس مثلا إلا وفى طوايا مخيلته عين إنسان يرد إليها الشعاع المنعكس . ولو أنه وجه جزءاً أكبر من عنايته إلى انعكاس الأشعة التى يصح أن ترد من نقطة مبصرة إلى سطح مرآة ، إلى انعكاسها فى ذاتها ، وإلى كيفية توزعها بعضها بالنسبة إلى الآخر بعد الانعكاس ، وتجرد قليلا من فكرة البصر الذى يبصر المبصر أو يدرك صورته بالانعكاس ، وهو فى صدد بحوثه فى هذا الموضوع ، لو أنه فعل ذلك لاستطاع درأ هذا الخطأ فى تعميم القاعدة ، وما يترتب عليه من أخطائه الأخرى فى تحديد مواضع الخيالات .

والأمر الثانى أن نظريته فى كيفية الابصار على صورتها الأولى تخفى بين طيات الفرض الأساسى الذى تقوم عليه ، كل ما ينبه الفكر إلى الخطأ فى تعميم القاعدة وهذا لاشك مظهر من مظاهر قصور هذه النظرية . فالفرض الأساسى فى النظرية أن إدراك البصر لصورة نقطة مبصرة ناشىء عن ورود شعاع خاص من الضوء هو الذى يرد على سمت العمود على سطح البصر ، وهو الذى يؤثر فى الجليدية على سمت نفوذه فيها . فهذا التأثير الذى يحدث فى الجليدية على سمت معين يؤدى إلى إدراك النقطة المبصرة على امتداد ذلك السمت . وإذا ورد شعاع على سمت آخر عمود على سطح البصر أدى إلى إدراك نقطة مبصرة أخرى على امتداد هذا السمت الثانى . فكأن إدراك النقطة المبصرة يكفى فيه ورود شعاع واحد هو هذا الشعاع الوارد عموداً على سطح البصر أو الذى يمر امتداده بمركز البصر . وهذه الفكرة كما أشرنا مرات عدة صحيحة إذا اعتبرناهذا الشعاع الذى يعنيه ابن الهيثم محور مخروط الأشعة الواردة إلى العين من النقطة المبصرة . فان إدراك النقطة المبصرة لا يتم إلا بمخروط من الأشعة تكون تلك النقطة رأسه .

اذن لا يكفى لتعيين موضع خيال نقطة مبصرة شعاع منعكس واحد . وابن الهيثم يدرك هذا الأمر ، فهو يحدد النقطة التى هى موضع الخيال بمستقيمين يتقاطعان عندها . وهو مصيب فى أن يكون أحدهما شعاعا منعكساً

وارداً إلى العين ، ولكنه مخطىء عند التعميم فى أن يكون الثانى هو العمود الواقع من النقطة المضيئة على السطح العاكس .

وإن كانت قاعدته تصح عند الانعكاس عن السطوح المستوية ، فذلك لأن الأشعة المنعكسة فى هذه الحالة إذا مدت على استقامتها تتلاقى جميعاً فى نقطة واحدة بالذات تقع على ذلك العمود . وقد بين هو نفسه كما ذكرنا آنفاً هذا الأمر ببرهان هندسى وإن كان الوازع له فى ذلك استكمال الناحية الشخصية وهى بيان أن الخيال يدرك واحداً بالبصرين ، لا الناحية الموضوعية الخاصة بكيفية توزع الأشعة المنعكسة نفسها بعضها بالنسبة إلى الآخر .

وسمت العمود الخارج من النقطة المبصرة على السطح أياً كان شكله هو سمت شعاع منعكس يرد من النقطة المبصرة عموداً على السطح وينعكس على السمت نفسه . فالعمود بصفته هذه يصح أن يتخذ أحد شعاعين منعكسين يتعين خيال النقطة عند موضع التقائهما . ولكن يتطلب هذا أن يكون الشعاع المنعكس على سمت هذا العمود والشعاع المنعكس الآخر يردان مع ما بينهما من الأشعة إلى البصر . ونظراً لضيق مخروط الأشعة التى تقع على العين فان من اللازم ألا تكون نقطة انعكاس الشعاع الثانى بعيدة عن موقع العمود . وإذا التزمنا أن تكون نقطة الانعكاس قريبة جداً من موقع العمود فإن الأشعة المنعكسة على هذه الصفة تكاد جميعاً هى أو امتداداتها تمر بنقطة واحدة تكون هى خيال النقطة المبصرة .

فنقطة تقاطع العمود والشعاع المنعكس لامن أية نقطة من السطح الغير المستوى بل من نقطة قريبة من مسقط العمود تعين موضع الخيال إذا نظر إلى السطح العاكس والبصر على امتداد العمود أو قريباً جدا منه .

وفى هذه الحالة تصح القاعدة إذا طبقت على السطوح المنحنية ويصح تحقيقها عمليا بالتجارب التى وصفها ابن الهيثم إذا روعى أن يوجه البصر عند رؤية الخيال إلى نقاط قريبة جداً من مسقط العمود على سطح المرآة .

أما فيما عدا ذلك فلا تصح القاعدة .

ومما يجدر ذكره فى هذا المقام أن ابن الهيثم لم يخف عليه أن إدراك البصر لصورة نقطة مبصرة يكون بورود مخروط من الأشعة من تلك النقطة إلى البصر وقد ذكر هذا الأمر صراحة فى تعديل نظريته فى الأبصار كما سبق أن بينا من قبل . ولكنه لم يطبق هذه الفكرة فى بحوثه عن الخيالات بوجه عام . بل هى لم تطبق لتعيين مواضع الخيالات إلا بعد ابن الهيثم بقرون[١] .

وأيضاً فقد أراد ابن الهيثم أن يدلل ببرهان نظرى على صحة القاعدة أى على أن الخيالات تقع دائماً على الأعمدة ، وخصص من مقالته الخامسة مبحثاً[٢] بحث فيه عن علة نظرية تقضى بأن يكون الخيال على العمود . وليست لأقواله فى هذا الأمر قيمة علمية خاصة بل هى أدنى إلى أقوال الفلاسفة الأقدمين فى العلل الغائية .

١٧١ — رأى ابن الهيثم فى مواضع خيالات النقاط التى ترى فى المرايا الكرية المحدبة

بنى ابن الهيثم جميع بحوثه عن مواضع الخيالات على أن نقطة تقاطع الشعاع الوارد إلى العين والعمود الواقع من النقطة المبصرة على السطح ، هى موضع خيال النقطة . فلم تخل أحكامه وأقواله فى تفصيل مواضع الخيالات من الخطأ ، ولكن لا شك أن جميع أحكامه اذا جعلناها منصرفة إلى تعيين مواضع تقاطع الأشعة المنعكسة من نقاط السطح المختلفة بالعمود ، دون أن نعنى بنقطة التقاطع عناية طبيعية ونحملها المعنى الطبيعى المقصود بالخيال ، بل نظرنا إلى الموضوع نظرة هندسية بحتة ، وجدناها جميعا أحكاماً صحيحة ووجدنا الطريقة التى نهجها فى تفصيل مواضع هذه النقط سليمة وجديرة بالذكر والتقدير .

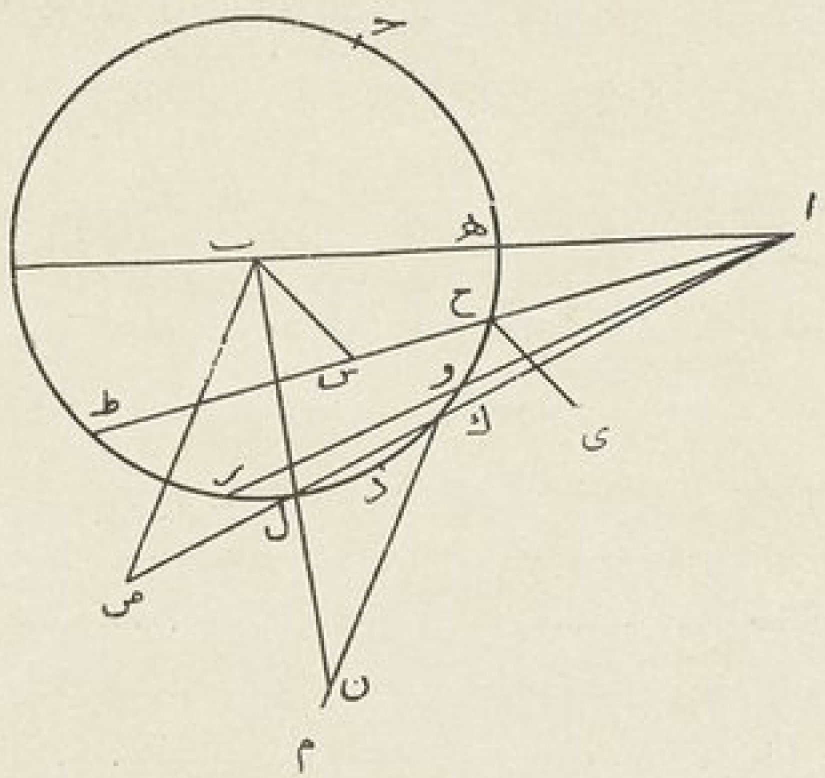
ففى المرآة الكرية المحدبة إذا فرضنا أن ا (شكل ١٣٤) مركز البصر ، ب مركز فصل الانعكاس ، ونقطتى حـ ، د حيث يلمس المماسان من ا محيط

---

(١) الطبعة الثانية من كتاب « La Caille » وعنوانه « Traite' d'optique » كما أشار إلى ذلك « Bode » ، أى فى النصف الثانى من القرن الثامن عشر .

(٢) و (١٦٢) — و (١٦٩) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

دائرة الفصل ، ووصل ا ب فقطع محيط الدائرة على ه ، فان الجزء المقابل للبصر من سطح المرآة يمثله القوس ح ه د . فاذا رسم من ا المستقيم ا و ر قاطعاً محيط الدائرة على و ، ر بحيث يكون و ر مساوياً نصف قطر الدائرة ، فان نقطة و تقسم أحد نصفى القوس المقابل للبصر قسمين أحدهما ه و والثانى و د . فاذا أخذنا أية نقطة مثل ح على القسم الأول ووصلنا ا ح ، ومددناه حتى يقطع محيط الدائرة على ط ، ورسمنا المستقيم



(شكل ١٣٤)

ح ى النظير للمستقيم ح ا ، اتضح أن المستقيم الواصل بين أية نقطة من نقاط ح ى ، والمركز ب ، يقطع امتداد ا ح فى نقطة داخل محيط الدائرة . ومنه يتضح أن العمود على السطح من أية نقطة مبصرة إذا كانت النقطة على المستقيم ح ى ، يقطع امتداد الشعاع المنعكس الواصل إلى البصر عند ا ، على نقطة تقع على المستقيم ح ط داخل الدائرة .

أما إذا أخذنا أية نقطة مثل ك على القسم الثانى ، ووصلنا ا ك ومددناه

ليقطع المحيط على ل ، ورسمنا من ك ، ك م نظيراً للمستقيم ك ا ، ووصلنا ب ل ، ومددناه على استقامته حتى يقطع ك م على نقطة ن ، اتضح أن المستقيم الواصل بين أية نقطة من الجزء ك ن من المستقيم ك م وبين المركز ب يقطع امتداد ا ك فيما بين ك ، ل داخل الدائرة . ولكن المستقيم الواصل بين أية نقطة على الجزء ن م (من المستقيم ك م) وبين المركز يقطع امتداد ا ك ل فى نقطة خارج الدائرة . أما الواصل بين ن والمركز فيقطع ك ل على نقطة ل من محيط الدائرة .

ومن هذا يتضح أن العمود الواقع على سطح الكرية المحدبة من أية نقطة مبصرة من الجزء ك ن ، يقطع امتداد الشعاع المنعكس إلى العين فى نقطة بين ك ، ل داخل المرآة . أما الواقع من أية نقطة مبصرة أبعد من ن فانه يقطع امتداد المنعكس إلى العين فى نقطة على امتداد ا ل خارج سطح المرآة فى حين أن العمود الواقع من ن يقطع امتداد المنعكس فى نقطة على سطح المرآة .

والفكرة الهندسية فى قسمة القوس عند و بالمستقيم ا و ر ، الذى يكون فيه و ر مساوياً نصف القطر تتضح إذا رسمنا من و النظير للمستقيم و ا ، ورسمنا من المركز ب الموازى له فان الموازى ى ر بنقطة ر وهى نهاية الوتر و ر

وإذن إذا أخرج من أية نقطة من نقاط النظير مستقيم إلى المركز ب كان حتماً أن يقطع هذا المستقيم الوتر و ر على نقطة بين طرفيه و ، ر .

أما إذا أخذنا نقطة مثل ح بين ه ، و فإن الموازى من ب للمستقيم ح ى يقطع الوتر ح ط على نقطة مثل س . وإذن كان حتماً أنه إذا أخرج من أية نقطه من نقاط ح ى مستقيم إلى المركز ، أن يقطع هذا المستقيم الوتر ح ط فى نقطه بين ح ، س

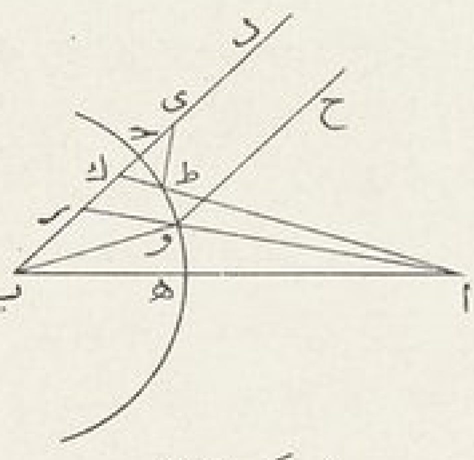
أما إذا روعيت نقطة مثل ك فى الجانب الآخر من و فان الموازى من ب لا يقطع الوتر ك ل نفسه وإنما يقطع امتداده فى نقطة مثل ص .

وإذن يكون بعض المستقيمات الخارجة من نقاط ك م إلى المركز يقطع الوتر ك ل فيما بين ك ، ل ، وبعضها يقطعه فيما وراء ل .

ولا اعتراض على هذا الحكم إذا لم نحمل نقطة التقاطع هذه معنى الخيال . ولكن ابن الهيثم يعتبرها فى كل حالة خيال النقطة المبصرة، ويجره هذا الاعتبار إلى القول بأن خيالات النقاط المبصرة التى يدركها البصر عند ا بالانعكاس عن الجزء ه و من المرآة تقع فى داخل كرة المرآة . أما خيالات النقاط المبصرة التى يدركها البصر (عند ا أيضا) بالانعكاس عن الجزء و د من المرآة فمنها ما يقع فى داخل كرة المرآة ومنها ما يقع خارج سطح كرة المرآة ومنها مايقع على السطح نفسه . وهو يقول بلفظه «فان (نقط)[١] الالتقاء التى هى الخيالات منها ما يكون من وراء المرآة ومنها ما يكون فى سطح المرآة ومنها ما يكون قدام المرآة[٢] » .

وابن الهيثم تناول بعد ذلك تعيين ما عبر عنه بمواضع الخيالات من كل واحد من أقطار هذه المرآة ونكتفى هنا بما يأتى[٣] لتوضيح الفكرة الهندسية فى هذه البحوث .

فلنفرض أن ا مركز البصر ، ب مركز فصل الانعكاس ، حـ نقطة على القوس المقابلة للبصر ولنخرج القطر المار بها على استقامة حـ د ونصل ا ه ب ثم نرسم من ا المستقيم ا و س قاطعا المحيط على و والقطر على س بحيث يكون و س = س ب



(شكل ١٣٥)

فاذا رسمنا س و المستقيم و ح نظيراً المستقيم ا و اتضح ببرهان بسيط أن و ح يكون موازيا ب د فلا يقطعه .

---

(١) فى الأصل « نقطة »

(٢) و (١٨٨) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر وتتضمن الورقات (١٨٤ — ١٨٨) البيان الهندسى الذى أجملناه فيما سبق .

(٣) و (١٨٨) — و (١٩٠) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

وإذن فالشعاع المنعكس إلى البصر ا ، إذا كان واقعا على المرآة موازيا للمستقيم د حـ ب فان امتداده يمر بنقطة معينة م .

فاذا راعينا الانعكاس إلى البصر من أية نقطة تقع بين و ، هـ ، فان كلا من زاويتى السقوط والانعكاس تكون أصغر من زاوية سقوط ح و أو انعكاسه ، وإذن تكون زاوية ميل الشعاع الساقط بالنسبة إلى المستقيم ا ب أصغر من زاوية ميل ح و بالنسبة إليه ، فلا يقطع الشعاع الساقط المستقيم ب حـ د .

وإذن من المحال أن ينعكس إلى البصر ا من أية نقطة من نقاط القوس و هـ شعاع يرد من نقطة مضيئة تكون على إمتداد المستقيم حـ د .

أما إذا أخذنا نقطة مثل ط بين و ، حـ ، ووصلنا ا ط ، ورسمنا النظير ط ى ، فان كلا من زاويتى السقوط أو الانعكاس فى هذه الحالة تكون أكبر من زاوية السقوط أو الانعكاس للشعاع ح و .

فيكون ميل ى ط على المستقيم ا ب أكبر من ميل ح و عليه ، فيتقاطع ط ى ، حـ د فى نقط مثل ى .

ومن هذا يتبين أنه يصح أن يرد من أية نقطة من نقاط المستقيم حـ د شعاع ينعكس من إحدى نقاط و حـ ، إلى البصر . وفى هذه الحالة يقطع إمتداد المنعكس إلى العين المستقيم ب د على نقطة مثل ك بين م ، حـ .

بهذه الكيفية بيّن ابن الهيثم خاصة هامة للنقطة م . وذلك أن أية نقطة مضيئة يمكن أن تكون على المستقيم حـ د أو إمتداده إذا ورد منها شعاع إلى سطح المرآة وانعكس إلى البصر عند ا فان امتداد المنعكس يقطع العمود الواقع من النقطة على السطح (وهو المستقيم د حـ ب) على نقطة يتحتم أن تكون بين نقطتى حـ ، م ، أى أن حدها الأدنى (كما يقول الفارسى) من المركز هو نقطة م ، وحدها الأقصى (أو الثانى كما يسميه الفارسى) هو حـ . ويتبين من هذا أنه كلما بعدت النقطة المبصرة ، قربت نقطة التقاطع إلى م ، ولكنها لا تتجاوزها إلى ناحية المركز بحال من الأحوال . كذلك كلما قربت النقطة

إلى سطح المرآة قربت نقطة التقاطع إلى ح حتى إذا وصلت النقطة المبصرة إلى ح كانت نقطة التقاطع النقطة ح نفسها .

وجميع هذه الأقوال صحيحة فى ذاتها والمعنى الطبيعى الذى ينطوى عليه هذا التحليل الهندسى يمكن إدراكه إذا تجردنا من الناحية الشخصية فاغفلنا وجود البصر، وعنينا بالنقطة المضيئة التى نفرضها على امتداد ح د ، وبالأشعة التى تسقط منها على سطح المرآة وتنعكس عنه، ثم قصرنا الانعكاس على ما يحدث من النقاط القريبة من نقطة ح فحينئذ يتبين أن نقطة م هى التى نسميها الآن البؤرة ، وإن النقطة المضيئة الموجودة على المحور ب ح د كلما بعدت عن القطب ح ، دنا خيالها من البؤرة م حقا ، وكلما قربت قرب خيالها من القطب ح حقا ، وإن خيال هذه النقطة يقع دائما أبدا خلف سطح المرآة .

أمّا إذا روعى قطر من الأقطار غير المنتهية بالقوس المقابلة للبصر ووردت من نقاط على امتداده أشعة تنعكس عن سطح المرآة إلى البصر فإن إمتدادات الأشعة المنعكسة تلق القطر على نقاط تكون إمّا واقعة جميعها خارج سطح كرة المرآة دون أن تقع نقطة منها على سطح المرآة ، وأما واقعة خارج سطح كرة المرآة ونقطة واحدة منها على السطح ، وإما بعضها داخل سطح كرة المرآة ونقطة منها على السطح ، والباقى خارج سطحها . وابن الهيثم يعين أوضاع الأقطار فى كل واحد من هذه الأحوال الثلاثة ، بطرق هندسية سليمة (١) . ولكنه يعد نقاط الالتقاء المذكورة مواضع الخيالات . ولا نرى لهذا القسم من بحوثه قيمة طبيعية خاصة تدعو إلى تفصيل هذه البحوث وخصوصاً أن العناصر الهندسية فى هذه البحوث لا تتجاوز الفكر والمعانى التى بيّناها فيما سبق .

والذى يجدر ذكره فيما يتعلق بهذه البحوث أنه لما كانت نقطة الالتقاء فى جميع أحوال المرآة الكرية المحدبة تقع على إمتداد الشعاع المنعكس إلى البصر من خلف نقطة الانعكاس فهو يرى أن خيالات المرآة الكرية المحدبة تبدو

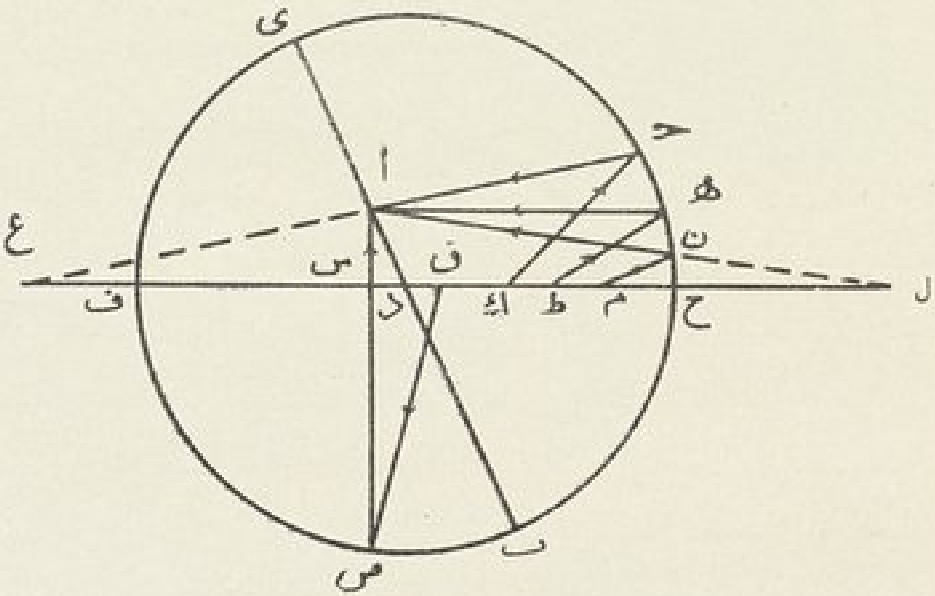
---

(١) و (١٩٠) — و (١٩٧) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

للحس وراء سطح المرآة لوقوعها خلف الجزء من السطح الذي ينعكس عنه الضوء الى البصر . وهو فى هذا المعنى يقول بلفظه « خيالات جميع ما يدركه البصر فى المرآة الكرية المحدبة من المبصرات يكون على التحقيق بعضها من وراء المرآة وبعضها فى سطح المرآة وبعضها (قدام) المرآة ، ويكون فى الحس جميعا من وراء المرآة (١) » .

١٧٢ — رأى ابن الهيثم فى مواضع خيالات النقاط التى ترى فى المرايا الكرية المقعرة

لنفرض مركز البصر فى نقطة ولتكن ا وليكن مركز الدائرة التى هى فصل الانعكاس د (شكل ١٣٦) .



(شكل ١٣٦)

نخرج من ا مستقيما ا ه ينتهى إلى المحيط ونتحرى أن يكون ا ه أعظم من ا د كما هو مبين بالشكل ونخرج القطر المار بنقطة ا وليكن ى ا ب ثم نرسم القطر ف د ح موازيا ا ه ونرسم ه ط نظيرا المستقيم ه ا وليقطع القطر فى نقطة ط . فاذا كانت ط نقطة مبصرة فان

(١) و (١٩٧) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر واللفظ الوارد بين القوسين لم يرد فى الأصل .

الشعاع الوارد بالانعكاس إلى البصر عند ا يكون موازيا للقطر ف ح فلا يقطعه .

وإذا أخذنا نقطة مثل ن بين ح ، ه ، ورسمنا ن م نظيراً للمستقيم ن ا ، اتضح أن ا ن إذا مد يقطع إمتداد القطر فى نقطة مثل ل . فاذا كانت م نقطة مبصرة تقاطع المنعكس إلى العين والعمود الواقع منها على السطح وهو القطر فى نقطة ل خلف سطح المرآة .

وإذا أخذت نقطة مثل حـ بين ه ، ى . ورسم المستقيم حـ ك نظيراً للمستقيم حـ ا قاطعاً القطر ف ح على ك ، وكانت ك نقطة مبصرة ، فان الشعاع المنعكس حـ ا يلق هو نفسه القطر أو امتداده فى نقطة مثل ع .

وأيضا إذا أخرج ا ص قاطعا د ف على س ورسم ص ق نظيراً المستقيم ص ا قاطعاً القطر ف ح على ق ، وكانت ق نقطة مبصرة فإن المنعكس منها إلى ا يلقى القطر ف ح على نقطة س .

وابن الهيثم يعد نقاط تقاطع الأشعة المنعكسة إلى البصر والقطر ف ح أو امتداده خيالات النقاط المبصرة . ويبيّن على هــذا الأساس أن منها ما يقع خلف المرآة كخيال النقطة م ، وهو ل ، ومنها ما يقع أمام سطح المرآة كخيال ك ، وهو ع ، أو خيال ق وهو س . ولكنه لا يكتفى بهــذا التمييز بين الخيالات بل يميز بينها من حيث مواضعها بالنسبة إلى البصر ، ويجعلها قسمين . أحدهما الخيالات التى تكون مواضعها أمام البصر سواء أكانت من وراء المرآة كخيال النقطــة م ، أو من أمام سطح المرآة كخيال النقطة ق . والقسم الثانى الخيالات التى يقول عنها أن خطوط انعكاسها لا تلق أعمدتها كخيال النقطة ط ، أو التى تكون من وراء البصر كخيال النقطة ك ، أو التى تكون عند مركز البصر كخيال النقطة ق ، إذا كان البصر عند س . وابن الهيثم يرى أن البصر يدرك الخيالات جميعا من سموت الأشعة الواردة اليه والبصر يدرك جميع هذه الخيالات فى مقابلته ولكنه يدرك خيالات القسم الأول إدراكا محققا ويدرك خيالات القسم الثانى إدراكا غير محقق[١] .

---

(١) و (٢٥٤) — و (٢٥٥) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

وابن الهيثم يطبق هذه الفكرة على خيالات المبصرات . فان كانت جميع خيالات نقاط المبصر من القسم الأول إدرك البصر صورته إدراكا محققا . وإن كانت جميعا من القسم الثانى إدرك البصر صورة المبصر إدراكا غير محقق . وإن كان بعضها من الأول والباقى من الثانى إدرك بعض إجزاء المبصر إدراكا محققا وإدرك الباقى إدراكا غير محقق . وهو يرى أيضا أنه إذا كان بعض خيالات نقاط المبصر من وراء المرآة والباقى من أمامها فان صورة المبصر يدركها البصر قاطعة لسطح المرآة . ويصف ابن الهيثم اعتبارات يوضح بها آراءه ، ويجمل آراءه هذه فيقول بلفظة « فالذى يدركه البصر فى هذه المرآة إدراكا محققا هو المبصر الذى يكون جميع خيالاته (أى خيالات جميع نقاط سطحه) من وراء المرآة أو جميع خيالاته فيما بين البصر والمرآة . وما سوى ذلك فليس يدركه البصر إدراكا محققا[١] » .

١٧٣ — قانون المرآة الكرية كما ينص عليه ابن الهيثم

(أولا) المرآة الكرية المحدبة[٢] .

وقد توصل ابن الهيثم لايجاد العلاقة بين بعد نقطة مضيئة عن مركز تكور مرآة كرية وبعد خيالها عنه . وان كان ابن الهيثم قد اتبع فى إيجاد هذه العلاقة طريقته التى شرحناها آنفا فإن النتيجة التى توصل إليها تبين العلاقة الصحيحة عند ما تكون النقطة المبصرة وخيالها واقعين على محور المرآة وعندما يكون اتساع السطح العاكس من المرآة صغيرا .

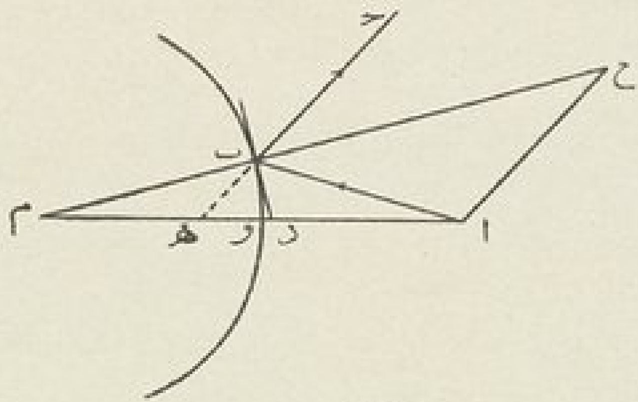
ففى المرآة المحدبة لنفرض أن ا (شكل ١٣٧) نقطة مضيئة ولنعتبر مستوى الانعكاس مستوى الورقة وأن م مركز فصل الانعكاس . نصل ا م وليقطع محيط دائرة الفصل على و . نرسم ا ب ، ب حـ نظيرين ونمد حـ ب ليقطع ا م على نقطة هـ . فتكون هـ خيالا لنقطة ا . نرسم ا ح

---

(١) و (٢٥٦) ، و (٢٥٧) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٢) و (١٨١) — و (١٨٣) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

موازيا حـ هـ قاطعا امتداد م ب على نقطة ح . ونرسم من نقط ب المماس ب د قاطعا ا م على د .



(شكل ١٣٧)

يمكن بسهولة بيان أن $\angle$ ا ب د $=$ $\angle$ د ب هـ

$$\therefore \quad \frac{\text{ا ب}}{\text{ب هـ}} = \frac{\text{ا د}}{\text{د هـ}}$$

وبما أن $\angle$ حـ ب ح $=$ $\angle$ ح ب ا وتساوى $\angle$ ا ح ب

$$\therefore \quad \text{ا ح} = \text{ا ب}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{ا ب}}{\text{ب هـ}} = \frac{\text{ا ح}}{\text{ب هـ}}$$

$$= \frac{\text{ا م}}{\text{هـ م}}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{ا د}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ا م}}{\text{هـ م}}$$

هذه هى العلاقة التى توصل اليها وهى من وجهة نظره تعنى أن البصر إذا كان موجوداً عند حـ وأدرك صورة ا بالانعكاس من نقطة ب فان خيال ا يقع عند نقطة هـ التى تتعين على النسبة المذكورة .

وهو ينص على هذه العلاقة بقوله « وتكون نسبة الخط الذى بين النقطة

المبصرة وبين مركز المرآة إلى الخط الذى بين مركز المرآة وبين نقطة الالتقاء التى هى نقطة الخيال كنسبة قسمى الخط الذى بين النقطة المبصرة وبين نقطة الخيال اللذين ينقسمان بالخط الماس لسطح المرآة على نقطة الانعكاس أحدهما إلى الآخر »[١] ويسمى ابن الهيثم فى بحوثه التالية النقطة التى ينقسم عليها الواصل من النقطة المبصرة إلى خيالها بالماس المذكور «طرف الماس» الخارج من نقطة الانعكاس .

ومن السهل من هذا القانون استخلاص العلاقة المعروفة الآن بين بعد النقطة المضيئة عن المرآة وبعد خيالها عنها عندما يتكون الخيال من انعكاس الأشعة «المحورية» أى عندما تكون نقطة ب قريبة جدا من نقطة و . فى هذه الحالة تكاد تنطبق نقطة د على و فيكون

$$\frac{\text{ا م}}{\text{ه م}} = \frac{\text{ا و}}{\text{و ه}}$$

فان رمزنا لبعد النقطة المضيئة من و بالحرف س ولبعد خيالها ه عن و بالحرف ص ، ولنصف قطر المرآة بالرمز نو ،

اتضح أن $\frac{\text{س} + \text{نو}}{\text{نو} - \text{ص}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}}$

ومنه $\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{س}} = \frac{2}{\text{نو}}$

وهى المعادلة الدالة على العلاقة فى حالة المرآة المحدبة . ومنها يتبين أنه كلما زاد بعد النقطة المضيئة عن المرآة زاد بعد خيالها عن سطح المرآة أو نقص بعده من المركز وهو أمر عنى ابن الهيثم ببيانه أيضا .

(ثانيا) المرآة الكرية المقعرة

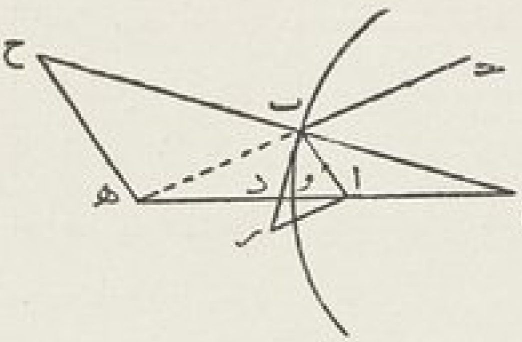
وهو يثبت العلاقة نفسها فى حالة المرآة المقعرة[٢]

---

(١) و (١٨٣) و (١٨٤) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٢) و (٢٥٨) — و (٢٦٠) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

ولنفرض أن ا نقطة مضيئة و م مركز الدائرة التى هى فصل الانعكاس



(شكل ١٣٨)

نصل م ا وليقطع امتداده محيط الدائرة على و ونرسم النظيرين ا ب و ب حـ ، ونمد حـ ب ليقطع امتداد م ا على هـ . فيكون هـ خيالا لنقطة ا .

نرسم المماس من ب وليقطع م هـ على د . ونرسم من نقطة ا ، ا ر موازيا حـ ب وليقطع المماس على ر ، ونرسم من نقطة هـ المستقيم هـ ح موازيا ا ب قاطعا امتداد م ب على ح .

فمن السهل بيان أن $\angle\,\text{ا ب ر} = \angle\,\text{ا ر ب}$

$\therefore\ \text{ا ب} = \text{ا ر}$

وكذلك $\text{هـ ب} = \text{هـ ح}$

و $\dfrac{\text{م ا}}{\text{م هـ}} = \dfrac{\text{ا ب}}{\text{هـ ح}} = \dfrac{\text{ا ر}}{\text{ب هـ}}$.

ومن تشابه المثلثين ا د ر و هـ د ب ينتج أن

$$\frac{\text{ا ر}}{\text{ب هـ}} = \frac{\text{ا د}}{\text{د هـ}}$$

$$\therefore\ \frac{\text{م ا}}{\text{م هـ}} = \frac{\text{ا د}}{\text{د هـ}} .$$

وهو يراعى فى حالة المقعرة عدة حالات متبعاً وجهة نظره التى اتخذها متمسكا بها إلى النهاية . فالشعاع ب حـ الواصل إلى البصر الذى يفرضه عند حـ ما لم يكن موازياً المستقيم م و ، وهو المحور فى اصطلاحنا ، فانه يقطعه . ونقطة التقاطع هـ قد تكون خلف سطح المرآة كما هو مبين بالشكل وقد تكون أمامه. فان كانت أمام السطح فهو يراعى ثلاث حالات فنقطة التقاطع (أو موضع

الخيال) قد تكون واقعة بين البصر وبين سطح المرآة، أو عند موضع البصر نفسه، أو من خلف البصر، والبرهان الهندسى المذكور ينطبق على جميع هذه الحالات.

وهو ينص على هذه العلاقة قائلا بلفظه « إن كل نقطة يدركها البصر فى مرآة كرية مقعرة إذا لم يكن انعكاس صورتها على خط مواز لقطر المرآة المار بتلك النقطة، فان نسبة الخط الذى بين النقطة المبصرة وبين مركز المرآة إلى الخط الذى (بين)[1] مركز المرآة وبين نقطة الخيال كنسبة الخط الذى بين النقطة المبصرة وبين طرف المماس الخارج من نقطة الانعكاس إلى الخط الذى بين طرف الخط المماس وبين نقطة الخيال على أى وضع كانت نقطة الخيال[2] »

وعنى ابن الهيثم كما هى عادته بموضع البصر بالنسبة إلى نقطة التقاطع ولو أنه تحول عن وجهة نظره وعنى بموضع نقطة التقاطع بالنسبة إلى مركز المرآة لا بالنسبه إلى مركز البصر، واحتاط فى تطبيق القاعدة التى جعلها أساساً لبحوثه، لاستطاع شرح حالات الخيال فى المرآة المقعرة كما نراعيها فى الوقت الحاضر، لأنه قد أحاط بجميع الأسباب المؤدية إلى ذلك.

١٧٤ — قانون المرآة التى فصل انعكاسها قطع ناقص

وابن الهيثم قد توصل أيضاً إلى استنباط القانون الذى ينص على العلاقة بين بعد النقطة المضيئة وبعد خيالها الذى يتكون بالانعكاس عن مرآة اهليلجية وقد جاء فى صدد بحوثه فى المرآة الأسطوانية، ففصول الانعكاس فى هذه المرآة (أى مقاطع مستويات الانعكاس بسطحها) قد تكون خطوطا مستقيمة وفى هذه الحالة يكون خيال النقطة المضيئة الحادث بالانعكاس فى مستوى الفصل كخيالها فى المرآة المستوية، وقد تكون فصول الانعكاس دوائر فيكون الخيال كالخيال فى المرآة الكرية وقد تكون فصول الانعكاس قطوعاً ناقصة

(١) فى الأصل « من ».

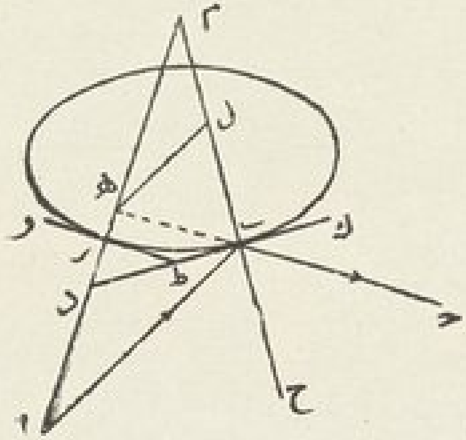
(٢) و (٢٥٨) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر.

وهي الحالة التي إستنبط لها العلاقة التي نقصدها بالعنوان الموضوع في صدر هذه الفقرة[1] .

وبرهان ابن الهيثم في هذه الحالة أيضاً صحيح اذا روعي الخيال الحادث من انعكاس الأشعة الواردة من النقطة المبصرة عن النقط القريبة جداً من مسقط العمود الواقع من النقطة المبصرة على محيط القطع أي من انعكاس المخروط الضيق من الأشعة الواقع من النقطة المبصرة الذي يمر محوره بمركز انحناء قوس القطع عند نقطة السقوط .

فلنفرض أن النقطة المضيئة ا (شكل ١٣٩) موجودة على المستقيم ر ا المرسوم عموداً على الماس و ر ط الذي يمس القطع على نقطة ر .

فاذا أخذت نقطة مثل ب قريبة جداً من ر على محيط القطع ورسم الماس ك ب د ، ورسم ب ح عموداً عليه ، ووصل ا ب ورسم ب ح نظيراً له ، ومد ح ب حتى يقطع امتداد ا ر على ه ، كانت ه خيال ا .



(شكل ١٣٩)

ولإيجاد العـــلاقة المطلوبة نمد ا ر ، ح ب حتى يتقاطعا على م ، ولنرمز لنقطة تقـــاطع الماسين بالحرف ط ، وليقطع الماس ك ب د المستقيم ا م على د .

ثم نرسم ه ل موازياً ا ب ، قاطعاً ح م على ل .

فمن السهل بيان أن

ح ه ب د = ح د ب ا

$$\therefore \frac{\text{ا ب}}{\text{ب ه}} = \frac{\text{ا د}}{\text{د ه}}$$

---

(١) و (٢٢٦) — و (٢٢٨) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

كذلك من السهل بيان أن

$$\angle\ \text{ه ل ب} = \angle\ \text{ه ب ل}$$

$$\therefore\ \text{ب ه} = \text{ه ل}$$

و

$$\frac{\text{ا ب}}{\text{ب ه}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ه ل}} = \frac{\text{م ا}}{\text{م ه}}$$

وإذن ينتج أن

$$\frac{\text{م ا}}{\text{م ه}} = \frac{\text{ا د}}{\text{د ه}}$$

وينص ابن الهيثم على هذه العلاقة فيقول بلفظه[1] « وكذلك كل خيال يكون فى سطح من سطوح القطوع التى تقع فى هذه المرآة تكون نسبة العمود الخارج من النقطة المبصرة القائم على الخط الماس للقطع (وهو العمود ا م فى الشكل) الذى فيما بين النقطة المبصرة وبين النقطة التى يلتقى عليها هذا العمود والعمود الخارج من نقطة الانعكاس القائم على السطح الماس لسطح المرآة (وهذا للعمود الثانى هو ح م فى الشكل) إلى الخط الذى بين نقطة (الالتقاء)[2] وبين نقطة الخيال (فتكون النسبة التى يقصدها ابن الهيثم هى نسبة $\frac{\text{ا م}}{\text{م ه}}$) كنسبة قسمى الخط الذى فيما بين النقطة المبصرة وبين نقطة الخيال اللذين ينقسمان بالخط الماس لسطح المرآة (على) نقطة الانعكاس ».

ويتبين من هذا أن العلاقة المذكورة بين بعد النقطة المضيئة وبين بعد خيالها هى عين العلاقة التى استنبطها فى المرايا الكرية فنقطة م هى مركز انحناء قوس القطع عند موضع سقوط الأشعة كما أن نقطة م هناك مركز الدائرة التى هى فصل الانعكاس وهذه العلاقة ليست مقصورة على القطع بل تنطبق

---

(١) و (٢٢٨) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

(٢) فى الأصل « الانعكاس » وهو تحريف ، وقد حررنا العبارة من بعض أخطاء أخرى .

أيضاً فى حالة أى منحن آخر وهى تفضى فى جميع الحالات إلى الصورة المألوفة الآن اذا كانت نقطة الانعكاس قريبة من مسقط العمود ، كما تبين فى المرآة الكرية المحدبة .

١٧٥ — بحوث ابن الهيثم عن خيالات المبصرات التى ترى فى المرايا المنحنية

لابن الهيثم بحوث مطولة فى تفصيل خيالات المبصرات فى المرايا الكرية والأسطوانية والمخروطية المحدبة منها والمقعرة بيَّن فيها من صفات الخيال التى نعنى بها فى الوقت الحاضر ثلاثة أمور . أحدها بيان أكان الخيال مساوياً للبصر أو مصغراً أو مكبراً ، وهو ما يعبر هو عنه بعظم الخيال . وثانيها بيان أكان الخيال معتدلا أو مقلوباً ، وهو يعبر عن الاعتدال بالاستواء أحياناً وعن الانقلاب بالانتكاس فيقول عن الخيال المعتـــدل إنه مستوى وعن الخيال المقلوب إنه منكوس . وثالثها بيان أكان خيال المبصر المستوى مستوياً أو مقوساً وبيان أكان خيال المبصر المقوس مقوساً أو مستوياً ، وبيـان أكان تحدب القوس فى الخيالات المقوسة بالنسبة إلى البصر مما يلى سطح المرآة أو فى الجانب الآخر منه . وهو قد تناول فى هذا ما يعبر عنه الآن بتشوه الصور .

ومثـل هذه البحوث التى تتسع إلى هذا الحد وتحيط بشتى هذه الأمور يعرض فيها حتماً حالات تكون فيها الخيالات « تقديرية » كما نسميها الآن ، وحالات تكون فيها الخيالات «حقيقية» كما نسميها الآن . وإن كان ابن الهيثم لا ينص صراحة على التميز بين نوعى الخيال الحقيقى والتقديرى ، فاننـا نجد بحوثه تتضمن فعلا المعنى الذى ينطوى عليه هذا التميز . ونجدها تمتد الى أبعد من مجرد تضمن هذا المعنى فهى تشمل تفصيل حالات الخيالات التى نسميها الآن « الحقيقية » وبيان نعوتها من العظم وغيره كما سنبين فيما بعد .

والطريقة التى عالج بهـا ابن الهيثم هذا الموضوع الذى تتعدد نواحيه وتتشعب فروعه على هذه الصفة ، أساسها الفكرة التى تنطوى عليها القاعدة التى طبقها لتعيين خيال النقطة ، وهى كما تبيّـن تنص على أن موضع خيال النقطة المبصرة هو النقطة التى يلتقى عندها الشعاع المنعكس الى البصر (أو امتداده) العمود الواقع من تلك النقطة على السطح العاكس . فاذا ماتعينت بهذه الكيفية

خيالات النقاط المختلفة التى يتكون منها المبصر ، تكوّن من مجموع هذه الخيالات خيال البصر جميعه

وطريقة ابن الهيثم هذه فى تعيين خيال المبصر لا تختلف من حيث الجوهر عن الطريقة المتبعة فى الوقت الحاضر فى كتب الضوء المدرسية ، لولا أن ابن الهيثم أطلقها أطلاقا دون أن يراعى فى تطبيقها أن تكون نقاط انعكاس الأشعة الواردة من نقاط المبصر المختلفة قريبة جداً من مواقع الأعمدة الخارجة من هذه النقاط على السطح العاكس ، ولولا أنه أيضا تقيد فى بحوثه بالناحية الشخصية . فكان أول مايُعنى به تعيين موضع البصر ، فيفرضه موجودا فى نقطة معينة ، ثم ينتق من بين الأشعة التى لاحصر لها التى ترد إلى السطح العاكس من كل واحدة من نقاط المبصر الشعاع الذى يمر بعد انعكاسه بالنقطة المفروض فيها مركز البصر ، والنقطة التى يلتق فيها هذا الشعاع أو امتداده العمود الواقع على السطح من النقطة المبصرة التى يرد منها ، عدها على تصاريف الأحوال خيال النقطة المبصرة .

ونحن إذ نعرض لهذا القسم من بحوث ابن الهيثم نجد أنه أولا تجاوز فيها الحد فى تطبيق قاعدته ، وثانيا أنه تكلف فيها لزوم مالا يلزم ، وقيد نفسه بقيود كان فى غنى عنها . فترتب على ذلك أمران أحدهما أن كثيراً من المعانى الطبيعية التى استخلصها من هذه البحوث إذا أطلقت إطلاقا على الوجه الذى ذهب اليه صارت غير سليمة ولا صحيحة . والثانى أن البحوث نفسها من الناحية الهندسة صارت معقدة عسيرة ، ففرض البصر فى نقطة معينة يتطلب البحث عن النقطة من السطح العاكس التى تنعاكس منها النقطتان النقطة المبصرة ومركز البصر . والبحث عن هذه النقطة من السطح التى هى نقطة الانعكاس عمل كما تبين هو من الناحية الهندسية عسير غير يسير . ثم أن فرض البصر موجودا فى نقطة معينة يعرض فيه حالات تنعكس فيها الأشعة الواردة من نقاط المبصر المختلفة إلى البصر ، وهو فى وضعه المفروض ، فى مستويات مختلفة ليست متطابقة . وشرح هذه الحالات بالدقة فضلا عن تصورها ، يتطلب شيئا غير قليل من الجهد والعناء .

ولكن مع كل ذلك إذا التزمنا فى تفسير النتائج التى توصل اليها ابن الهيثم فى بحوثه الحدود التى يصح فيها تطبيق قاعدته، واستبعدنا منها الأخطاء التى جره اليها تطبيق القاعدة فيما لا يصح تطبيقها فيه، وهى اخطاء سنجدها بوجه عام ضيقة محصورة، الفيناه قد استطاع فى هذه البحوث الوصول إلى كثير من الحقائق المرتبطة بهذا الموضوع، واستطاع شرحها وبيانها، ووجدنا هذه البحوث بوجه عام تتضمن بيانا للكيفية التى بها يدرك البصر وهو فى موضع معين صورة المبصر بالانعكاس عن المرايا التى ذكرها. وليست الطريقة التى جرى عليها فى هذه البحوث مألوفة الآن، وإذن فان لها فى ذاتها قيمة تعليمية. وهذه البحوث فى مجموعها حتى إذا أخذت على علاتها بما فيها من عيب أو نقص أو خطأ، أن هى إلا مرحلة فى تاريخ علم الضوء قطع فيها هذا العلم شوطا فى سبيل التقدم نحو الكمال، وبرز فيها ابن الهيثم يجاهد منفردا لاستخلاص الحقائق مما يكتنفها من جهالة وغموض جهادا عنيفا شاقا، ولكنه جهاد محمود مبرور لا تخلو قصته من متعة ولذة.

وسنبين فيما يلى أمثلة من هذه البحوث وضروبا من الأحكام التى توصل اليها، تكفى للألمام بموقفه فى جميع هذه الأمور.

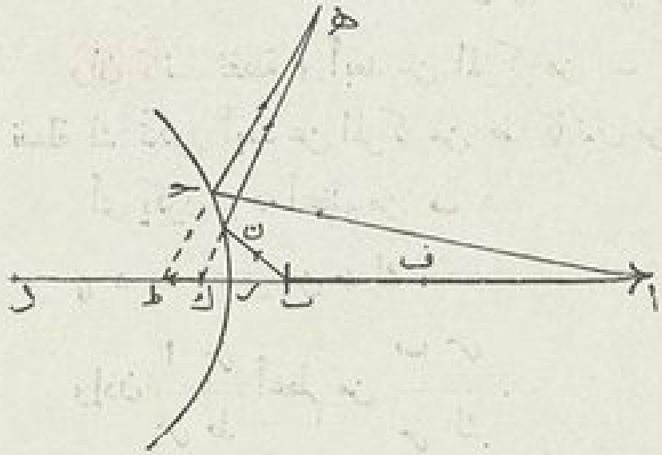
١٧٦ — بحوث ابن الهيثم عن عظم خيالات المبصرات التى ترى فى المرايا الكرية المحدبة

(أولا) اذا كان المبصر على استقامة قطر من أقطار المرآة.

يقسم ابن الهيثم بحثه عن عظم خيالات المبصرات فى المرايا الكرية المحدبة قسمين يتناول فى أحدهما[١] خيال المبصر اذا كان خطاً مستقيما يمتد على استقامة قطر من أقطار المرآة. وفى هذه الحالة اذا أخرج المستوى الذى يقع فيه المبصر المستقيم ومركز البصر إياكان موضعه فانه يقطع كرة المرآة على عظيمة. وليكن ا ب المستقيم المبصر ، ه مركز البصر ، د مركز الدائرة

(١) و (١٩)، و (٢٠) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر.

العظيمة ولينعكس الشعاع ا حـ من نقطة حـ إلى هـ والشعاع ب ن من نقطة ن إلى هـ .



(شكل ١٤٠)

نمد هـ حـ على استقامة حتى يقطع ا د على نقطة ولتكن ط فتكون ط خيال ا .

ونمد هـ ن على استقامة حتى يقطع ا د على نقطة ولتكن ك فتكون ك خيال ب .

وإذن يكون ط ك خيال المبصر ا ب .

وابن الهيثم يمضي بعد توضيح هذه الأمور إلى إثبات أن الخيال ط ك أصغر من المبصر ا ب ببرهان هندسي ، ولكنه يبني هذا البرهان على قانونه (الذي أوردناه في فقرة ١٧٣) الذي ينص على أن نسبة بعد النقطة المضيئة عن مركز المرآة إلى بعد خيالها عن المركز كنسبة قسمي الواصل بين النقطة وخيالها بالماس المرسوم عند نقطة الانعكاس . في حين أن اعتبار ط خيالا لنقطة ا ، ك خيالا لنقطة ب يتطلب أن تكون نقطتا حـ ، ن قريبتين جداً من قطب المرآة . وإذن يمكن اعتبار نسبة بعد النقطة المضيئة عن مركز المرآة إلى بعد خيالها عنه كنسبة قسمي الواصل بين النقطة وخيالها بسطح المرآة . فان أخذنا بهذا الاعتبار ورمزنا لقطب المرآة بالحرف ر أصبح البرهان سهلا وأكثر ملاءمة لما يقتضيه الأمر من ناحيته الطبيعية ، وتظل متوافرة فيه جميع العناصر الأساسية في برهان ابن الهيثم الوارد في الأصول ، وتتضح بسهولة الفكرة الأساسية فيه .

فبما أن ط خيال ا ، $\therefore \dfrac{\text{ا د}}{\text{د ط}} = \dfrac{\text{ا ر}}{\text{ر ط}}$

وبما أن ك خيال ب ، $\therefore \quad \frac{\text{ب د}}{\text{د ك}} = \frac{\text{ب ر}}{\text{ر ك}}$

وإن كانت نقطة ا أبعد عن المركز من ب كما هو مبين فى الشكل فإن نقطة ك تكون أبعد عن المركز من ط كما تبين من قبل[١] .

أى يكون ا د أعظم من ب د ،

و د ط أصغر من د ك .

وإذن $\frac{\text{ا ر}}{\text{ر ط}}$ أعظم من $\frac{\text{ب ر}}{\text{ر ك}}$.

نأخذ نقطة مثل ف على ا ب بحيث يكون

$$\frac{\text{ف ر}}{\text{ر ط}} = \frac{\text{ب ر}}{\text{ر ك}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (١)$$

فالمستقيم ف ر أصغر حتما من ا ر ويتضح من (١) أن

$$\frac{\text{ب ر}}{\text{ر ك}} = \frac{\text{ف ر} - \text{ب ر}}{\text{ر ط} - \text{ر ك}}$$

أى $\frac{\text{ب ر}}{\text{ر ك}} = \frac{\text{ف ب}}{\text{ط ك}}$ ولكن $\frac{\text{ب ر}}{\text{ر ك}} = \frac{\text{ب د}}{\text{د ك}}$

$$\therefore \frac{\text{ف ب}}{\text{ط ك}} = \frac{\text{ب د}}{\text{د ك}} \ .$$

وبما أن ب د أعظم من د ك ،

∴ ف ب أعظم من ط ك .

وإذن ا ب أعظم كثيراً من ط ك .

بمثل هذا البرهان أثبت ابن الهيثم أن خيال المبصر فى هذه الحالة أصغر من المبصر نفسه .

---

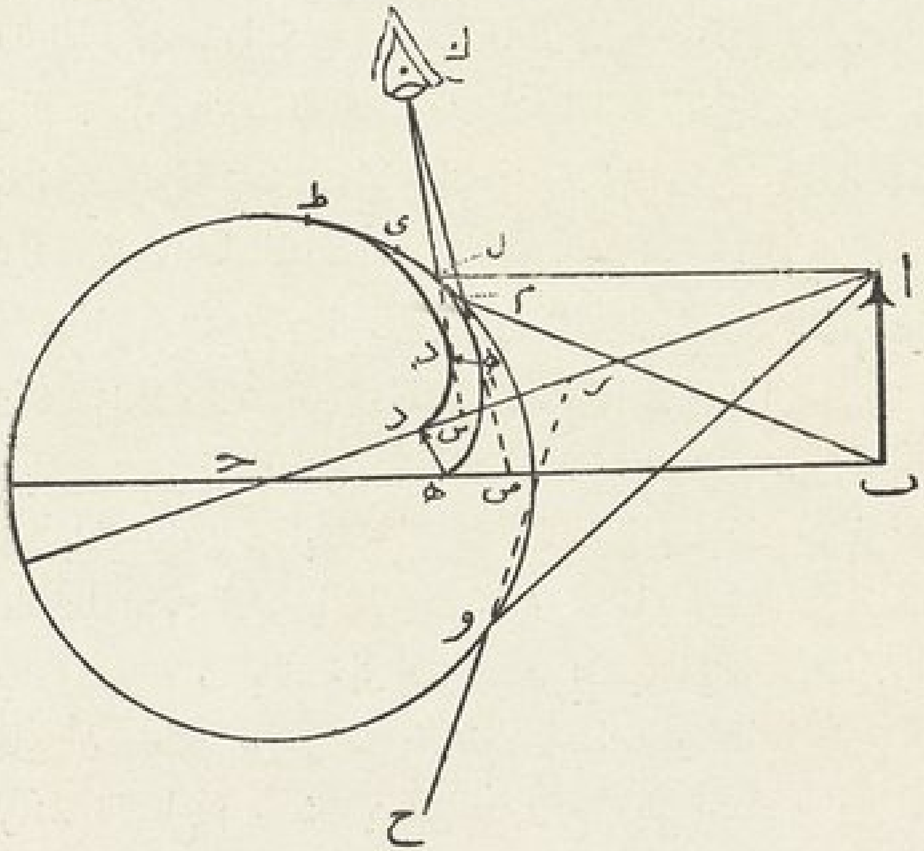
(١) أنظر فقرة (٩٧) من الجزء الأول من هذا الكتاب .

(ثانياً) إذا كان المبصر يعترض قطر المرآة [1]

حكم ابن الهيثم فى هذه الحالة إذا حمل على المعنى الذى يقصده لا يتفق والواقع ، وهو أحد أحكامه الخاطئة ، لأنه لا ينفى إمكان حدوث خيال يكون أعظم من المبصر نفسه أو يكون مساوياً له ، وإن كان هو نفسه يرى أن ذلك لا يكون إلا نادراً .

وابن الهيثم لم يقع فى هذا الخطأ اعتباطا وإنما جره إليه منطق قاعدته فى تعيين خيال النقطة المبصرة إذا عممت القاعدة على الوجه الذى ذهب إليه .

فإذا فرضنا فى (شكل ١٤١) أن المبصر ا ب ، و مركز المرآة حـ



(شكل ١٤١)

ووصلنا ا حـ ، ب حـ ورسمنا غلاف الأشعة المنعكسة الواقعة فى مستوى الشكل والتى ترد فى الأصل من كل من نقطتى ا ، ب وكان المنحنى

(١) و (٢٠) — و (٢١) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

ط د١ د نصف الغلاف بالنسبة إلى نقطة ا والمنحنى ى هـ١ هـ نصف الغلاف بالنسبة إلى نقطة ب ، اتضح أن خيالى نقطتى ا ، ب الحادثين عن انعكاس الأشعة المحورية هما نقطتا د ، هـ على الترتيب. أما إذا فرض مركز البصر عند ك ورسمنا من نقطة ك المماس ك د١ للغلاف الأول والمماس ك هـ١ للثانى كانت نقطتا د١ ، هـ١ خيالى ا ، ب (على الترتيب) اللذين يدركهما البصر فى هذا الوضع وإذا أغفلنا التقوس الحادث فى الخيال كان د١ هـ١ خيال المبصر ا ب . وإذا رمز لنقطة تقاطع المماس ك د١ بمحيط دائرة الفصل بالحرف ل ، ولنقطة تقاطع المماس ك هـ١ بمحيط الدائرة بالحرف م ، انعكس ا ل من ل إلى ك ، وانعكس ب م من م إلى ك . وأيا كان موضع البصر ك فان المماسين المخرجين من ك إلى الغلافين يمسانه على تصاريف الأحوال داخل دائرة الفصل أى وراء سطح المرآة ، ويكون الخيال المدرك أصغر من المبصر على تصاريف الأحوال .

غير أن ابن الهيثم يرى أن خيال النقطة المبصرة هو نقطة تقاطع امتداد المنعكس بالعمود الواقع من النقطة على السطح العاكس. فخيال ا بالنسبة إلى بصر ك هو فى زعمه نقطة تلاقى امتداد ك ل بالقطر ا حـ ولرمز لهذه النقطة بالحرف س . وأيضاً خيال ب بالنسبة إلى بصر ك هو فى زعمه نقطة التقاء امتداد ك م بالقطر ب حـ ولرمز لها بالحرف ص فيكون خيال المبصر ا ب بالنسبة إلى بصر ك هو بحسب ما يرى س ص . ومن الجائز أن النقطتين س ، ص قد تقعان إحداهما أو كلتاهما خارج كرة المرآة . فالشعاع ا و مثلا ينعكس على و ح ويلتقى امتداد ح و القطر ا حـ على نقطة ر تقع خارج دائرة الفصل ب ، فلا يمكن بادىء ذى بدء (لا سيما إذا تذكرنا أن مستوى انعكاس الضوء من ا إلى البصر قد لا يكون هو نفسه مستوى انعكاس الضوء من ب إلى البصر) القطع بأن البعد بين النقطتين اللتين يعدهما ابن الهيثم خيالى ا ، ب يكون أصغر من ا ب نفسه على تصاريف الأحوال .

هذا بيان مبسط المعنى الذى يريده ابن الهيثم من قوله « فقد يمكن أن يكون خط ا ب أعظم من خط د ه ، ويمكن أن يكون مساوياً له ويمكن أن يكون أصغر منه ، إلا أن تساوى خطى ا ب ، د ه ، وزيادة د ه على ا ب قليل نادر »[1] . ولكن يبقى بعد ذلك أن نتساءل هل من الممكن وقوع مثل هذه الأحوال النادرة التى يكون فيها البعد بين النقطتين اللتين يعدهما ابن الهيثم خيالى طرفى المبصر مساوياً لطول المبصر أو أعظم منه .

وابن الهيثم يواجه هذا السؤال ويمضى للاجابة عنه بالايجاب ، فيثبت بالبرهان الهندسى أنه يحدث فعلا أن ينعكس من طرفى مبصر لا يمتد على سمت قطر من أقطار المرآة شعاعان يكون البعد بين نقطة التقاء امتداد أحدهما بالقطر المار بالطرف الوارد منه هذا الشعاع ، وبين نقطة التقاء امتداد الآخر بالقطر المار بالطرف الوارد منه ، يكون هذا البعد مساوياً للبعد بين طرفى المبصر أو أعظم منه . ويكون فى الوقت نفسه الشعاعان المنعكسان ملتقيين فى نقطة أمام سطح المرآة . وهو فى هذا يواجه مشكلة هندسية لم يتعرض لها ، كما يقول هو نفسه ، أحد من قبله ويعالجها ببرهان هندسى لم يسبقه إليه أحد . وبرهان ابن الهيثم طويل ومعقد[2] وترى فيه سلسلة خطوات هندسية محكمة التدبير تفضى فى النهاية إلى النتيجة المذكورة . ولا نغالى إذا قلنا أن هذا البرهان فى مجموعه إذا روعى كعمل هندسى مبتكر ، بعيد المنال لا يطيقه من لا ارتياض له على الأعمال الرياضية المعقدة ولا يقدر على إنجازه إلا واسع الحيلة عميق التفكير .

ولكن ابن الهيثم يريد بهذا البرهان الهندسى معنى طبيعياً لا نوافقه عليه ، وهو أن البصر إذا كان مركزه النقطة التى يلتقى عندها الشعاعان المنعكسان

---

(١) و (٢١) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

(٢) و (٢٣) — و (٣٤) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

ويصدر بحثه هذا بقوله « وقد بقى أن نبين أنه قد يمكن أن يدرك البصر فى المرآة الكرية المحدبة مبصرا يكون قطر خياله مساويا لقطره ومبصرا يكون قطر خياله أعظم من قطره ولا نعرف احدا من المتقدمين ولا المتأخرين بين هذا المعنى ولا وجدناه فى شىء من الكتب ونحن نبينه الآن » و (٢٣) من مخطوط المقالة السادسة .

المذكوران أدرك البصر الخيال مساوياً المبصر أو أعظم منه . لأنه وإن أدرك البصر خيالى طرفى المبصر على امتداد هذين الشعاعين فان موضع كل من الخيالين ليس نقطة الالتقاء التى يعنيها ابن الهيثم وإنما يكون موضعه فى هذه الحالة أيضاً داخل كرة المرآة وعلى الغلاف الذى تمسه امتدادات الأشعة المنعكسة فلا يستقيم الحكم الذى قرره بمعناه الطبيعى المقصود . ولذلك ضربنا صفحاً عن ذكر برهانه الهندسى على هذا الأمر وتفصيله فى هذا الكتاب .

١٧٧ — مقدمات ابن الهيثم لبحوثه عن أشكال الخيالات التى ترى فى الكرية المحدبة

وإن كان ابن الهيثم قد بنى بحوثه عن أشكال خيالات المبصرات فى المرايا الكرية المحدبة على أساس الفكرة نفسها التى تقدم ذكرها فانه قد استعان فى هذه البحوث ببعض قضايا هندسية عنى بالبرهان عليها أولا وجعلها توطئة إلى تلك البحوث . وهذه المقدمات أربع منها ثلاث من القضايا الهندسية المألوفة وهى تتعلق بموضوع التقسيم التوافقى ولكنه لايستعمل فى أقواله فيها هذا الاصطلاح ولا الاصطلاحات الأخرى الشائعة الآن «كالحزمة التوافقية» و «القاطع» . وسنكتفى نحن هنا بذكر هذه المقدمات الثلاث دون إيراد براهين ابن الهيثم عليها فهى لا تختلف فى جوهرها عن البراهين المألوفة فى الوقت الحاضر . ونورد فيما يلى المقدمتين الأولى والثانية منها بالفاظ ابن الهيثم نفسه .

(الأولى) «ان كل خط مستقيم يقسم بثلاثة أقسام حتى تكون نسبة القسم الأول إلى القسم الثانى كنسبة جميع الخط إلى القسم الثالث ، ونخرج من نقطتى القسمة ومن نهاية الخط ثلاثة خطوط تلتقى على نقطة واحدة ، فان كل خط يخرج من طرف الخط المقسوم يقطع الخطوط الثلاثة وإنه ينقسم بثلاثة أقسام تكون نسبة القسم الأول منها إلى القسم الثانى كنسبة جميع الخط إلى القسم الثالث (١)» .

---

(١) و (٣٧) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

(الثانية) « وأيضا فانه يلزم عكس ذلك وهو إنه إذا كان خطان مستقيمان متلاقيان على نقطة ، وكان كل واحد من الخطين مقسوما بثلاثة أقسام وكانت نسبة القسم الأول من أحد الخطين إلى القسم الثانى كنسبة جميع الخط إلى القسم الثالث ، وكانت نسبة القسم الأول من الخط الآخر إلى القسم الثانى منه كنسبة جميع الخط إلى القسم الثالث ، [وكانت نسبة القسم][(١)] . ولم تكن الخطوط الواصلة بين (نقط)[(٢)] القسمة متوازية ، فان الخطوط الثلاثة الواصلة بين نقط القسمة إذا خرجت على استقامة (التقت)[(٣)] على نقطة واحدة[(٤)] » .

والمقدمة الثالثة تفيد إنه إذا كان خطان مستقيمان متلاقيان على نقطة وكان كل منهما مقسوما ثلاثة أقسام كما ذكر وكان خطان من الخطوط الثلاثة الواصلة بين نقاط القسمة متوازيين كان الثالث موازيا لهما وكل خط يخرج من نقطة تلاقى المستقيمين ويقطع المستقيمات الواصلة بين نقاط القسمة فانه ينقسم ثلاثة أقسام كما ذكر[(٤)] .

أما المقدمة الباقية من الأربع فلها صبغة طبيعية . وهو يبدأ بها ، فى ذكر هذه المقدمات وهى بالفاظه .

« إن كل نقطتين يكون بعداهما عن مركز المرآة الكرية المحدبة متساويين ويكون بعداهما عن مركز البصر مختلفين إذا أدركهما البصر فى هذه المرآة فإن خيال النقطة التى هى أبعد عن مركز البصر يكون أبعد عن مركز المرآة من خيال النقطة التى هى أقرب إلى مركز البصر . وأن النقطة التى هى نهاية المماس من القطر الخارج من مركز المرآة إلى النقطة التى هى أبعد عن مركز البصر ، يكون أيضاً أبعد عن مركز المرآة من النقطة التى هى نهاية المماس من القطر الخارج من مركز المرآة إلى النقطة التى هى أقرب إلى مركز البصر ، كان مركز البصر فى

---

(١) العبارة التى بين القوسين وردت فى الأصل .

(٢) الوارد فى الأصل « نقطة » .

(٣) الوارد فى الأصل « التقب » .

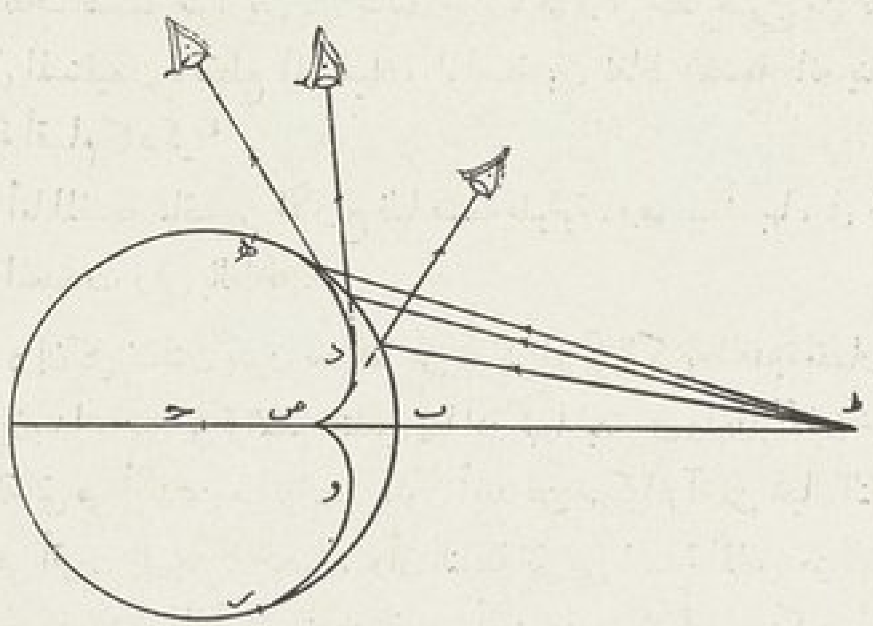
(٤) و (٣٨) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

(٥) و (٣٩) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

السطح الذى فيه القطران الخارجان من مركز المرآة إلى تينك النقطتين، أو كان مركز البصر خارجاً عن هذا السطح[١] » .

ولا يقصد ابن الهيثم بالبعد عن البصر أو مركز البصر البعد الخطى ويشير كمال الدين الفارسى إلى ذلك فعلا وإنما يقصد الزاوية المحصورة بين الواصل من مركز البصر إلى مركز المرآة وبين الواصل من النقطة المبصرة إلى مركز المرآة . وسنعبر عنه اختصاراً « بالبعد الزاوى » .

والشطر الأول من هذه المقدمة قد صاغه ابن الهيثم فى قالب يصح أن يحمل إلى الذهن معنى غير الذى يقصده . فمن المعلوم أنه إذا كانت نقطة ط (شكل ١٤٢) نقطة مبصرة ، ب نقطة التقاء القطر المار بها وسطح المرآة وهى



(شكل ١٤٢)

القطب ، ح مركز المرآة فان امتدادات الأشعة الموجودة فى مستوى الشكل الواقعة من ط بعد انعكاسها عن المرآة تمس منحنيا أحد شطريه كالمنحنى ص د هـ والآخر كالمنحنى ص و ر هو ما يسمي غلاف الأشعة المنعكسة . واذا ثبت المستقيم ط ح وأدير الشكل دورة كاملة تكوّن من

(١) و (٣٤) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

دوران ص د هـ سطحاً منحنياً يكون هو الغلاف لجميع الأشعة المنعكسة عن سطح المرآة وهذا الغلاف يمثل مواضع الخيالات المختلفة التى يدركها البصر للنقطة ط تلك الخيالات التى تحدث من انعكاس الأشعة من أجزاء السطح المختلفة .

فإذا روعى انعكاس الأشعة المحورية أى كان البعد الزاوى بين موضع البصر والنقطة المبصرة صغيراً جداً كان الخيال عند ص ، الجزء الناتىء من الغلاف . فان أخذت نقطة الانعكاس تبعد عن القطب وأخذ البعد الزاوى يزداد تبعاً لذلك أخذ الخيال يتحرك على الغلاف نحو طرفيه هـ ، أو ر ، ويكون الموضع الذى يحدث فيه هو النقطة التى يمس عليها امتداد الشعاع المنعكس الى البصر هذا الغلاف ، وليس هو النقطة التى يلتقى فيها هذا الشعاع المستقيم ط حـ .

وواضح أن هذا التفسير يتفق والنص الذى ورد عليه الشطر الأول من المقدمة ولكن ابن الهيثم لايقصد بحال من الأحوال هذا المعنى . لأن موضع الخيال فى زعمه هو نقطة التقاء امتداد المنعكس الواصل الى العين وخط الخيال ط حـ ، والخيال وإن كان يزداد بعداً عن المركز تبعاً لزيادة البعد الزاوى للبصر عن النقطة المبصرة فانه فى زعمه لا ينفك ملازماً المستقيم ط حـ .

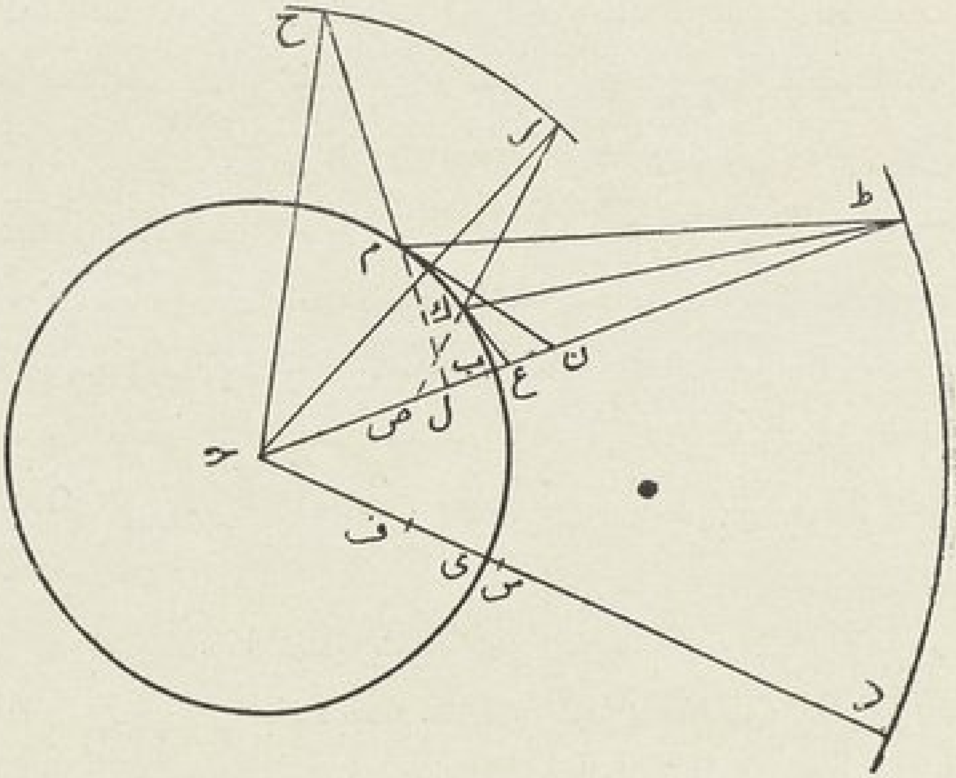
وبرهان ابن الهيثم على هذا المعنى(١) جدير بالذكر فى ذاته ، لأنه عام غير مقصور على الحالة التى يتغير فيها البعد الزاوى بين مركز البصر والنقطة مع بقاء مركز البصر فى مستوى واحد كمستوى شكل (١٤٢) مثلا . وهو فوق ذلك مرجع يرجع إليه ابن الهيثم فى استنباط بعض أحكامه فى أشكال الخيال مما سنتناوله بالذكر فيما بعد . ونورد البرهان هنا بشىء من التعديل يجعله أكثر وضوحاً .

فلتكن النقطتان المبصرتان د ، ط (شكل ١٤٣) ومركز المرآة حـ وهما متساويتا البعد عن المركز ، وليقطع مستوى حـ ط د سطح المرآة على الدائرة المبينة بالشكل ، وليلق حـ ط محيطها على نقطة ب ، وليكن مركز

---

(١) و (٣٤) — و (٣٧) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

البصر فى نقطة خارج مستوى الشكل وهى ليست مبينه فيه ولنرمز لها بالحرف هـ .



(شكل ١٤٣)

ولتكن زاوية هـ حـ ط أعظم من زاوية هـ حـ د . نرسم فى مستوى الشكل المستقيمين حـ ح ، حـ ر بحيث يكونان فى جهة واحدة من ط حـ وبحيث تكون

∠ ط حـ ح = ∠ ط حـ هـ ،

و ∠ ط حـ ر = ∠ د حـ هـ ،

ولنجعل حـ ح = حـ ر = حـ هـ ،

ولتنعكس النقطتان ط ، ر من ك .

يمكن بمثل البرهان الوارد فى فقرة (٩٥)[١] إثبات أن نقطة انعكاس ط إلى ح هى نقطة مثل م بعدها عن ب أعظم من بعد نقطة انعكاس ط الى ر (ولتكن ك) عنها كما هو مبين بالشكل .

نرسم المماس الذى يمس الدائرة على ك ، وليلق ط حـ على ع ، وهى تقع بين ب ، ط . ونرسم المماس الذى يمس الدائرة على م . فهو يلق

(١) الجزء الاول من هذا الكتاب .

ط حـ على نقطة مثل ن تقع بين ع ، ط . ويكون حـ ن أعظم من حـ ع .
وليقطع امتداد ر ك المستقيم ط حـ على ص ، وليقطع امتداد ح م هذا المستقيم على ل .

∴ $\frac{\text{ط حـ}}{\text{حـ ص}}$ = $\frac{\text{ط ع}}{\text{ع ص}}$ أو $\frac{\text{ط حـ}}{\text{ط ع}}$ = $\frac{\text{حـ ص}}{\text{ع ص}}$

، $\frac{\text{ط حـ}}{\text{حـ ل}}$ = $\frac{\text{ط ن}}{\text{ن ل}}$ أو $\frac{\text{ط حـ}}{\text{ط ن}}$ = $\frac{\text{حـ ل}}{\text{ن ل}}$

وبما أن ط ع أعظم من ط ن

∴ $\frac{\text{ط حـ}}{\text{ط ن}}$ أعظم من $\frac{\text{ط حـ}}{\text{ط ع}}$

∴ $\frac{\text{ط حـ}}{\text{ط ن}}$ أعظم من $\frac{\text{حـ ص}}{\text{ع ص}}$

∴ $\frac{\text{ط حـ}}{\text{ط ن}}$ أعظم كثيراً من $\frac{\text{حـ ص}}{\text{ص ن}}$.

وبما أن $\frac{\text{ط حـ}}{\text{ط ن}}$ = $\frac{\text{حـ ل}}{\text{ن ل}}$

∴ $\frac{\text{حـ ل}}{\text{ن ل}}$ أعظم كثيراً من $\frac{\text{حـ ص}}{\text{ص ن}}$.

فنقطة ل حتما تقع بين نقطتى ص ، ن كما هو مبين بالشكل .
ويكون حـ ل أعظم من حـ ص .
فاذا توهمت النقطة هـ المفروضة خارج مستوى الشكل ، وتوهم المثلث هـ حـ ط وقوبل بالمثلث ح حـ ط كان
هـ حـ = ح حـ ، ∠ هـ حـ ط = ∠ ح حـ ط ، حـ ط مشترك .
فالمثلثان متطابقان .

ومستوى ه ح ط يلقى كرة المرآة على دائرة عظيمة مركزها ح شبيهة بالدائرة المبينة فى الشكل . ويكون وضع النقطتين ط ، ه بالنسبة إليها كوضع النقطتين ط ، ح بالنسبة إلى الدائرة المبينة فى الشكل . فتنعكس ط إلى ه من نقطة على محيط تلك الدائرة هى النظيرة لنقطة م التى على محيط المبينة بالشكل . ويكون بعدها عن بَ كبعد م عن ب . ويقضى التماثل بأن يكون امتداد الواصل من ه إلى نقطة الانعكاس من محيط تلك الدائرة يلقى ط ح على نقطة ل نفسها ، والمماس يلقاه على نقطة ن نفسها .

كذلك فان مثلثى ه ح د ، ر ح ط متطابقان أيضاً . ومستوى مثلث ه ح د يلقى كرة المرآة على عظيمة مركزها ح هى أيضاً ، شبيهة بالدائرة المبينة بالشكل . ويكون وضع النقطتين د ، ه بالنسبة إليها كوضع النقطتين ط ، ر بالنسبة إلى الدائرة المبينة فى الشكل . فتنعكس نقطة د إلى ه من نقطة على محيطها هى النظيرة لنقطة انعكاس ط الى ر ، وهى نقطة ك ، التى على محيط المبينة فى الشكل . واذا رمزنا لنقطة تقاطع د ح بمحيط الدائرة المبينة فى الشكل بالحرف ى كانت هى نفسها نقطـــة تقاطع د ح بمحيط تلك العظيمة ويكون بعد نقطة انعكاس د الى ه ، عن نقطة ى كبعد ك عن نقطة ب ، ويقضى التماثل فى هذه الحالة أيضاً بأن يكون امتداد المستقيم الواصل من ه الى نقطه الانعكاس ، يلقى ح د على نقطة مثل ف يكون بعدها من ح مساوياً ح ص وأن يكون المماس من نقطة الانعكاس يلقاه على نقطة مثل س يكون بعدها عن ح مساوياً ح ع .

واذن يثبت أن

ح ل أعظم من ح ف ،

، ح ن أعظم من ح س ،

وهو المطلوب .

ولا اعتراض على هذه النتيجة ولا على البرهان المؤدى اليها ويجدر بنا أن نذكر مرة أخرى أن الاعتراض انما يقوم على اعتبار نقطة ل خيال ط

بالنسبة الى البصر الموجود عنـد هـ واعتبار نقطة ف خيال د بالنسبة اليه ، لأن ذلك لا يصح إذا كان البعد الزاوى بين البصر وبين كل من النقطتين ط ، د كبيرا .

١٧٨ – بحوث ابن الهيثم عن أشكال خيالات الكرية المحدبة

ويمضى ابن الهيثم إلى شرح أشكال خيالات المبصرات فى حالات وأوضاع مختلفة ، ويخرج من بحوثه بحكم إجمالى يتلخص فى أن خيالات المبصرات المستقيمة فى المرايا الكرية المحدبة مقوسة ، إلا إذا كان المبصر خطا مستقيما على امتداد قطر من أقطار المرآة . ولما كانت نتائجه كلها مستنبطة من قاعدته فى تعيين خيال النقطة فليس لها فى الواقع صفة التعميم الذى ذهب إليه . فهى صحيحة على شرط هو أن يقتصر فى مراعاة الانعكاس على الأشعة المحورية . أو بتعبير آخر أن يكون طرفا المبصر قريبين جداً مما نسميه الآن محور المرآة وأن لا يتجاوز اتساع سطح المرآة جزءاً صغيراً من سطح كرة المرآة يحيط بقطبها .

واستقامة الخيال إذا كان المبصر خطاً مستقيما يمتد على سمت قطر من أقطار المرآة نتيجة تنتج رأساً من قاعدته إذ أن امتداد القطر هو خط الخيال لجميع نقاط المبصر فيكون الخيال كما اتضح فى فقرة (١٧٦) مستقيما أصغر من المبصر نفسه .

وهو لبيان تقوس خيالات المبصرات المستقيمة التى تعترض قطر المرآة يتناول بالبحث بضع حالات متتالية ينتقل بتتبعها خطوة بعد خطوة إلى الغايات التى يريدها .

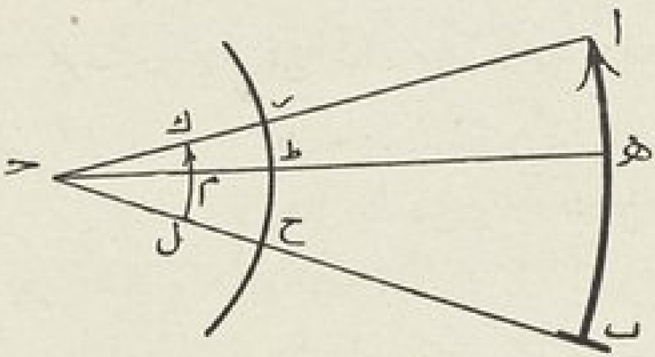
وسنتناول فيما يلى بالشرح أهم هذه الحالات والتعليق عليها .

١٧٩ – بحوث ابن الهيثم عن أشكال الخيالات اذا كان المبصر قوساً من دائرة مركزها مركز المرآة

تتناول هنا بحوث ابن الهيثم عن شكل الخيال إذا كان المبصر قوساً من دائرة

مركزها مركز المرآة ويحيط طبعاً بسطحها أو بجزء من سطحها من الخارج[1] .

وليكن المبصر القوس ا ب (شكل ١٤٤) ومركز المرآة حـ وليقطع مستوى ا ب حـ كرة المرآة على عظيمة . نأخذ أية نقطة مثل هـ على المبصر



(شكل ١٤٤)

ونصل ا حـ ، هـ حـ ، ب حـ ولتلق هذه المستقيمات محيط العظيمة على ر ، ط ، ح على الترتيب .

فنحن نعلم الآن إنه إذا روعيت الأشعة المحورية اتضح أن خيال ا نقطة مثل ك على ا حـ بحيث يكون

$$\frac{\text{ا حـ}}{\text{حـ ك}} = \frac{\text{ا ر}}{\text{ر ك}} .$$

وخيال هـ نقطة مثل م على هـ حـ بحيث يكون

$$\frac{\text{هـ حـ}}{\text{حـ م}} = \frac{\text{هـ ط}}{\text{ط م}} .$$

وخيال ب نقطة مثل ل على ب حـ بحيث يكون

$$\frac{\text{ب حـ}}{\text{حـ ل}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{ح ل}} .$$

وبما أن ا حـ = هـ حـ = ب حـ ،

، ا ر = هـ ط = ب ح ،

(١) و (٤٠) ، و (٤١) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

اتضح أن $$\frac{\text{حـ ك}}{\text{ر ك}} = \frac{\text{حـ م}}{\text{ط م}} = \frac{\text{حـ ل}}{\text{ح ل}} .$$

ونظرا لأن أنصاف الأقطار متساوية

يتبين أن حـ ك = حـ م = حـ ل .

وإذن تقع نقاط الخيال ك ، م ، ل على قوس من دائرة مركزها حـ .

فيكون خيال المبصر ا هـ ب قوسا محدبة ك م ل حدبتها تلى سطح المرآة .

غير أن ابن الهيثم لا ينظر إلى المسألة بمثل هذه السهولة التى تبيحها الفروض التى تتفق وما يصح معه تطبيق القاعدة ، بل نراه يعقد البحث تعقيدا وإن كان له ما يبرره فليست قاعدته الاداة الصحيحة التى تصلح له . فهو على حسب عادته يفرض البصر موجودا فى نقطة ويجعلها خارج مستوى الشكل ، ولنتوهمها عند د . ويصلها بمركز المرآة ويعتبر أولا الحالة التى يكون فيها الواصل د حـ عمودا على مستوى الشكل ففى هذه الحالة تكون الابعاد الزاوية بين مركز البصر وبين جميع نقاط المبصر واحدة فتكون خيالات هذه النقاط متساوية الأبعاد عن مركز المرآة كما اتضح فى المقدمات .

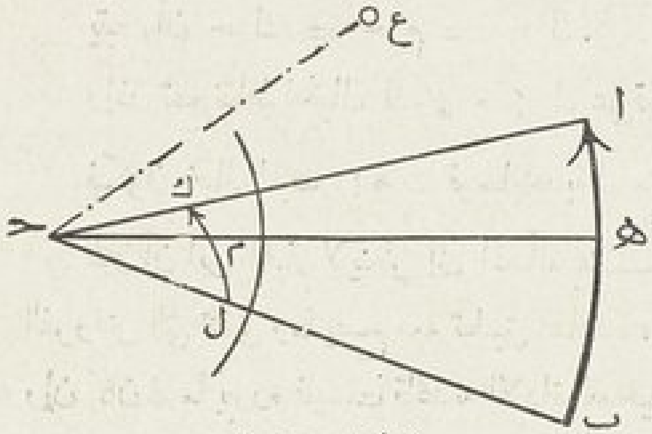
ثم يراعى الحالة التى لا يكون فيها د حـ عموداً على مستوى الشكل ، حيث لا تكون الأبعاد الزاوية متساوية ويطيل[1] فى شرحها . وتتلخص الفكرة الأساسية فيما يأتى :

إذا أسقطنا من نقطة د ، المتوهمة عموداً على مستوى الشكل فهو يلقاه فى نقطة ولتكن ع شكل (١٤٥) فالزاوية المحصورة بين د حـ ، حـ ع هى أصغر الزوايا المحصورة بين د حـ وبين أى مستقيم آخر فى مستوى الشكل يخرج من نقطة حـ .

فاذا فرضنا المبصر ا هـ ب فى جهة واحدة من حـ ع سواء كان حـ ع لا يلقى ا ب كما هو مبين بالشكل أو يلقاه على طرفه ا دون أن

(٢) و (٤١) — و (٤٥) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

يقطعه اتضح أن أصغر نقاط ا ب بعداً زاوياً عن د هى نقطة ا ، وأعظمها بعداً زاوياً هى نقطة ب ، وأية نقطة مثل هـ واقعة بين ا ، ب يكون بعدها الزاوى عن د ، أكبر كلما كانت أبعد عن ا وأقرب إلى ب . فان طبقت مقدمته على الوجه الذى يقول به كان خيال كل نقطة من ا ب بالنسبة إلى البصر الذى مركزه د واقعاً على الواصل بين النقطة وبين المركز حـ وأقرب الخيالات جميعها



(شكل ١٤٥)

إلى المركز خيال ا وأبعدها جميعها خيال ب وخيال النقطة المتوسطة بين ا ، ب يكون بعده متوسطاً بين هذين البعدين . ومنه يستنبط أن خيال ا هـ ب يكون مقوساً كقوس ك م ل ولا تكون نقاط الخيال متساوية الأبعاد عن المركز .

أما إن لتى حـ ع المبصر ا ب فقسمه قسمين فان خيال كل قسم منهما على حدته يكون محدباً وخيال نقطـــة القسمة يكون أقرب نقاط الخيال إلى مركز المرآة .

١٨٠ — تعليق على طريقة ابن الهيثم فى بحوثه عن أشكال الخيال المقوس

وابن الهيثم فى هذا التحليل يحاول أن يتناول البحث فى الموضوع على وجه عام أعم من وجهة النظر التى قدمنا بها فى صدر الفقرة السابقة ، ولكن الوسيلة التى استعان بها ناقصة لاتوصل إلى النتيجة المضبوطة على الوجه الصحيح الكامل . وإن كانت فى الوقت نفسه تبين أن القوس ك م ل (شكل ١٤٥) التى يعدها خيالا للقوس ا هـ ب ليست قوساً من دائرة وليست نقاطها متساوية الأبعاد عن

مركز المرآة ، أى تبين أن الخيال لا يحتفظ بصورة المبصر على ماهى عليه فى الواقع .

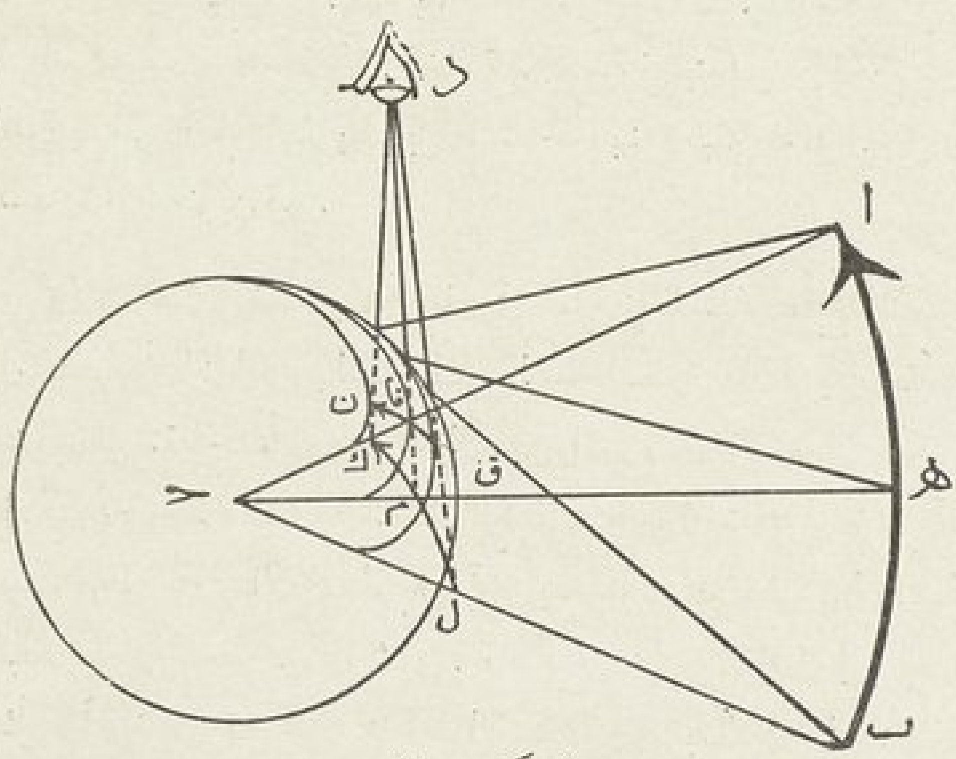
وابن الهيثم يمس فى هذه البحوث موضوع تشوه الخيالات من جراء انعكاس الأشعة من أجزاء من السطح بعيدة عن مواقع الأعمدة الواقعة على السطح من النقاط المبصرة الصادرة منها تلك الأشعة . والأشعة التى من هذا القبيل هى التى يتكون منها ما يعبر عنه الآن بالحزمة غير المحورية . وهى بعد انعكاسها عن السطح الكرى تنعكس على هيئة حزمة « لا نقطية » مهما بلغ من الصغر مساحة الجزء الذى تنعكس عنه . فخيال أية نقطة مضيئة يدرك بانعكاس هذه الأشعة غير المحورية لا يكون نقطة . وابن الهيثم لا يراعى علاقة هذا الأمر بالخيال فى هذه البحوث ولكنه يعالج فعلا شرح حالات ، الانعكاس فيها هو انعكاس حزم غير محورية . وخاصة اللانقطية فيما ينعكس من الحزم غير المحورية أمر كان ابن الهيثم يعلمه بل هو شرحه وبينه وطبقه وله كل الفضل فى كشفه كما أوضحنا من قبل .

ولابن الهيثم فى نظرنا بعض العذر فى العناية بنقطة التقاء الشعاع المنعكس إلى البصر (أو امتداده) بالقطر المار بالنقطة المبصرة وإن لم يكن محقاً فى اعتبار تلك النقطة دائماً موضع الخيال . فمن المعلوم أن الأشعة التى تنعكس على هيئة حزمة لا نقطية عن السطح الكرى تمر هى أو امتداداتها أولا بخط يسمى الخط البؤرى الأول ، ثم بخط آخر يقع على سمت القطر المار بالنقطة المبصرة يسمى الخط البؤرى الثانى . والشعاع المنعكس الواصل إلى البصر يمثل كما أشرنا من قبل محور مخروط الأشعة التى ترى به العين خيال النقطة . فالنقطة التى يلتقى عندها هذا الشعاع أو امتداده القطر هى موضع النقطة المتوسطة من الخط الثانى . ولما كان مخروط الأشعة التى يقع على العين ضيقاً جداً كان امتداد الخط البؤرى على القطر صغيراً جداً . فابن الهيثم إذ يعنى بتعيين هذه النقطة يعنى من وجهة نظرنا الآن لا بتعيين موضع الخيال كما يقول وإنما بتعيين موضع الخط البؤرى الثانى . وليس بضاره أننا فى دراستنا فى الوقت الحاضر نعنى بتعيين بعده عن نقطة الانعكاس من السطح ، لأن ذلك أنسب

وأليق ، فى حين أنه يُعنى فى بحوثه بتعيين بعد تلك النقطة عن مركز المرآة .

ويجدر بنا هنا أن نمحص بإيجاز النتائج التى توصل إليها ابن الهيثم من بحوثه عن أشكال خيال القوس التى مركزها مركز المرآة لكى يتبين مبلغ بعد تلك النتائج عن الصواب أو مبلغ قربها منه .

فقد اتضح فيما سبق أن موضع خيال النقطة الذى يدرك بانعكاس الأشعة اللامحورية لا يقع على العمود الخارج من تلك النقطة على السطح وإنما على السطح الغلافى . فإن فرضنا لسهولة الشرح أن مركز البصر نقطة د (شكل ١٤٦) فى مستوى دائرة القوس ا ه ب فإن خيال ا يكون بالتقريب



(شكل ١٤٦)

نقطة مثل ن حيث يمس محور مخروط الأشعة المنعكسة إلى العين المنحنى الغلافى لامتدادات الأشعة المنعكسة فى مستوى الشكل والواردة من نقطة ا . وبالمثل يكون خيال ه ، ب نقطتين مثل ف ، ق نظيرتين لنقطة ن . ومنه يتضح أن خيال ا ه ب هو ن ف ق ، وهو قوس محدبة حدبتها تلى السطح العاكس ولكنها ليست قوساً من دائرة مركزها ح . فالنتيجة

وإن كانت من الناحية الوصفية لا تختلف عما يقوله ابن الهيثم فان هناك فى الحقيقة وجوه اختلاف .

أولا — أن القوس ن ف ق ليست هى القوس ك م ل التى كل نقطة منها هى نقطة التقاء امتداد المنعكس إلى العين بالواصل من المركز إلى النقطة المبصرة كما زعم ابن الهيثم .

ثانياً — أن خيال أية نقطة من المبصر مثل ا ليست نقطة مفردة مثل ن أو مثل ك كما يزعم ابن الهيثم .

ثالثا — أن الخيال ن ف ق وإن كان قوساً فى مستوى دائرة ا هـ ب فانه لو كان مركز البصر خارجاً عن مستوى هذه الدائرة فان خيال كل نقطة من المبصر يمكن اعتباره عند النقطة التى يمس عليها الخارج من مركز البصر السطح الغلافى للأشعة المنعكسة الواردة قبل الانعكاس من تلك النقطة المبصرة . والسطح الغلافى بالنسبة لنقطة ا مثلا هو الحادث من دوران قوسها الغلافى المبين فى الشكل حول ا حـ دورة تامة . وهو بالنسبة لنقطة هـ هو الحادث من دوران قوسها الغلافى المبين فى الشكل حول هـ حـ دورة تامة .

وهكذا . فنقاط التماس لا تقع فى مثل هذه الحالة فى مستوى ا هـ ب . فى حين أن قوس ك م ل وهى خيال ا هـ ب فى زعم ابن الهيثم تقع دائماً فى مستوى دائرة ا هـ ب .

هذا بايجاز بيان للأخطاء التى وقع فيها ومصدرها جميعاً تطبيق قاعدته المحدودة تطبيقا عاما .

١٨١ — بحوث ابن الهيثم عن شكل خيال المبصر المستقيم الذى يعترض المرآة الكرية المحدبة ولا يلقى امتداده أو يماس سطحها

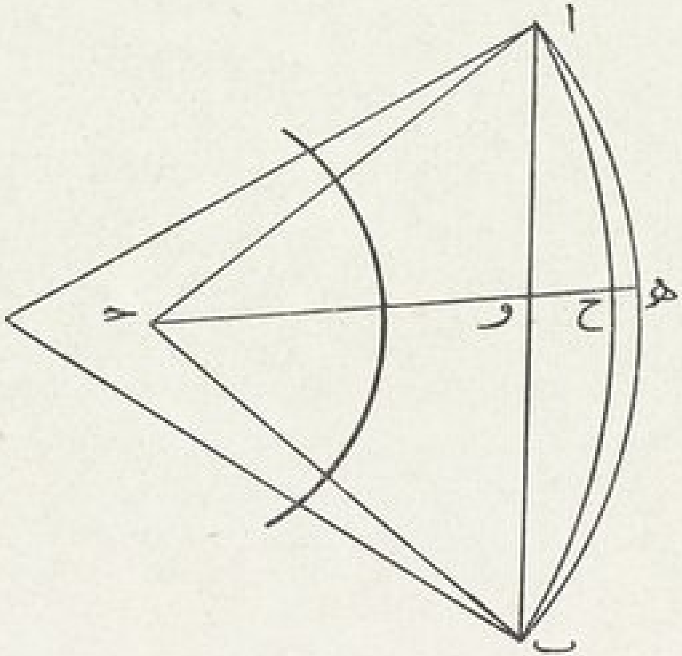
اتضح مما سبق كيف بين ابن الهيثم أن المبصر إذا كان قوساً من دائرة مركزها مركز المرآة يكون خياله قوساً محدبة حدبتها تلى سطح المرآة ، وقد سبق

أيضاً أنه بيّن أن النقطة المبصرة كلما زادت قرباً إلى سطح المرآة زاد خيالها بعدا عن مركزها .

وهو يستنبط من هاتين القضيتين أشكال خيالات بعض المبصرات الأخرى كالقوس من الدائرة التى يمر مستواها بمركز كرة المرآة ويكون مركزها من وراء مركز الكرة ، أو كالمستقيم الذى يكون طرفاه على بعدين متساويين من مركز المرآة . أو إن لم يكن كذلك لا يلقى امتداده سطح المرآة ولا يماسه .

وطريقته فى بيان هذه الحالات فكرتها الأساسية واحدة .

فلنفرض المبصر مستقيماً كالمستقيم ا ب (شكل ١٤٧) واقعاً فى مستوى



(شكل ١٤٧)

الشكل ومركز المرآة ﺟ وبعدى طرفى المبصر ا ، ب عن المركز متساويين ولنخرج الدائرة التى مركزها ﺟ ونصف قطرها ﺣ ا ، فمحيطها يمر بنقطة ب . فان أخذنا أية نقطة مثل ﻫ على قوسها ا ب ووصلنا ﻫ ﺣ فانه يلقى ا ب على نقطة ولتكن و .

ولما كانت نقطة ﻫ أبعد عن سطح المرآة من و فان خيال نقطة و أبعد عن مركز المرآة من خيال ﻫ . ولما كان خيال القوس ا ﻫ ب قوساً محدبة

حدبتها تلى سطح المرآة ، اتضح أن خيال المستقيم ا ﻫ ب قوس محدبة ولكنها أشد تحدبا من خيال ا ﻫ ب وحدبتها أيضاً تلى سطح المرآة . ومنه يتضح أيضاً أن خيال الجزء ، ا و ، من المستقيم ا ب ، قوس محدبة تلتقى عند أحد طرفيها مع القوس التى هى خيال ا ﻫ ، وطرفها الآخر أبعد عن مركز المرآة من خيال ﻫ .

كذلك إذا فرضنا أن المبصر قوس فى مستوى الشكل كقوس ا ح ب من دائرة مركزها خلف مركز كرة المرآة ، أمكن من مركز الكرة ﺣ إخراج مستقيمين ﺣ ا ، ﺣ ب متساويين ينتهيان إلى محيطها . فاذا رسمت الدائرة التى مركزها ﺣ ونصف قطرها ﺣ ا وأخرجنا المستقيم ﺣ ح حتى يقطع محيطها على ﻫ ، اتضح بالبرهان نفسه أن خيال القوس ا ح ب تكون قوساً محدبة حدبتها تلى سطح المرآة ، وتكون أشد تحدباً من خيال ا ﻫ ب ولكنها أقل تحدبا من خيال المستقيم ا و ب .

بمثل هذا البرهان (١) يبين ابن الهيثم فعلا هذه الأمور . والبرهان سليم لا شبهة فيه مادامت مقدمتاه أو أصلاه سليمين .

١٨٢ — بحوث ابن الهيثم عن شكل خيال المبصر المستقيم الذى يعترضه المرآة الكرية المحدبة ويلقى امتداده سطحها أو يماسه

طريقة ابن الهيثم فى معالجة هذه الحالة وشرحها (٢) طريقة نعرضها فيما يلى ملتزمين رموزه فى البرهان وموضحين ذلك بشكلين لتبيان ما أراد .

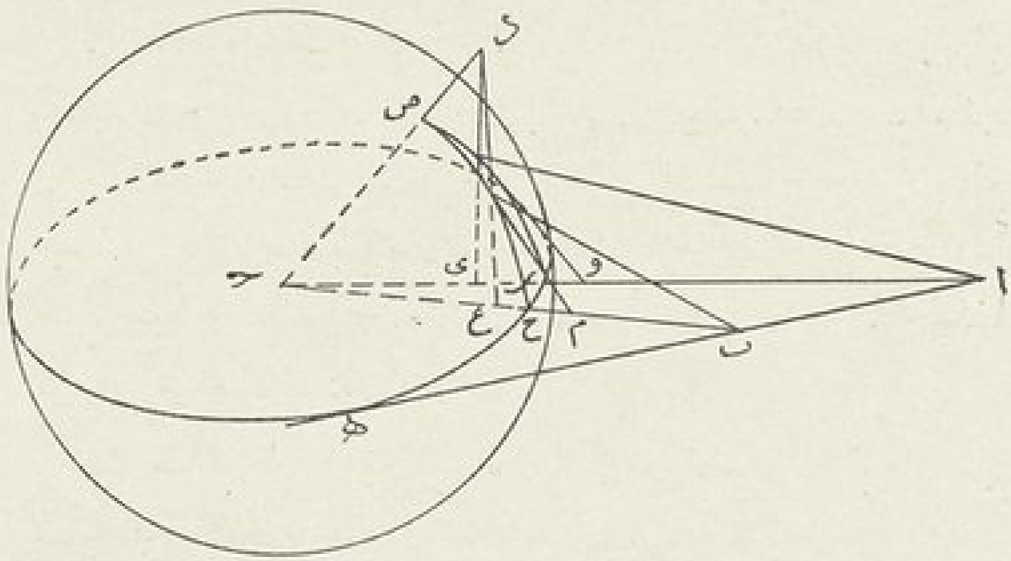
فليكن مركز المرآة ﺣ (شكل ١٤٨) وليكن ا ب جزءاً من المبصر المستقيم وليكن المبصر ممتداً من جهة ب بحيث يلقى سطح المرآة أو يماسه على نقطة ﻫ . وليكن د مركز البصر . وليلق ا ﺣ سطح المرآة على ر ، وليلق د ﺣ سطحها على ص . فنقطة ا تنعكس إلى د فى مستوى ا ﺣ د ،

---

(١) و (٤٥) و (٤٧) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

(٢) و (٤٧) و (٥١) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

ونقطة الانعكاس تكون على محيط الدائرة العظيمة التى يلقى عليها هذا المستوى سطح المرآة وتقع على قوس منها طرفاها نقطتا ر ، ص . والمماس من نقطة الانعكاس للقوس المذكورة فى المستوى المذكور يلقى ا ح على نقطة ولتكن و فيما بين ا ، ر . وامتداد المنعكس إلى د يلقى ا ح على نقطة ولتكن ى تكون هى خيال ا بالنسبة إلى البصر د .



(شكل ١٤٨)

وبالمثل إذا رمز لنقطة التقاء ب ح بسطح المرآة بالحرف ح فنقطة ب تنعكس إلى د فى مستوى ب ح د ، وتقع نقطة الانعكاس على القوس ح ص من محيط العظيمة التى يلقى عليها هذا المستوى سطح المرآة . والمماس لهذه القوس من نقطة الانعكاس فى المستوى المذكور يلقى ب ح على نقطة ولتكن م فيما بين ب ، ح ، كما أن امتداد المنعكس يلقاه على نقطة ولتكن ع ، تكون هى خيال ب بالنسبة إلى البصر د .

فاذا أخرج مستوى لخطين ا ح ، ا ب فهو يقطع سطح المرآة على عظيمة ولتكن هى الدائرة المبينة بشكل (١٤٩) ، ولتكن نقطة م هى نهاية المماس من نقطة انعكاس ب إلى د . فاذا أخرج من نقطة م مماساً للدائرة يماسها من جهة هـ على نقطة ولتكن ف ، فامتداد م ف من جهة م يلقى

حتماً ا حـ على نقطة ولتكن س تقع فيما بين ا ، ر . ثم نخرج نصف القطر حـ ش من جهة هـ بحيث تكون

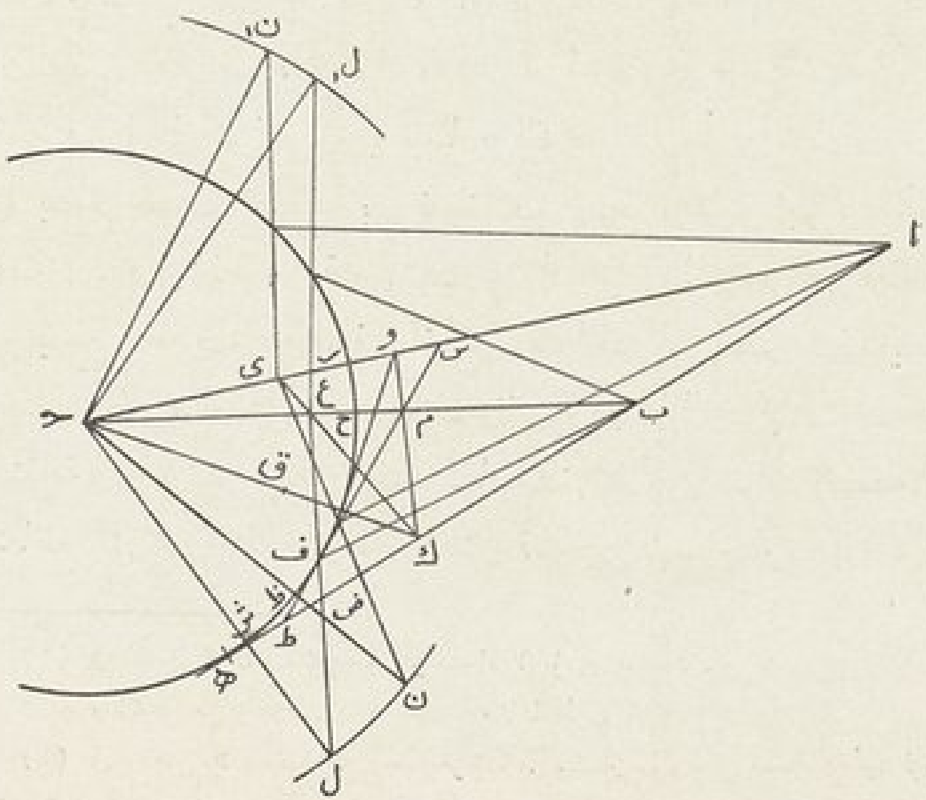
∠ ب حـ ش = ∠ ب حـ د

ونخرج حـ ش إلى ل بحيث يكون

حـ ل = حـ د .

فالقوس ح ش من هذه الدائرة تساوى القوس ح ص (شكل ١٤٨) من العظيمة الواقعة فى مستوى ب حـ د . ونقطة ل فى مستوى ب حـ ل هى النظيرة لنقطة د فى مستوى ب حـ د ، وخط ب حـ هو هو فى الحالتين ، ونقطة م هى النهاية المشتركة للمماسين ، فقوس ح ف من دائرة ح ف ش تساوى القوس المحدودة بنقطة ح من أحد طرفيها ونقطة انعكاس ب إلى د من طرفها الآخر . وإذن تكون نقطة ف هى نقطة انعكاس ب إلى ل .

وأيضاً فان الأقواس ص ر (شكل ١٤٨) ، ر ح ، ح ص هى أقواس متقاطعة من ثلاث دوائر عظمى فى سطح الكرة ، فمجموع طولى أى قوسين منها يكون أعظم من طول الثالثة .



(شكل ١٤٩)

وبما أن القوس ح ش (شكل١٤٩) تساوى القوس ح ص (شكل١٤٨) تكون القوس م ش (شكل١٤٩) أعظم من قوس ص م (شكل١٤٨) .

فاذا أخرج نصف القطر حـ ظ (شكل ١٤٩) من جهة هـ أيضاً بحيث تكون

ء ا حـ ظ = ء ا حـ د ،

فان نقطة ظ تقع حتماً بين نقطتى ح ، ش كما هو مبين بشكل (١٤٩) .

ولنخرج حـ ظ إلى ن بحيث يكون

حـ ن = حـ ل = حـ د ،

ويقول ابن الهيثم بلفظه « فالدائرة التى تدار على مركز حـ وببعد حـ ل تمر بنقطة ن ويكون خط (ن ف)[١] فى داخل تلك الدائرة . فخط حـ ن يقطع خط ل ف ، إذا كانت نقطة ظ فيما بين نقطتى ف ، ش . فليقطع خط حـ ن خط ل ف على نقطة ض »[٢] .

ويبرهن ابن الهيثم بعد ذلك على أن نقطة انعكاس ا إلى ن تقع حتماً بين نقطتى م ، ف ، ويقول « وذلك أن الخط الخارج من نقطة ن إلى نقطة ف إذا انعكس على زوايا متساوية فانه يقع خارجاً عن خط ف ب ، فهو يقطع خط ب ط فيما بين نقطتى ب ، ط ، فليس يلقى هذا الخط نقطة ا . وكل نقطة من قوس ف ظ إذا خرج إليها خط من نقطة ن فهو يقطع خط ف ض ، فاذا انعكس ذلك الخط إلى نقطة ا فهو يقطع خط ب ف ، إما على خط ب ف نفسه وإما إذا أخرج ف ب على استقامة فى جهة ب . فتكون نقطة التقاطع التى على خط ب ف (ونقطة)[٣] التقاطع التى على خط ف ض نقطتين قد خرج منهما خطوط إلى الدائرة

---

(١) فى الأصل « ل ف » وهو تحريف إذ لا يؤدى المقصود .

(٢) و (٤٨) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

(٣) فى الأصل « ويقطعه » وهو تحريف . وغير ذلك بعض أخطاء لم نجد لزوما للاشارة إليها .

وانعكست على زوايا متساوية من نقطتين إحداهما نقطة ف ، والأخرى النقطة التى فيما بين نقطتى ف ، ظ . وهذا محال »[1] . ويحيل ابن الهيثم بيان المحال إلى حكمه الذى أوردناه فى فقرة (٩٧) من الجزء الأول من هذا الكتاب بعنوان الحكم الثالث ، وإن كان الأليق أن يحال ذلك إلى حكمه الأول الذى بيناه فى فقرة (٩٥) .

وإذن تكون نقطة انعكاس ا إلى ن نقطة على قوس ر ف ، وإذن إذا أخرج المماس من نقطة الانعكاس وقع حتما بين المماس م ف وبين محيط الدائرة .

ونظراً لأن أوضاع النقاط ا ، ح ، ن من الدائرة العظيمة فى مستوى شكل (١٤٩) هى بالضبط كأوضاع النقاط ا ، ح ، د من الدائرة العظيمة التى يلقى عليها مستوى ا ح د سطح كرة المرآة ، فنقطة انعكاس ا إلى ن يكون بعدها من ر كبعد نقطة انعكاس ا إلى د من ر . وإذن المماس من نقطة انعكاس ا إلى ن يلقى المستقيم ا ح على النقطة و نفسها التى يلقى عليها المماس من نقطة انعكاس ا إلى د هذا المستقيم . وأيضاً امتداد المنعكس من ا إلى ن يلقى المستقيم ا ح على نقطة ى التى هى خيال ا بالنسبة إلى البصر د .

وبما أن هذا المماس يقع بين م ف وبين محيط الدائرة فنقطة و هذه تقع حتما بين نقطتى س ، ر كما هو مبين بشكل (١٤٩) .

فإذا وصل و م ، ومد من جهة م فهو يلقى حتما امتداد ا ب على نقطة ولتكن ك . فإذا وصل ى ع ومد على استقامته ، فنظراً لأن

$$\frac{ا ح}{ح ى} = \frac{ا و}{و ى} \text{ ، } \frac{ب ح}{ح ع} = \frac{ب م}{م ع}$$

، و م يلقى امتداد ا ب على نقطة ك ، اتضح من المقدمات أن امتداد

(١) و (٤٨) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

ى ع يمر بنقطة ك نفسها ، أى أن الواصل بين خيالى ا ، ب بالنسبة إلى بصر د يلقى امتداد ا ب على النقطة ك .

فإن فرضنا أن ك هى نهاية المستقيم المبصر فان خيال ك بالنسبة إلى بصر د يقع حتما بين ك وبين المركز ح على تصاريف الأحوال . فاذا رمزنا لموضع الخيال بالحرف ق ، يكون خيال المبصر ا ب ك بالنسبة إلى بصر د ، هو ى ع ق ، ويكون مقوساً حدبته تلى ا ب ك ، أياً كان موضع ق على خط ك ح .

ذلك هو بالتفصيل برهان ابن الهيثم على تقوس الخيال فى حالة المبصر المستقيم المعترض للمرآة الذى يلقى امتداده سطح المرآة أو يماسه .

ولو أن ابن الهيثم نص فى أقواله على أن يخرج المماس من نقطة م (شكل ١٤٩) إلى جهة ه ، وتخير هذا الوضع ، فان برهانه فى جوهره يصح أيضاً على الوضع الآخر الذى يكون المماس فيه خارجاً إلى الجهة الأخرى .

ولعل هذه الطريقة التى عالج بها ابن الهيثم هذا الموضوع من خير الوسائل التى يتيسر بها شرح انعكاس نقطتين مثل ا ، ب إلى نقطة ثالثة لا تقع فى المستوى الذى يشمل النقطتين ومركز المرآة بل تكون خارجة عنه .

١٨٣ – نبذة عامة عن بحوث ابن الهيثم عن أشكال خيالات الكرية المحدبة

تخيرنا فيما سبق أمثلة من مباحث ابن الهيثم فى أشكال خيالات المبصرات فى المرآة الكرية المحدبة كان غرضنا منها أن نوضح الفكر الأساسية التى نهج عليها فى تلك المباحث ، ونبين بها وجهة نظره ، ونحاول أن نبين الى أى مدى تتفق وجهة نظره وتتفق النتائج التى توصل اليهـــا ، والمعلومات التى أخذت تترى وتتراكم من بعده . وقد ضمّنا تلك الأمثلة أن يكون مركز البصر خارجا عن المستوى الذى يشمل المبصر ومركز المرآة لأن ابن الهيثم نفسه يعد وجود البصر على هذه الصفة هو ما يعرض فعلا فى أكثر الأحوال والأوقات ، حتى اذا فرضنا الوضع النادر الذى يتصادف فيه أن يكون مركز البصر فى ذلك المستوى فان دوام هذا الوضع وقتاً مقتدراً ليس كبير الاحتمال .

وعناية ابن الهيثم بالاشارة الى هذا الأمر (١) تبين الناحية الخاصة من تفكيره تلك الناحية التي تضطره إلى أن يتحرى فى بحوثه وفى الموضوعات التى يعالجها ما كان منها مطابقاً للواقع أو ما كان منها يعرض لا فى الأحوال النادرة بل فى أغلب الأحوال وأكثر الأوقات.

وهو على الرغم من ذلك يتناول أمثلة من هذه الحالات النادرة ويبين كيف يحدث أحياناً ألا يدرك البصر خيال المبصر البتة. وكيف يحدث أن يدرك خيال المبصر وهو خط مستقيم نقطة مفردة، وكيف يحدث أن يدرك خياله مجتمعا شديد الاجتماع فلا يتميز للبصر، وكيف يحدث أن يدركه محدبا ولكن تحدبه فى هذه الحالة يكون أقل من تحدبه إذا كان مركز البصر خارجاً عن المستوى المذكور، وما إلى ذلك.

ولكنا نجد أن مباحثه مقصورة على الحالات التى يكون فيها خيال المبصر بوجه عام محدبا وتحدبه يلى سطح المرآة. وسياق بحوثه فى هذا الموضوع تدل (وإن لم يكن هو نفسه قد ذكر ذلك أو شار اليه) على أن الغاية التى يرمى اليها فى هذه البحوث هى بيان تقوس خيال المبصر المستقيم. فلم يراع من حالات المبصرات المقوسة إلا الحالات التى تصلح على القدر اللازم لتمهيد السبيل إلى الغاية التى يريدها.

وإلا فمن الجائز أن يكون المبصر مثلا قوساً محدبة حدبتها تلى سطح المرآة ويدرك خياله مستقيما. ومن الجائز أن يكون قوساً مقعرة شديدة التقعير فيدرك خياله قوساً مقعرة تقعرها يلى سطح المرآة لا قوساً محدبة تحدبها يلى سطح المرآة كما فى الحالات التى ذكرها. وواضح أنه يمكن على أساس طريقته التى عالج بها الحالات السابقة بيان هذه الحالات وسواها وشرحها جميعاً.

---

(١) و (٥٥) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر.

١٨٤ – بحوث ابن الهيثم عن عظم الخيالات التقديرية التى ترى فى المرآة الكرية المقعرة

وينهج ابن الهيثم فى بحوثه عن عظم خيالات المبصرات التى يدركها البصر فى المرآة الكرية المقعرة على المنوال السابق نفسه ، ونجده فى هذه البحوث قد استطاع أن يستعرض الموضوع بحيث يلم بنواحيه المختلفة . فتضمنت بحوثه كما أشرنا من قبل الحالات التى يكون فيها الخيال « تقديرياً » والحالات التى يكون فيها « حقيقياً » ، والحالات التى يكون فيها مكبراً والحالات التى يكون فيها مصغراً أو مساوياً للمبصر نفسه .

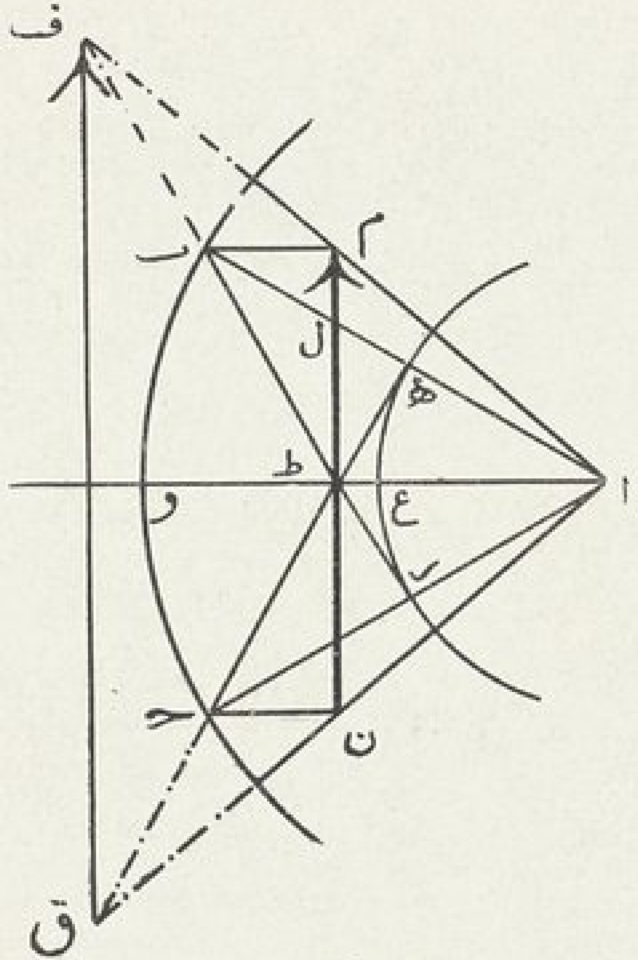
ونحن فى عرض هذه البحوث هنـــا نقسمها قسمين نتناول فى الأول ما ينطوى منها على معنى الخيال التقديرى ونتناول فى الثانى ماينطوى منها على معنى الخيال الحقيقى .

وأول ما يتناوله ابن الهيثم من حالات الكرية المقعرة فى كتاب المناظر الحالة التى يتكون للمبصر فيها خيال تقديرى[١] ويبين فى هذه الحالة أن الخيال يكون مكبراً ويكون مستويا غير منكوس ويعين فعلا الوضع الذى يجب أن يكون فيه المبصر نفسه لكى يتسنى رؤية هذا الخيال .

ويسلك فى بيان هذه الأمور طريقته الخاصة . فلنفرض أن دائرة ب و حـ (شكل ١٥٠) عظيمة على كرة المرآة ومركزها نقطة ا ونصف قطرها ا و . ننصف ا و على ع ونرسم دائرة مركزها ا ، ونصف قطرها ا ع . ونأخذ أية نقطة مثل ط على و ع ونرسم منها المماسين ط هـ ، ط م يمسان الدائرة الثانية على هـ ، م ، ثم نصل ا هـ ، ونخرجه حتى يلقى محيط عظيمة المرآة على ب ، ونصل ا م ، ونخرجه حتى يلقاه على جـ . ونقيم من ط العمود م ط ن على ا و ، ونرسم من ب المستقيم ب م موازيا ا و ، وليلق هذا العمود على م ، وكذلك نرسم من حـ المستقيم حـ ن

(١) و (٩٤) — و (٩٧) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

موازيا أو ، وليلق العمود المذكور على ن فان أخرج ا م ، ط ب التقيا على ف ، وإن أخرج ا ن ، ط ح ، التقيا على ق والمثلثان ط ه ب ، ط ه ا متطابقان ،



(شكل ١٠٠)

فتكون

∠ ط ب ا

= ∠ ط ا ب

= ∠ م ب ا

فيتضح أن م تنعكس من ب إلى ط .

وبالمثل ن تنعكس من ح إلى ط .

فان كان البصر عند ط فنظراً لأن ا م ف هو امتداد قطر المرآة المار بنقطة م ، ب ط هو شعاع منعكس إلى ط فنقطة التقائهما وهى ف تكون وفقا لقاعدة ابن الهيثم خيال نقطة م .

وبالمثل تكون نقطة ق خيال نقطة ن .

فان كان م ن مبصرا تكون نقطتا ف ، ق خيالى طرفيه م ، ن على الترتيب .

تلك بايجاز فكرة ابن الهيثم .

وهو يعنى فى شرحه بأمرين أحدهما اثبات أن امتدادى ا م ، ط ب يلتقيان فعلا وإن امتدادى ا ن ، ط ح يلتقيان فعلا .

وذلك لأنه إذا رمزنا لنقطة تقاطع ا ب ، م ط بالحرف ل اتضح

أن مثلث ل ط ا قائم الزاوية فى ط ، فزاوية ا ل ط حادة ، فزاوية ب ل ط منفرجة ، فالضلع ب ط فى مثلث ب ل ط أعظم من ب ل والضلع ب ل (فى مثلث ب ل م القائم الزاوية فى م) أعظم من ب م . إذن ب ط أعظم من ب م .

وبما أن ب ط = ا ط لتطابق المثلثين ب ط ه ، ا ط ه تبين أن ا ط أعظم من ب م وإذن ا م ، ط ب إذا أخرجا حتما يلتقيان . وبالمثل فيما يختص بالمستقيمين ا ن ، ط حـ .

والأمر الثانى إثبات أن المستقيم الواصل بين ف ، ق يوازى الواصل بين م ، ن .

وذلك لأن $\frac{\text{ف م}}{\text{ف ا}} = \frac{\text{ب م}}{\text{ا ط}}$ ، $\frac{\text{ق ن}}{\text{ق ا}} = \frac{\text{حـ ن}}{\text{ا ط}}$.

ومن السهل إثبات أن ب م = حـ ن ، فينتج

أن $\frac{\text{ف م}}{\text{ف ا}} = \frac{\text{ق ن}}{\text{ق ا}}$.

وإذن المستقيم الواصل بين ف ، ق يوازى الواصل بين م ، ن .

ويتضح من ذلك أن $\frac{\text{ف ق}}{\text{م ن}} = \frac{\text{ف ا}}{\text{م ا}}$ ، وبما أن م واقعة بين ا ، ف يكون البعد بين نقطتى ف ، ق أعظم من البعد بين نقطتى م ، ن ، ويكون معنى ذلك أن البعد بين طرفى الخيال أعظم من البعد بين طرفى المبصر أى أن الخيال مكبر .

والبرهان لا يخلو من تعقيد وشىء من الالتواء كان من المتيسر تجنبهما سيما وابن الهيثم لا يشترط فى وضع نقطة ط إلاَّ أن تكون بين منتصف نصف القطر ا و ، وبين طرفه و . وهذا وحده لا يكفى للأغراض التى يتوخاها على الصفـــة التى يريدها ، فان كان المماسان الخارجان من نقطة ط للدائرة الصغرى يصنعان مع او زاوية أصغر من نصف قائمة فالمستقيمان ب ط ، حـ ط يلقيان الموازيين من ب ، حـ على الترتيب خارج محيط دائرة المرآة

فلا تستقيم الأغراض التى يتوخاها ابن الهيثم . وإن كانت كل من تينك الزاويتين نصف قائمة فالعمود م ط ن يمر بنقطى ب ، ح . وأيضاً فليس شرط أن تكون كل من تينك الزاويتين أعظم من نصف قائمة يكفى وحده لحسبان المستقيم ف ق خيالا للمستقيم م ن لأنه إن كانت النقطتان ب ، ح بعيدتين بعداً مقتدراً عن و فالمستقيم ف ق يقطع أو يماس محيط دائرة المرآة .

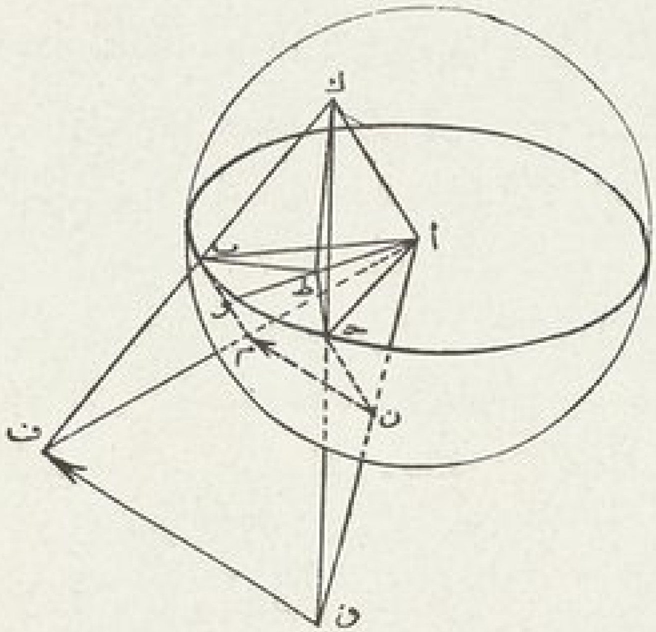
ولكن على الرغم من ذلك فان الشرح يتضمن أموراً لا نزال فى الوقت الحاضر نعمل بها وندرسها لطلبة مدارسنا كقواعد تتبع لتعيين خيال المبصر بالرسم الهندسى . فاتخاذ الشعاع الذى يسقط موازيا للمحور والشعاع الذى يسقط ماراً هو أو امتداده بمركز كرة المرآة ، واشتراط أن يكون موضع المبصر على محور المرآة بعده عن القطب أصغر من ربع قطر المرآة ، كل ذلك متضمن فى البرهان . غير أن ابن الهيثم لا يستعين فى توضيح تكوّن الخيال بمعنى البؤرة ، ولا يتقيد بالأشعة المحورية . وهو علاوة على ذلك لا يبحث عن تكون الخيال فى ذاته ، ولا يريد أن يتصور خيالا دون أن يتصور قبل ذلك البصر الذى يدرك الخيال ، والتقيد بالناحية الشخصية يلجئه فى هذه الحالة إلى أن يعد نقطة ط مركز البصر ، وفرض ط مركزاً للبصر وإن صح نظرياً فهو فرض من الناحية العملية قد لا يتيسر تحقيقه ، إلا إذا أريد من هذه الحالة تبيان الكيفية التى بها يستطيع الناظر فى المرآة الكرية المقعرة رؤية صورة وجهه مكبرة غير منكوسة .

ولعل ابن الهيثم وهو رجل يرعى النواحى العملية حق رعايتها لم يقنع فى شرحه بالوقوف عند هذا الحد ، فمضى يبين أن مثل هذا الخيال المكبر غير المنكوس الذى يدرك خلف السطح الكرى للمرآة يمكن أن يدركه البصر وهو فى أوضاع أخرى غير نقطة ط [1] . وهو يبنى شرحه هذا الأمر على الفروض الأولى التى ذكرها فى البرهان السابق ويورد البيان فى صيغة موجزة صحيحة تدعو فى ذاتها إلى الاعجاب .

---

(١) و (٩٦) — و (٩٧) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

فلنفرض مركز المرآة ا (شكل ١٥١) ونصف قطرها ا و ، وليكن ب و حـ قوساً من محيط عظيمة على كرة المرآة . ننصف ا و على ع ، ونأخذ نقطة ط على ا و بحيث يكون ا ط أعظم من ط و ، ونعيد العمل السابق لتعيين وضعى ا ب ، ا حـ كما مر . ثم نقيم من ط العمود ط ك على مستوى العظيمة (أى مستوى ا ب و حـ) ، ونجعل ط ك حيثما اتفق، ونصل ا ك ، ونرسم من ب المستقيم ب م موازياً ا ك ، ونجعله أصغر من ا ك ، ونخرج ا م ، ك ب ، فهما حتما يلتقيان وليكن على ف .



(شكل ١٥١)

كذلك نرسم من حـ المستقيم حـ ن موازياً ا ك ونجعل حـ ن مساوياً ب م ، ونخرج ا ن ، ك حـ فهما يلتقيان ، وليكن على ق

فى المثلثين ط ب ك ، ط ا ك

ط ب = ط ا كما اتضح فى البرهان السابق

، ط ك مشترك ، زاوية ط فى كل قائمة

فالمثلثان متطابقان .

وإذن ك ب = ك ا ، ∠ ك ب ا = ∠ ك ا ب .

ولكن ∠ ك ا ب = ∠ م ب ا ،

∴ ∠ م ب ا = ∠ ك ب ا .

وهما فى مستوى واحد ،

∴ نقطة م تنعكس من ب إلى ك .

وإذن تكون نقطة ف وهى نقطة التقاء امتداد المنعكس ب ك وامتداد القطر المار بنقطة م هى على حسب قاعدة ابن الهيثم خيال م ، بالنسبة إلى بصر مركزه ك . وبالمثل يتبين أن نقطة ق خيال ن بالنسبة إلى بصر مركزه ك .

وإذن البصر الموجود عند ك يدرك للبصر الذى طرفاه م ، ن خيالا طرفاه ف ، ق .

وابن الهيثم يمضى بعد توضيح هذه الأمور لإثبات أن ف ق أعظم من م ن .

وهو يبين أيضا أنه إذا أدير الشكل حول ا و حدث من دوران ك محيط دائرة نصف قطرها ط ك ، ومستواها عمود على ا و . وكل نقطة من محيط هذه الدائرة وضعها بالنسبة الى الخط النظير لخط م ن ، كوضع ك بالنسبة إلى خط م ن فى الشكل المرسوم .فإن كان البصر حيث تلك النقطة من محيط الدائرة أدرك خيال النظير لخط م ن تقديريا معتدلا مكبرا كما نقول الآن .

ويلاحظ فى هذا البرهان ان تكون الخيال التقديرى ف ق منوط بجعل ب م أصغر من ك ا فى العمل الهندسى . وأن فصل انعكاس م إلى ك من ب هو محيط العظيمة التى تحدث من التقاء مستوى مثلث ا ك ب بسطح كرة المرآة . وفصل انعكاس ن إلى ك من حـ هو محيط العظيمة التى تحدث من التقاء مستوى ا ك حـ بسطح كرة المرآة ، ومستويا الانعكاس غير متطابقين .

١٨٥ — بحوث ابن الهيثم عن عظم الخيالات الحقيقية التى ترى فى المرايا الكرية المقعرة

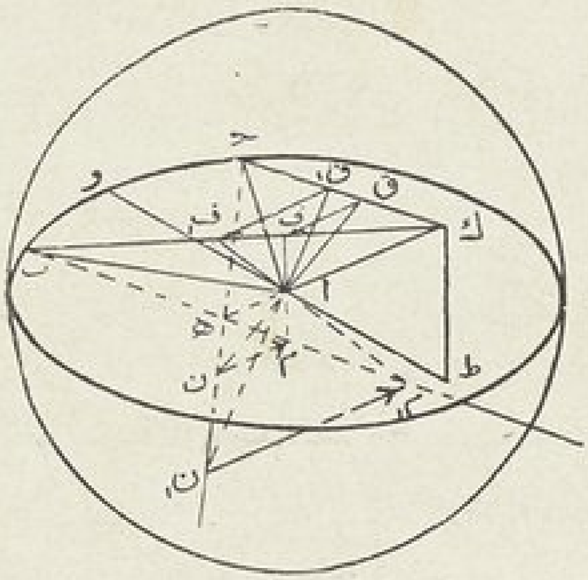
ينهج ابن الهيثم فى هذا القسم أيضا من بحوثه طريقة أساسها قاعدته فى تعيين خيال النقطة ولكن الطريقة التى يتبعها (١) لبيان أن الخيال قد يكون

---

(١) و (٩٧) — و (٩٩) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

مساوياً للبصر وقد يكون مصغراً أو مكبراً تختلف عن الطرق المألوفة فى الوقت الحاضر . ووجهة نظره فيها جديرة بالذكر ، ونلخصها فيما يلى :

لنفرض أن ب و ح (شكل ١٥٢) قوس من عظيمة على كرة المرآة حيثما اتفق ومركزها ا . نأخذ نقطة ط على امتداد و ا ونقيم منها عموداً على مستوى دائرة ب و ح ، ونأخذ عليه نقطة ك حيثما اتفق . نصل



(شكل ١٥٢)

ك ا ، ونرسم فى مستوى الدائرة نصف قطرها ا ب بحيث تكون زاوية ك ا ب منفرجة ، ونرسم نصف قطرها ا ح بحيث تكون

∠ ك ا ح = ∠ ك ا ب .

فمن السهل إثبات أن مثلثى ك ا ب ، ك ا ح متطابقان .

فتكون ∠ ك ب ا = ∠ ك ح ا وكلتاهما حادة ،

، ك ب = ك ح .

نخرج ك ا على استقامته . ونرسم من نقطة ح فى مستوى مثلث ك ح ا المستقيم ح ه بحيث تكون زاوية ا ح ه مساوية زاوية ك ح ا .

فالمستقيم ح ه يلاقى حتما امتداد ك ا ، وليلقه على ه ، ونصل ه ب .

ففى المثلثين ب ا ه ، ح ا ه يكون ب ا = ح ا ، ه ا مشترك

٦ ∠ ب ا هـ = ∠ حـ ا هـ ، لأن كلا منهما هى الباقية بعد المنفرجة من قائمتين ، فالمثلثان متطابقان .

واذن ∠ هـ ب ا = ∠ هـ حـ ا .

ومنه يتبين أن المستقيم ا ب ينصف زاوية هـ ب ك كما ينصف المستقيم ا حـ زاوية هـ حـ ك .

واذن يتبين أن هـ تنعكس من كل من حـ ٦ ب إلى ك .

نرسم فى مستوى ك ب هـ المستقيم ا ف عموداً على ا ب ، وليلق ب ك على ف ، وإذا أخرج فى جهة ا فهو يلق ب هـ وليكن على م . ونقطة ف هى نقطة التقاء الشعاع الوارد من م بعد انعكاسه من نقطة ب بالقطر المار بنقطة م . فنقطة ف بحسب القاعدة هى خيال م بالنسبة إلى بصرك .
كذلك نرسم فى مستوى ك حـ هـ المستقيم ا ق عموداً على ا حـ فهو يلق حـ ك وليكن على ق ، وإذا أخرج فى جهة ا فهو يلق حـ هـ وليكن على ن ، وتكون أيضاً نقطة ق خيال ن بالنسبة إلى بصرك .

وابن الهيثم يرى أنه إذا كانت نقطتا م ٦ ن طرفى مبصر ، تكون نقطتا ف ٦ ق طرفى خياله بالنسبة إلى بصرك ، ويلاحظ فى هذه الحالة أن موضع الخيال أمام السطح الكرى للمرآة لاخلفه ، وإنه اذا كان المبصر م ن معتدلا (أو مستوياً على حسب تعبير ابن الهيثم) كان الخيال ف ق منكوسا (أو مقلوباً على حسب اصطلاحنا الشائع) .

وفى المثلثين ب ا ف ٦ ب ا م ، ا ب مشترك وزاوية ا فى كل قائمة ، وزاويتا ب فيها متساويتان ، فالمثلثان متطابقان .

وإذن ا ف = ا م .

وكذلك ا ق = ا ن .

وإذن المثلثان ا ف ق ٦ ا م ن متطابقان .

وإذن ف ق = م ن ويوازيه .

فالخيال والمبصر متساويان ومتوازيان . أو بالأحرى الواصل بين طرفى المبصر والواصل بين طرفى الخيال كذلك .

وأيضاً يلاحظ أن بعد نقطة م عن ب يساوى بعد ف وهى خيالها عن ب وبالمثل بعد ن عن حـ كبعد ق عن حـ .

وواضح أن هذا الذى أراده ابن الهيثم هو تبيان الحالة التى يكون فيها بعد خيال كل من طرفى المبصر عن موضع الانعكاس من سطح المرآة مساوياً لبعد الطرف نفسه عن ذلك الموضع . وهى الحالة النظيرة للحالة التى يكون فيها المبصر صغيراً واقعاً فى مستوى يمر بمركز المرآة عموداً على محورها الرئيسى وعن جنبة من المركز وقريبا منه، فيكون الخيال واقعاً فى المستوى نفسه عن الجنبة الأخرى من المركز فى وضع يماثل وضع المبصر بالنسبة إلى المحور الرئيسى ومساوياً للمبصر فى الطول . ويسهل تصور الأمر إذا فرض مبصر صغير عند مركز تكور المرآة فى وضع متماثل بالنسبة إلى محورها الرئيسى فهو وصورته فى تلك الحال منطبقان ، ولكن إذا أديرت المرآة قليلا مع ثبوت قطبها وثبوت المبصر فى موضعه بحيث يصنع محورها زاوية صغيرة مع وضعه الأول انفصل الجسم عن صورته وصار كل منهما عن جنبة من المحور فى وضعين متماثلين .

هذا هو ما أراد ابن الهيثم تصويره وبيانه .

وابن الهيثم يمضى بعد ذلك لبيان كيف يمكن أن يتكون للمبصر خيال مصغر وكيف يمكن أيضاً أن يتكون له خيال مكبر . وتتبين طريقته فى ذلك من الشكل نفسه . فإذا أخذنا نقطة مثل م١ على امتداد ب م وأخرى مثل ن١ على امتداد حـ ن بحيث يكون ب م١ مساويا حـ ن١ ، ووصلنا م١ ا ومددناه حتى يلقى ب ك على ف١ ، ووصلنا ن١ ا ومددناه حتى يلقى حـ ك على ق١ فبما أن المستقيم ب ا ينصف زاوية ف١ ب م١ فى مثلث ف١ ب م١ ،

∠ ب ا م١ منفرجة ،

∴ ا م١ أعظم من ا ف١ .

وبالمثل ا ن١ أعظم من ا ق١ .

ومن تطابق المثلثين ب ا م١ ، حـ ا ن١ يتبين أنّ ا م١ = ا ن١ .

ومن تطابق المثلثين ب ا ف_1 ، حـ ا ق_1 يتبين أن ا ف_1 = ا ق_1 .

∴ المثلثان ا م_1 ن_1 ، ا ف_1 ق_1 متشابهان .

$$\therefore \quad \frac{\text{م}_1\ \text{ن}_1}{\text{ف}_1\ \text{ق}_1} = \frac{\text{ا م}_1}{\text{ا ف}_1} = \frac{\text{ا ن}_1}{\text{ا ق}_1} .$$

∴ م_1 ن_1 أعظم من ف_1 ق_1 .

فان كان م_1 ن_1 مبصراً وعد ف_1 ق_1 خياله ، اتضح أن الخيال أمام السطح العاكس ومنكوس ومصغر .

وبالمثل إذا أخذت نقطة م_2 بين هـ ، م ، وأخرى ن_2 بين هـ ، ن وأجرى العمل نفسه تبين أن الخيال يكون مكبراً ومنكوساً .

١٨٦ — تعليق على بحوث ابن الهيثم عن خيالات الكرية المقعرة

هذه هي طريقة ابن الهيثم لبيان حالات الخيالات الحقيقية المساوية للمبصر والمكبرة والمصغرة . وهو يلم على الوجه المذكور الماماً عاماً بالمعانى المختلفة المتعلقة بهذه الخيالات ، وهو يضمن أقواله علاوة على ذلك فكرة التبادل بين المبصر وبين الخيال الحقيقى كما نعلمها الآن . بمعنى أنه إذا كان المبصر فى مكان الخيال وفى وضعه كان الخيال فى مكان المبصر وفى وضعه . ويعلق على هذه الفكرة بما يتفق ووجهة نظره فى هذه الأمور .

وإنا لنجد فى هذا الموضوع أيضاً أن عنايته بالناحية الشخصية وبالبصر الذى يدرك الخيال مع قصور نظريته فى الابصار التى جعل اعتماده فيها على شعاع واحد تجعل أقواله فى هذا الصدد تنبو كثيراً أو قليلا عن محجة الصواب .

فان فرضنا المبصر م ن (شكل ١٥٢) وخياله ف ق فالبصر الموجود عند ك يدرك المبصر الخيال ف ق كما يقول ابن الهيثم . والشعاعان ب ف ك ، حـ ق ك الواردان بعد الانعكاس إلى البصر يمثلان محورى مخروطى الأشعة التى يدرك بها البصر كلا من النقطتين ف ، ق . ولكن إن فرضنا المبصر ف ق وخياله م ن ، وتساءلنا أين يكون موضع البصر

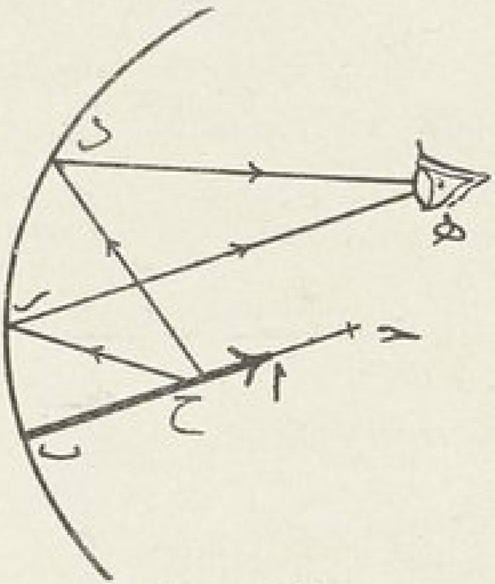
الذى يدرك هذا الخيال أجاب ابن الهيثم بأن موضع البصر هو نقطة ه . لأن ذلك كفيل بأن يصل إليه شعاع وارد من أحد طرفى المبصر وآخر وارد من طرفه الآخر بعد انعكاسهما عن سطح المرآة ، وإن كان المبصر ف ق متصلا لوصلت إلى البصر وهو فى هذا الوضع أشعة منعكسة واردة من نقاط المبصر المختلفة مترتبة بترتيب تلك النقاط .

وهذا كل ما تتطلبه نظريته فى الابصار لشرح كيفية إدراك البصر صورة المبصر بالانعكاس، بل وينتج من ذلك أن ما يدركه البصر عندئذ تكون أوضاع أجزائه بعضها بالنسبة إلى الآخر على حسب هذه النظرية كأوضاع أجزاء المبصر نفسه فيكون ما يدركه البصر مستويا أو معتدلا لا منكوسا .

ولا يخفى أن البصر الذى مركزه نقطة ه وإن وصل إليه ضوء منعكس وأحس به فانه لا يدرك منه الخيال م ن . ولكى يدركه يجب أن يصل إليه ضوء من الخيال م ن رأسا . ولكى يتم ذلك يجب أن يكون الخيال قدّام البصر ويجب أن يكون وضع البصر بحيث إذا وصل مركزه بنقطتى م ، ن وأخرج المستقيمان لقيا سطح المرآة العاكس ، فيمكن أن يرد إلى البصر على سمتى هذين المستقيمين ضوء منعكس عن سطح المرآة كان قد ورد إليها قبل ذلك من طرفى المبصر ف ق .

فان تساءلنا أخفيت أمثال هذه الأمور عن ابن الهيثم وهى تكاد تكون من البديهيات فى الوقت الحاضر ، لم نجد من الانصاف الفصل فى ذلك بالايجاب . لأنه يقرر فى مقالته الخامسة من المناظر أنه إذا كانت النقطة التى يلقى عندها الشعاع المنعكس أو امتداده العمودَ الواقع من النقطة المبصرة على السطح أو امتداده ، وهى فى زعمه موضع خيال النقطة المبصرة ، إذا كانت من وراء المرآة أو من قدامها فيما بين البصر والمرآة أدرك البصر الخيال إدراكا محققا . أما إذا كانت عند مركز البصر أو من وراء مركز البصر (كما فى الحالة التى بين أيدينا الآن بحسب ما يزعمه) أو كان الشعاع المنعكس موازيا للعمود لا يلقاه فان البصر يدرك الخيال إدراكا غير محقق ، فتشتبه وتلتبس صورة

المبصر التى تدرك بالانعكاس. وهو يستدل على ذلك باعتبار بسيط[1]، تتخذ فيه مرآة كرية مقعرة مركزها حـ (شكل ١٥٣) ويلصق على سطحها عود دقيق مستقيم ا ب ويجعل على استقامة قطر من أقطارها، ويجعل طوله أصغر من نصف قطر المرآة وينظر من نقطة مثل هـ إلى موضع من المرآة مثل د يكون بعده عن ب قاعدة العود أكبر من بعد مركز البصر هـ عن القطر الذى يمتد العود على استقامته. فاذا رسمنا من هـ المستقيم هـ ر موازيا ب حـ قاطعا المرآة على ر فابن الهيثم يشترط أن يوجه البصر وهو عند هـ إلى



(شكل ١٠٣)

نقطة مثل د أبعد عن ب من نقطة ر. بحيث إذا رسم ر ح نظيراً للمستقيم هـ ر، فان الشعاع المنعكس من د إلى هـ يلقى العمود ب حـ على نقطة من وراء مركز البصر، ويكون وروده فى الأصل من نقطة من المبصر ا ب تقع بين ح ، ا .

ويرى ابن الهيثم أن البصر فى هذه الحال لا يدرك صورة الطرف ا من العود ولا صور الأجزاء القريبة منه إدراكا محققا. بل يذهب إلى القول بأن البصر قد لا يدرك فى مثل هذه الحالة من العود «إلا لونا فقط» ويذهب إلى أبعد من هذا ويقول «وإن كان العود فى غاية الدقة لم يتحقق لونه أيضا»

فابن الهيثم يتفق معنا فى الرأى بأن البصر وهو فى نقطة مثل هـ (شكل ١٥٢) حيث يصل إليه شعاعان منعكسان يردان من طرفى المبصر ف ق ، ولو أنه يحس بالضوء المنعكس الوارد إليه فان هذا الاحساس لا يترتب عليه إدراك صورة تمت إلى المبصر ف ق بشبه محقق .

---

(١) و (٢٥٥) ، و (٢٥٦) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

وقول ابن الهيثم إن البصر وهو عنـد ه يدرك للمبصر ف ق خياله م ن إدراكا غير محقق . فذاك أسلوبه فى التعبير . وقوله إن الخيال الذى يدرك على هذه الصفة غير المحققة يدركه البصر فى مقابلته ، لأن المرئيات تدرك من سموت خطوط الشعاع كما تبين من قبل ، والاحساس بالضوء أو باللون الذى لا شك يحدث فى هـذه الحالة يعزيه البصر إلى مؤثر موجود فى المكان خارج البصر على امتداد الأشعة المنعكسة الواصله إليه فلا اعتراض عليه .

أما طريقته التى بناها فيما سبق فى معالجة الموضوع فقد حداه إليها شدة عنايته بالناحية الشخصية مع التقيد بنظريته فى الأبصار على صورتها الأولى البسيطة .

ومما تجدر الإشارة إليه فى هذا المقام أنه على الرغم من وعورة تلك الطريقة فانه لم يعجز عن شرح حالة خاصة نوردها فيما يلى من الحالات التى تعرض فى المرايا الكرية المقعرة شرحا قريب الشبه من الشروح المألوفة الآن .

١٨٧ — كيف يرى الإنسان صورة وجهه مصغرة منكوسة فى مرآة كرية مقعرة

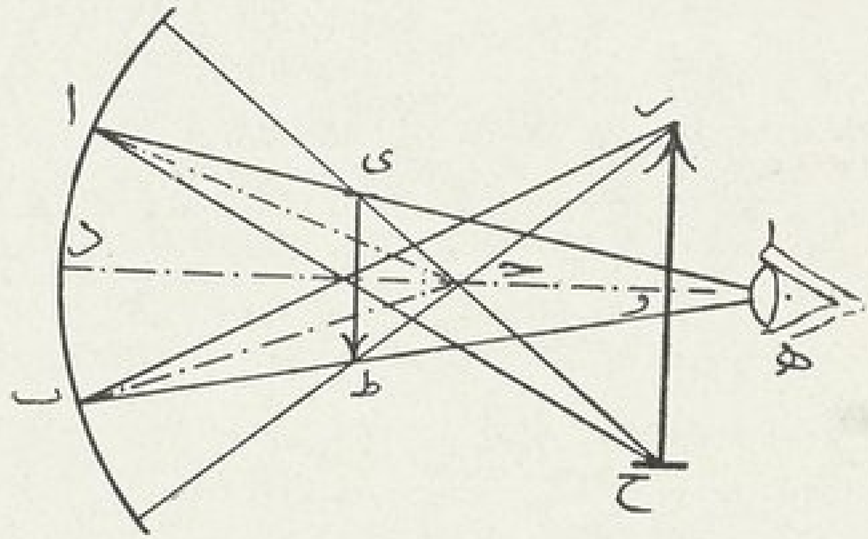
فمن بحوث ابن الهيثم فى المرايا الكرية بحث بيّـن فيه كيف يتأتى أن يرى الإنسان صورة وجهه مصغرة منكوسة فى مرآة كرية مقعرة ، وطريقته فى شرح هذا الأمر كما يأتى (١)

ليكن مركز المرآة ح (شكل ١٥٤) ونصف قطرها ح د وليكن مركز البصر فى نقطة مثل هـ على امتداد د ح ، ولنأخذ على هذا المستقيم نقطة مثل و قريبة جدا من هـ ، ولنقم ر و ح عموداً على هـ د ، وليكن مستوى المستقيمين ر ح ، هـ د مستوى الشكل ، وليلق سطح المرآة على عظيمة ، ا د ب قوس من محيطها . نأخذ نقطة على هذه القوس مثل ا ونصل ا هـ ، ا ح ، ونرسم ا ح فى مستوى الشكل بحيث تكون

د ا هـ ح = د ح ا ح

(١) و (٩٩) و (١٠٠) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

وليلق العمود ر و ح على ح ، ونصل ح بمركز المرآة حـ ونمده حتى يلقى ا هـ على نقطة ولتكن ى .



(شكل ١٠٤)

فمن الواضح أن ح ا ، يمثل شعاعا يسقط من نقطة ح على سطح المرآة وينعكس من ا إلى البصر هـ ، ونقطة ى هى نقطة التقاء الشعاع المنعكس بالقطر المار بنقطة ح ، وإذن تكون ى خيال ح .

فاذا جعلنا و ر = و ح ، د ب = د ا ، ووصلنا ب هـ ، وأخرجنا ر حـ حتى يلقاه على نقطة ولتكن ط ، كان من السهل بيان أن ط خيال ر .

وإذن ط ، ى طرفا خيال المبصر الذى طرفاه ر ، ح بالنسبة إلى بصر هـ ، ومن السهل إثبات أن ط ى يوازى ر ح وأصغر منه .

فاذا كان ر ح خطا على وجه الناظر أدرك البصر خياله مصغراً منكوسا . وإذا ثبت المستقيم هـ د وأدير الشكل حوله تبين أن كل قطر من أقطار الدائرة التى تحدث من دوران ر ح يدركه البصر هـ مصغراً منكوسا .

وابن الهيثم ينص صراحة على أن هذا يحدث كلما كان مركز المرآة متوسطا بين البصر وبين سطحها .

١٨٨ – بحوث ابن الهيثم عن أشكال خيالات المبصرات الممتدة على سمت أحد أقطار المرآة الكرية المقعرة

ويواصل ابن الهيثم على هدى قاعدته بحوثه التى يتناول فيها بيان كيف يدرك البصر وهو فى موضع معين خيال المبصر مستقيما أو محدبا أو مقعراً على صورة المبصر نفسه أو على صورة تخالفها . وهو فى هذه البحوث يراعى حالات معينة يفرض فيها المبصر والبصر فى أوضاع خاصة ويمضى فى شرح هذه الحالات شرحا مستفيضا باسهاب وتفصيل .

ويبدأ ابن الهيثم بالحالة التى يكون فيها المبصر مستقيما يمتد على سمت قطر من أقطار المرآة مما يلى مركزها حيث يتكون له خيال حقيقى مصغر ويبين[١] كيف يدرك البصر وهو فى وضع معين خيال هذا المبصر مستقيما ممتداً على سمت القطر نفسه .

فلتكن الدائرة فى شكل (١٥٥) عظيمة على كرة المرآة وليكن ﻫ مركزها وقطراها ا ع ، ب د ، حيثما اتفق ، ولتكن المرآة بحيث لا تتجاوز العظيمة القوس ب ا د ع . ولنأخذ نقطة مثل ر على ب ﻫ ، وأخرى مثل ك على ا ﻫ بحيث يكون ا ك أعظم من ك ﻫ . فاذا أخرج ر ك حتى يلقى محيط الدائرة على ف ورسم ف ح بحيث تكون

$$\angle \text{ر ف ﻫ} = \angle \text{ﻫ ف ح}$$

ومد حتى لقى ﻫ ع أو امتداده على نقطة ولتكن ح ، اتضح على حسب القاعدة أن نقطة ك هى خيال ح بالنسبة إلى بصر ر . وإذا أخذت أية نقطة مثل ـحـ بين ف ، د فان ر ـحـ يلقى ا ﻫ على نقطة مثل ل بين ك ، ﻫ ، فاذا رسم ـحـ ص بحيث تكون

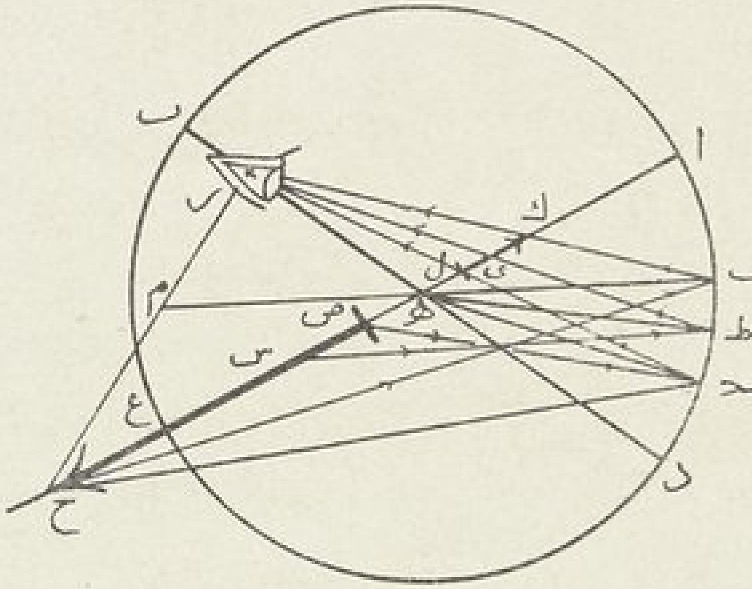
$$\angle \text{ر ـحـ ﻫ} = \angle \text{ﻫ ـحـ ص}$$

ومد ـحـ ص فانه يلقى ﻫ ح على نقطة تقع بين ﻫ ، ح ، ولتكن

---

(١) و(١٠٢) — و (١٠٤) من مخطوط من المقالة السادسة من المناظر .

نقطة ص ، وعلى حسب القاعدة تكون نقطة ل خيال ص بالنسبة إلى بصر ر .



(شكل ١٥٥)

وابن الهيثم يستدل ببرهان هندسي على أن نقطة ص تقع حتما بين هـ و ح ، وذلك بإثبات أن ∠ هـ حـ ح أعظم من ∠ هـ حـ ص ، وبرهانه أنه إذا وصل ر ح ، وأخرج ف هـ حتى يلقاه على نقطة ولتكن م

فان $\frac{\text{ر ف}}{\text{ف ح}} = \frac{\text{ر م}}{\text{م ح}}$

و ر حـ أعظم من ر ف و حـ ح أصغر من ف ح

∴ $\frac{\text{ر حـ}}{\text{حـ ح}}$ أعظم حتما من $\frac{\text{ر ف}}{\text{ف ح}}$ ، فمنصف زاوية ر حـ ح يلقى ر ح على نقطة تقع حتما بين م و ح ، ويلقى هذا المنصف ا ح على نقطة تقع حتما بين هـ و ح . فيكون نصف زاوية ر حـ ح أعظم من زاوية ر حـ هـ

وإذن ∠ ر حـ ح − ∠ ر حـ هـ أعظم من ∠ ر حـ هـ ،

أى ∠ هـ حـ ح أعظم من ∠ ر حـ هـ ، أى أعظم من ∠ هـ حـ ص .

وابن الهيثم بعد ذلك يذكر أن أية نقطة بين ص و ح تنعكس إلى ر

من نقطة مثل ط على قوس ف حـ ، فالشعاع ط ر المنعكس يقطع القطر ا ع على نقطة مثل ى تقع حتما بين نقطتى ك ، ل .

والبرهان المذكور على وقوع نقطة ص بين هـ ، ح يمكن أن يطبق مثله على أن النقطة المتوسطة بين ح ، ص خيالها نقطة متوسطة بين ك ، ل ، فتفرض أية نقطة مثل ط على المحيط بين ف ، حـ ويرسم ط س بحيث تكون ∠ ر ط هـ = ∠ هـ ط س ويستدل بعد ذلك على أن ط س يقطع القطر على نقطة س تقع حتما بين ح ، ص . ولكن ابن الهيثم يبرهن على ذلك بطريقة أخرى .

وذلك أنه قد تبين فى تعاكس النقطتين عن سطح الكرية المقعرة أنهما لا تتعاكسان إلا من قوسى القطاعين الأول والثانى ونظراً لأن الأول وهو ب هـ ع فى هذه الحالة ليس من المرآة ، اتضح أن أية نقطة على هـ ع أو امتداده من جهة ع لا تنعكس إلى ر إلا من قوس القطاع ا هـ د ولا تنعكس إلا من نقطة واحدة . وابن الهيثم يبرهن بعد ذلك ببرهان الخلف على أن نقطة انعكاس أية نقطة مثل س (بين ص ، ح) إلى نقطة ر لا تقع على قوس ا ف ولا على قوس حـ د فتكون حتما على قوس ف حـ فيقطع الواصل بينها وبين ر نصف القطر ا هـ على نقطة بين ك ، ل . وعلى أى الوجهين يتضح أن خيالى طرفى المبصر المستقيم ح ص بالنسبة إلى بصر ر هما نقطتا ك ، ل على الترتيب .

وابن الهيثم ينتقل من هذه الحالة إلى أخرى[1] .

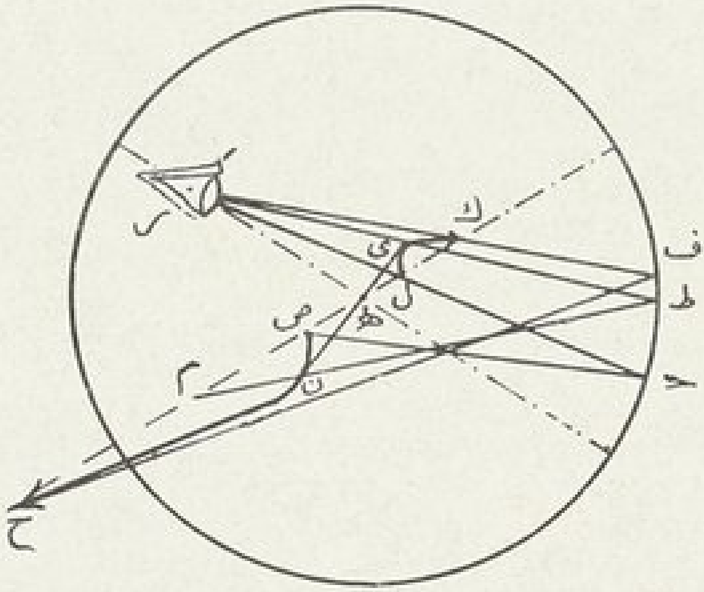
فاذا رسمت قوس مثل ح ن ص (شكل ١٥٦) ، غير قاطعة المستقيم (حـ ح)[2] وتحدبها يلى الجزء العاكس من سطح المرآة وأخذنا نقطة مثل م على خط ص ح ، فمن البين أن م تنعكس من ط فيما بين ف ، حـ إلى ر . فان وصل م ط وقطع القوس ح ن ص على نقطة ن ، فمن الواضح

---

(١) و (١٠٤) ، و (١٠٥) المقالة السادسة من المناظر .

(٢) كذا فى الأصل والأصوب أن يقال « ف ح » .

أيضا أن نقطة ن تنعكس من ط إلى بصر ر . فان أخرج ن ه وقطع ط ر على ى ، كانت نقطة ى خيالا لنقطة ن ، واتضح أن القوس ح ن ص التى تحدبها يلى سطح المرآة يكون خيالها القوس ك ى ل وتقعرها يلى سطح المرآة . وبالمثل يمكن بيان أن القوس التى تقعرها يلى سطح المرآة خيالها قوس تحدبها يلى المرآة .



(شكل ١٥٦)

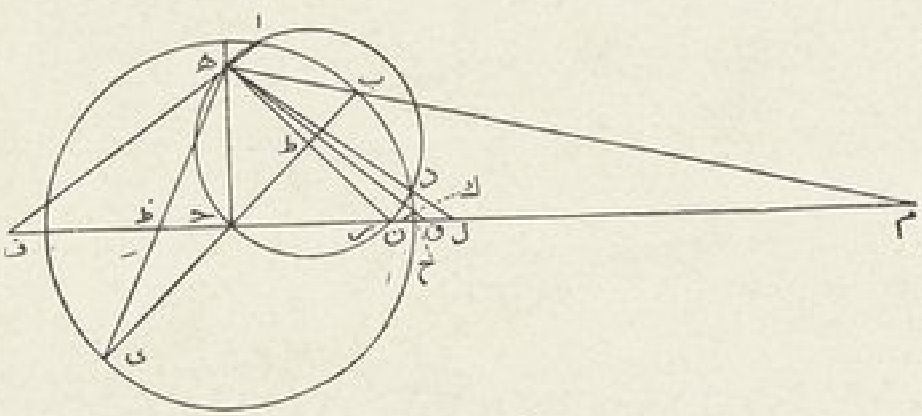
١٨٩ — بحوث ابن الهيثم عن أشكال خيالات المبصرات المعترضة لاحد أقطار المرآة الكرية المقعرة

ثم هو يمضى بعد ذلك إلى تناول بعض أحوال المبصرات التى تعترض أحد أقطار المرآة ويعالج شرحها على وجه يحاول أن يلم فيه بأشكال الخيالات التى يدركها البصر وهو فى موضع معين ، والتى قد تتعدد تبعا لتعدد نقاط الانعكاس من السطح العاكس . ويعنى فى هذه البحوث بتفصيل حالتين[1] اثنتين من الأحوال التى تتعاكس فيها نقطتان مفروضتان من أكثر من نقطة واحدة ، ويجعل إحدى النقطتين المفروضتين مركزاً للبصر ، ويفرض الأخرى إحدى نقاط المبصر . والفكرة الأساسية التى يدور حولها البحث فى الحالتين واحدة .

(١) و (١٠٥) — و (١١٢) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

وسنكتفى هنا بشرح إحدى هاتين الحالتين(١) كمثال نوضح به هذه الفكرة الأساسية ونبين به النتائج التى توصل اليها أو أراد أن يبينها ووجهة نظره فى كل ذلك .

فلنفرض دائرة مركزها ح (شكل ١٥٧) . وقطرها ب ى ولنأخذ نقطة مثل ط على ح ب بحيث يكون ح ط أعظم من ط ب ، ونرسم دائرة مركزها ط ، ونصف قطرها ط ح ، فهى تقطع الأولى على نقطتين ولتكونا ا ، د ثم نقيم عند ط عمودا على ح ب ونخرجه من طرفيه حتى يلقى محيط الدائرة الثانية على نقطتين ولتكونا ه ، ر



(شكل ١٥٧)

فمن السهل بيان أن نقطتى ه ، ر تتعاكسان عن قوس القطاع الأول من نقاط ا ، ب ، د ، وعن قوس القطاع الثانى من نقطة ى . فاذا كانت ر نقطة مبصرة حدث لها أربعة خيالات ، إحداها على سمت د ه ، وآخر على سمت ب ه ، وآخر على سمت ا ه ، والرابع على سمت ى ه ، وعلى حسب قاعدة ابن الهيثم يكون مواضع هذه الخيالات حيث يلقى السمت القطر المار بنقطة ر . فان رمزنا لنقاط التلاقى بالحروف ل ، م ، ف ، ظ بالترتيب ، كانت هذه النقاط فى زعم ابن الهيثم الخيالات التى يدركها البصر عند ه لنقطة ر .

وقد اثبت ابن الهيثم أنه بحسب العمل الهندسى المذكور تكون زاوية

(١) و (١٠٥) — و (١٠٧) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

ر ح ه قائمة وإذن ه ب ، ح ر يلتقيان إذا إخرجنا الأول من جهة ب والثانى من جهة ر فيكون موضع الخيال م كالمبين بالشكل . واستدل أيضاً على مواضع الخيالات الأخرى ل ، ظ ، ف .

وقد سبق أن بينا رأيه فيما يدركه البصر إدراكا محققا وفيما يدركه إدراكا غير محقق من هذه الخيالات .

ثم إذا رمزنا لنقطة التقاء ح ر بمحيط الدائرة الأولى بالحرف ح ، وأخذنا نقطة ما مثل ك على قوس د ح ، ووصلنا ه ك ، ورسمنا ك ن بحيث تكون

∠ ح ك ن = ∠ ه ك ح

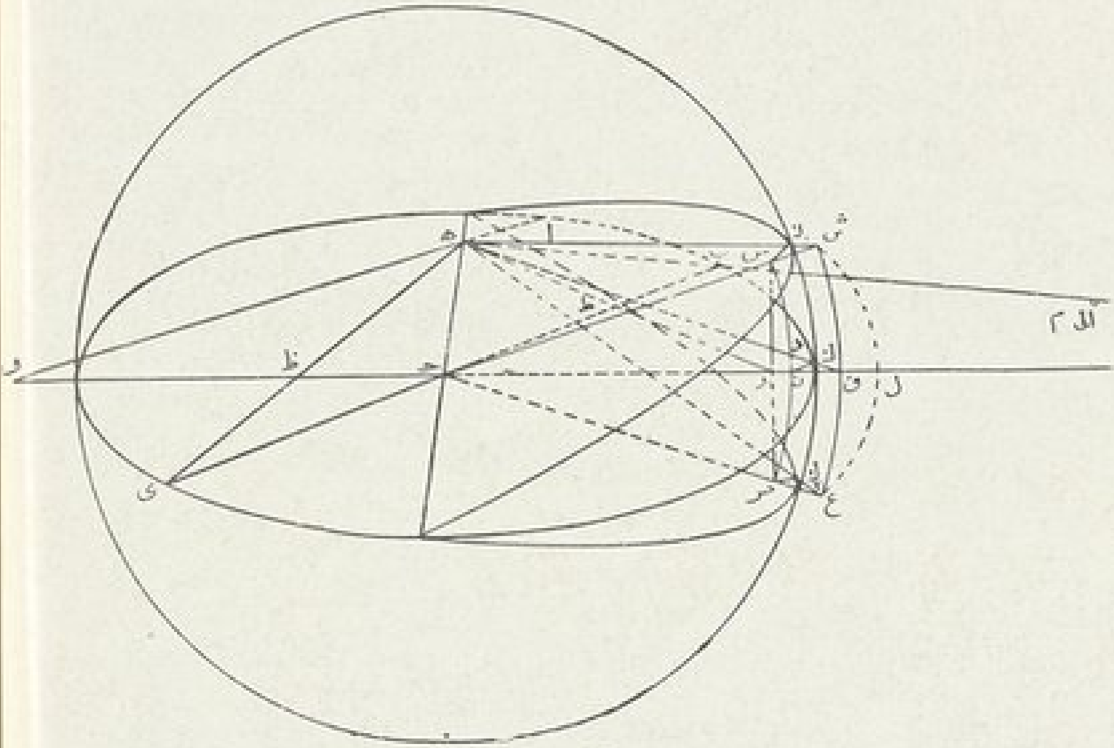
أمكن إثبات أن المستقيم ك ن يلقى ح ح على نقطة تقع بين ر ، ح ولتكن نقطة ن كالمبين بالشكل .

فتكون ك نقطه انعكاس ن إلى ه . وإذا أخرج ه ك حتى يلقى امتداد ح ح على نقطة ولتكن ق ، كانت نقطة ق خيال ن بالنسبة إلى البصر ه وذلك أيضا وفقاً للقاعدة .

كل أولئك مقدمات يعنى ابن الهيثم بتوضيحها وبيانها بالتفصيل ويتخذها توطئة إلى تعيين موضع المبصر وشكله وبيان مواضع خيالاته التى يدركها البصر ه وأشكالها . وهو فى سلوك هذا السبيل إلى غرضه أمكنه أن يلم بكل الأمور الهندسية المتعلقة بانعكاس الأشعة الصادرة من المبصر عن مواضع مختلفة من السطح الكرى المقعر، ومرورها بعد الانعكاس بنقطة ه . واستطاع سرد عناصر هذه المسألة على صورة سهلة بسيطة ، هى فى ذاتها جديرة بالتقدير ، نوردها فيما يلى بألفاظه مع توضيحها بالرسم .

قال « ونتوهم سطحا خارجا من خط م ح ف قائماً على سطح دائرة ا ب د على زوايا قائمة ونخرج من نقطة ر (شكل ١٥٨) خطاً فى هذا السطح قائماً على خط ح ر على زوايا قائمة ، وننفذه فى الجهتين . وليكن خط س ر ص . ونجعل نقطة ح مركزاً وندير ببعد ح ن قوسا من دائرة

فهى تقطع ص س على نقطتين فلتقطعه على نقطتى ص ، س ، ولتكن قوس س ن ص . ونصل خطى ح س ، ح ص . فهذان الخطان يكونان فى



(شكل ١٥٨)

السطح القائم على سطح ا ب ح . ونخرج ح س ، ح ص على استقامة . ونجعل ح مركزاً وندير ببعد ح ق قوسا من دائرة . فهذه القوس تقطع [امتدادى][1] خطى ح س . ح ص فلتقطعهما على نقطتى (ش)[2] ، ع .

فلأن سطح دائرة ا ب ح ى قائم على سطح خطى ح ش ، ح ع تكون زاويتا ه ح ش ، ه ح ع قائمتين . فيكون كل واحد من سطحى ه ح ش ، ه ح ع قائما على سطح ش ح ع . وكل واحد من هذين السطحين يحدث فى المرآة دائرة عظيمة نظيرة لدائرة ا ب ح ى . فالنقطة النظيرة لنقطة ك (وقد رمزنا لها فى الشكل بالرمز ك١) من الدائرة التى يحدثها سطح ه ح س ينعكس منها خطان على زوايا متساوية فيما بين نقطتى ه ، س . لأن ح س مثل ح ن . والنقطة النظيرة لنقطة ك (وهى

(١) ما بين القوسين لم يرد فى الأصل .

(٢) فى الأصل « س » . وجميع الحروف المرموز بها فى هذا البرهان إلا النادر اليسير وردت فى الأصل غير منقوطة وقد أثبتنا جميع الرموز فى هذا البرهان على صحتها .

المرموز لها بالرمز ك٢ فى الشكل) من الدائرة التى يحدثها سطح ه ح ع ينعكس منها خطان على زوايا متساوية فيما بين نقطتى ه ، ص .

وخطوط ح س ، ح ن ، ح ص متساوية . وخطوط ح ش ، ح ق ، ح ع متساوية . ونقطة ق هى خيال (لنقطة ن)(١)، فنقطة ش هى خيال نقطة س ونقطة ع هى خيال نقطة ص .

فخيال قوس س ن ص المحدب الذى تحديبه يلى سطح المرآة هو قوس ش ق ع المقعر الذى تقعيره يلى البصر . »

ويقول « ونقطة ل هى خيال نقطة ر ، ونقطتا ش ، ع هما خيالا نقطتى س ، ص فخيال خط س ر ص المستقيم هو خط يمر بنقط ش ، ل ، ع . والخط الذى يمر بنقط ش ، ل ، ع ، هو خط مقعر تقعيره يلى البصر(٢) » .

ولما كان ه ب ، ح ح (شكل ١٥٧) يتلاقيان على م ، وابن الهيثم يعدنقطة م خيال ر بالانعكاس عن ب فهويذهب إلى أن المبصر س ر ص (شكل ١٥٨) يدرك له أيضا خيال آخر ش م ع . وكذلك يدرك له خيال ثالث هو ش ف ع ، وخيال رابع هو ع ظ ش . وينص صراحة على أن الخيالات الأربعة للمبصر المستقيم س ر ص التى يدركها البصر ه (فى زعمه) تكون مقعرة (بالنسبة إلى مركز البصر)، وهو فى نهاية هذا البحث يلخص النتيجة التى يريدها حيث يقول « فقد تبين مما بيناه فى هذا الشكل أن الخط المستقيم قد يدركه البصر فى المرايا الكرية المقعرة مقعرا ، وأن الخط المحدب قد يدركه البصر فى هذه المرايا مقعرا ، وأن الخط المستقيم قد يكون له فى هذه المرايا عدة صور مقعرة . وذلك ما أردنا أن نبين(٣) » .

على هذا المنوال نهج ابن الهيثم لبيان تقوس خيال المبصر المستقيم واختلاف

---

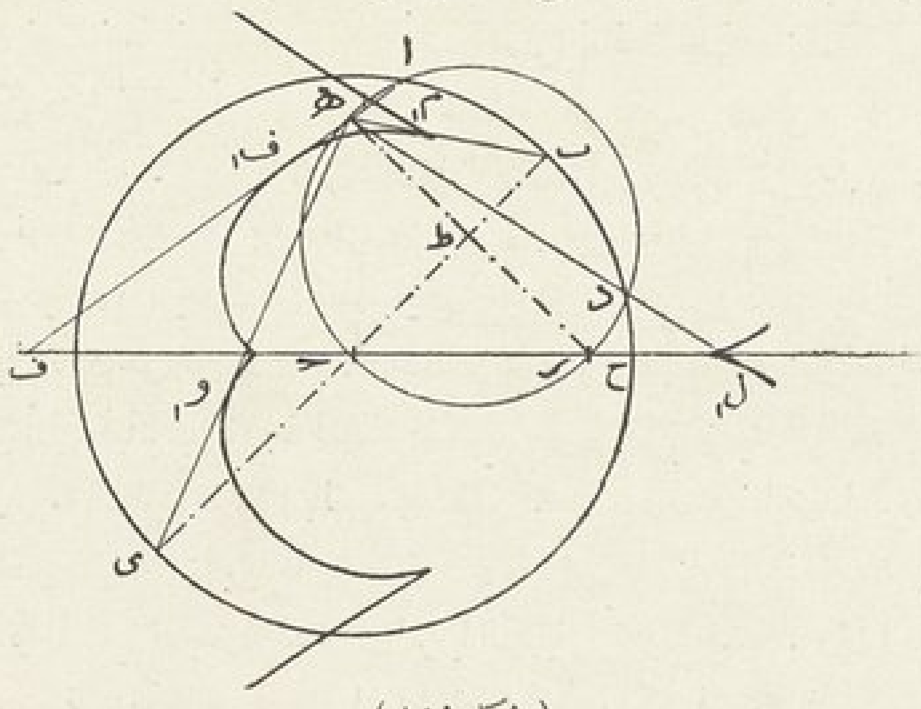
(١) الوارد فى الأصل « لنقطتى س ، ب » وهو تحريف .

(٢) و (١٠٦) ، و (١٠٧) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

(٣) و (١٠٧) من مخطوط المقالة السادسة من المناظر .

تقوس الخيالات المختلفة التى يمكن إدراكها بانعكاس الضوء من مواضع مختلفة من السطح الكرى للمرآة . فان كانت النتائج التى توصل إليها على وجه عام ليست صحيحة ولا تتفق والواقع فان مصدر الخطأ فيها مرجعه هنا أيضا تطبيق قاعدته لتعيين خيال النقطة فيما لا يصح تطبيقها فيه .

ويتضح السبب بالرجوع إلى (شكل ١٥٩) فغلاف الأشعة المنعكسة فى مستوى الشكل عن سطح المرآة والواردة من نقطة ر هو كالمبين بالشكل . فاذا كان مركز البصر نقطة ه فخيال ر الذى يرى بورود الشعاع المنعكس من نقطة د يكون عند نقطة تماس ه د والغلاف فموضع خيال ر ليس على القطر المار بنقطة ر بالضبط وإنما هو نقطة مثل ل، المبينة بالشكل . وأيضا الخيال الذى يرى بالشعاع المنعكس من ب موضعه نقطة تماس ه ب



(شكل ١٥٩)

بالغلاف وهى نقطة م، . وبالمثل الخيال الذى يرى بالشعاع المنعكس من ا موضعه ف، والذى يرى الشعاع المنعكس من ى موضعه و، .

فلا تكون مواضع الخيالات على القطر المار بنقطة ر أو امتداده كما يزعم ابن الهيثم اللهم إلا خيال نقطة ن لقرب نقطة انعكاسها إلى ه من القطب ح فهو يكاد لا ينحرف عن القطر المذكور .

١٩٠ — كلمة عامة

وابن الهيثم ينهج على النهج نفسه الذى فصلناه بانتقاء الحالات التى شرحناها فيما سبق ، فى تفصيل آرائه فى الخيالات التى ترى فى المرايا الأسطوانية والمخروطية المحدبة والمقعرة . وهى التى تدور حولها المباحث الباقية التى تتضمنها المقالة السادسة من المناظر . وهذه المباحث بوجه عام لا تخرج عناصرها الأساسية عن حدود الفكر التى بيناها فيما قبل فلم نر ضرورة إلى الإطالة فى تفصيلها . ولا شك فى أن بحوث ابن الهيثم عن الخيالات التى ترى بالانعكاس وإن كان يعيبها من الجانب الطبيعى منها تعميم القاعدة التى اتبعها لتعيين موضع خيال النقطة دون قيد أو شرط ، فهى مع ذلك تتضمن العناصر الأساسية اللازمة لعلاج الموضوع فى الحالات التى يصح تطبيق القاعدة عليها . ولعل أجدر ما فى هذه البحوث بالتقدير ناحيتها الهندسية . فهى تتضمن مسائل فى الهندسة الفراغية ليس من السهل تصور أشكالها العامة . ولكن ابن الهيثم كما تبين من بحوثه عن خيالات الكرية المحدبة والمقعرة ، سلك فى شرحها طريقة ألانت صلابتها ، فاستطاع تبسيطها وشرح المستعصى منها شرحا واضحا وافيا جديرا حقا بالاعجاب وبالتقدير .

الباب السابع

فى
أحكام الانعطاف وما يتعلق بالانعطاف عند السطوح المستوية

الفصل الأول

فى
أحكام الانعطاف

١٩١ – أحكام الكيف فى الانعطاف

أول ما يعنى ابن الهيثم بالبحث عنه فيما يتعلق بانعطاف الضوء تحقيق الكيفية التى ينعطف عليها الضوء عند نفوذه من وسط مشف إلى وسط مشف آخر يختلف شفيفه عن شفيف الأول . وهو يعتمد فى ذلك على التجارب ويستخلص منها أحكاما أسميناها هنا أحكام الكيف فى الانعطاف ، هى بمثابة المبادىء الأساسية العامة فى الموضوع . وهو يمهد اليها فى موضع من مقالته السابعة [١] حيث يقول بلفظه :

« فتبين من جميع ما بيناه بالاعتبار وبالقياس أن كل ضوء فى جسم مضىء ، ذاتيا كان الضوء أو عرضيا ، قويا كان الضوء أو ضعيفا ، فان كل نقطة منه (أى من الجسم) يمتد منها ضوء ، فى الجسم المشف المماس لها ، على كل خط مستقيم يصح أن يمتد منها ، هواء كان الجسم المماس لها أو ماء أو حجرا مشفا .
وإذا صادفت الأضواء الممتدة فى الجسم المماس للضوء الذى هو مبدؤها

(١) و (٢٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

جسما مخالف الشفيف لشفيف الجسم الذى هى فيه ، فان ما كان منها على خطوط قائمة على سطح الجسم الثانى امتد على استقامته فى الجسم الثانى ، وما كان منها على خطوط مائلة على سطح الجسم الثانى انعطف فى الجسم الثانى ولم ينفذ على استقامته ، وامتد فى الجسم الثانى على سموت خطوط مستقيمة غير الخطوط الأولى التى كان ممتدا عليها فى الجسم الأول » .

وابن الهيثم يسمى الزاوية التى يحيط بها امتداد الخط الذى يمتد عليه الضوء فى الجسم الأول والخط الذى يمتد عليه فى الثانى « زاوية الانعطاف » .

ثم هو فى موضع آخر (١) من مقالته السابعة ينص على هذه الأحكام حيث يقول بلفظه :

« إن كل ضوء ينعطف من جسم مشف إلى جسم آخر فان انعطافه أبدا يكون فى السطح القائم على سطح الجسم الثانى على زوايا قائمة »

« وإن كان الجسم الثانى أغلظ من الجسم الأول فان الانعطاف يكون إلى جهة العمود الخارج من موضع الانعطاف ، القائم على سطح الجسم الثانى على زوايا قائمة ، ولا ينتهى إلى العمود . وإن كان الجسم الثانى ألطف من الجسم الأول فان الانعطاف يكون إلى ضد الجهة التى فيها العمود الخارج من موضع الانعطاف القائم على سطح الجسم الثانى على زوايا قائمة ، على اختلاف أشكال سطوح الأجسام المشفة . »

« إن الضوء إذا انعطف من جسم مشف إلى جسم ثان مشف ومن جسم ثان إلى جسم ثالث ، فانه ينعطف أيضاً عند سطح الجسم الثالث إذا كان الجسم الثالث مخالف الشفيف لشفيف الجسم الثانى . وإن كان الجسم الثالث أغلظ من الجسم الثانى كان انعطاف الضوء إلى جهة العمود الخارج من موضع الانعطاف القائم على سطح الجسم الثالث على زوايا قائمة . وإن كان الجسم الثالث ألطف من الجسم الثانى كان انعطاف الضوء إلى ضد الجهة التى فيها العمود و كذلك إن انعطف الضوء إلى جسم رابع وخامس وأكثر من ذلك » .

---

(١) و (٣٤) ، و (٣٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر.

وابن الهيثم يلم فى هذه الأحكام التى ذكرها بالكيفية التى ينعطف عليها الضوء الماما عاما . ولو أن أكثر هذه الأمور كان معروفا من قبله وذكرها بطليموس فى كتابه فى المناظر ، فإنه من المتفق عليه بإجماع الآراء أن ابن الهيثم قد زاد على ما كان يعلم السابقون النص الصريح على معنى القانون الذى يعرف الآن بقانون الانكسار الأول وهو الذى ينص على أن الشعاع الساقط والعمود من نقطة السقوط والشعاع المنعطف فى مستوى واحد .

وابن الهيثم فى النص على هذا المعنى قد أدرك حقا خطورته وأدرك أنه ركن أساسى ، لاتتم بدونه دراسة المسائل الخاصة بالانعطاف .

وشأن هذا القانون لدى ابن الهيثم كشأن القانون النظير له فى الانعكاس لديه . فهو قد عنى عناية خاصة بتحقيقه من الناحية العملية ، وجعله أساساً من الأسس التى بنى عليها مباحثه فى الانعطاف .

وابن الهيثم فى بحوثه فى الانعطاف يجتنب[١] ذكر لفظ الشعاع فيها ، وبالرغم من أنه يتناول فى كثير من المناسبات ذكر مانسميه الآن « زاوية السقوط » فهو لم يطلق عليها اسما معينا . أما فيما يختص « بزاوية الانكسار » فهو يطلق عليها « الباقية » لأنها زيادة زاوية السقوط على زاوية الانعطاف ، وهو أحياناً يعبر عن الشعاع الساقط « بخط الامتداد » إلى موضع الانعطاف أو « خط الاستقامة » ويعبر عن الشعاع المنكسر بخط الامتداد من موضع الانعطاف أو « خط الانعطاف » . والوسط المشف الذى يمتد فيه الضوء يعبر عنه دائماً « بالجسم » . وقد زاد الفارسى على هذا بعض الاصطلاحات فزاوية السقوط يسميها زاوية العطف والوسط الذى يمتد فيه الضوء الساقط يسميه « جسم الضوء » والوسط الثانى الذى ينعطف فيه الضوء يسميه « الجسم المخالف » وكثيراً مايضيف الجسم إلى البصر أو المبصر فيعنى بذلك الجسم الذى يكون البصر أو المبصر فيه ، وهو يسمى المستوى الذى يشمل الشعاع الساقط والعمود من نقطة السقوط والشعاع المنعطف « سطح الانعطاف »

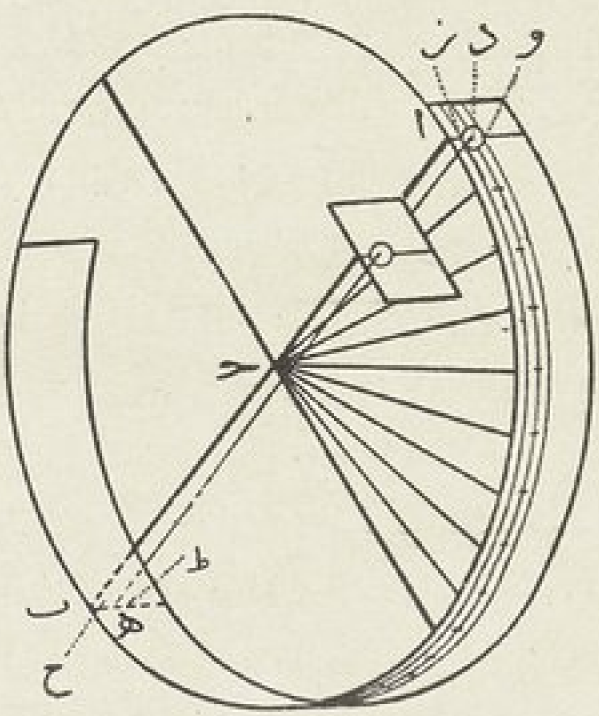
---

(١) أنظر فقرة (٢٢) من الجزء الأول من هذا الكتاب .

ويسمى الفصل المشترك بين سطح الانعطاف وسطح المخالف « فصل الانعطاف » .

١٩٢ – آلة الانعطاف التي اعتبر بها ابن الهيثم

وقد حقق ابن الهيثم الأحكام الخمسة التي اجملناها فيما سبق عمليا . واستعان لذلك بآلة اتخذها عُني كعادته عناية تامة بوصف أجزائها وكيفية صنعها وشرح استعمالها الأغراض التي يريدها[1] ونسميها آلة الانعطاف . وهي تتركب من قرص من النحاس (شكل ١٦٠) ذي سمك مقتدر يبلغ قطره حوالى ٣٤ سنتيمترا ، ويحيط بثلاثة أرباع محيط القرص إطار قائم على مستوى القرص ومصنوع من النحاس وسمكه مقتدر يبلغ عرضه حوالى ٤,٥ من السنتيمترات ، ومرسوم على السطح الأسطواني لهذا الاطار من الداخل ثلاثة خطوط موازية بالتمام لسطح القرص يبعد الخط الأوسط بمقدار سنتيمتر بالتقريب عن سطح القرص والآخران عن جنبيه يبعد كل منهما عن الأوسط بقدر نصف بعد الأوسط من سطح القرص .



(شكل ١٦٠)

وواضح أن هذه الخطوط هي مقاطع ثلاثة مستويات موازية لسطح القرص

---

(١) يستغرق وصف الجهاز وشرح كيفية استعماله لتحقيق أحكام الكيف جل ماورد من و (٣) الى و(٣٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر . والصورة الفتوغرافية التي لدينا من مخطوط مكتبة الفاتح ينقصها صورة الورقة الثالثة من هذا المخطوط فأتممنا النقص بالرجوع الى مخطوط أيا صوفيا وكتاب التنقيح .

وعلى أبعاد متساوية ، بالسطح الأسطوانى الداخلى للاطار ، ولما كان الاطار مقطوعا منه ربعه فكل خط منها هو ثلاثة أرباع محيط دائرة .

ويوجد بالاطار على بعد لا يقل عن سنتيمترين من أحد طرفيه ثقب مستدير مركزه (نقطة د بالشكل) على الخط الأوسط ، ونصف قطره مثل بعد الأوسط عن كل من الخطين اللذين عن جنبيه . فمحيط الثقب يمسهما على نقطتين (ولتكن النقطتان و ، ر) وقد قسم الخط الأوسط أقساماً متساوية ابتداء من مركز الثقب ، كل قسم منها قوس قدرها درجة ، وابن الهيثم يفضل أن تقسم الدرجة أيضاً أجزاءاً .

وقد أخرج على سطح الإطار من الداخل المستقيم المار بمركز دائرة الثقب عموداً على مستوى القرص فهو يمر بنقطتى التماس المذكورتين . ورسم على وجه القرص قطره الذى أحد طرفيه النقطة التى يلتقى عليها المستقيم المذكور وجه القرص (وليكن القطر ا ب) . ومن الطرف الآخر للقطر أخرج على السطح الداخلى للاطار ، المستقيم القائم على سطح القرص . فهو يوازى المستقيم الأول المار بمركز الثقب ويقطع الخطوط الثلاثة على نقاط ثلاثة (ولتكن ح ، ه ، ط) تكون الوسطى منها مقابلة بالتمام لمركز الثقب بحيث يكون الواصل بينهما (وهو د ه) موازيا لقطر القرص وموازيا لسطحه ، وقطراً للدائرة الموازية لسطح القرص التى تمس السطح الأسطوانى الداخلى للاطار على الخط الأوسط المدرج ، وهى الدائرة التى يسميها ابن الهيثم أحياناً الدائرة « الوسطانية » ، ونسميها الدائرة الوسطى . ويكون الواصل د ه هو أيضاً سهم الأسطوانة القائمة المتوهمة التى إحدى قاعدتيها دائرة الثقب ، وقاعدتها الأخرى دائرة مثلها مركزها النقطة الوسطى المذكورة (أى نقطة ه) .

وتتضمن بعض التجارب التى ذكرها ابن الهيثم واستعان فيها بهذه الآلة أن يكون ربع محيط القرص الحادث من إخراج نصف قطره القائم على القطر المذكور من الجهة التى يحيط بها الأطار مدرجا أيضا ، بحيث تكون قوس الزاوية القائمة الحادثة مقسمة تسعة أقسام متساوية وتكون الأقطار المخرجة من كل قسم منها مبينة على وجه القرص . وعلى هذه الصفة تكون الزاوية التى

يحيط بها كل أثنين متجاورين عشر درجات . وتسهيلا للشرح سنسمى فيما يلى القطر الأول المذكور آنفا وهو ا ب (شكل ١٦٠) القطر الأول للقرص، أما الأقطار الأخرى المرسومة على سطحه فسنسميها الأقطار المائلة .

والآلة صفيحة من النحاس مقتدرة السمك مستطيلة الشكل عرضها كعرض الإطار وطولها ليس بأقل منه قد رسم على أحد سطحيها خط مستقيم يمر بمنتصف ضلعيها اللذين هما بمثابة الطول منها ، فيكون موازيا لعرض الصفيحة ويقسمها قسمين متساويين . وبهذه الصفيحة ثقب قطره كقطر ثقب الأطار ومركزه على هذا الخط المذكور وبُعده عن أحد ضلعيها المنصَّفين كبعد مركز ثقب الإطار عن سطح القرص . والصفيحة ملتصقة بوجه القرص التصاقا ثابتا بحيث ينطبق منتصف ضلعها الأقرب إلى الثقب على منتصف نصف قطر القرص المرسوم على وجهه مما يلى ثقب الأطار ، ويكون عمودا عليه وبحيث يكون مستوى الصفيحة عمودا على وجه القرص كما هو مبين بالشكل . ويتضح من هذا الوضع أن قطر الدائرة الوسطى الموازى للقطر الأول للقرص يمر بمركز ثقب الصفيحة وأن الاسطوانة المتوهمة التى سهمها هذا القطر وإحدى قاعدتيها محيط دائرة ثقب الاطار يمس سطحها محيط دائرة ثقب الصفيحة .

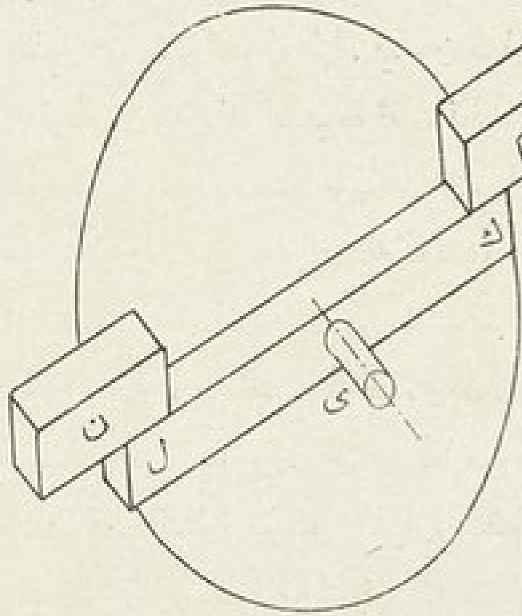
ولكى يتيسر تهيئة الآلة على الأوضاع المختلفة التى تتطلبها التجارب يوجد بظهر القرص كما هو مبين بشكل (١٦١) شخص أسطوانى (ى) طوله لا يقل عن ستة سنتيمترات وهو ملتحم بظهر القرص بحيث يكون سهم اسطوانته عمودا على مستوى القرص ومارا بمركزه . ويركب هذا الشخص فى ثقب فى منتصف قضيب [1] من النحاس مقطعه مربع ، طوله كقطر القرص وكل من عرضه وسمكه أربعة سنتيمترات بحيث « يتهندم فيه (أى فى ثقب الساق) الشخص الذى على ظهر الآلة تهندما مستحكما » .

ومركب على طرفى القضيب عارضتان (م ، ن) من جنسه ملتحمتان به تبرزان إلى الخارج من الناحيتين كما هو مبين بالشكل ، حتى إذا وضعت

(١) يسمى ابن الهيثم هذا القضيب « مسطرة » ولكنا فضلنا تجنب هذا الاسم منعا لما قد يحدث بعد من الالتباس .

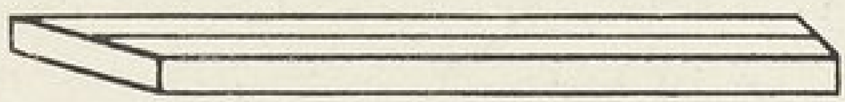
العارضتان على قائمين راسيين أو على طرف إناء اجوف ارتكزتا على القائمين أو على حرف الاناء بحيث يكون مستوى القرص رأسياً وبحيث يتيسر إدارة القرص حول نفسه وهو على هذا الوضع .

وللآلة مسطرة صحيحة من النحاس (شكل ١٦٢) طولها أكبر من نصف



(شكل ١٦١)

قطر القرص وأصغر من ثلاثة أرباع قطره ، وعرضها ضعف قطر كل من الثقبين ، وسمكها مثل قطره ، وأحد طرفيها مدبب بحيث يصنع طول المسطرة مع حدها عند هذا الطرف زاوية حادة كالمبينة بالشكل ، ومرسوم على إحد وجهى المسطرة خط يوازى طولها ويمر بمنتصف عرضها .



(شكل ١٦٢)

وهذه المسطرة يمكن تركيبها على وجه قرص الجهاز إما منبسطة على سطحها الموازى للوجه المرسوم عليه الخط المذكور فيكون هذا الخط فى مستوى الدائرة الوسطى وإما قائمة على حدها فيكون فى هذه الحالة أيضا فى مستوى تلك الدائرة .

تلك هى الآلة التى اعتبر ابن الهيثم بها فى بحوثه عن الانعطاف . وقد يكون من المناسب تسهيلا لشرح كيفية استخدامها للأغراض التى أرادها منها ابن الهيثم أن نستعير من الفارسى تسمية الصفيحة ذات الثقب القائمة على وجه القرص « الهدف » ، والمستقيم الواصل بين مركزى الثقبين « خط الثقبين » والخط المرسوم على وجه المسطرة « خط المسطرة » .

ويجدر بنا أن نذكر هنا أن ابن الهيثم فى وصف هذه الآلة حدد ألا يكون قطر القرص بأقل من ثلثى ذراع وأن يكون عرض الأطار أصبعين وقطر كل من الثقبين طول شعيرة[١] وأن يكون بعد ثقب الأطار عن حرفه أصبعا وإن يكون طول الشخص الأسطوانى بظهر القرص ثلاثة أصابع وأن يكون عرض الساق التى يتهندم فى ثقبها الشخص أصبعين وكذلك سمكها . وأن يكون طولها فى الأصل ليس بأقل من ذراع . ثم يهندم الشخص فى ثقب فى وسطها ويداخل الشخص فى الثقب إلى أن ينطبق السطح الخلفى للقرص على سطح الساق ، ثم يقطع ما يفضل من طرفيها على قطر القرص وتركب الفضلتان من فوق طرفى ما يبقى من الساق بحيث يكون ما يركب من كل من الفضلتين عليها قدر أصبع واحدة . فيكون نتوء كل من العارضتين بقدر ثلاث أصابع . إما طول المسطرة فيحدد ابن الهيثم إلا يكون أقل من نصف ذراع .

وابن الهيثم يشرح شرحا مسهبا كيفية استعمال هذه الآلة للتحقق من الأحكام التى ذكرها فى الانعطاف وكذلك لتعيين زوايا الانعطاف المختلفة التى تقابل كل منها زاوية سقوط معلومة . وهو يتخذ فى جميع التجارب التى يوردها إناء قائم الحروف ، سطح حرفه الأعلى مستوى أفقى يتسع لدخول آلة الانعطاف فيه ، كحوض من حجر أو ما يماثله ، بحيث إذا أدخل الجهاز فيه ارتكزت عارضتا الساق الخلفيـة على حرف الأناء وصار الإناء كالحامل للآلة ، ثم يضع الإناء موضعا تشرق عليه الشمس ويضع فيه آلة الانعطاف

(١) يلاحظ هنا أنه ينص صراحة على أنه يعنى طول شعيرة . وإن كان الأفضل أن يكون القطر أقل من ذلك كعرض شعيرة وهو يساوى ٠٫٣٤ من السنتيمتر — أنظر رسالة محمود باشا الفلكى فى المقاييس والمكاييل المصرية .

على الوضع المذكور ، فيكون مستوى قرص الآلة رأسياً وأكثر من نصفه الأسفل فى داخل الاناء . ويدير الآلة حول حرف الاناء ثم يدير القرص حول نفسه إلى أن يحاذى ثقب لاطار جرم الشمس فينفذ ضوؤها منه إلى ثقب الهدف ، ويكون سهم الضوء النافذ من الثقبين وهو المستقيم الواصل بين مركزيهما منطبقا على قطر الدائرة الوسطى ، والضوء الممتد على استقامة هذا المستقيم هو الذى يقابل عندنا ما نسميه الشعاع الساقط وهو الذى يكون مسيره على « خط الثقبين » .

وتجارب ابن الهيثم التى استخدم فيها هذه الآلة متنوعة كثيرة ، جعلها تشمل الانعطاف عند نفوذ الضوء من الهواء إلى الماء ومنه إلى الزجاج ومن الزجاج إلى الهواء ومنه إلى الماء ، وراعى فيها الانعطاف عند السطح المستوى وعند السطح الكرى . وسنشرح فيما يلى مباحثه العملية فى كل ذلك وما تضمنته من ملاحظات دقيقة وما ورد فيها من وسائل سهلة بسيطة اتخذها زيادة فى التحقق من نتائج تلك الاعتبارات . وسنبتدىء أولا بذكر ما يتعلق منها بالناحية الوصفية فى الانعطاف . ثم نتناول بعد ذلك مباحثه فيما يتعلق بالناحية الكمية .

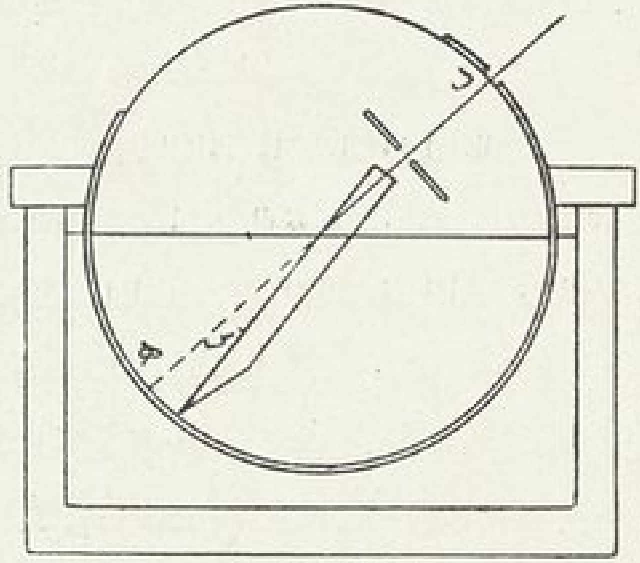
١٩٣ — بيان كيفية الانعطاف عند نفوذ الضوء من الهواء الى الماء

بدأ ابن الهيثم بحوثه العملية بالبحث عن كيفية انعطاف الضوء عند نفوذه من الهواء إلى الماء . وهو فى هذه الاعتبارات[١] يسكب فى الإناء ماءًا حتى يصل سطحه إلى مركز القرص بالضبط ويهيىء وضع الآلة حتى ينفذ ضوء الشمس من الثقبين ويقع على سطح المـــاء فيكون المقطع المار بالدائرة الوسطى كالمبين بشكل (١٦٢) . ويصف بالدقة ما يشاهد على سطح الماء وعلى باطن الجزء المغمور فى الماء من إطار الآلة إذا نظر من الربع الخالى الذى لا يحيط به الإطار .

فوقع الضوء على باطن الاطار من الجزء المغمور منه وإن كان مستديراً (بالنسبة إلى الحس) ومركزه على محيط الدائرة الوسطى فانه يتجاوز الخطين

(١) و (٨) — و (١٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

المرسومين على باطن الإطار اللذين عن جنبتى محيط هذه الدائرة . وهو قد سبق أن بين فى بحوثه عن إمتداد الضوء على سموت الخطوط المستقيمة السبب



(شكل ١٦٣)

فى أن ضوء الشمس إذا نفذ من ثقب ضيق نفذ منخرطا إلى الأتساع [١] . وأيضا فان مركز هذا الضوء وإن كان على محيط الدائرة الوسطى فانه لا يوجد عند طرف قطرها المار بمركزى الثقبين (أى لا يوجد عند نقطة هـ فى الشكل) وإنما يوجد منعطفا إلى جهة العمود المقام من مركز تلك الدائرة على سطح الماء .

ولعل ابن الهيثم يرى أن التجربة إذا اكتفى فيها بما ذكر لا تكون دقيقة فهى لا تدل بالدقة على أن الضوء الممتد على خط الثقبين يلق سطح الماء على نقطة ثم ينعطف عند هذه النقطة نافذاً فى الماء على إمتداد خط مستقيم يكون هو وخط الثقبين والعمود القائم على سطح الماء من تلك النقطة فى مستوى واحد . لذلك نجده يستعين بخلالة رفيعة يلصقها بظاهر ثقب الإطار بحيث تكون كالقطر له . فاذا نظر إلى الضوء الذى يرى على سطح الماء، ونظر إلى الضوء الذى يرى على باطن الإطار رؤى ظل الخلالة فى كل منهما كالقطر له . » وكذلك إن جعلت الخلالة

(١) أنظر الباب الأول من الجزء الأول من هذا الكتاب .

نصف قطر فانه (أى المعتبر) يجد ظلها كذلك فطرف ظلها على مركزى الضوءين» . وعلى هذا المنوال يبين أن الضوء الواصل إلى مركز الضوء الظاهر على إطار الآلة يصل من مركز الضوء الظاهر على سطح الماء ، والواصل إلى مركز الضوء الظاهر على سطح الماء هو الممتد فى الهواء على خط الثقبين .

وقد لا يكون الضوء الواقع على سطح الماء ظاهراً بوضوح وقد يجدر زيادة التحقق ويجدر الإمعان فى الدقة حتى يستبين بجلاء أن الانعطاف يحدث عند النقطة التى يلقى عليها الضوء الساقط سطح الماء لا قبلها ولا بعدها ، وأن الضوء متى انعطف يمتد فى الماء على سمت مستقيم حتى يقع على إطار الآلة ، وأن المستقيمات الثلاثة تقع فعلا فى مستوى واحد . لذلك نجد ابن الهيثم يستعين أيضا بالمسطرة فيركبها على سطح القرص قائمة على حدها بحيث يكون وجهها الذى عليه الخط منطبقا على سطح الماء وموجها إلى أعلى فيكون خط وجهها وهى على هذا الوضع فى مستوى الدائرة الوسطى . فيرى موقع الضوء على سطح الماء ظاهرا بوضوح على وجه المسطرة ويرى مركزه على خطها . وإذا استعين بالخلالة كما ذكر آنفا أمكن التأكد من أن الضوء الممتد على خط الثقبين يقع على سطح الماء عند مركز الضوء الظاهر عليه وأن هذه النقطة فى مستوى الدائرة الوسطى ، بل وأنها هى مركز هذه الدائرة . ثم إذا ركبت المسطرة بعد ذلك منبسطة على ظهرها حيث يكون وجهها فى هذا الوضع فى مستوى الدائرة الوسطى ، وجعلت على القرص بحيث كان حرفها ذو الطرف المدبب من وجهها الملتصق بسطح القرص مارا بمركزه وقرنة المسطرة التى هى الطرف المدبب من ضلع وجهها الذى عليه الخط ، عند مركز الضوء الواقع على الإطار (كما هو مبين بشكل ١٦٢) كان هذا الضلع ممتدا على استقامة قطر من أقطار الدائرة الوسطى . فاذا جيء بخلالة طويلة ودوخلت فى الماء وجعل رأسها على نقطة من الضلع المذكور كنقطة س مثلا ، وحرك على هذا الضلع ، وجد ظل الخلالة قاطعا الضوء الواقع على إطار الجهاز ، ووجد رأسه أبدا عند قرنة المسطرة التى هى مركز ذلك الضوء .

وبهذه الكيفية بين ابن الهيثم أن الضوء الذى يمتد على خط الثقبين على استقامة نصف قطر من أقطار الدائرة الوسطى ويقع على سطح الماء عند مركز هذه الدائرة يمتد فى الماء على استقامة نصف قطر من أقطارها ، فيقع على باطن الإطار عند نقطة على محيط الدائرة الوسطى . وعلى هذا المنوال يوضح أن المستقيمات الثلاثة المذكورة واقعة فى مستوى واحد

وابن الهيثم يشير فى هذا الاعتبار إلى أن الانعطاف لا يحدث إلا إذا كان خط الثقبين مائلا على سطح الماء لا قائماً عليه ، وأنه إذا كان خط الثقبين عموداً على سطح الماء وكانت الشمس عند سمت الرأس نفذ الضوء فى الماء على سمته الأول من غير انعطاف .

وينبه عند بيان الانعطاف فى الماء إلى وجوب تجنب الوقت الذى تكون فيه الشمس على سمت الرأس فى المواضع من سطح الأرض وفى الأوقات التى يتأتى فيها ذلك ويقول بلفظه « وأكثر المواضع المعمورة من الأرض ليس تمر الشمس بسمت رؤوس من فيها وهذه المواضع يتم فيها هذا الاعتبار فى كل وقت[1] » .

ولا يخفى أنه من الميسور أن يهيأ الجهاز بحيث يكون خط الثقبين رأسياً فيكون عموداً على سطح الماء ويؤتى بمرآة مستوية مثلا وتوضع فى الوضع المناسب بحيث تنعكس عن سطحها أشعة الشمس وتنفذ من ثقبي الجهاز وتقع عمودية على سطح الماء . فيتيسر التحقق من هذا الأمر أيضاً ، غير أنه لم يعن بذلك فى اعتباراته الخاصة بالماء .

١٩٤ — الاستدلال على عدم انعطاف الضوء الواقع عموداً على السطح

ولعل إغفاله بيان هذا الأمر عند نفوذ الضوء من الهواء إلى الماء جعله يعنى عناية خاصة ببيانه عند نفوذ الضوء فى الزجاج ، إذ له تجارب عدة يوضح بها هذا الأمر وحده . والذى يجدر ذكره فى هذا الصدد أنه إن أراد مثلا أن يبين أن الضوء إذا وقع عموداً على السطح عند نفوذه من الهواء فى الزجاج ،

---

(١) و (١٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

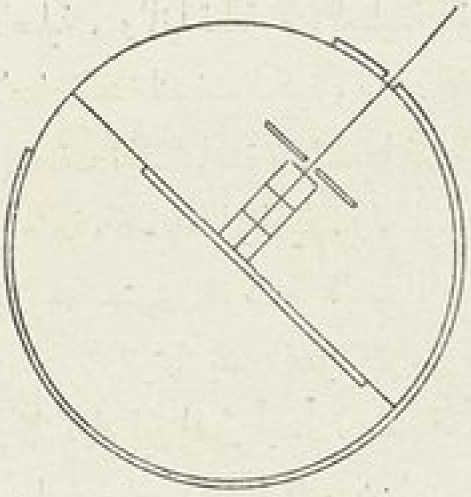
فانه ينفذ فى جسم الزجاج على استقامته الأولى ، إن أراد أن يبين هذا تجنب أن تتضمن التجربة نفوذ الضوء بعد ذلك من الزجاج إلى الهواء ، أو أن يكون لنفوذه من الزجاج إلى الهواء شأن فى التدليل . وموقفه هذا جدير بالتقدير . فاذا قيل مثلا أن الشعاع من الضوء إذا وقع على أحد سطوح قطعة من الزجاج على شكل متوازى مستطيلات عموداً عليه فانه ينفذ من السطح الموازى خارجاً منها على استقامته الأولى فان هذا فى نظر ابن الهيثم لايصح أن يتخذ دليلا مقنعاً على أن الضوء الواقع عموداً على سطح الزجاج ، امتداده فى جرم الزجاج على استقامة امتداده فى الهواء قبل وقوعه على سطح الزجاج أو هو على استقامة إمتداده فى الهواء بعد نفوذه من الزجاج . لذلك نجده يبحث عن الوسيلة لبيان كل واحد من هذين الأمرين على حدته أولا ولبيان أن الأمر كذلك سواء كان سطح الزجاج مستوياً أو مقعراً .

فهو يتخذ فيما يختص بالسطوح المستوية قطعاً مكعبة متساوية من الزجاج[1] ضلع كل منها ضعف قطر الثقب سطوحها مسواة ومجلوة ، ويركبها على سطح القرص بين مركزه وبين الهدف مبتدئاً من المركز بحيث تكون متلامسة ويكون القطر الأول للقرص ماراً بمنتصف ضلعين متوازيين من قاعدة كل منهما وعموداً عليهما ، فيكون خط الثقبين عموداً على سطوحها العمودية على القطر الأول وماراً بمنتصفات هذه السطوح كما هو مبين فى شكل (١٦٤) ثم يركب المسطرة على حدها بحيث يكون وجهها الذى عليه الخط ملامسا لوجه الزجاجة الأولى فيصير خط المسطرة فى مستوى الدائرة الوسطى . فعلى هذا الوضع إذا نفذ ضوء الشمس من الثقبين يوجد مركز الضوء الظاهر على وجه المسطرة على خطها . وابن الهيثم يستعين هنا أيضا بخلالة دقيقة لزيادة التأكد . فاذا وضعت بحيث يكون طرفها على مركز ثقب الاطار رؤى ظل طرفها عند مركز الضوء على وجه المسطرة وعلى خط وجهها . وهو فى هذا الموضع يطالب بأن يعين موضع ظل طرف الخلالة على وجه المسطرة بنقطة تنقط بالسواد ،

---

(١) و (١٤) — و (١٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

ثم تثبت المسطرة على هذا الموضع . فاذا وضعت الخلالة بحيث يكون طرفها على مركز ثقب الهدف وجد على وجه المسطرة ظل طرفها فى موضعه الأول . وكذلك إذا وضع طرف الخلالة على مركز الضوء الظاهر على سطح الزجاجة مما يلى الهدف ، أو إذا نقط بالسواد نقطة على مركز هذا الضوء ، وكذلك إذا قلعت الزجاجات مما يلى الهدف واحدة واحدة وأعيدت هذه الاعتبارات فى كل حالة .



(شكل ١٦٤)

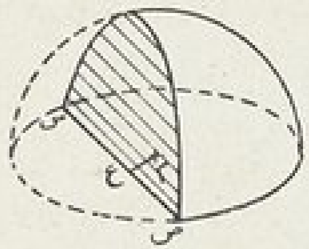
على هذه الصفة وبمثل هذا الترتيب يشرح ابن الهيثم الاعتبار ، ويقول « فيتبين من ذلك أن الضوء ينفذ فى جسم الزجاج ويمتد فى جسم الزجاج من بعد نفوذه على سموت خطوط مستقيمة . ويتبين من ذلك أيضاً أن الضوء المار بمركزى الثقبين قد امتد فى جسم الزجاج على استقامة الخط الذى عليه امتد فى الهواء قبل نفوذه فى الزجاج ، والخط الذى عليه امتد هذا الضوء فى الهواء هو عمود على سطح الزجاج المقابل للثقب »[1] .

أما فيما يختص بالسطوح الكرية فهو يتخذ قطعة من البللور [2] كالمبينة بشكل (١٦٥) مقطوعة من نصف كرة ، نصف قطرها أصغر قليلا من البعد بين مركز قرص الجهاز وبين الهدف ، بحيث يكون سطح القطع مستوياً عموداً على قاعدة نصف الكرة ، ويبعد عن مركز الكرة بقدر قطر كل من ثقبي الجهاز . فاذا كانت نقطة م (شكل ١٦٥) مركز كرة الزجاجة وكان س ص خط تقاطع قاعدة نصف الكرة ومستوى القطع فان المستقيم م ع الواصل من المركز إلى منتصف س ص يكون عموداً عليه ويكون مساوياً قطر كل

(١) و (١٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) و (١٨) — و (٢٠) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

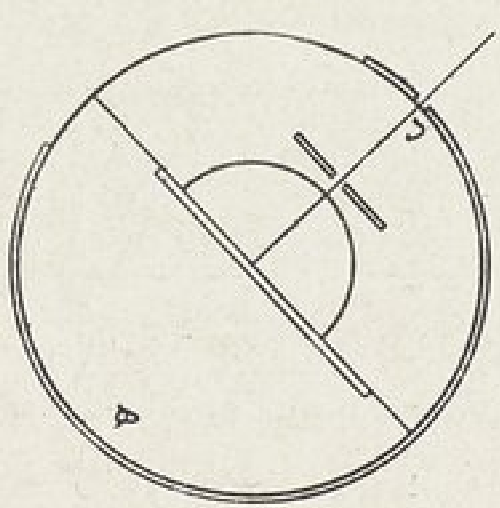
من الثقبين ، وتكون حدود قطعة الزجاج أولا جزءاً من سطح نصف الكرة الأصلية ، وثانياً قطعة من العظيمة التى كانت فى الأصل قاعدة لنصف الكرة ، وهذه القطعة أعظم من نصف تلك القاعدة وسنسميها فيما يلى « قاعدة الزجاجة » كما سماها ابن الهيثم . وثالثاً سطح القَطع الذى هو مستوى عمود على قاعدة الزجاجة ويبعد عن مركز كرتها بقدر قطر كل من الثقبين . وسنسمى هذا المستوى فيما يلى كما سماه ابن الهيثم أيضاً « سطح القَطع » . ونسمى خط تقاطعه وقاعدة الزجاجة « الفصل المشترك » بينهما .



(شكل ١٦٥)

وتركب هذه الزجاجة على قرص الجهاز بحيث ينطبق سطح القطع على سطح القرص ويكون الفصل المشترك عموداً على القطر الأول للقرص ، ومنتصفه عند مركز القرص ، وتكون حدبة الزجاجة مما يلى الهدف . فيكون المقطع المار بمستوى الدائرة الوسطى كالمبين بشكل (١٦٦) ويقطع الزجاجة على نصف دائرة مركزها مركز كرة الزجاجة وينطبق على مركز الدائرة الوسطى .

وعلى هذا الوضع يكون خط الثقبين عموداً على السطح الكرى للزجاجة ماراً بمركز كرتها . وابن الهيثم يستعين أيضاً بالمسطرة ويركبها قائمة على حدها ووجهها الذى عليه الخط ملامس لقاعدة الزجاجة ويعيد اعتباراته بالخلالة ومشاهداته كما فى الحالة السابقة مدللا على أن الضوء الممتد على خط الثقبين يقع على السطح الكرى للزجاجة عموداً عليه وينفذ فى جرمها على استقامته الأولى دون أن ينعطف .



(شكل ١٦٦)

ثم هو يمضى بعد ذلك لبيان أن الضوء إذا وقع فى جرم الزجاج عموداً

على السطح نفذ إلى الهواء على استقامة دون أن ينعطف . وهو يدلل على هذا بما يشاهد إذا رفعت المسطرة من وضعها المذكور . فالضوء الممتد على خط الثقبين النافذ فى جرم الزجاج يقع على قاعدة الزجاج عموداً عليها فيوجد مركز الضوء الواقع على باطن الاطار على طرف قطر الدائرة الوسطى المار بمركزى الثقبين (أى نقطة ه فى الشكل) . وهو يتناول أيضاً الحالة[1] التى يعكس فيها وضع الزجاجة فتوضع بحيث ينطبق سطح القطع على سطح القرص ويكون الفصل المشترك عموداً على القطر الأول ومنتصفه على هذا القطر ولكن قاعدة الزجاجة مما يلى الهدف . فالضوء الممتد فى الهواء على خط الثقبين يقع عموداً على قاعدة الزجاجة فينفذ فى جرم الزجاجة على استقامة ثم يقع عموداً على سطحها الكرى وينفذ خارجاً منه إلى الهواء . فيوجد مركز الضوء الواقع على الاطار على طرف قطر الدائرة الوسطى المار بمركزى الثقبين .

هذا فيما يتعلق بنفوذ الضوء من الزجاج إلى الهواء . وهو أيضاً يتناول الأمر فيما يتعلق بنفوذ الضوء الخارج من الزجاج منه إلى الماء سواءاً كان سطح الزجاج الخارج منه الضوء إلى الماء مستوياً أو كرياً . ويدلل على ذلك بتركيب الزجاجة فى وضعيها المذكورين آنفاً كل على حدته . فاذا سكب فى الاناء ماء والزجاجة فى الوضع الأول[3] حتى يتجاوز سطحه مركز القرص قليلا ، أو سكب فى الاناء ماء والزجاجة فى الوضع الثانى[2] حتى يبلغ سطحه حدبتها دون أن يصل إلى موقع الضوء على قاعدتها المستوية ، وجد الأمر كذلك أيضاً .

١٩٥ — بيان كيفية الانعطاف فى كل من الوسطين الهواء والزجاج والماء والزجاج

وابن الهيثم إذ يفرغ من تحقيق أن الضوء الواقع عموداً على السطح ينفذ فى الوسط الثانى على استقامته دون أن ينعطف يتناول بيان كيفية الانعطاف

---

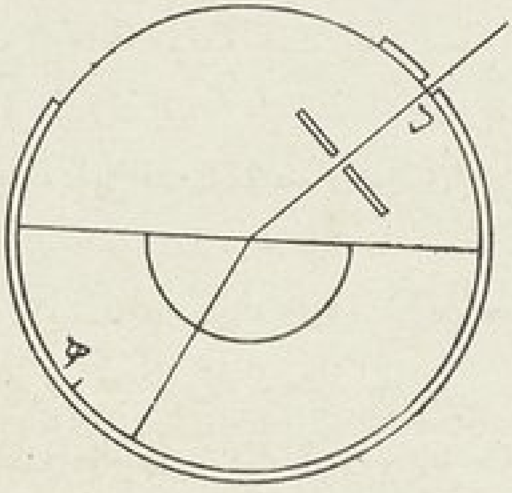
(١) و (٢١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) و (٢٠) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٣) و (٢٠) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

عند نفوذ الضوء (أولا) من الهواء فى الزجاج أو من الزجاج فى الهواء ، و (ثانياً) من الزجاج فى المـــاء إذا لم يكن وقوعه على السطح الفاصل بين الوسطين عموداً عليه سواء كان هذا السطح مستوياً أو كرياً .

فللبحث عن كيفية الانعطاف من الهواء إلى الزجاج عند السطح المستوى[١] تركب الزجاجة بحيث يُطبق سطح القطع على سطح القرص وبحيث تكون قاعدتها مما يلى الهـــدف ومنتصف الفصل المشترك على القطر الأول[٢] والفصل المشترك يميل عليه بزاوية ليست قائمة ، فيكون المقطع المار بمستوى الدائرة الوسطى كالمبين بشكل(١٦٧)



(شكل ١٦٧)

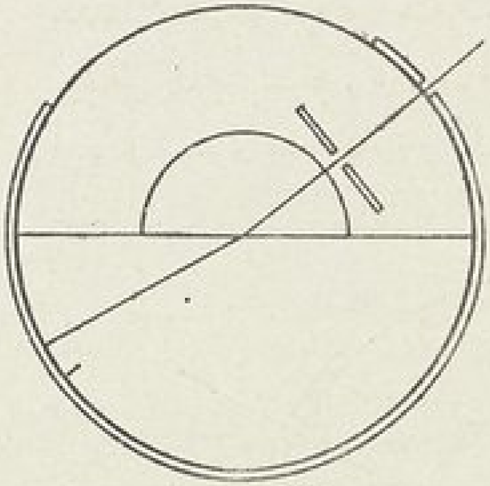
ففى هذا الوضع يقع الضوء الممتد على خط الثقبين على القاعدة المستوية للزجاجة ويلقاها على مركز كرة الزجاجة ، فيمتد فى جرم الزجاجة على استقامة نصف قطر من أقطارها ، فيقع على سطحها الكرى عموداً عليه وينفذ خارجاً إلى الهواء على استقامة امتداده فى جرم الزجاج ، ويقع عند مركز الضوء الظاهر على إطار الجهاز . وإن كان مركز الضوء الظاهر على إطار الجهاز يوجد فى هذا الاعتبار أيضاً على محيط الدائرة الوسطى فإنه لا يوجد عند طرف قطرها المار بمركز الثقبين وإنما يوجد منعطفاً نحو العمود المقام من نقطة وقوع الضوء على السطح المستوى لقاعدة الزجاجة عموداً عليه كما هو مبين بالشكل .

---

(١) و (٢٠) — و (٢٣) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) لم يتقيد ابن الهيثم فى وصفه لهذا الاعتبار بأن يكون منتصف الفصل المشترك عند مركز القرص ولو فعل لكان انسب ، إذ تكون الزاوية التى يوترها البعد بين طرف خط الثقبين من الدائرة الوسطى وبين مركز الضوء الحاصل على الاطار ، تكون الزاوية التى يوترها هذا البعد عند مركز الدائرة الوسطى هى زاوية الانعطاف كما هو مبين بالشكل الذى أوردناه.

وللبحث عن كيفية الانعطاف من الزجاج إلى الهواء عند السطح المستوى تركب الزجاجة بحيث يُطبق سطح القطع على سطح القرص وبحيث تكون حدبتها مما يلى الهدف[١]. وهو يُحدد فى هذا الاعتبار أن يكون منتصف الفصل المشترك عند مركز القرص ولكن الفصل المشترك يميل بزاوية ليست قائمة على القطر الأول للقرص، فيكون المقطع المار بمستوى الدائرة الوسطى كالمبين بشكل (١٦٨)، ويكون مركز الزجاجة عند مركز



(شكل ١٦٨)

الدائرة الوسطى. فالضوء الممتد على خط الثقبين يقع عموداً على السطح الكرى للزجاجة فينفذ فى جرمها على استقامة حتى يقع على السطح المستوى لقاعدتها عند مركز كرتها، فينفذ خارجاً إلى الهواء ويوجد فى هذه الحالة مركز الضوء الظاهر على إطار الجهاز عند محيط الدائرة الوسطى، ولكنه ليس عند طرف قطرها المار بمركزى الثقبين، وإنما منعطفاً إلى ضد جهة العمود كما هو مبين بالشكل.

ويستخدم ابن الهيثم هذا الوضع لبيان كيفية انعطاف الضوء من الزجاج إلى الماء عند السطح المستوى[٢]. فإذا سكب فى الاناء ماء حتى يبلغ سطحه مركز القرص ثم يتجاوزه قليلا، فان انعطاف الضوء الممتد فى جرم الزجاج على خط الثقبين يحدث عند السطح المستوى الفاصل بين الزجاج والماء. ويوجد أيضاً إلى ضد جهة العمود ولكن مقداره فى هذه الحالة يكون أقل مما هو فى الحالة السابقة.

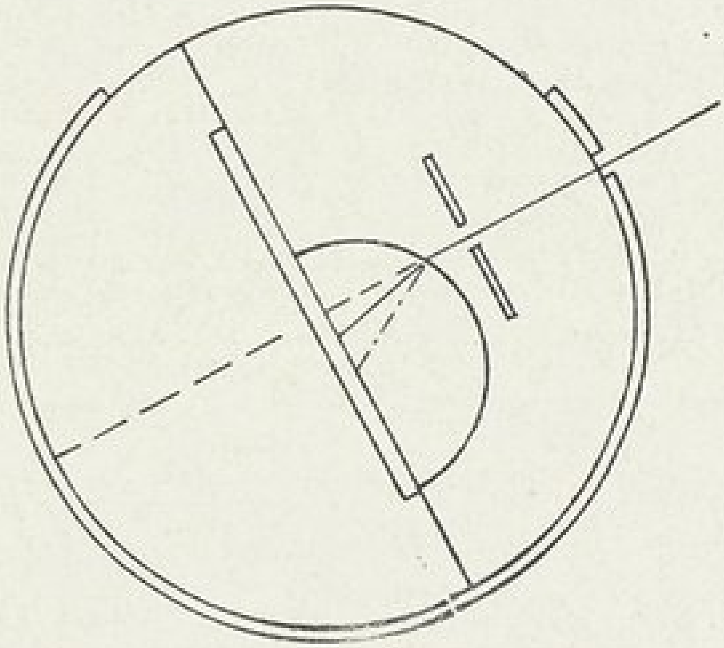
وللبحث عن كيفية الانعطاف من الهواء إلى الزجاج عند السطح الكرى

---

(١) و (٢٣) — و (٢٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر.

(٢) و (٢٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر.

يجعل الزجاجة على سطح القطع بحيث تكون حدبتها مما يلى الهدف والفصل المشترك عموداً على القطر الأول للقرص ومارا بمركزه ، ولكن منتصفه ليس عند مركز القرص بل عن جنبة منه بحيث يكون المقطع المار بمستوى الدائرة الوسطى كالمبين بشكل (١٦٩) . ومركز كرة الزجاجة يكون فى هذا الوضع أيضاً فى مستوى هذه الدائرة ولكنه عن جنبة من مركزها فهو غير منطبق عليه (١) .



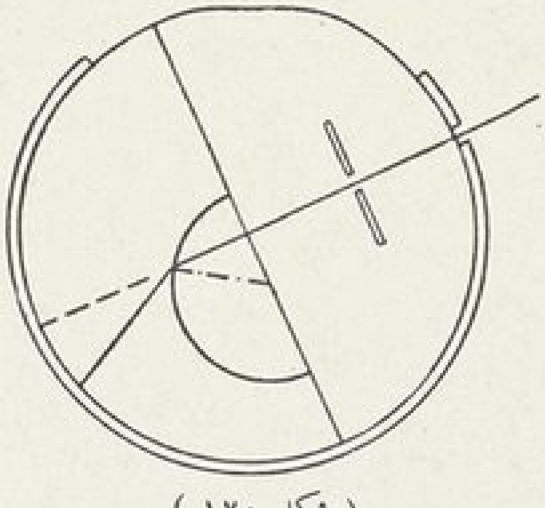
(شكل ١٦٩)

وابن الهيثم يستعين فى هذه التجربة بالمسطرة ويركبها على حدها بحيث يكاد ينطبق وجهها الذى عليه الخط على قاعدة الزجاجة ويكاد يكون خط وجهها فى مستوى الدائرة الوسطى . وقد يكون من الأنسب فى هذه الحالة أن يخط على وجه المسطرة خط عمود على خط وجهها يلقاه على نقطة ، فاذا ماركبت المسطرة على حدها يلاحظ أن يكون طرف هذا الخط منطبقاً على مركز القرص فتكون النقطة التى يلتقى عليها هذا الخط خطَّ المسطرة عند مركز الدائرة الوسطى بالضبط ، فبتحديد موضع مركز الدائرة الوسطى على هذه الصفة يسهل ادراك الغرض الذى يرمى اليه ابن الهيثم .

(١) و (٢٤) — و (٢٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

فالضوء الممتد على خط الثقبين فى هذه الحالة يقع على حدبة الزجاجة بحيث يحيط مع العمود على السطح (وهو نصف القطر المنتهى إلى نقطة وقوع الضوء) بزاوية ليست قائمة ، فاذا تؤمل الضوء الظاهر على وجه المسطرة وجد مركزه على خط وجهها ولكنه ليس عند مركز الدائرة الوسطى بل عن جنبة منه من الجهة التى فيها مركز كرة الزجاجة[1] . فالضوء ينعطف عند نفوذه من الهواء الى الزجاج عند السطح الكرى للزجاج إلى جهة العمود .

وللبحث عن كيفية الانعطاف من الزجاج الى الهواء عند السطح الكرى أيضاً يجعل ابن الهيثم الزجاجة على سطح القطع بحيث تكون قاعدتها مما يلى الهدف ويكون الفصل المشترك عمودا على القطر الأول للقرص ومارا بمركزه ولكن متصفه عن جنبة من المركز أيضاً ، فيكون المقطع المار بمستوى الدائرة الوسطى كالمبين بشكل (١٧٠) ويكون الضوء الممتد على خط الثقبين نافذاً فى جرم الزجاج على استقامته حتى يلق حدبة الزجاجة حيث يحيط مع نصف قطرها المنتهى إلى نقطة الالتقاء بزاوية ليست قائمة ، فينفذ خارجا إلى الهواء . ويوجد مركز الضوء الظاهر على إطار الجهاز لا عند طرف قطر الدائرة الوسطى المار بمركزى الثقبين بل منعطفاً إلى الجهة التى فيها مركز كرة الزجاجة ، دالا ذلك على أنه ينعطف عند نفوذه



(شكل ١٧٠)

(١) يجعل ابن الهيثم فى هذا الاعتبار المسطرة موازية لقاعدة الزجاجة وجهها الذى عليه الخط يبعد قليلا عنها ، ويقول عن الضوء الخارج من السطح المستوى للزجاجة « وهذا الضوء عند خروجه من سطح الزجاجة المستوى يكون منعطفا إلا أنه إذا كانت المسطرة الدقيقة قريبة جداً من سطح الزجاجة فليس يكون ميل مركز الضوء الذى فى المسطرة عن استقامة الخط الذى هو ممتد فى جسم الزجاجة ميلا يخفى من أجله انعطاف الضوء فى جسم الزجاجة أو تخفى جهته » وواضح أنه إن لم تكن المسطرة الدقيقة قريبة جداً من سطح الزجاجة ، كما يقول ، فان الانعطاف عند خروج الضوء من الزجاج الى الهواء يضاف تأثيره إلى التأثير المقصود فى التجربة .

من الزجاج إلى الماء إلى ضد جهة العمود [١] . ويلاحظ فى هذا الوضع أن القوس المحدودة بطرف خط الثقبين ومركز الضوء الواقع على إطار الجهاز لا يتعين بها زاوية الانعطاف .

وابن الهيثم يتناول وصف ما يشاهد فى هذه الحالة أيضاً إذا سكب فى الاناء ماء بحيث يغمر الزجاجة إلى ما فوق موضع الانعطاف دون أن يبلغ سطحه موقع الضوء على قاعدتها المستوية [٢] .

تلك هى تجارب ابن الهيثم عن كيفية الانعطاف . وقد التزمنا فى الشرح هنا أن نورد جميع الآراء التى ضمنها أقواله فى هذه التجارب ونلم بجميع المعانى والأغراض التى أرادها دون أن نخرج أو نحيد عن الطريق الذى سلكه الى ذلك .

وتجاربه توضح الاحكام الوصفية التى ذكرها فى الانعطاف وهو يشير إلى أن الضوء الذى أجريت عليه هذه التجارب وإن كان ضوء الشمس وحده ، فان الأحكام التى بينتها هذه التجارب عامة تنطبق على جميع الأضواء ذاتيها وعرضيها قويها وضعيفها ، ثم يقول « ومع ذلك فانه قد يمكن أن تعتبر الأضواء العرضية بالآلة التى وصفناها وبالطرق التى شرحناها إذا اعتمد المعتبر بيتاً يدخل اليه ضوء النهار من ثقب مقتدر ولا يدخل اليه الضوء إلا من ذلك الثقب ، وأغلق المعتبر الباب وركب الآلة فى قبالة الثقب وتأمل الضوء الذى فى داخل الماء من وراء الزجاجة ، وفى حرف الآلة إذا خرج من جسم الزجاج الى جسم الهواء وسلك الطرق التى بيناها فى اعتبار ضوء الشمس الخ [٣] »

وابن الهيثم بعد كلام له يعود [٤] فيتناول بالشرح المسهب ما يتعلق من هذه الاعتبارات ببيان أن الشعاع الساقط والشعاع المنعطف والعمود من نقطة الانعطاف يقع جميعها فى مستوى واحد وهو القانون الذى يعود اليه الفضل فى النص عليه واستيفاء تحقيقه عمليا .

---

(١) و (٢٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .
(٢) و (٢٦) — و (٢٧) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .
(٣) و (٢٧) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .
(٤) الفصل الثالث من المقالة السابعة و (٣٢) — و (٣٥) من مخطوط المقالة .

١٩٦ — الناحية الكمية من بحوث ابن الهيثم العملية عن الانعطاف

والناحية الكمية من بحوث ابن الهيثم تشمل قياس زوايا الانعطاف المقابلة لزوايا سقوط معينة عند نفوذ الضوء من الهواء فى الماء ومنه فى الزجاج وبالعكس ، وعند نفوذه من الزجاج فى الماء أيضاً . وقد راعى فى الأحوال التى اعتبر فيها بالزجاج الانعطاف عند السطح المستوى وعند السطح الكرى بل وضمن بحوثه اعتبارات فى الانعطاف عند السطح الاسطوانى أيضاً .

وبحوثه الكمية هذه لا تختلف من حيث الفكرة الأساسية التى أنبنت عليها عن البحوث الوصفية التوضيحية التى أجملناها فيما سبق . ولكنها تمتاز فى أن ابن الهيثم راعى فيها تخير الأوضاع التى كفلت له قياس الزوايا التى أراد قياسها وحاول أن يتخذ قياسها وسيلة إلى كشف العلاقة بين زاوية السقوط وبين زاوية الانعطاف .

ونحن فى عرض هذه البحوث فيما يلى رأينا تقسيمها ثلاثة أقسام . نتناول فى القسم الأول ماهو خاص منها بانعطاف الضوء عند نفوذه من الهواء فى الماء ، ونتناول فى القسم الثانى ماهو خاص منها بانعطاف الضوء فى كل من الوسطين الهواء والزجاج والماء إذا كان السطح الفاصل بين الوسطين مستوياً ، ونتناول فى القسم الثالث ما هو خاص منها بانعطاف الضوء فى كل من الوسطين المذكورين إذا كان السطح الفاصل بينهما كريا أو اسطوانيا .

١٩٧ — البحوث الكمية المتعلقة بالانعطاف عند نفوذ الضوء من الهواء الى الماء

وتتلخص الطريقة [١] التى سلكها فى هذه البحوث فى أن توضع الآلة فى داخل الاناء كما فى الاعتبارات الوصفية وأن يسكب الماء فى الأناء إلى أن يبلغ سطحه مركز القرص ، ثم أن يهيأ القرص فى الوضع الذى ينطبق فيه أحد أقطاره المائلة على سطح الماء بالتمام . وقد بدأ بحسب الوصف الوارد بالقطر الذى

(١) و (٣٦) — و (٣٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

يحيط مع القطر الأول من جهة الثقب بزاوية قدرها عشر درجات . وأخذ عدته للأمر وقت طلوع الشمس ووجَّه الآلة بحيث كان ثقب إطارها نحو الشرق ، حتى إذا ما ارتفعت الشمس فوق الأفق بالقدر المناسب نفذ ضوؤها من الثقبين وسقط على سطح الماء ، وكانت زاوية سقوط الضوء الممتد على خط الثقبين ثمانين درجة . ولبث مترقباً يراعى الشمس ، حتى إذا ما نفذ ضوؤها من الثقبين عيَّن موضع مركز الضوء الواقع على باطن الإطار من الجزء المغمور منه فى الماء . فالقوس التى يحدها مركز هذا الضوء من جهة وطرف قطر الدائرة الوسطى المار بمركزى الثقبين من جهة أخرى ، توتر عند مركز هذه الدائرة زاوية الانعطاف التى تقتضيها زاوية سقوط قدرها ثمانون درجة . ثم أعاد مثل هذا العمل مع جعل قطر القرص الذى يحيط مع قطره الأول بزاوية قدرها عشرون درجة منطبقا على سطح الماء فأمكنه تعيين زاوية الانعطاف التى تقتضيها زاوية سقوط قدرها سبعون درجة وهكذا .

بهذه الكيفية استطاع ابن الهيثم تعيين مقادير زوايا الانعطاف فى الماء التى تقتضيها زوايا سقوط فى الهواء جعل مقاديرها تتفاضل بعشر درجات فعشر ، مبتدئاً بزاوية سقوط قدرها ثمانون درجة ومنتهياً بزاوية سقوط قدرها عشر درجات .

وابن الهيثم يعقب على شرحه هذا الأمر قائلا بلفظه « وإن أحب المعتبر أن يعتبر الزوايا خمسة أجزاء خمسة أجزاء ، فعل ذلك على مثل ما تقدم شرحه . وإن أحب أن يعتبر ما هو أدق من خمسة أجزاء فعل ذلك على الترتيب الذى رتبناه[1] » . وأغلب الظن أن ابن الهيثم نفسه كما يُستدل مما سيأتى بيانه فيما بعد أكتفى فى بحوثه بالاعتبار بالزوايا التى تتفاضل بعشر درجات فعشر .

١٩٨ — البحوث الكمية المتعلقة بالانعطاف عند السطح المستوى لكل من الوسطين الهواء والزجاج والزجاج والماء

استعان ابن الهيثم فى هذا القسم من بحوثه بقطعة الزجاج المقطوعة

(١) و (٣٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

من نصف الكرة التي سبق ذكرها فى التجارب الوصفية . وطريقته لقياس زوايا الانعطاف عند نفوذ الضوء من الهواء إلى الزجاج[١] أن تركب الزجاجة على سطح القطع بحيث تكون قاعدتها مما يلي الهدف ، وبحيث ينطبق الفصل المشترك على القطر الذى يحيط مع القطر الأول للقرص بزاوية قدرها عشر درجات ، وبحيث يكون منتصف الفصل المشترك عند مركز القرص بالضبط ، (انظر شكل ١٦٧) ويُجرى العمل كما فى الحالة السابقة . فيتسنى هنا أيضا تعيين زوايا الانعطاف فى الزجاج التى تقتضيها زوايا سقوط فى الهواء مقاديرها ثمانون درجة وسبعون الخ .

وطريقته لتعيين زوايا الانعطاف عند نفوذ الضوء من الزجاج إلى الهواء[٢] أن تركب الزجاجة المذكورة على سطح قطعها بحيث تكون حدبتها مما يلي الهدف والفصل المشترك منطبقا على قطر من الأقطار المائلة ومنتصفه عند مركز القرص (كما هو مبين بشكل ١٦٨) ويجرى العمل كما مر . فيتسنى تعيين زوايا الانعطاف فى الهواء التى تقتضيها زوايا سقوط في الزجاج مقاديرها تلك المقادير المذكورة أيضا .

وابن الهيثم فى الاعتبار بالزجاجة على الوضعين المذكورين يقول « وإذا أعتبر المعتبر الزجاج على الوضعين اللذين ذكرناهما تبين له أن مقدار زوايا الانعطاف من الهواء إلى الزجاج ومن الزجاج إلى الهواء تكون أبدا متساوية ، إذا كانت الزاوية التى يحيط بها الخط الذى امتد عليه الضوء إلى موضع الانعطاف مع العمود ، فى الانعطاف من الهواء إلى الزجاج [مساوية للزاوية التى يحيط بها الخط الذى امتد عليه الضوء إلى موضع الانعطاف مع العمود فى الانعطاف من الهواء إلى الزجاج][٣] مساوية للزاوية التى يحيط بها الخط الذى امتد عليه الضوء من موضع الانعطاف مع العمود ، فى الانعطاف من الزجاج »[٤]. ويقصد طبعاً الانعطاف من الزجاج إلى الهواء .

---

(١) و (٣٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) و (٣٨) — و (٣٩) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

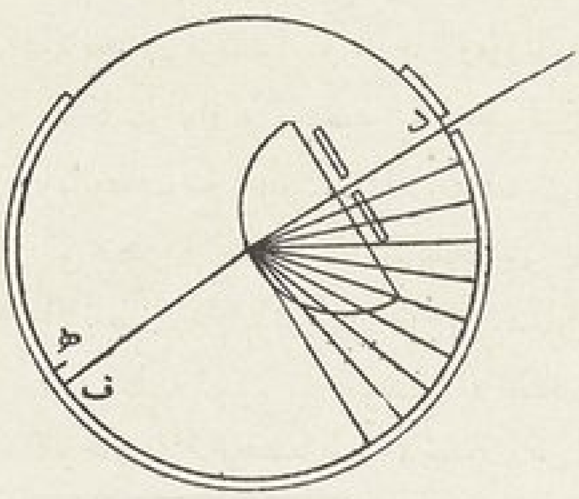
(٣) وردت هذه الجملة فى الأصل وهى من أخطاء النسخ .

(٤) و (٣٩) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

والوضع الثانى المذكور للزجاجة يصلح كما يشير ابن الهيثم نفسه فى موضع آخر من بحوثه لتعيين زوايا الانعطاف عند نفوذ الضوء من الزجاج إلى الماء[١] ويتسنى ذلك إذا سكب فى الإناء ماء والزجاجة مركبة على الوضع المبين حتى يتجاوز سطح الماء مركز القرص قليلا .

١٩٩ — البحوث التكميلية المتعلقة بالانعطاف عند السطح المنحنى لكل من الوسطين الهواء والزجاج والزجاج والماء

ينوع ابن الهيثم تجاربه فى هذا القسم من بحوثه . فلتعيين زوايا الانعطاف عند نفوذ الضوء من الزجاج إلى الهواء يستعين بالزجاجة المذكورة أيضاً[٢] ويركبها بحيث ينطبق سطح القطع على سطح القرص وبحيث يكون مستوى قاعدتها مما يلى الهدف ومنتصف الفصل المشترك على أحد أقطار القرص المائلة مما يلى الهدف (وليكن أولا القطر الذى يحيط مع القطر الأول بزاوية قدرها عشر درجات) وبحيث يكون بعد منتصف الفصل المشترك عن مركز القرص بقدر نصف قطر كرة الزجاجة ، ثم يهيأ وضع الزجاجة بحيث يكون القطر الأول عموداً على الفصل المشترك . فيكون المقطع المار بمستوى الدائرة الوسطى كالمبين بشكل (١٧١) ، ويمر هذا المقطع بمركز كرة الزجاجة ويلقى سطحها الكرى على نصف دائرة يمر محيطها بمركز الدائرة الوسطى ، ويكون خط الثقبين عموداً على مستوى قاعدة الزجاجة . وإذن ينفذ الضوء الممتد على هذا الخط فى جرم الزجاج على استقامة حتى



(شكل ١٧١)

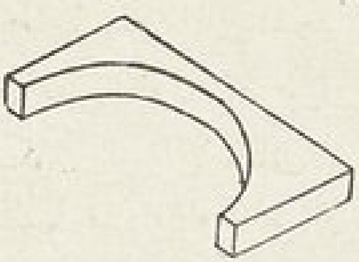
(١) و (٤١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .
(٢) و (٣٩) — و (٤١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

يلقى سطحها الكرى عند مركز الدائرة الوسطى ، فتكون زاوية سقوطه عليه مثل الزاوية التى يحيط بها القطر المائل للقرص مع قطره الأول (وهى فى هذه الحالة عشر درجات) فينعطف الضوء خارجاً إلى الهواء ملازماً المستوى نفسه ويقع على إطار الجهاز . فالقوس المحدودة بطرف قطر الدائرة الوسطى المار بمركزى الثقبين (وهو نقطة هـ فى الشكل) ومركز الضوء الواقع على الاطار (وهو نقطة ف فى الشكل) توتر زاوية الانعطاف فى الهواء التى تقتضيها زاوية السقوط المذكورة . وباعادة هذا العمل على كل واحد من الأقطار المائلة الأخرى تتبين زوايا الانعطاف التى تقتضيها زوايا سقوط مقاديرها ٢٠ و ٣٠ و ٤٠ و ٥٠ و ٦٠ و ٧٠ و ٨٠ درجة .

وكذلك إذا سكب فى الاناء ماء حتى يتجاوز سطحه مركز القرص أمكن تعيين زوايا الانعطاف عند نفوذ الضوء من الزجاج إلى الماء .

وابن الهيثم لا يقنع من البحث بهذه الحالة التى يكون فيها الضوء خارجاً من السطح المحدب للزجاج . لذلك نجده يمضى إلى قياس زوايا الانعطاف فى أحوال يكون خروج الضوء فيها من سطح مقعر لقطعة من الزجاج[1] حتى يلم بحالتى التحديب والتقعير ولا يكون بحثه مقصورا على الأولى فحسب .

وابن الهيثم فى هذا القسم من بحوثه يتخذ قطعة من الزجاج كالمبين بشكل (١٧٢) يصفها قائلا بلفظه « فليتخذ (أى المعتبر) زجاجة مقعرة تقعيرا اسطوانيا على مقدار نصف اسطوانة قائمة وليكن شكل جملة الزجاجة شكلا متوازى السطوح يكون طوله يزيد على نصف قطر الزجاجة الكرية (أى التى اتخذت فى التجارب السابقة) بمقدار شعيرة ويكون عرضها مثل ذلك ويكون سمكها بمقدار ضعف قطر الثقب الذى فى حرف الآلة ، وليكن التقعير فى أحد جوانبها ، وتكون قاعدة التقعير الأسطوانى فى سطحى الزجاجة المربعين ويكون طول الاسطوانة فى سمك الزجاجة ، وليكن نصف قطر قاعدة الاسطوانة



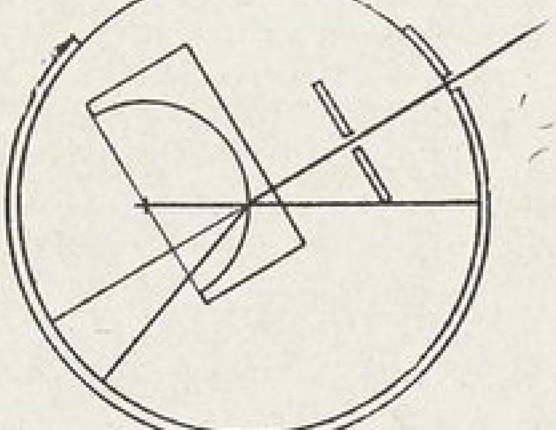
(شكل ١٧٢)

(١) و (٤١) — و (٤٣) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

بمقدار نصف قطر الزجاجة الكرية وليكن ما يفضل من الزجاجة عن جنبتى التقعير متساويين ولتكن نهايات الزجاجة خطوطا مستقيمة فى غاية ما يمكن من الصحة (١) » .

ثم هو يقول « وهذه الآلة يمكن عملها على هذه الصفة إذا صبت فى قالب ، فيعمل القالب على الصفة التى حددناها ويذاب الزجاج ويسكب فى القالب فتخرج الزجاجة على الصفة التى شرحناها » .

وابن الهيثم يركب هذه الزجاجة بحيث تنطبق قاعدة التقعير الاسطوانى على سطح القرص ويكون منتصف القطر المار بطرفى الزجاجة ، وهو أيضا مركز القاعدة ، على أحد الأقطار المائلة مما يلى المركز من الهدف ، وعلى بعد من مركز القرص يساوى بالضبط نصف قطر قاعدة الاسطوانة وبحيث يكون قطر القاعدة المار بطرفى الزجاجة عمودا على القطر الأول للقرص . فيكون المقطع المار بمستوى الدائرة الوسطى كالمبين بشكل (١٧٣) ويلقى هذا المقطع تقعير الاسطوانة على محيط نصف دائرة يمر بمركز الدائرة الوسطى ، ويبعد مركزه عن مركز الدائرة الوسطى بقدر نصف قطر التقعير الأسطوانى . ففى هذا الوضع يقع الضوء الممتد على خط الثقبين عمودا على سطح الزجاجة المواجه للهدف فينفذ فيها على استقامة حتى يقع على سطحها الاسطوانى عند مركز الدائرة الوسطى . فتكون زاوية السقوط فى الزجاج مثل الزاوية التى يحيط بها القطر المائل المتخذ ، مع القطر الأول للقرص . وتكون زاوية الانعطاف التى تقتضيها هذه الزاوية هى التى



(شكل ١٧٣)

توترها القوس الواقعة بين طرف قطر الدائرة الوسطى المار بمركزى الثقبين

---

(١) و (٤١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

ومركز الضوء الواقع على الإطار كما هو موضح بشكل (١٧٣) .

وباعادة وضع الزجاجة فى مثل الوضع المذكور بالنسبة إلى كل واحد من الأقطار المائلة يتيسر تعيين مقادير زوايا الانعطاف فى الهواء التى تقتضيها زوايا سقوط فى الزجاج مقاديرها تتفاضل بقدر عشر درجات فعشر كما سبق .

وأيضا إذا سكب فى الأناء ماء حتى يتجاوز سطحه مركز القرص دون أن يبلغ موقع الضوء على السطح المواجه للهدف أمكن تعيين زوايا الانعطاف فى الماء التى تقتضيها زوايا السقوط المذكورة فى الزجاج .

٢٠٠ — أحكام الكم الثمانية فى الانعطاف

يتوصل ابن الهيثم من الاعتبارات المذكورة إلى أحكام كمية فى الأنعطاف يحدد بها العلاقة بين زاوية السقوط أو زاوية العطف كما سماها الفارسى ، وبين زاوية الانعطاف . ولا يخفى أن صنع آلة الانعطاف وتدريجها لقياس الزوايا واعداد اجزائها الإضافية كقطع الزجاج المختلفة الأشكال بالأبعاد التى يجب أن تكون عليها وصقل هذه القطع ، كل ذلك وما اليه ليس من الأمور الهينة ، فضلا عن أن الاعتبارات على الصفة التى وصفها ابن الهيثم تتطلب إذا أريد الاعتماد على نتائجها عناية دقيقة وجهدا غير يسير . فبحوثه الكمية من الناحية العملية لم تكن سهلة هينة . والذى يدعو إلى التقدير والإعجاب أن الصعوبات العملية فى هذه البحوث لم تعجزه عن المضى فيها ومتابعتها إلى استنباط الأحكام التى قررها ، والتى نجدها بوجه عام فى حدود التجارب التى اجراها والمواد المشفة التى اعتبر بها ، صحيحة ، أصلح واتم من الأحكام التى تنسب سواء بحق أو بغير حق إلى بطليموس ، وينسب غير واحد من المؤرخين فضل إصلاحها إلى علماء أوروبا فى القرن الخامس عشر والسادس عشر مثل كپلر وغيره ممن عنوا بدراسة علم الضوء والتأليف فيه .

وقد لخص ابن الهيثم النتائج التى استنبطها من اعتباراته المذكورة فى الجزء الأخير من الفصل الثالث من مقالته السابعة فى المناظر ونورد فيما يلى هذه النتائج كما ذكرها بلفظه وقد قسمناها ثمانية أقسام ليسهل تمييز المعانى المختلفة

التى تتضمنها واسميناها أحكام الـكم فى الانعطاف .

الحكم الأول : « كل زاويتين [١] يحيط بكل واحدة منهما الخط الأول الذى امتد عليه الضوء والعمود الخارج من موضع الانعطاف ، القائم على سطح الجسم المشف على زوايا قائمة ، يكونان فى جسمين باعيانهما مشفين وتكون الزاويتان مختلفتين ، فان زاوية الانعطاف عن الزاوية العظمى منهما تكون أعظم من زاوية الانعطاف عن الزاوية الصغرى »[٢] .

الحكم الثانى : «وتكون زيادة زاوية الانعطاف (أى الأولى) على زاوية الانعطاف (أى الثانية) أقل من زيادة الزاوية العظمى التى يحيط بها الخط الأول والعمود ، على الزاوية الصغرى التى يحيط بها الخط الأول والعمود[٣] » .

الحكم الثالث : «وتكون نسبة زاوية الانعطاف عن الزاوية العظمى إلى الزاوية العظمى ، أعظم من نسبة زاوية الانعطاف عن الزاوية الصغرى إلى الزاوية الصغرى [٤] » .

الحكم الرابع : «ويكون الباقى بعد زاوية الانعطاف من الزاوية العظمى ، أعظم من الباقى بعد زاوية الانعطاف من الزاوية الصغرى[٥] » .

الحكم الخامس : « وتوجد[٦] زاوية الانعطاف إذا كان الضوء خارجا من الجسم الألطف إلى الجسم الأغلظ ، ابدا ، أقل من نصف الزاوية التى يحيط بها الخط الذى امتد عليه الضوء إلى موضع الانعطاف والعمود الخارج من موضع الانعطاف [٧] » .

الحكم السادس : « وإذا كان الضوء خارجا من الجسم الأغلظ إلى الجسم الألطف كانت زاوية الانعطاف (أقل من) نصف مجموع الزاويتين[٨] » .

---

(١) فى الأصل « كل زاوية » .

(٢) و (٤٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٣) و (٤٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٤) » » » »

(٥) » » » »

(٦) فى الأصل « وتعد »

(٧) و (٤٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٨) و (٤٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر ، ولم ترد عبارة « أقل من » فى الأصل

الحكم السابع : « إذا كانت زاويتان متساويتان يحيط بكل واحدة منهما الخط الأول الذى امتد عليه الضوء والعمود الخارج من موضع الانعطاف ، إحداهما بين الجسم الألطف وبين جسم أغلظ منه ، والأخرى بين ذلك الجسم الألطف بعينه وبين جسم أغلظ من الجسم الغليظ الأول ، فان زاوية الانعطاف التى فى الجسم الأكثر غلظا تكون أعظم من زاوية الانعطاف التى فى الجسم الأغلظ الذى هو أقل غلظا (١) » .

الحكم الثامن : « كذلك إن كان الانعطاف من الجسم الأغلظ إلى الجسم الألطف تكون أبداً زاوية الانعطاف التى من الجسم الأغلظ إلى الجسم الألطف ، الذى هو أشد لطفاً ، أعظم من زاوية الانعطاف التى من ذلك الجسم الأغلظ بعينه إلى الجسم الألطف الذى هو أقل لطفاً (٢) » .

٢٠١ – مناقشة أحكام الحكم الثمانية

وهذا المجمل الذى عنى ابن الهيثم بذكره يتضمن ثمانية أحكام تبين العلاقة بين مقادير الزوايا المختلفة بعضها ببعض .

فالحكم الأول ينص على أن مقادير زوايا الانعطاف تختلف بحسب مقادير زوايا السقوط لكل وسطين وكلما عظمت زاوية السقوط عظمت زاوية الانعطاف وبالعكس .

* * *

والحكمان السابع والثامن ينصان على أن زوايا الانعطاف تختلف أيضاً بحسب شفيف الجسم المنعطف فيه الضوء ويحددان كيفية ذلك الاختلاف . فعند نفوذ الضوء من وسط واحد بعينه كالهواء إلى وسط آخر يختلف عنه فى

لا فى مخطوط أيا صوفيا ولا فى مخطوط الفاتح ولعله سهو من الناسخ والا تناقض هذا الحكم والحكم السابق . أما الفارسى فقد أورده بالمعنى الذى أوردناه هنا ، كذلك فأن لفظ « مجموع » حرف الى « جموع »

(١) و (٤٤) ، و (٤٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) و (٤٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

الشفيف كالماء، ومن الأول إلى وسط آخر يختلف شفيفه عن شفيف الثانى كالزجاج، فانه إذا كانت زاوية السقوط فى الحالتين واحدة فزاوية الانعطاف تختلف بحسب « درجة » غلظ الوسط الذى ينعطف فيه الضوء أو « درجة » لطفه . فكلما كان الوسط المنعطف فيه الضوء أشد غلظاً (لو كان أغلظ من الوسط الذى يسقط فيه الضوء) أو أشد لطفاً (لو كان ألطف منه) كانت زاوية الانعطاف أعظم .

***

والحكم الثانى يقرر أنه إذا زادت زاوية السقوط بمقدار معين زادت زاوية الانعطاف بمقدار أصغر . وهذا الحكم لا يصح على وجه الاطلاق إلا إذا كان الانعطاف من وسط لطيف فى وسط غليظ . وقد اعترض الفارسى فى التنقيح عليه . ولربما يبدو أول وهلة أن من التعنت القول بأن ابن الهيثم أراد به حكماً عاماً يشمل أيضاً أحوال الانعطاف من الوسط الغليظ فى الوسط اللطيف لولا أنه قد طبقه فى أحد بحوثه فى خيال النقطة التى ترى بالانعطاف من الوسط الغليظ فى الوسط اللطيف كما سنبين فيما بعد .

ويتضح حقيقة الأمر فيما يتعلق بهذا الحكم إذا راعينا حالتى الانعطاف من الألطف فى الأغلظ ومن الأغلظ فى الألطف كلا على حدتها .

فإذا رمز لزاوية السقوط بالحرف ى ولزاوية الانكسار بالحرف ر ولمعامل الانكسار بالحرف م فوفقا لقانون الانكسار على صورته المعروفة الآن يكون

$$\text{م} = \frac{\text{جا ى}}{\text{جا ر}} .$$

وباستعمال رموز التفاضل يكون

$$\frac{\text{ء ر}}{\text{ء ى}} = \sqrt{\frac{\text{١} - \text{جا}^{\text{٢}}\,\text{ى}}{\text{م}^{\text{٢}} - \text{جا}^{\text{٢}}\,\text{ى}}} .$$

وأيضاً يكون

$$\frac{\text{ء}^{2}\text{ر}}{\text{ء}\,\text{ں}^{2}} = -\tfrac{1}{2}\left(\text{م}^{2}-1\right)\frac{\text{حا}\ 2\ \text{ں}}{\left(\text{م}^{2}-\text{حا}^{2}\,\text{ں}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{1-\text{حا}^{2}\,\text{ں}}}$$

فى حالة الانعطاف من الألطف فى الأغلظ إذا رمز لزاوية الانعطاف الحرف ف يكون

$$\text{ف} = \text{ں} - \text{ر} \text{ ،}$$

$$\therefore \frac{\text{ء}\,\text{ف}}{\text{ء}\,\text{ں}} = 1 - \frac{\text{ء}\,\text{ر}}{\text{ء}\,\text{ں}} = 1 - \sqrt{\frac{1-\text{حا}^{2}\,\text{ں}}{\text{م}^{2}-\text{حا}^{2}\,\text{ں}}} \quad \cdots \ (1)$$

$$\text{و}\quad \frac{\text{ء}^{2}\text{ف}}{\text{ء}\,\text{ں}^{2}} = -\frac{\text{ء}^{2}\text{ر}}{\text{ء}\,\text{ں}^{2}}$$

$$= \tfrac{1}{2}\left(\text{م}^{2}-1\right)\frac{\text{حا}\ 2\ \text{ں}}{\left(\text{م}^{2}-\text{حا}^{2}\,\text{ں}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{1-\text{حا}^{2}\,\text{ں}}} \quad \cdots \ (2)$$

ولما كانت قيمة م فى هذه الحالة أعظم من الواحد، يتضح من المعادلة (٢) أن المشتقة الثانية لزاوية الانعطاف قيمتها أبداً موجبة . وإذن معدل تغير زاوية الانعطاف بتغير زاوية السقوط يزداد ازدياداً مطرداً تبعاً لزيادة زاوية السقوط . ومن المعادلة (١) يتبين أنه إذا كانت قيمة ں صفراً يكون

$$\frac{\text{ء}\,\text{ف}}{\text{ء}\,\text{ں}} = 1 - \frac{1}{\text{م}}$$ ، أى مقداراً موجباً أصغر من الواحد .

وإذا كانت ں قائمة يكون

$$\frac{\text{ء}\,\text{ف}}{\text{ء}\,\text{ں}} = 1$$

وإذن يتبين أن قيمة $\frac{\text{ء}\,\text{ف}}{\text{ء}\,\text{ں}}$ ولو أنها تزداد باطراد تبعاً لزيادة زاوية السقوط ، فانها فى النهاية التى تبلغ عندها زاوية السقوط قيمة القائمة تؤول إلى الواحد .

فليس يتأتى فى حالة الانعطاف من الألطف فى الأغلظ أن تكون تفاضلات زوايا الانعطاف أكبر من تفاضلات زوايا السقوط التى تقتضيها . وإذن يستقيم فى هذه الحالة حكم ابن الهيثم .

أما فى حالة الانعطاف من الأغلظ فى الألطف ، فاذا رمز لزاوية الانعطاف بالحرف ف يكون

$$\text{ف} = \text{ر} - \text{ى} \;.$$

$$\therefore \frac{\text{د ف}}{\text{د ى}} = \frac{\text{د ر}}{\text{د ى}} - ١ = \sqrt{\frac{١ - \text{حا}^{٢}\text{ى}}{\text{م}^{٢} - \text{حا}^{٢}\text{ى}}} - ١ \quad . \; . \; . \; . \quad (٣)$$

$$\text{،} \quad \frac{\text{د}^{٢}\text{ف}}{\text{د ى}^{٢}} = \frac{\text{د}^{٢}\text{ر}}{\text{د ى}^{٢}} = \tfrac{١}{٢}(١ - \text{م}^{٢}) \frac{\text{حا ٢ ى}}{(\text{م}^{٢} - \text{حا}^{٢}\text{ى})^{\frac{٣}{٢}} \sqrt{١ - \text{حا}^{٢}\text{ى}}} \;. \quad (٤)$$

ولما كانت قيمة م فى هذه الحالة موجبة وأصغر من الواحد ، وقيمة ى لا تتجاوز قيمة الزاوية الحرجة ، أى حا ى ليست تكون أعظم من م ، يتضح فى حالة الانعطاف من الأغلظ فى الألطف أيضاً أن معدل تغير زاوية الانعطاف بتغير زاوية السقوط يزداد ازدياداً مطرداً تبعاً لزيادة زاوية السقوط .

ومن المعادلة (٣) يتبين أنه إذا كانت قيمة ى صفراً يكون

$$\frac{\text{د ف}}{\text{د ى}} = \frac{١}{\text{م}} - ١ = \frac{١ - \text{م}}{\text{م}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (٥)$$

وإذا كانت قيمة ى تساوى الزاوية الحرجة أى

$$\text{حا ى} = \text{م} \;\text{،}$$

يكون

$$\frac{\text{د ف}}{\text{د ى}} = \text{ما لا نهاية} \;.$$

ويتبين من المعادلة (٥) أنه إذا كان

$$م < ١ - م$$

أى $$م < \frac{١}{٢} \text{،}$$

فلا يتأتى البتة أن تكون تفاضلات زوايا الانعطاف أصغر من تفاضلات زوايا السقوط التى تقتضيها ، فينتفى إطلاقا حكم ابن الهيثم عند الانعطاف من الأغلظ فى الألطف .

أما إذا كان

$$م > ١ - م$$

أى $$م > \frac{١}{٢}$$

فانه يتضح من المعادلة (٣) أن

$$\frac{د ف}{د ن} = ١$$

إذا كان

$$\frac{١ - حا^{٢} ن}{م^{٢} - حا^{٢} ن} = ٤ \text{.}$$

أى إذا كان

$$حا ن = \sqrt{\frac{٤ م^{٢} - ١}{٣}} \text{.}$$

وإذن يتبين عند الانعطاف من الأغلظ فى الألطف أنه إذا كان معامل الانكسار من الأغلظ فى الألطف أعظم من نصف ، وكانت زاوية السقوط فى الأغلظ أصغر من

$$حا^{-١} \left(\sqrt{\frac{٤ م^{٢} - ١}{٣}} \right)$$

فان تفاضلات زوايا الانعطاف تكون أصغر من تفاضلات زوايا السقوط .

وفى هذه الحدود يستقيم حكم ابن الهيثم . أما عند الانعطاف من الأغلظ فى الألطف فيما عدا ذلك فليس يستقيم الحكم .

ولما كانت الأجسام المشفة التى اعتبر بها ابن الهثم فى بحوثه هى الهواء والماء والزجاج ، فان أحوال الانعطاف من الأغلظ فى الألطف التى تعرض فى هذه التجارب هى الانعطاف من الماء أو الزجاج فى الهواء ومن الزجاج فى الماء . ومعامل الانكسار من الأغلظ فى الألطف فى جميع هذه الأحوال أكبر من النصف . وإذن فان الأحوال التى ينتفى فيها الحكم على وجه الاطلاق لاتعرض فى حدود التجارب التى أجراها . وإنما يعرض فى حدود تلك التجارب الأحوال التى يكون الحكم فيها صحيحاً فى حدود معينة لاتتجاوزها زاوية السقوط فى الأغلظ . ومن السهل تبيان أن حكم ابن الهيثم يصح عند الانعطاف من الزجاج فى الهواء إذا كانت زاوية السقوط فى الزجاج أقل من ٣٠,٦° بالتقريب ويصح عند الانعطاف من الماء فى الهواء إذا كانت زاوية السقوط فى الماء أقل من ٤٠,٢° بالتقريب ويصح عند الانعطاف من الزجاج فى الماء إذا كانت زاوية السقوط فى الزجاج أقل من ٥٨,١° بالتقريب . فكان حكم ابن الهيثم يصح فى حدود التجارب التى أجراها عند الانعطاف من الأغلظ فى الألطف فى الأحوال التى لاتكون فيها زاوية السقوط فى الأغلظ بوجه عام كبيرة .

* * *

والحكم الثالث ينص على أن نسبة زاوية الانعطاف إلى زاوية السقوط لوسطين معينين ليست ثابتة بل تزداد تبعاً لزيادة زاوية السقوط . وقد كان من المتواتر أن بطليموس ذهب إلى القول بثبوت نسبة زاوية الانكسار إلى زاوية السقوط ، وهذا يتضمن ثبوت نسبة زاوية الانعطاف إلى زاوية السقوط ، ومن المعلوم الآن كما قال ابن الهيثم ان هذه النسبة ليست ثابتة ، وأنها تزداد كلما زادت زاوية السقوط ، وإن كان معدل زيادتها ليس هو الآخر ثابتاً كما اتضح مما ذكرناه آنفاً .

* * *

والحكم الرابع معناه أن زاوية الانكسار تزيد تبعاً لزيادة زاوية السقوط . وهذا الحكم لا شبهة فيه . وكان الأولى به من وجهة نظرنا الحديثة أن يسبق أحكامه الأخرى . فالحكم العام الذى يتضمن جميع الأحكام الخاصة بعلاقة زاوية السقوط بزاوية الانعطاف وبزاوية الانكسار هو الذى ينص على العلاقة الصحيحة بين زاويتى السقوط والانكسار أو بين زاويتى العطف والباقية بحسب الاصطلاح القديم . ولكن ابن الهيثم لم يوجه جل عنايته إلى زاوية الانكسار بل وجهها إلى زاوية الانعطاف ، وعنى بأن ينص على العلاقة بين زاويتى السقوط والانعطاف ، فلم يوفق إلى الكشف عن قانون عام يتضمن فى صيغة موجزة بسيطة هذه العلاقة على تصاريف الأحوال . ومما يدل على انصراف ابن الهيثم عن العناية بزاوية الانكسار أن حكمه الرابع هو الوحيد بين أحكامه العدة ، الذى عنى بأن يذكر فيه شيئاً يتعلق بهذه الزاوية .

* * *

والحكمان الخامس والسادس ينصان على أن الوسط الثانى إذا كان أغلظ كانت زاوية الانعطاف أبداً أقل من نصف زاوية السقوط . وإذا كان الطف كانت زاوية الانعطاف أقل من نصف مجموع الزاويتين .

والحكمان فى الحقيقة مرتبطان أحدهما بالآخر وما يقال على أحدهما يمس الآخر ولذلك نناقشهما هنا مجتمعين .

وابن الهيثم يطلق حكميه الخامس والسادس إطلاقا وليس يصح إطلاقهما إطلاقا عاماً على الصورة التى أرادها .

ولكى يتيسر بسهولة مناقشة هذين الحكمين نرى أن نؤدى المعنى الذى يقصده ابن الهيثم بصورة أخرى . فالحكم الخامس يؤدى إلى القول بأن زاوية الانكسار تكون أعظم من نصف زاوية السقوط إذا كان الانعطاف فى الوسط الأغلظ . وطبقاً للحكم السادس تكون زاوية الانعطاف أصغر من زاوية السقوط إذا كان الانعطاف فى الألطف ، وبما أن زاوية الانكسار فى هذه الحالة هى مجموع زاويتى السقوط والانعطاف فان حكم ابن الهيثم السادس

معناه كما أشار إلى ذلك الفارسى أن زاوية الانكسار تكون أصغر من ضعف زاوية السقوط اذا كان الانعطاف فى الوسط الألطف، ويتفق ومدلول الحكم الخامس كما تقضى بذلك قاعدة قبول العكس .

ونحن إذ نعلم الآن حقيقة الارتباط بين زاوية السقوط وبين زاوية الانكسار نستطيع بسهولة تحديد الحالات التى ينطبق فيها حكما ابن الهيثم ، بل ونستطيع أيضاً معرفة السبب الذى حال دون أن يتنبه ابن الهيثم إلى قصور حكميه عن الإحاطة بجميع الأحوال .

فعلاقة زاوية السقوط بزاوية الانكسار هى وفق المعادلة

$$\text{جا ى} = \text{م جا ر} .$$

فان كان الانعطاف فى الوسط الأغلظ فان قيمة م أكبر من الواحد ولكن لا يتحتم من ذلك أن تكون قيمة ر أبداً أعظم من $\frac{1}{2}$ ى . فهى قد تكون أعظم من $\frac{1}{2}$ ى ، وقد تساوى $\frac{1}{2}$ ى ، وقد تكون أصغر من $\frac{1}{2}$ ى ، وذلك بحسب قيمة م وبحسب قيمة ى أيضاً .

وبما أن $\text{م} = \frac{\text{جا ى}}{\text{جا ر}}$

فشرط أن تكون ر أعظم من $\frac{1}{2}$ ى هو أن تكون

م أصغر من $\frac{\text{جا ى}}{\text{جا } \frac{1}{2} \text{ ى}}$.

أى أن تكون م أصغر من ٢ جتا $\frac{\text{ى}}{٢}$ ،

وزاوية السقوط عند الانعطاف فى الأغلظ تختلف قيمتها بين الصفر وبين القائمة . فمقدار ٢ جتا $\frac{\text{ى}}{٢}$ يختلف ما بين ٢ و $\sqrt{٢}$.

فان كانت قيمة م أقل من $\sqrt{٢}$ توافر الشرط أياً كانت قيمة زاوية السقوط ، وإذن فى جميع الأحوال التى ينعطف فيها الضوء عند نفوذه من

وسط لطيف إلى وسط غليظ ، ويكون معامل الانكسار أقل من $\sqrt{٢}$ أى أقل من ١,٤١٤ بالتقريب ، تكون زاوية الانكسار أعظم من نصف زاوية السقوط ويكون حكما ابن الهيثم صحيحين .

وإن كانت قيمة م أعظم من ٢ ، لا يتوافر الشرط البتة وتكون زاوية الانكسار أبداً أصغر من نصف زاوية السقوط ويكون حكم ابن الهيثم باطلا على الاطلاق .

أما إن كانت م أصغر من ٢ وأعظم من $\sqrt{٢}$ فالشرط يتوافر فى حالات معينة ويبطل فى حالات أخرى وذلك تبعاً لقيمة زاوية السقوط نفسها.

فالشرط المذكور أن يكون

$$٢ \text{ جتا } \frac{ن}{٢} \text{ أعظم من م .}$$

أى أن تكون ن أصغر من ٢ جتا$^{-١}$ ($\frac{١}{٢}$م) أى يجب أن تكون زاوية السقوط أصغر من ضعف الزاوية التى جيب تمامها نصف معامل الانكسار .

وابن الهيثم فى اعتباراته الكمية التى استخرج منها أحكامه اعتبر أولا بالماء . والمعلوم أن معامل انكسار الضوء من الهواء فى الماء يساوى بالتقريب ١,٣٣ فهو أقل من $\sqrt{٢}$ وإذن ينطبق الشرط اللازم لكى تكون زاوية الانكسار فى الماء أعظم من نصف زاوية السقوط فى الهواء أياً كانت قيمة زاوية السقوط . ثم هو اعتبر بالزجاج . فاذا فرضنا معامل انكسار الضوء من الهواء فى الزجاج ١,٥ بالتقريب فقيمة م فى هذه الحالة أقل من ٢ وأعظم من $\sqrt{٢}$ فالحكم لا ينطبق على هذين الوسطين على تصاريف الأحوال . فان كانت زاوية السقوط فى الهواء مساوية

$$٢ \text{ جتا}^{-١} \left(\tfrac{٣}{٤}\right) = ٨٢,٨^{\circ} \quad \text{بالتقريب ،}$$

أو أعظم من ذلك فزاوية الانكسار فى الزجاج ليست أعظم من نصف زاوية السقوط . وإن كانت زاوية السقوط فى الهواء أصغر من ٨٢,٨ بالتقريب فان زاوية الانكسار فى الزجاج أعظم من نصف زاوية السقوط .

وابن الهيثم قد أجرى أيضاً تجارب اعتبر فيها بالانعطاف من الماء فى

نصف القائمة كلما اقتربت قيمة زاوية السقوط فى الألطف من القائمة ، فتكون الزاوية التى نسميها الآن الزاوية الحرجة نصف قائمة ، أو بالأحرى لا تتجاوز هذا القدر . ونحن إن لم نجد من أقوال ابن الهيثم قولا صريحاً يفيد أنه يرى هذا الرأى فاننا لم نجد له أيضاً قولا يمس معنى الزاوية الحرجة أو ظاهرة الانعكاس الداخلى الكلى المرتبطة بها . وسنرى فيما بعد أن تتالى بعض الآراء وتدرجها فى بعض بحوثه ، وإن كانا يُفضيان فى الأحوال المعتادة إلى المساس بمعنى الزاوية الحرجة فانه لم يتعرض إلى هذا المعنى ولم يُدلِ فيه برأى .

٢٠٢ — قاعدة قبول العكس

تلك هى أحكام ابن الهيثم الثمانية كما هو منصوص عنها فى المجمل الوارد فى ختام الفصل الثالث من مقالته السابعة من كتاب المناظر .

ولابن الهيثم حكم تاسع أورده ضمن أقواله فى شرح تجاربه الكمية فى انعطاف الضوء من الهواء فى الزجاج وانعطافه من الزجاج فى الهواء وقد سبق أن ذكرناه بألفاظ ابن الهيثم (١) . وهذا الحكم معناه أن الشعاع النافذ من وسط لطيف إلى وسط غليظ إذا نفذ فى الوسطين نفسيهما فى الاتجاه المضاد أى من الغليظ إلى اللطيف وكانت زاوية السقوط فى الحالة الثانية هى عين زاوية الانكسار فى الأولى كانت زاوية انعطافه فى الحالتين واحدة ، أو بالأحرى كان خط مسيره فيهما هو هو .

ولكن ابن الهيثم لم يذكر هذا الحكم مرفقاً بأحكامه الثمانية التى فصلناها آنفاً ، وإن هو قد اتخذه فى مواضع أخرى من كتابه أساساً بنى عليه شرحه كيفية إدراك المبصرات بالانعطاف .

وقد عنى الفارسى بأن يودع هذا الحكم صراحة ضمن أحكام ابن الهيثم الكمية فى الانعطاف . والفارسى فى هذا الصدد لم يتقيد فى عرض هذه الأحكام بألفاظ ابن الهيثم كما هى واردة فى أصول المناظر . وإن هو لم يخرج فيها عن المعانى التى قصدها ابن الهيثم نفسه فقد تصرف فى عرضها كثيراً وصاغها فى

(١) ص (٧٠٥) من هذا الكتاب .

الزجاج ، فان معامل انكسار الضوء فى هذه الحالة يساوى بالتقريب ١٫١٢٥ فهو أقل من √٢ . واذن فزاوية الانكسار فى الزجاج أعظم من نصف زاوية السقوط فى الماء أياً كانت زاوية السقوط فى الماء .

ومن هذا يتبين أن حكمى ابن الهيثم فيما يختص بالوسطين الهواء والماء وفيما يختص بالوسطين الماء والزجاج صحيحان أياً كانت زاوية السقوط ، ولكنهما فيما يختص بالوسطين الهواء والزجاج صحيحان فى حدود التجارب التى أجراها . أو بالأحرى فى حدود المقادير التى اعتبر بها فى تلك التجارب ، لأنه كما سبق أن بينا اعتبر بزوايا سقوط متفاضلة بعشر درجات أى كانت أكبر زاوية سقوط اعتبر بها ثمانين درجة ، فلم تتجاوز زاوية السقوط فى تجاربه هذه ، الحد الذى يبطل عنده أن تكون زاوية الانعطاف فى الزجاج أصغر من نصف زاوية السقوط فى الهواء . أى أن النتائج التى حصل عليها من هذه التجارب متفقة ونتائج التجارب الأخرى . ولو أنه اعتبر فيها بزوايا سقوط تتفاضل بخمس درجات أو أقل لكان فى مقدوره أن يتبين أن زاوية الانعطاف فى الزجاج إذا كانت زاوية السقوط فى الهواء ٨٥ درجة مثلا ليست بأقل من نصف زاوية السقوط بل بالعكس أعظم . أو لو أنه اعتبر أيضاً بانعطاف الضوء من الهواء فى أوساط أغلظ من الزجاج بحيث يكون معامل انكسار الضوء من الهواء فيها أعظم كثيراً مما هو من الهواء فى الزجاج المعتاد ، لكان فى مقدوره أيضاً أن يتبين أن حكميه السابقين ليسا صحيحين على الاطلاق .

فان كان الحكمان الخامس والسادس ليسا من الأحكام العامة التى تنطبق على تصاريف الأحوال فإن بحوث ابن الهيثم العملية من حيث أنواع الأجسام المشفة ومن حيث مقادير زوايا السقوط التى اعتبر بها جاءت فى حدود الأحوال التى ينطبق عليها الحكمان .

ومن المرجح أن قصور هذين الحكمين قد أخفى عن ابن الهيثم أمراً من أهم أمور الانعطاف . فان كانت زاوية الانعطاف فى الاغلظ أقل أبداً من نصف زاوية السقوط فى الالطف فمؤدى هذا أن زاوية الانعطاف تقترب قيمتها من

صيغ من عنده تختلف عن صيغها الأصلية . وقد ذكر الفارسى هذا الحكم التاسع فى موضعين من كتابه التنقيح أحدهما فى صدد أقواله عن أحكام الكم فى الانعطاف والآخر فى صدد كيفية إدراك المبصرات بالانعطاف ، وصاغه فى الموضعين فى صيغتين مختلفتين آثرنا أن نوردهما فيما يلى بألفاظ الفارسى .

ففى الموضع الأول قال « زاوية الانعطاف التى يقتضيها عطفيته من جسم ألطف فى مخالف ، مثل التى يقتضيها عطفيته من المخالف فى الجسم الأول إذا كانت العطفية فى الثانى مثل الباقية فى الأول[1] » .

وفى الموضع الثانى قال « إذا كانت نقطتان مضيئتان فى الجسمين فان السمتين اللذين يمتد عليهما ضوء الأولى إلى الثانية هما اللذان يمتد عليهما ضوء الثانية إلى الأولى »[2] .

ولعل النص الثانى أوضح فى أداء المعنى وأبين .

وهذا الحكم التاسع صريح فى تضمنه معنى القاعدة المعروفة الآن « بقاعدة قبول العكس » فيما يتعلق بالانعطاف . ولا شك فى أن ابن الهيثم قد أدرك معنى هذه القاعدة فيما يتعلق بالانعكاس وحسبه تعبيراته الشائعة فى مباحث الانعكاس كقوله « النقطتين المتعاكستين » وقوله « النظيرين » . وإن كانت قاعدة قبول العكس فيما يتعلق بالانعكاس يستلزمها قانون الانعكاس بشطريه المعروفين فهى فيما يتعلق بالانعطاف مرتبطة بمعنى « معامل الانكسار » وثبوته لكل وسطين معينين . وهذان المعنيان مرتبطان بثبوت نسبة جيب زاوية السقوط إلى جيب زاوية الانكسار لكل وسطين ، وثبوت هذه النسبة ظل مجهولا إلى أوائل القرن السابع عشر .

فورود هذا الذى أسميناه الحكم التاسع فى كتاب المناظر ، يثبت لابن الهيثم فضل السبق إلى إدراك معنى قاعدة قبول العكس إدراكا تاماً فى حالتى الانعكاس والانعطاف . والحكم التاسع هو حكم عام يرتبط به الحكمان الخامس والسادس بحيث إذا صح أحدهما لزم الآخر .

(١) ص (١٣٤) من النسخة المطبوعة من الجزء الثانى من التنقيح .
(٢) ص (١٤٩) من النسخة المطبوعة من الجزء الثانى من التنقيح .

الفصل الثانى

فى

خيال النقطة المبصرة الذى يرى بالانعطاف

٢٠٣ – شرح ابن الهيثم كيفية ادراك صور المبصرات بالانعطاف

يتناول ابن الهيثم فى مباحثه فى الانعطاف شرح كيفية إدراك البصر المبصرات الموجودة فى أوساط مشفة كالماء أوالزجاج المخالفة الشفيف للوسط الموجود فيه البصر ، وهو الهواء عادة . وابن الهيثم يستعين فى بيان آرائه فى هذا الشأن باعتبارات يبين بها أن البصر يرى نقاط المبصر فى مثل هذه الأحوال من السموت التى ينعطف عليها الضوء الصادر من تلك النقاط . وأنه إذا كان الضوء الوارد من إحدى نقاط المبصر عموداً على السطح الفاصل بين الوسطين فان البصر يرى صورة هذه النقطة من سمت هذا العمود .

الاعتبارات التوضيحية :

وابن الهيثم يستعين بآلة الانعطاف التى سبق وصفها فى توضيح هذه الأمور عملياً ويرى فى هذه الاعتبارات أن يكون ثقبا الآلة ضيقين وأن يوضع بينهما أنبوب دقيق يمر رسهمه على خط مركزى الثقبين وتركب الآلة فى إناء كما سبق وتوضع فى موضع مضيء . وهو يعتبر أولا بالماء وثانياً بالزجاج .

وللاعتبار بالماء(١) يسكب فى الاناء ماء حتى يبلغ سطحه مركز القرص ثم يهيأ وضع الآلة حتى يصير القطر الأول للقرص عموداً على سطح الماء . فيكون خط الثقبين كذلك ، ثم يؤتى بخلالة بيضاء تغمر فى الماء ويجعل رأسها عند

---

(١) و (٥٠) – و (٥٢) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

طرف قطر الدائرة الوسطى المار بمركزى الثقبين وينظر إليها من ثقب الاطار بأحدى العينين . فيرى الناظر رأس الخلالة دالا ذلك على أن البصر يدرك صورة رأس الخلالة فى هذه الحالة على سمت العمود الخارج منه على سطح الماء . وإذا أدير قرص الآلة لكى يصير خط الثقبين مائلا على سطح الماء وجعل رأس الخلالة عند الموضع نفسه فالناظر لايرى رأس الخلالة . فاذا حرك رأس الخلالة من مكانه قليلا قليلا على محيط الدائرة الوسطى إلى جهة العمود المتوهم الخارج من مركز الوسطى قائماً على سطح الماء فان الناظر يرى رأس الخلالة إذا بلغ موضعاً معينا من محيط تلك الدائرة . وقد يتطلب هذا الاعتبار أن يستعين المعتبر بشخص آخر يعاونه . وابن الهيثم يذكر أن موضع رأس الخلالة عندما تدرك صورته بالنظر من ثقب الاطار يوجد على محيط الدائرة الوسطى بين طرف قطرها المار بمركزى الثقبين وبين طرف العمود المتوهم المذكور . ولتوكيد الانعطاف عند مركز الدائرة الوسطى يرى ابن الهيثم أن يؤتى بعود متوسط الغلظ ويوضع طرفه عند مركز هذه الدائرة فيشاهد أنه يحجب رأس الخلالة إذا نظر إليها من ثقب الاطار وهو فى الموضع المذكور .

أما للاعتبار بالزجاج[١] فهو يستعين بكتلة الزجاج المقطوعة من نصف الكرة والتى مر ذكرها فيما قبل . فتركب الزجاجة على القرص بحيث يُطبق سطح القطع على سطح القرص ، وبحيث يكون القطر الأول للقرص ماراً بمنتصف الفصل المشترك عموداً عليه . وذلك فى وضعين أحدهما بحيث تكون قاعدة الزجاجة مما يلى الهدف ، وثانيهما بحيث تكون حدبتها مما يلى الهدف . فاذا وضع رأس الخلالة فى كل من هذين الوضعين عند طرف قطر الدائرة الوسطى المار بمركزى الثقبين يرى الناظر خلال ثقب الاطار رأس الخلالة على سمت هـــذا القطر . والقطر فى الوضعين عمود على سطحى الزجاجة الكرى والمستوى .

كذلك تركب الزجاجة بحيث يطبق سطح القطع على سطح القرص وتكون

---

(١) و (٥٢) — و (٥٦) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

قاعدتها مما يلي الهدف ومنتصف الفصل المشترك عند مركز القرص ، والفصل المشترك يحيط بزاوية مع القطر الأول ، فيكون المقطع المار بمستوى الدائرة الوسطى كالمبين بشكل (١٦٧) . فاذا وضع رأس الخلالة عند القطر المار بمركزى الثقبين (أى عند ه فى الشكل المشار إليه) فالناظر خلال الثقب لايراه .
أما إذا حرك رأس الخلالة حول محيط الوسطى نحو العمود المتوهم الخارج من مركز الوسطى عمودا على قاعدة الزجاجة أمكن رؤيته إذا ما بلغ موضعاً معيناً على المحيط ، فينفذ الشعاع الوارد من رأس الخلالة على استقامة إلى مركز الزجاجة ثم ينعطف فى الهواء على سمت خط الثقبين إلى البصر . وفى هذه الحالة أيضاً يذكر ابن الهيثم أن الانعطاف يحدث عند مركز الزجاجة ويمكن التأكد من ذلك بعود يوضع طرفه عند المركز كما سبق فى الاعتبار بالماء .

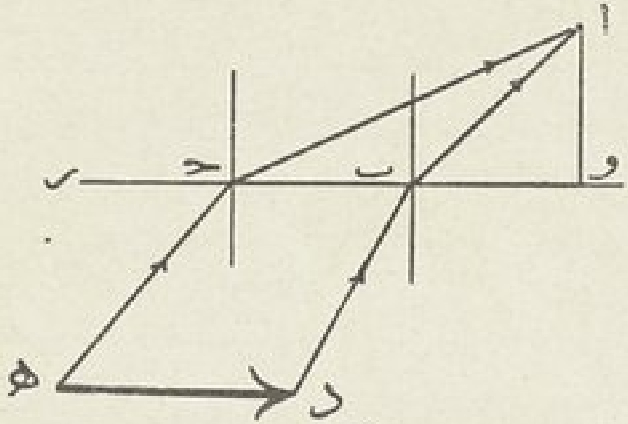
ويرى ابن الهيثم أيضاً أن تركب الزجاجة بحيث تكون حدبتها مما يلى الهدف وبحيث يكون منتصف الفصل عند مركز القرص والفصل يحيط بزاوية مع القطر الأول . فيكون المقطع المار بمستوى الدائرة الوسطى كالمبين بشكل (١٦٨) . فى هذه الحالة يوجد موضع رأس الخلالة عندما تدرك صورته بالنظر خلال ثقب الإطار على محيط الدائرة الوسطى فى موضع منعطف إلى خلاف جهة العمود المتوهم الخارج من مركز الزجاجة عموداً على قاعدتها ، حيث يقع الشعاع الوارد من رأس الخلالة على قاعدة الزجاجة فينعطف فيها نحو العمود ويمتد على سمت خط الثقبين إلى البصر .

ويكتفى ابن الهيثم من التمهيد العملى بالاعتبارات المذكورة . وقد يبدو أول وهلة أن هذه الاعتبارات من قبيل تحصيل الحاصل . ولكن إذا تذكرنا أن الآراء عن كيفية الإبصار كانت فى عصر ابن الهيثم مضطربة مشتبهة ، تتنازعها مذاهب متباينة ، ينقض بعضها الآخر ، تبين أن الاعتماد على التجربة لبيان أن البصر إذا أدرك صورة نقطة فى مخالف فانه يدركها فعلا على السمت الذى ينعطف عليه الضوء الوارد منها ، لم يكن عبثاً ، وهو على نقيض من ذلك أمر جاد جدير بالتقدير .

***

وابن الهيثم يبين [١] كيفية ادراك صورة المبصر بالانعطاف على أساس نظرية الورود ويستعين فى ذلك بحكمه التاسع الذى يتضمن معنى قاعدة قبول العكس .

وتتضح الفكرة الأساسية التى بنى عليها ابن الهيثم شرحه إذا فرضنا نقطة مضيئة ولتكن ا (شكل ١٧٤) ولتكن فى وسط مشف من ورائه وسط مشف أغلظ ، وليكن و ر على السطح الفاصل بين الوسطين . فالشعاع الوارد من ا إلى نقطة مثل ب على السطح قريبة من مسقط العمود من ا عليه ينعطف عند ب إلى جهة العمود وليكن على سمت ب د والشعاع الوارد من ا إلى نقطة



(شكل ١٧٤)

مثل ح أبعد عن مسقط العمود من ب ينعطف عند ح وليكن على استقامة ح ه . وتكون زاوية انعطاف الثانى أعظم من زاوية انعطاف الأول وفقاً لما تبين من الأحكام ، وهكذا . فيتشكل بين النقطة ا وبين أى جزء من أجزاء السطح مثل ب ح مخروط من الضوء رأسه نقطة ا وقاعدته هذا الجزء من السطح ومقطعه بمستوى الشكل المستقيمان ا ب ، ا ح ، ويسميه الفارسى «مخروط الاستقامة» . ويتشكل من انعطاف الأشعة التى يلتئم منها هذا المخروط فى الوسط الثانى مخروط ناقص قاعدته العليا الجزء المذكور من السطح ويمتد متسعاً فى الوسط الثانى . ومقطعه فى مستوى الشكل المستقيمان ب د ، ح ه .

(١) و (٤٥) — و (٥٠) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر وقد أعاد ابن الهيثم توضيح هذه الفكرة فى الفصل السادس من المقالة من و (٩٢) إلى و (٩٥) من المخطوط .

فاذا فرضنا مبصراً فى الوسط الثانى محيطه على سطح هذا المخروط الناقص وليكن المبصر د هـ ، فطبقاً لقاعدة قبول العكس يتبين أن الشعاع الوارد من د إلى ب ينعطف إلى ا والشعاع الوارد من هـ إلى حـ ينعطف إلى ا وهكذا . فجميع الأضواء الواردة على سموت المستقيمات التى يلتئم منها المخروط الناقص ينعطف على سموت المستقيمات التى يلتئم منها المخروط الذى رأسه نقطة ا . فان كانت نقطة ا مركز البصر أدرك البصر صورة المبصر ، وأدركه على امتداد المخروط الأخير . وابن الهيثم يجمل هذه الفكرة حيث يقول بلفظه بعد كلام له « فيلزم من هذه الحال أن تكون كل نقطة من الهواء بينها وبين كل مبصر من المبصرات التى فى الأجسام المشفة المخالفة الشفيف لشفيف الهواء مخروط منعطف ، رأسه النقطة التى فى الهواء وقاعدته ذلك المبصر ، وانعطافه عند سطح الجسم المشف المخالف الشفيف لشفيف الهواء . وكل مبصر فى جسم مشف مخالف الشفيف لشفيف الهواء إذا أدركه البصر فانما يدركه من الصورة الممتدة فى المخروط المنعطف المجتمعة عند النقطة التى عند مركز البصر . فعلى هذه الصفة يدرك البصر المبصرات بالانعطاف »[١] .

٢٠٤ — الخيال المرئى بالانعطاف

ويتناول ابن الهيثم فى بحوثه فى الانعطاف بيان كثير من الأمور المرتبطة بالخيالات التى ترى بالانعطاف ، كمواضع هذه الخيالات وصفاتها العامة بالاضافة إلى المبصر . فيتناول مثلا الوضع ويبحث عما إذا كان الخيال منكوساً أو مستوياً بالنسبة إلى المبصر ، ويتناول العظم فيبحث عما إذا كان مكبراً أو مصغراً ويتناول الشكل فيبحث عما إذا كان مقوساً أو مستقيما وما إلى ذلك من الأمور التى بحث عن أمثالها فى خيالات المرايا .

وهو يستهل هذه البحوث بشرح ما يعنيه بالخيال فى هذا الصدد ويورد للخيال تعريفاً فيقول « الخيال هو صورة المبصر الذى يدركه البصر من وراء جسم

---

(١) و (٩٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

مشف مخالف الشفيف لشفيف الهواء ، إذا كان البصر مائلا عن الأعمدة التى تخرج من ذلك المبصر إلى سطح ذلك الجسم المشف »(١) . ويزيد هذا التعريف تفصيلا فيقول « وذلك أن الصورة التى يدركها البصر فى الجسم المشف للمبصر الذى من وراء ذلك الجسم المشف إذا كان (البصر)(٢) مائلا عن الأعمدة الخارجة من ذلك المبصر إلى سطح الجسم المشف ليس هى المبصر نفسه ، لأن البصر إذا كان مائلا عن الأعمدة الخارجة من المبصر الى سطح الجسم المشف فليس يدرك ذلك المبصر فى موضعه ولا على هيئته بل إنما يدركه فى غير موضعه وعلى صفة مخالفة لصفته . . ويدركه بالانعطاف وهو مع ذلك يدركه فى مقابلته . والصورة التى يدركها البصر للمبصر الذى بهذه الصفة تسمى الخيال » (٣)

وهو يدلل على ذلك بدليلين أحدهما نظرى والآخر عملى فيقول بعد ذلك « وهذا المعنى يدرك بالقياس ويدرك بالاعتبار » . ويقصد بالقياس البرهان النظرى إذ هو قد بين من قبل أن المبصر الذى يرى من وراء جسم مشف يدرك بالانعطاف ، فهو لا يدرك على سمت خط الضوء الممتد إلى موضع الانعطاف ويخيل للبصر أنه يدرك المبصر على استقامة لأنه لا يحس بأن ادراكه إنما هو بالانعطاف . وإذن فهو يدركه فى غير موضعه . (٤)

فموضع الخيال ليس هو موضع المبصر . فالخيال شيء متميز عن المبصر ليس هو المبصر بالذات . ذلك هو البرهان النظرى .

أما الدليل العملى فالاعتبار . والإعتبار الذى أورده لا يزال هو الذى يدلل به فى كتب الضوء المدرسية فى الوقت الحاضر . وكان معروفاً من قبله ، ذكره بطليموس فى مقالته الخامسة فى المناظر وسبقه إلى ذكره « كليميديس » من قبل(٥) . وابن الهيثم يعيده لا على أساس فكرة بطليموس فى أن الشعاع

(١) و (٦١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) فى الأصل « المبصر » وهو تحريف

(٣) و (٦١) ، و (٦٢) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٤) و (٦٢) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٥) « Cleomedes » انظر فى كتاب Histoire Des Sciences Autiquité تأليف Brunet و Mieli النبذة المنقولة عن كليميديس من كتابه فى الحركة المستديرة للأجرام السماوية .

الذى يبصر به المبصر خارج من البصر ، بل على أساس نظريته فى الابصار . والاعتبار [١] يتلخص فى أنه إذا اتخذ إناء ذو حرف قائم ووضع فيه مبصر «كالخاتم أو البيضة أو ماجرى مجراهما» ووقف المعتبر بحيث يرى المبصر فى قرار الاناء، ثم تأخر قليلا قليلا إلى أن يحتجب المبصر عن بصره بحرف الاناء، وعند أول ما يستتر المبصر عن بصره يقف فى موضعه لايغيره ، وكان يعاونه شخص آخر فيسكب بعد ذلك فى الاناء ماءًا برفق لئلا يزاح المبصر عن موضعه فى الاناء إلى أن يمتلىء الاناء ، فان المعتبر « يرى المبصر بعد ن كان لا يراه ويراه فى مقابلته » ويقول بعد إيراد هذا الاعتبار «فيتبين من هذا الاعتبار أن الصورة التى رآها فى الماء للبصر الذى فى الاناء ليس هى فى موضع المبصر » وواضح أنها قد ارتفعت عن الموضع الحقيقى للمبصر نفسه فلم يحجبها حرف الاناء عن البصر .

٢٠٥ — القاعدة التى طبقها ابن الهيثم لتعيين موضع خيال النقطة المبصرة

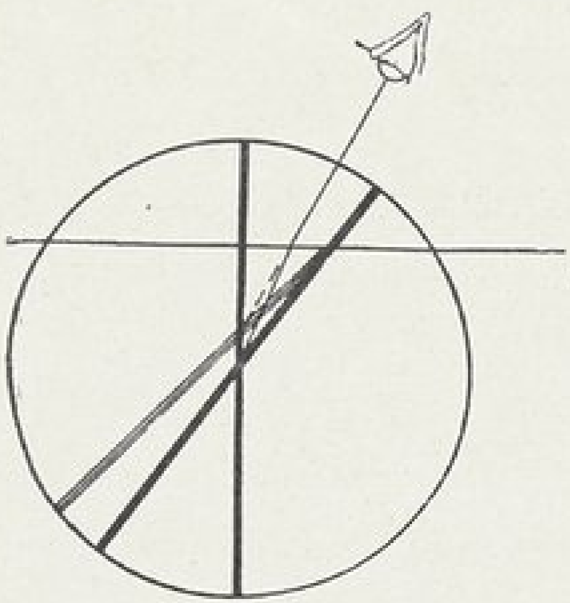
رأينا عندعرض بحوث ابن الهيثم عن خيالات المرايا أنه بنى تلك البحوث على قاعدة تنص على أن نقطة التقاء الشعاع المنعكس إلى البصر هو أو امتداده بالعمود الواقع من النقطة المبصرة على السطح الذى يحدث عنده الانعكاس ، هى موضع خيال النقطة . وله فى الخيالات التى ترى بالانعطاف قاعدة نظيرة لهذه تنص على أن نقطة التقاء الشعاع المنعطف إلى البصر هو أو امتداده بالعمود الواقع من النقطة المبصرة على السطح الفاصل بين الوسطين هى خيال النقطة . وهو ينص على هذا المعنى حيث يقول بلفظه « فأقول إن خيال كل نقطة يدركها البصر بالانعطاف هى على النقطة التى هى الفصل المشترك بين الخط الذى عليه تصل الصورة إلى البصر [٢] (وبين) [٣] العمود الخارج من تلك النقطة المبصرة القائم على سطح الجسم المشف على زوايا قائمة . [٤]»

(١) و (٦٢) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .
(٢) ويعنى خط الشعاع الممتد من موضع الانعطاف الى البصر .
(٣) فى الأصل « وهو » .
(٤) و (٦٣) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

وابن الهيثم يدلل على صحة هذه القاعدة بالاعتبار ويذكر فى ذلك اعتبارين يدلل بالأول على موضع خيال النقطة عند نفوذ الضوء من وسط غليظ إلى وسط لطيف ويدلل بالثانى على موضع خيال النقطة عند نفوذ الضوء من وسط لطيف إلى وسط غليظ .

الاعتبار الأول[1]

والاعتبار الأول يتلخص فى أن يؤتى بقرص من الخشب يبلغ قطره نصف متر أو يكون قطره كما يقول هو « ليس بأقل من ذراع » ومرسوم على احد وجهيه أقطار متقاطعة بخطوط غلاظ واضحة . ويغمر القرص فى الماء ومستواه رأسى إلى أن يصل مركزه إلى ما تحت سطح الماء دون أن يغمر الماء القرص كله . ويهيأ وضعه بحيث يكون أحد أقطاره عموداً على سطح الماء ويكون قطر من الأقطار الأخرى بارزاً جزءاً منه فوق سطح الماء كما هو مبين بشكل (١٧٥) . فاذا نظر المعتبر إلى سطح الماء وتأمل مركز القرص رأى المركز على استقامة القطر العمود على سطح الماء . وإذا تأمل القطر الآخر وجد الجزء المغمور منه فى الماء مستقيما ، ولكنه لا يُرى على سمت الجزء البارز منه . بل يوجد محيطاً معه بزاوية منفرجة مما يلى القطر الأول كما هو مبين بالشكل . وبالمثل لو أعيد الاعتبار وجعل القطر المائل قائما والآخر مائلا وهكذا .



(شكل ١٧٥)

وابن الهيثم يستدل من هذا على أمرين .

(١) و (٦٣) — و (٦٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

الأول هو بلفظه « إن كل نقطة من الجزء الذى فى داخل الماء من القطر المائل مرتفعة عن موضعها » . وهذا يتبين كما يقول « من انحناء القطر المائل عند سطح الماء (ويعنى من ظهوره للبصر كأنه منكسر) واستقامة ما فى داخل الماء من القطر المائل واتصاله » .

والثانى هو بلفظه « إن صورة النقطة التى هى مركز الدائرة (ويعنى القرص) أعنى الصورة التى يدركها البصر ليس هى عند مركز الدائرة ، لأنها لو كانت عند مركز الدائرة لكانت على استقامة القطر المائل لأنها على الحقيقة كذلك . فاذا كان البصر يدرك هذه النقطة خارجة عن استقامة القطر المائل (ويدرك الجزء المغمور من القطر المائل محيطاً مع الجزء البارز منه بزاوية منفرجة مما يلى الجزء البارز من القطر القائم)(١) فان النقطة التى هى صورة المركز مرتفعة عن المركز . ولأن البصر يدرك هذه النقطة على استقامة القطر القائم على سطح الماء ، تكون هذه النقطة التى يدركها البصر التى هى صورة النقطة التى فى المركز خارجة عن المركز ومرتفعة عن المركز ، وهى مع ذلك على استقامة العمود الخارج من المركز القائم على سطح الماء على زوايا قائمة » .

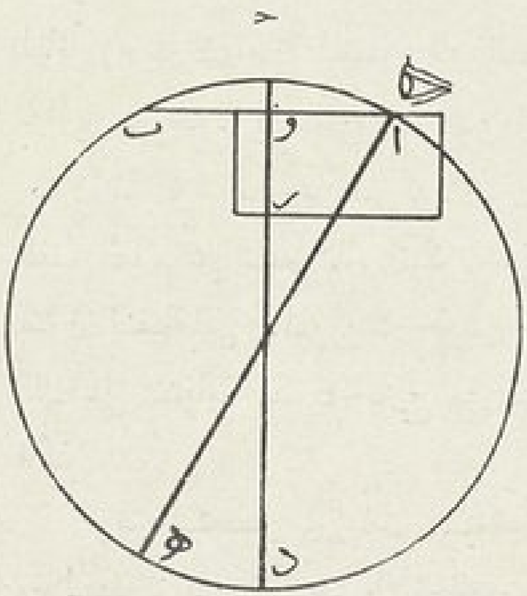
ثم هو يستخلص من ذلك النتيجة التى يريدها ويزيدها توضيحا فيقول « فالنقطة التى يدركها البصر بالانعطاف يدركها فى مقابلته ، وعلى استقامة الخط المستقيم الذى عليه ترد الصورة إلى البصر . وهذا المعنى يتبين عند اعتبار إدراك المبصرات بالانعطاف بالآلة التى تقدم شرحها (ويعنى آلة الانعطاف) لأنه إذا سد المعتبر الثقب الثانى الذى فى الآلة لم يدرك المبصر الذى كان يدركه بالانعطاف ، وإذا سد الثقب الثانى فانما يكون قد قطع الخط المستقيم المتوهم الخارج من مركز البصر إلى موضع الانعطاف » . ثم يقول إن البصر يدركها على استقامة العمود فهو « يدركها على النقطة التى هى الفصل المشترك بين الخط الذى عليه تصل الصورة إلى البصر وبين العمود الخارج من النقطة المبصرة القائم على سطح الجسم المشف الذى يلى البصر على زوايا قائمة » .

---

(١) العبارة المحصورة بين القوسين جاءت فى الأصل منقوصة مضطربة .

الاعتبار الثانى[١]

أما الاعتبار الثانى فيتلخص فى أن يتخذ المعتبر قرصاً وليكن القرص السابق نفسه ويخط فى ظهره وتراً مثل ا ب (شكل ١٧٦) طوله أصغر من نصف قطر القرص . ثم يرسم على سطح القرص القطر ح د المار بمنتصف الوتر ، فيكون عموداً عليه ، والقطر ا ه المار بأحد طرفيه ويكون الأول باللون الأبيض والثانى باللون الأحمر . ويأتى بقطعة من الزجاج على شكل متوازى مستطيلات طولها أصغر من طول الوتر وأكبر من نصفه وعرضها وسمكها مثل نصف طولها . وتثبت الزجاجة على سطح القرص بحيث ينطبق أحد وجوهها المستطيلة عليه ، وبحيث ينطبق أيضاً ضلع هذا الوجه الذى هو بمثابة الطول من المستطيل على الوتر ا ب . ويكون جسم الزجاجة مما يلى المركز . ويكون بروز حرف الزجاجة خارج محيط القرص عند طرف القطر المائل أكثر منه مما يلى منتصف الوتر من الجهة الأخرى كما هو مبين بالشكل[٢] .



(شكل ١٧٦)

وشرح ابن الهيثم لكيفية الاعتبار يتلخص فى أن تجعل إحدى العينين قريبة جداً من الزجاجة عند طرف القطر المائل وينظر فى سطح الزجاجة القاطع لسطح القرص على الوتر ا ب وتكون العين الأخرى فى الجهة التى

---

(١) و (٦٥) — و (٦٨) من مخطوط المقالة السابعة المناظر .

(٢) يعتمد ابن الهيثم فى وصف هذه الأمور على ذكر الأبعاد فقطر القرص ليس بأقل من ذراع وطول الوتر عشر أصابع وطول الزجاجة ثمانى أصابع ، وكل من عرضها وسمكها أربع ونتوء الزجاجة عن طرف القطر المائل أصبعان وعن منتصف الوتر من الجهة الأخرى اصبع واحدة .

فيها جسم الزجاجة . ويستر ما يقابل العين الثانية من سطح الزجاجة بقطعة من الورق حتى لا يتسنى رؤية القطر المائل ا ﻫ بهذه العين ، ولكن يتسنى بها رؤية القطر ﺣ د العمود على الوتر . وابن الهيثم يرمى من وراء ذلك إلى أربعة أغراض .

(أولا) أن ترى العين الأولى جزأى القطر المائل ، الجزء الذى تحت الزجاجة والجزء الذى خارجها من الجهة التى فيها مركز القرص . ولأنه يفرض العين قريبة جداً من سطح الزجاجة تكاد تلتصق به ، فهو يعدها كأنها فى الزجاج ترى الجزء الذى من تحت الزجاجة رأساً أو بالاستقامة وترى الجزء الخارج بالانعطاف من الهواء فى الزجاج .

(ثانياً) أن ترى العين الأولى أجزاء القطر القائم الثلاثة . ونظراً لشدة قربها من سطح الزجاجة فهو يعدها ترى الجزء و م الذى من تحت الزجاجة رأساً من غير انعطاف كأنها فى الزجاج . وترى الجزء الخارج من جهة المركز وهو م د بالانعطاف من الهواء فى الزجاج . وترى الجزء و ﺣ الخارج من الجهة الأخرى أى من جهة المحيط رأساً أو بالاستقامة ، ولأنها فى الهواء تنظر إليه فتراه من غير انعطاف .

(ثالثاً) ألاّ ترى العين الثانية القطر المائل كله أو جزءاً منه .

(رابعاً) أن ترى العين الثانية أجزاء القطر القائم الثلاثة . وهى فى الهواء ليست قريبة جدا من سطح الزجاجة . فترى الجزء و ﺣ رأساً من غير انعطاف وترى الجزء و م الذى من تحت الزجاجة بالانعطاف من الزجاج فى الهواء وترى الجزء م د بالانعطاف من الهواء فى الزجاج ثم من الزجاج فى الهواء فتراه بانعطافين .

وابن الهيثم يصف ما يشاهد عندئذ . فالقطر العمودى على الوتر يُرى وفقاً لأقواله مستقيما إذا نظر إليه بالبصرين أحدهما أو كليهما . فهو يقول بلفظه « فالبصران جميعاً يدركان هذا القطر (يعنى القائم) مستقيما وإن ستر المعتبر البصر الآخر ونظر بالبصر الذى يلى الزجاجة فانه يدرك القطر القائم مستقيما .

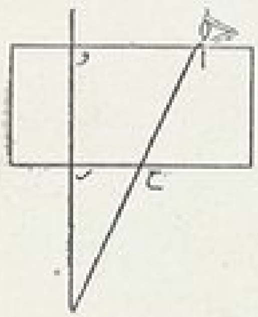
وإن رفع المعتبر بصره من الزجاجة وتأمل القطر القائم من وراء الزجاجة فانه ، يدركه مستقيما مع إدراكه له بالانعطاف . والعلة فى ذلك أن كل نقطة من القطر القائم إذا أدركها البصر بالانعطاف ، فانه يدركها فى غير موضعها إلا أنه يدركها فى موضع هو على استقامة العمود الخارج منها القائم على سطح الزجاجة » والعمود المذكور هو القطر . أما القطر المائل وهو المقصود خاصة فى الاعتبار ، فان العين الأولى ترى كلا من جزأيه مستقيما ولكن يبدو لها الجزء الخارج من تحت الزجاجة من جهة المركز ، لا على سمت الجزء الذى من تحتها وإنما محيطاً معه بزاوية منفرجة مما يلى الناظر . وإذا تأملت العين نقطة المركز ظهرت لها على امتداد القطر العمود على الوتر وأبعد من سطح الزجاجة من موضعها الحقيق .

ذلك هو اعتبار ابن الهيثم على الصورة التى ذكرها . ومما يجدر الاشارة اليه هنا أنه ليس من المتيسر بادىء الأمر تحقيق الأغراض التى يريدها ابن الهيثم من التجربة . إذ الانعكاس الداخلى الكلى عن سطح الزجاجة الملتصق بسطح القرص يحول دون رؤية جزأى القطرين اللذين من تحت الزجاجة إذا نظر اليهما بالبصر الأول وهو فى الوضع المذكور ، إلا إذا عنى بأن يكون التصاق الزجاجة بسطح القرص أو على الأقل بالقطرين التصاقا تاماً يمتنع معه وجود الطبقة الهوائية التى تدعو فى مثل هذه الأحوال إلى حدوث هذا الانعكاس .

ومما يلفت النظر فى هذا الصدد قول ابن الهيثم وهو يصف كيفية إعداد القرص بعد ذكر رسم القطرين « ويملأ القطر القائم بجسم أبيض ويملأ القطر الآخر بجسم أحمر ثم تركب الزجاجة . . » وهو فى الاعتبار الأول يرى أن تخط الأقطار « بالحديد لتنزل فى جسم الخشب ولتكن الخطوط غلاظا لتكون بيّنة ولتملأ هذه الخطوط بجسم أبيض وليكن اسفيذاجاً معجوناً بالك » . فان كان يريد من ملء القطرين فى التجربة الثانية أن يملأ ا بجسم ملون فيه شىء من الرخاوة كالاسفيذاج المعجون بالشمع أو كالشمع الملون باللون الأحمر بحيث يكون القطران بارزين قليلا عن مستوى القرص فان ذلك كفيل بأن يكون التصاق الزجاجة بالجسمين الرخوين المالئين للقطرين التصاقا تاماً يجعل من

المتيسر رؤية جزأى القطرين اللذين من تحتها من غير أن يحول الانعكاس الكلى دون رؤيتهما .

ومن السهل إعادة هذه التجربة لبيان الغرض الذى يريده ابن الهيثم بشىء من التعديل ، فيخط على أحد وجوه كتلة من الزجاج على شكل متوازى مستطيلات خطان بقلم ملون أحدهما و ر (شكل ١٧٧) عمود على حرف طولها والآخر ا ح مائل عليه كالمبين بالشكل ، وبحيث تكون نقطة ا على بعد سنتيمترين أو أكثر قليلا من حرف الزجاجة ثم يرسم الشكل الرباعى ا و ر ح بالضبط على قطعة من الورق المقوى ويخرج ضلعه النظير للضلع ا ح على استقامة من جهة ح والآخر على استقامة من جهتيه وتعين نقطة التقائهما . ثم تثبت الزجاجة بحيث يكون



(شكل ١٧٧)

وجهها الذى عليه الخطان منطبقاً على سطح الورقة وكل من خطيها و ر ، ا ح منطبق على نظيره ، وطرفاهما كذلك بالضبط ، فيكون الخطان المرسومان على الورقة منطبقين على الخطين المخطوطين على سطح الزجاجة . فاذا نظر بأحد البصرين وهو قريب جدا من نقطة ا نحو سطح الزجاجة العمود على مستوى الورقة أمكن رؤية جزأى الخط المائل وأجزاء الخط القائم وتيسر التأمل فى أوضاع هذه الأجزاء بعضها بالنسبة إلى الآخر .

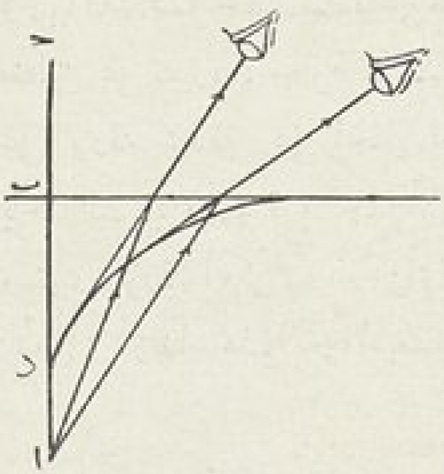
٢٠٦ – قصور قاعدة ابن الهيثم لتعيين موضع خيال النقطة

يريد ابن الهيثم من مثل هذه الاعتبارات أن يجعل قاعدته لتعيين خيال النقطة حقيقة عملية تؤيدها التجارب أو الاعتبارات وهو يعقب على هذين الاعتبارين بتلخيص موقفه ويقول « فقد تبين من جميع ما بيناه فى هذا الفصل أن كل مبصر يدركه البصر من وراء جسم مشف مخالف الشفيف لشفيف الجسم الذى يلى البصر إذا كان البصر مائلا عن الأعمدة الخارجة من ذلك المبصر القائمة على سطح الجسم المشف الذى يلى البصر ، فان خيال كل نقطة

من ذلك المبصر هى على (الفصل)[١] المشترك بين الخط الذى عليه تصل صورة تلك النقطة إلى البصر وبين العمود الخارج من تلك النقطة القائم على سطح الجسم المشف الذى يلى (البصر)، كان الجسم المشف الذى يلى البصر ألطف من الجسم المشف الذى يلى المبصر[٢] أو كان الجسم المشف الذى يلى البصر أغلظ من الجسم المشف الذى يلى المبصر »[٣].

والقاعدة ليست صحيحة على الاطلاق. وهى لا تصح إلا إذا كانت زاوية سقوط الضوء من النقطة المبصرة صغيرة جداً حيث يكون مركز البصر على سمت العمود الواقع منها على السطح أو قريباً جداً منه. وابن الهيثم فى تعميم القاعدة قد وقع فى مثل الخطأ الذى وقع فيه من قبل فى تعميم القاعدة النظيرة لها فى الانعكاس.

فاذا فرضنا نقطة مضيئة ولتكن ا (شكل ١٧٨) فى وسط غليظ كالزجاج مثلا وأخرجنا منها العمود ا ب على السطح ومددناه على استقامة إلى حـ فمن المعلوم أن امتدادات الأشعة المنعطفة فى الهواء إذا روعى ما يقع منها فى مستوى الشكل « تغلف » منحنياً ذا شطرين يتلاقيان فى نقطة مثل د على العمود ا ب وإذا ثبت ا ب وأدير الشكل حوله تكوّن من دوران المنحنى



(شكل ١٧٨)

سطح منحن هو الذى تمسه امتدادات جميع الأشعة المنعطفة فى الوسط اللطيف وهو السطح الغلافى للأشعة المنعطفة. وهذا السطح يمثل المحل الهندسى لمواضع خيالات نقطة ا التى يدركها البصر فى أوضاعه المختلفة فى الوسط اللطيف فكلما بعد البصر عن العمود ا ب حـ ، تحرك الخيال على السطح الغلافى

(١) فى الأصل « الجسم »

(٢) فى الأصل « المبصر »

(٣) و (٦٨) ، و (٦٩) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

مبتعداً من نقطة د ومقترباً إلى السطح الفاصل بين الوسطين .

ومن الواضح وفقاً لشطر قانون الانكسار الذى ينص على أن الشعاع الساقط والشعاع المنكسر والعمود من نقطة السقوط فى مستوى واحد ، أن امتداد الشعاع المنعطف أيا كان يلقى حتما العمود ا ب على نقطة . فالبصر يبدو له فى أى وضع من أوضاعه أن الضوء يرد اليه على سمت خط مستقيم يلقى العمود المذكور . أى يبدو له كأن خيال النقطة واقع على هذا العمود ولكن إذا أزيح البصر قليلا عن موضعه فى الاتجاه العمود على مستوى الشكل بدا له « اختلاف المنظر » وتبيّن عندئذ أن خيال النقطة لا يقع حقيقة على العمود ا ب وإنما هو (فى حالة الانعطاف فى الوسط الألطف) فيما بين العمود وبين البصر . فان عدنا بعد هذا إلى اعتبارى ابن الهيثم ، ورأى البصر أن خيال المركز على امتداد العمود الواقع منه على السطح الذى يحدث عنده الانعطاف ، فان إزاحة البصر قليلا فى أحد الجانبين يبين أن ظهور الخيال على هذا العمود لا يعنى وقوعه فعلا عليه . إذ يبدو عندئذ كما أشرنا « اختلاف المنظر » ، ويكون هذا الاختلاف أبين وآكد كلما بعد البصر عن سمت العمود الواقع على السطح ، ولكنه يكاد يزول إذا كان البصر قريباً جداً من سمت هذا العمود ، ويزول قاطبة إذا كان البصر على سمت العمود نفسه .

وما قد سبق أن علقنا به على القاعدة النظيرة لهذه فى الانعكاس ينطبق فى جوهره على هذه القاعدة أيضاً . فالغرض الأساسى فى نظرية ابن الهيثم فى الابصار وهو أن إدراك البصر لصورة نقطة ناشىء عن ورود شعاع واحد من هذه النقطة هو الوارد على سمت العمود على سطح البصر ، هذا الفرض يخفى كما سبق أن ذكرنا ما ينبه الذهن إلى مصدر الخطأ فى تعميم القاعدة .

٢٠٧ — غموض رأى ابن الهيثم فى موضع خيال النقطة إذا كان البصر على سمت العمود الواقع منها على السطح

وهناك مسألة لم يدل ابن الهيثم فيها برأى واضح ، إذ لم نجد من أقواله فى مجموعها ما يصح أن نستخلص له منها قولا واحداً قاطعاً فيها ، بل إن من بعض

أقواله ما يفيد رأياً معيناً ومن بعضها الآخر ما يفيد نقيض هذا الرأى . وسنكتفى بالاشارة اليها هنا مرجئين العودة إليها كلما عرضت فى بحوثه التى سنتناولها فيما بعد فى مناسباتها .

فتعريف ابن الهيثم للخيال ذلك التعريف الذى نقلناه بلفظه فى مستهل هذا البحث[١] يتضمن شرطاً منصوصاً عليه بتمام الوضوح هو أن يكون البصر مائلا عن العمود الخارج من النقطة المبصرة قائما على السطح الذى يحدث عنده الانعطاف .

فهل يريد ابن الهيثم من ذلك أنه إذا كان البصر على سمت العمود حيث ينفذ الشعاع الوارد اليه من النقطة المبصرة على استقامة من غير انعطاف ، فليس ما يدركه البصر هو خيال النقطة وإنما هو النقطة نفسها فى موضعها الذى هى عليه فى الحقيقة ؟ هل يريد أن يقول إن إدراك الموضع فى غير ما هو عليه يشترط فيه حدوث الانعطاف ، ويبطل إذا ما نفذ الشعاع على استقامة ؟

إن من أقواله ما يفيد هذا المعنى ضمناً وصراحة ومنها ما يفيد الضد من ذلك . فهو من جهة يكاد فى جميع بحوثه التى يرد فيها ذكر الخيال يشترط الانعطاف . وهو فى اعتباره الأول الذى يدلل به على كيفية الابصار بالانعطاف تفيد أقواله إنه إذا وضع رأس الخلالة على طرف قطر الدائرة الوسطى المار بمركزى الثقبين ونظر اليه من ثقب الاظار ، رؤى رأس الخلالة فى ذلك الموضع . وهو فى بعض بحوثه عن الخيالات يقول صراحة إن البصر إذا كان على سمت العمود الخارج من النقطة المبصرة على السطح أدرك النقطة فى موضعها .[٢] وهو فى بعضها الآخر يحتاط للأمر فى تعبيره ، واحتياطه جائز أن يكون تأويله استمساكه بهذا الرأى[٣] . وأقواله فى بعضها الآخر يفيد الضد من الرأى المذكور[٤] . والذى يجعل لهذه المسألة أهميتها فى نظرنا أن الفارسى فى التنقيح

(١) انظر فقرة (٢٠٤) من هذا الكتاب .
(٢) انظر الفقرة التالية من هذا الكتاب .
(٣) انظر فقرة (٢١١) من هذا الكتاب .
(٤) انظر فقرة (٢٢٨) من هذا الكتاب .

يقول بهذا الرأى صراحة (١) . فالمسألة لم تكن فى عصر ابن الهيثم واضحة جلية بل كان يكتنفها شىء غير قليل من الغموض والابهام . وإذا استشهدنا بالفارسى اتضح أن الآراء حتى فى القرنين اللذين يليا عصر ابن الهيثم اتجهت إلى القول بأن موضع خيال النقطة فى هذه الحالة هو موضعها الذى هى عليه فى الحقيقة .

ولو أننا نرجح على الوجه العام أن ابن الهيثم ذهب إلى أن موضع خيال النقطة إذا كان مركز البصر على العمود الخارج منها قائماً على السطح هو موضع النقطة نفسها فان بعض بحوثه فى الوقت نفسه يدل سياق التفكير فيها وتدل أيضاً بعض النصوص الواردة فيها على نقيض من هذا الرأى .

٢٠٨ — حكم ابن الهيثم فى خيال النقطة المدرك بالانعطاف عند السطح المستوى

ويبنى ابن الهيثم جميع بحوثه عن الخيالات التى ترى بالانعطاف على أساس قاعدته التى شرحناها آنفاً لتعيين موضع خيال النقطة . وهو يرمى من هذه البحوث إلى إقرار أحكام معينة بشأن هذه الخيالات يستنبطها جميعاً ببراهين هندسية .

ومن أحكامه الأساسية أنه لا يدرك للنقطة المبصرة بالانعطاف عند السطح الواحد إلا خيال واحد وهو ينص عليه قائلا بلفظه «إن كل مبصر يدركه البصر من وراء جسم مشف مخالف الشفيف لشفيف الجسم الذى يلى البصر إذا كان الجسم المشف من الأجسام المألوفة فليس يكون له إلا خيال واحد فقط » (٢)

وابن الهيثم يعنى بالأجسام المشفة المألوفة السماء والماء والهواء والزجاج والأحجار المشفة ، ويذكر أنها إما أن تكون سطوحها مستوية أو كرية ، أو

(١) حاول الفارسى فى ذيل التنقيح أن يعزز هذا الرأى بأقوال غامضة ذهب فيها إلى أن حقيقة موضع الخيال هو مركز البصر وقد ذهب أيضا فى بعض بحوثه إلى أن المبصر المستقيم فى الجسم الأغلظ إذا كان موازيا للسطح ونظر اليه من سمت العمود الواقع من منتصفه قائما على السطح فان نقطة المنتصف ترى فى موضعها ولكن طرفى المبصر يريان أقرب إلى السطح فيظهر المبصر كخطين يحيطان بزاوية منفرجة مما يلى السطح .

(٢) و (٧٠) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

يكون المألوف منها ذا سطوح مستوية أو كرية . فقوله إذن منصب على الانعطاف عند السطوح المستوية أو الكرية . وهو يعيد النص على هذا المعنى بدقة أكبر فيقول «إن كل جسم مشف يكون سطحه المقابل للبصر سطحاً واحداً ويكون السطح المستوى القائم على سطحه إذا قطعه أحدث فى سطحه خطاً مستقيما أو خطاً مستديراً ، فان كل نقطة يدركها البصر من وراء ذلك الجسم المشف ومن وراء السطح الذى حددناه فليس يكون لها إلا خيال واحد ولا يدركها البصر إلا نقطة واحدة فقط » . (١)

وحكمه هذا يشمل الانعطاف عندالسطح المستوى وعندالسطح الكرى أيضاً ، ولكنا فى هذا المقام سنقتصر على شقه الخاص بالانعطاف عند السطح المستوى مرجئين الشق الآخر منه إلى ما بعد .

ولاثبات أن خيال النقطة واحد يتداول ابن الهيثم حالتى الانعطاف فى الوسط الألطف وفى الوسط الأغلظ (٢). والفكرة التى يقوم عليها البرهان فى الحالتين واحدة وتستبين إذا أوردنا البرهان مع شىء طفيف من التعديل على المنوال الآتى .

لتكن نقطة ا (شكل ١٧٩) مركز البصر ولتكن نقطة ب النقطة المبصرة وبما أن الشعاع الساقط والشعاع المنعطف والعمود من نقطة السقوط فى مستوى واحد فليكن هو مستوى الشكل ، وليكن تقاطعه والسطح الفاصل بين الوسطين خط حـ د . ولنخرج من ا عموداً عليه وليلقه على حـ ونمده إلى س ولنفرض أن نقطة ب ليست على امتداد هذا العمود ، ولنخرج منها ب د عموداً على حـ د وليلقه على د .

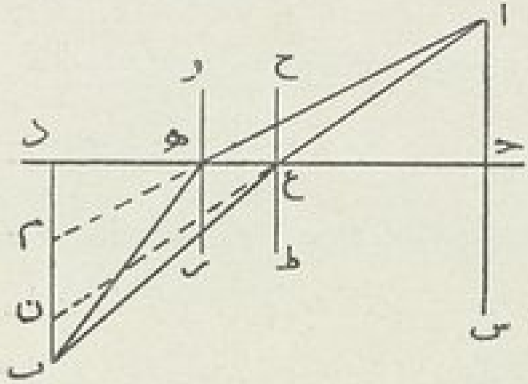
وبما أن الضوء الوارد من ب إلى ا من المحال أن ينعطف من نقطة من غير خط حـ د فلنفرض أنه ينعطف من نقطة هـ عليه ، ولنخرج من هـ العمود و هـ ر على حـ د . فان كان الانعطاف فى الوسط الألطف فهو إلى ضد جهة العمود من هـ . فاذا مُد المنعطف ا هـ فهو يلقى حتما ب د

(١) و (٧١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) و (٧١) — و (٧٦) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

على نقطة فيما بين ب ، د فلتكن نقطة م . فنقطة م وفقاً للقاعدة خيال ب .

ولاثبات أنه من المحال أن يكون لنقطة ب خيال آخر غير م ، فلنفرض أن لها خيالا آخر وليكن موضعه نقطة ن وليكن فيما بين م ، ب فالمستقيم الواصل بين ا ، ن يقطع حتما حـ د . ونقطة التقاطع تقع فى هذه الحالة بين حـ ، هـ ولتكن ع. نخرج عند ع المستقيم ح ع ط عموداً على حـ د ، ونصل ع ب فيكون ب ع شعاعاً ساقطاً ، ع ا مسيره بعد الانعطاف .



(شكل ١٧٩)

ولكن زاوية ا ع حـ خارجة فى المثلث ا هـ ع فهى أعظم من زاوية ا هـ حـ . وإذن زاوية ح ع ا أصغر من زاوية و هـ ا .

وأيضاً زاوية د هـ ب أعظم من زاوية د ع ب .

فزاوية ب هـ ر أصغر من زاوية ب ع ط .

إذن زاوية الانكسار التى تقتضيها زاوية السقوط ب هـ ر يجب أن تكون أصغر من زاوية الانكسار التى تقتضيها زاوية السقوط ب ع ط .

فتكون زاوية و هـ ا أصغر من زاوية ح ع ا .

وهذا خلف .

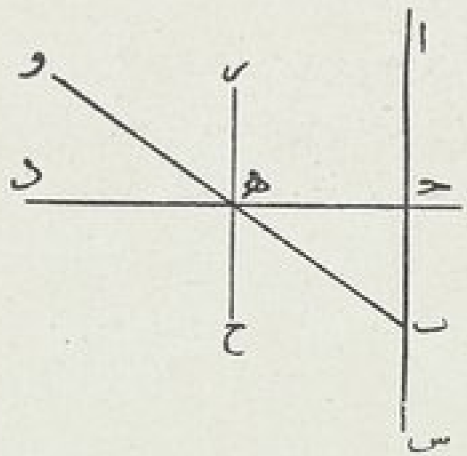
فمن المحال أن تكون نقطة ن خيالا لنقطة ب .

وبالمثل إذا فرضت ن بين م ، د .

وبمثل هذا البرهان إذا كان الانعطاف من وسط لطيف فى وسط أغلظ . فلا يكون للنقطة المبصرة إلا خيال واحد .

وابن الهيثم يتناول أيضاً فى هذا الصدد الحالة الخاصة التى تكون فيها النقطة المبصرة ب على العمود حـ س (شكل ١٨٠).

ويعالج هذه الحالة أيضاً ببرهان الخلف وهو قد أورده فى صدد الانعطاف فى الوسط الأغلظ (١). فلكى يبرهن على أن الضوء الوارد من ب إلى ا ينفذ على استقامة العمود ب ح ا يفرض أنه ينعطف من نقطة ولتكن ﻫ على ح د ، ولنخرج من ﻫ العمود م ﻫ ح على ح د ونصل ب ﻫ وننفذه إلى و .



(شكل ١٨٠)

فالشعاع ب ﻫ لاينفذ على استقامة ﻫ و ، وإنماينعطف عند ﻫ إلى ضد جهة العمود إذا كان الانعطاف فى الألطف والى جهة العمود إذا كان الانعطاف فى الأغلظ فلا يصل المنعطف فى كلتى الحالتين إلى نقطة ا .

فان كانت النقطة المبصرة على العمود الواقع من مركز البصر على السطح فان الشعاع الوارد منها إلى البصر يرد على استقامة هذا العمود .

والذى يجدر الاشارة إليه بصفة خاصة النتيجة التى يقررها ابن الهيثم بشأن خيال النقطة فى هذه الحالة لاحاقتها بالغموض الذى يكتنف رأيه الذى يبناه فى الفقرة السابقة . فهو يقول بلفظه « فان بصر ا يدرك نقطة ب على استقامة ومن غير انعطاف » ، ويضيف بعد ذلك قوله «فبصر ا يدرك نقطة ب فى موضعها وعلى استقامة خط ا ح ب »(٢) . وقوله هذا صريح الدلالة على ذهابه إلى أن خيال النقطة ينطبق فى هذه الحالة على النقطة نفسها . فى حين أن الأمر ليس كذلك . فالخيال وإن كان على سمت العمود فعلا ، فهو أقرب إلى السطح إذا كان الانعطاف فى الوسط الألطف ، وأبعد عن السطح إن كان الانعطاف فى الوسط الأغلظ . وقاعدة ابن الهيثم هى الوسيلة لتعيين

---

(١) أورد الفارسى فى التنقيح البرهان فى الحالتين .

(٢) و (٧١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

موضع الخيال فى هذه الحالة . وهذه الحالة بالذات هى الحالة التى يصح فيها تطبيق القاعدة حيث يكون مخروط الأشعة الواردة إلى البصر ضيقاً ومواضع سقوط الأشعة التى يلتئم منها المخروط قريبة جداً من مسقط العمود (أى نقطة ح) فتكاد تكون امتدادات الأشعة المنعطفة متلاقية جميعها على نقطة واحدة من عمود ب ح ، وتكون نسبة بعد نقطة الالتقاء عن ح إلى بعد ب عن ح كمعامل انكسار الضوء عند نفوذه من الوسط الموجود فيه النقطة المبصرة إلى الوسط الموجود فيه البصر .

الفصل الثالث

فى

خيالات المبصرات المدركة بالانعطاف عند السطح المستوى

٢٠٩ — مجمل بحوث ابن الهيثم عن أغلاط البصر التى من أجل الانعطاف

تناول ابن الهيثم دراسة خيالات المبصرات التى ترى بالانعطاف بشىء غير قليل من الاسهاب مبيناً وجوه الاختلاف بين الخيال الذى يرى وبين المبصر نفسه، من حيث الموضع ومن حيث العظم ومن حيث التشوه. وهو يعد هذه الاختلافات من أغلاط البصر الناشئة عن الانعطاف فى ذاته. فالانعطاف على حسب وجهة نظره شأنه شأن الانعكاس يسبب نوعا خاصاً من الأغلاط تضاف إلى الأغلاط التى تحدث عند إبصار المبصر بالاستقامة.

وهو يعنى بتوضيح هذه الفكرة. فان أدرك البصر مبصراً بالانعطاف فهو يدركه فى موضع الخيال وليس موضع الخيالهو موضع المبصر نفسه، وليس بعده عن البصرهو بعد المبصرنفسه. كما أن نفوذ الضوء خلال الوسط المشف الموجود فيه المبصرقد يغير من لون المبصر نفسه. وأيضاً لما كان البصر يدرك المبصرفى موضع الخيال على سمت الشعاع المنعطف إلى مركز البصر فان إدراك المبصر بالانعطاف هو إدراك الخيال بالاستقامة، فجميع أغلاط الاستقامة تعرض هاهنا أيضاً. ولما كان الانعطاف يضعف الضوء كما يقول ابن الهيثم وخروج الضوء عن عرض الاعتدال من أسباب الغلط، فأغلاط الاستقامة التى تعرض عند إدراك الخيال تكون أكثر وأشد و « آكد ».

وابن الهيثم يشير أيضاً إلى عوامل أخرى يعرض من أجلها الغلط وهى

أشكال سطوح الأجسام المشفة ، وأشكالها كثيرة و « كثيرة الفنون » ولكنه يقول بلفظه « إلا أنها قل ما تعرض للبصر ، لأن الذى يدركه البصر من المبصرات التى من وراء الأجسام المشفة المخالفة الشفيف لشفيف الهواء هو الكواكب وما يكون فى الماء . وأما ما وراء الزجاج والأحجار المشفة المختلفة الأشكال فقل ما يدركها البصر . وإذا أدركها فقل ما يتأملها . وليس تجرى الأجسام المشفة مجرى المرايا . فان المرايا يتعمد الناس النظر فيها ليشاهدوا صورهم ، فهم يتكلفون النظر فيها دائماً وفى كل وقت ويجعلون أيضاً فى حيطان الدور مرايا ثابتة ليروا فيها صورهم ... الخ »[1]. ولذلك اقتصر فى بحوثه فى هذا الصدد على « ما يرى فى السماء والماء » أى على الأغلاط التى تعرض عند إدراك الكواكب وعند إدراك الأجسام المغمورة فى الماء . ولكنه على الرغم من ذلك تناول أيضاً ما يحدث عن انعطاف الضوء عند السطوح الكرية المقعرة والمحدبة للأجسام المشفة كالزجاج . وبحوثه فى هذا الشأن هى من أسبق البحوث الممهدة إلى دراسة العدسات . ولعل عنايته بها كانت من أجل علاقة الانعطاف عند السطوح الكرية بانعطاف أضواء الأجرام السماوية عند نفوذها فى الطبقة الهوائية الكرية المحيطة بالأرض ومساسها بالأرصاد الفلكية . وإن كنا نجده لم يتوسع كثيراً فى هذه البحوث فقد تعمد عدم التوسع فيها بدليل قوله « ونذكر نبذاً مما يرى من وراء الزجاج والأحجار المشفة »[2] .

٢١٠ – الفكرة الأساسية فى بحوث ابن الهيثم عن خيالات المبصرات التى ترى بالانعطاف عند السطح المستوى

والفكرة الأساسية التى توخاها ابن الهيثم لتعيين خيال المبصر أن خيال المبصر يلتئم من خيالات نقاطه المختلفة . فلتعيين خيال المبصر يعين أولا خيالات نقاطه فيتكون منها خيال المبصر جميعا . ولتعيين خيال أية نقطة منه

---

(١) و (١٠٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) و (١٠٩) « « « « « « « .

يطبق قاعدته فى أن خيال النقطة هو نقطة التقاء امتداد الشعاع المنعطف الواصل إلى مركز البصر بالعمود الواقع من النقطة المبصرة على السطح . وبحوثه من الناحية الهندسية تكاد جميعها تكون صحيحة لاعيب فيها . ولكنها من الناحية الطبيعية ليست سليمة على الاطلاق . لأن نتائجها لا تمثل الواقع بالضبط إلا إذا كانت كل واحدة من نقاط الانعطاف قريبة جداً من مسقط العمود الخارج من النقطة المبصرة على السطح كما أشرنا إلى ذلك من قبل . وهو قد أغفل ما ينجم عن « الزيغ الكرى » فى حين أنه تناول فى بحوثه حالات يعرض فيها ولاشك هذا الأمر .

وابن الهيثم فى هذه البحوث يتخذ المبصر خطاً مستقيما أو هو بالأحرى يراعى من المبصر قطراً من أقطاره ، ويبحث عن خيال كل من طرفيه . فيكون خيالا طرفيه نهايتى خيال قطر المبصر . ويبحث عن خيالى طرفيه والبصر فى وضعين مختلفين بالنسبة إلى المستوى العمود على السطح الفاصل بين الوسطين والمار بهذا الخط المبصر . وكأنه يقسم بحوثه قسمين أساسيين يتناول فى القسم الأول البحث عن الخيال إذا كان مركز البصر واقعاً فى هذا المستوى ، ونسمى وضعه فى هذه الحالة الوضع الأول . ويتناول فى القسم الثانى البحث عن الخيال اذا كان مركز البصر خارجاً عن هذا المستوى ، ونسمى وضعه فى هذه الحالة الوضع الثانى . وهو فى بحوثه جميعاً يتوخى فروضاً يسهل بها تبسيط الشرح والبرهان كما سيتضح فيما يلى .

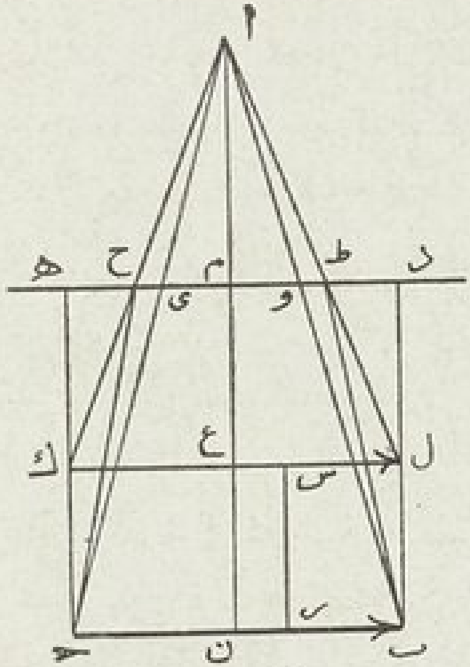
٢١١ — خيال المبصر المستقيم والبصر فى الوضع الأول

الحالة الأولى : المبصر مواز للسطح الفاصل بين الوسطين [١] .

ليكن المبصر ب حـ (شكل ١٨١) وليكن فى وسط أغلظ . وليكن أولا موازياً للسطح الفاصل بين الوسطين ، ولنخرج من طرفيه ب ، حـ العمودين ب د ، حـ هـ على السطح وليلقياه على نقطتى د ، هـ على الترتيب . ولنراع الحالة التى يكون فيها مركز البصر الواقع فى هذا المستوى على امتداد العمود المنصف

(١) و (١٠٩) — و (١١١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

المبصر ب ح . فلتكن نقطة ن منتصف ب ح وليكن ن م العمود المخرج منها على السطح وليلقه على م وليكن مركز البصر ا على امتداد ن م . تلك هى الفروض الأساسية .



(شكل ١٨١)

فستوى الانعطاف هو فى هذه الحالة مستوى ب د ه ح وفصل الانعطاف هو المستقيم د ه . فاذا وصل ا ب ، ا ح فهما يلقيان د ه على نقطتين ولتكونا و ، ى على الترتيب . فالشعاع الوارد من ب إلى مركز البصر ينعطف عند نقطة مثل ط على فصل الانعطاف د ه تقع فيما بين د ، و لكى يكون انعطـــافه من الوسط الأغلظ فى الوسط الألطف إلى ضد جهة العمود . فامتداد ا ط يلقى العمود ب د على نقطة تقع حتما فيما بين ب ، د ولتكن ل ، فتكون هى خيال ب . وقد اتضح مما سبق أنه ليس لنقطة ب خيال غيرها .

وبالمثل الشعاع الوارد من ح إلى مركز البصر ينعطف عند نقطة مثل ح تقع على الفصل د ه فيما بين نقطتى ه ، ى وامتداد ا ح يلقى ح ه على نقطة ولتكن ك تكون هى خيال ح . ولا يكون لنقطة ح خيال غيرها.

والذى يلاحظ عن هذه الطريقة التى عرض بها ابن الهيثم الموضوع وعن الفروض التى فرضها والترتيب الذى أورد عليه عناصر البرهان ، أنه عالج الموضوع بمثل الطريقة المتبعة الآن فى معالجته ، ولا ينقصه إلا أن يفرض المبصر ب ح صغيراً جداً حتى تكون نقطتا د ، ه قريبتين جداً من نقطة م وكذا نقطتا ط ، ح فيكون ل ك خيالا بالمعنى الصحيح للمبصر ب ح .

والذى يلاحظ عن النتيجة التى يستنبطها ابن الهيثم من برهانه أنه يصوغها فى ألفاظ تنم عن شيء غير قليل من الحيطة والحذر . فهو لا يقول صراحة

مايفيد أن ل ك خيال للبصر ب ح ، وإنما يقول « وخط ل ك هو قطر خيال خط ن ح فصورة خط ب ح ترى على خط ل ك » (١)

وليس من السهل استقصاء الغرض الذى يرمى اليه من مثل هذا القول . فهو يحتمل وجهين أحدهما أن نفسر المعنى على أساس قوله إن النقطة التى تبصر على سمت العمود الواقع منها على السطح تبصر بالاستقامة فى موضعها الحقيقى (٢) . فيكون الغرض من الحذر والاحتياط أن يأتى قوله متفقاً والقول بأن نقطة ن التى هى منتصف ب ح تدرك فى موضعها ، فيكون الخيال ماراً بنقطة ن وإن كان منتهياً بنقطتى ل ، ك ، ويكون على هذه الصفة قوساً شديدة التقوس تقعرها مما يلى السطح الفاصل بين الوسطين . والوجه الثانى أن نفسر المعنى على أساس أنه كلما بعدت النقطة المبصرة عن العمود الواقع من مركز البصر فان نقطة التقاء امتداد المنعطف إلى البصر بالعمود الواقع من النقطة المبصرة على السطح تكون أقرب إلى السطح . فإن عُدت وفقاً لقاعدته هذه النقطة موضع الخيال كان خيال النقطة الأبعد عن العمود البصرى أقرب إلى السطح . فان كانت ب خيالها ل فنقطة من ب ح فيما بين ب ، ن خيالها أبعد قليلا عن السطح من بعد ل عنه ، وخيال نقطة ن يكون أبعد خيالات نقاط المبصر عن السطح . فيكون الخيال قوساً أيضاً وتقعيرها مما يلى السطح ولكنها ليست شديدة التقوس كما يكون الأمر على الوجه الأول . ولا شك أن لهذا الأمر علاقة بغموض رأى ابن الهيثم بشأن خيال النقطة التى تبصر من سمت العمود الواقع منها على السطح ولا سبيل لنا للبت فيه برأى قاطع .

وابن الهيثم يستنبط من هذا البحث أن المبصر يدرك فى هذه الحالة أعظم مما هو عليه فى الواقع . فزاوية رؤية الخيال أى الزاوية التى يوترها ل ك عند ا أعظم من الزاوية التى يوترها ب ح وهى زاوية رؤية المبصر . ومن أجل هذا يدرك الخيال أعظم .

والذى يدعو إلى التقدير أن ابن الهيثم يتناول فى هذا الصدد علة أخرى

---

(١) و (١١١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) أنظر فقرة (٢٠٧) من هذا الكتاب .

يعرض من أجلها الغلط لا نتناولها نحن بالذكر فى بحوثنا الطبيعية فى الوقت الحاضر. فالضوء النافذ من الوسط الموجود فيه المبصر يضعف كما يقول ابن الهيثم من أجل الانعطاف، فصورة المبصر التى يدركها البصر بالانعطاف «أضعف من صورته التى يدركها على استقامة وإذا ضعفت الصورة شبهها البصر بصورة المبصر الذى يرى من بعد أكبر». فالانعطاف اذن يؤدى إلى ادراك البعد أعظم مما هو عليه فى الواقع. فان كان البصر يُقدّر بعد الخيال أعظم من حقيقته فان ذلك وحده يؤدى إلى إدراكه أعظم.

وإذن يدرك البصر المبصر فى هذه الحالة أعظم مما هو عليه فى الواقع لا من أجل عظم الزاوية فحسب بل من أجل الغلط فى ادراك البعد أيضاً.

وابن الهيثم يمضى إلى استيفاء بحث هذه الحالة فى موضع آخر من مقالته[1]، ويتناول فى بحثه بيان ما نسميه الآن «تشوه الصورة». فاذا رمزنا لنقطة تقاطع ا ن والمستقيم الواصل بين نقطتى ل، ك بالحرف ع كانت نقطة ع منتصف ل ك. وهو يحتاط هنا أيضاً فى التعبير، وبدلا من أن نجده يقول إن ل ع خيال ب ن نجده يقول «ونقطة ن ترى على نقطة ع فخط ب ن يرى على خط ل ع.» ويدرك إذن نصف المبصر وهو ب ن أعظم من حقيقته.

كذلك إذا أخذت نقطة مثل م على ب ن وأخرجنا منها عموداً على السطح الفاصل بين الوسطين كان خيالها نقطة مثل س واقعة على هذا العمود (طبقاً لقاعدته) وتكون نقطة س «أما على خط ل ع أو قريبة منه»، ونحن نعلم أنه إذا كانت نقطة م قريبة جداً من ن عد خيالها س واقعاً فعلا على ل ع.

وحيث أن ابن الهيثم يعد نقطة س فى حكم الواقعة على خط ل ع يكون ل س = ب م.

وهو يمضى بعد ذلك لاثبات غرضه ببرهان القياس المنطق. فهو يقدم بأن خيال ب ح يرى بالانعطاف أعظم. وخيال النصف ب ن يرى

(١) و (١١٥) و (١١٧) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر.

بالانعطاف أعظم أيضاً . وعلة العظم فى الرؤية هى الانعطاف فكلما زاد الانعطاف زاد العظم المترتب عليه ، وانعطافات الأضواء الواردة من النقاط البعيدة عن العمود الواقع من مركز البصر على السطح ، أعظم من انعطافات الأضواء الواردة من النقاط القريبة . وإذن العلة التى توجب العظم فى إدراك ب م بالانعطاف أعظم من العلة التى توجب العظم فى ادراك م ن بالانعطاف . وإذن نسبة العظم فى إدراك الجزء ب م أعظم منها فى إدراك الجزء م ن .

تلك وجهة نظره . وتفكيره يؤدى حتما إلى إقرار تشوّه الصورة التى يدركها البصر ، ولو أنه لا يذكر ذلك صراحة فنتيجة أقواله أن صورة المبصر ب ح تدرك مكبرة ولكن نسبة التكبير لأجزائه الطرفية أعظم منها لأجزائه المتوسطة .

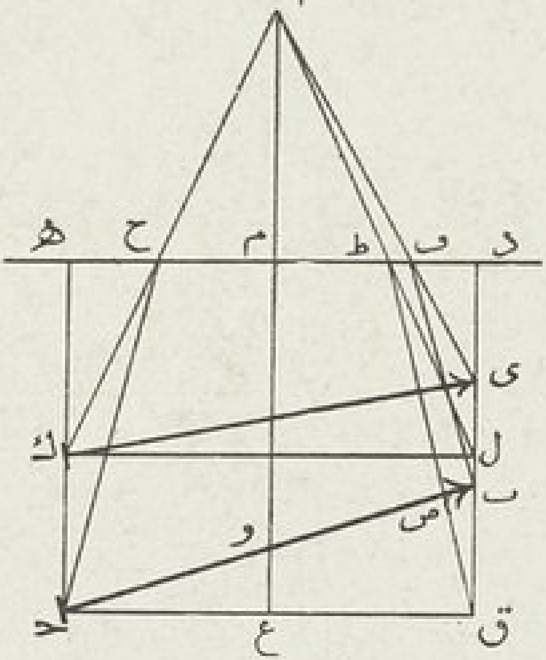
والغرض الذى يرمى إليه ابن الهيثم من بيانه أن البصر يدرك كلا من نصفى المبصر أعظم ويدرك أيضاً الجزء ب م منه أعظم ، أن يتضمن برهانه الأحوال التى لا يكون فيها مركز البصر على العمود الواقع من منتصف المبصر على السطح . فاذا ثبت أن المبصر ب م يدركه البصر ا مكبراً كان معنى هذا أن المستقيم المبصر إذا كان موازياً للسطح الفاصل بين الوسطين ، وكان مركز البصر واقعاً فى المستوى المار به عموداً على السطح ، سواء كان على امتداد العمود الواقع من منتصف المستقيم المبصر على السطح ، أو لم يكن ، فان البصر يدركه أعظم مما هو عليه فى الواقع .

الحالة الثانية : المبصر غير مواز للسطح الفاصل بين الوسطين (١)

ويتدرج ابن الهيثم من الحالة التى يكون فيها المبصر موازيا للسطح إلى الحالة التى لا يكون فيها المبصر موازياً للسطح . وهو يبدأ البرهان هنا أيضاً بفرض أن البصر على امتداد العمود الواقع على السطح من منتصف المستقيم المبصر . فليكن المبصر ب ح (شكل ١٨٢) وليكن فى وسط أغلظ ولتكن نقطة و منتصفه . ولنخرج من نقاط ب ، و ، ح الأعمدة ب د ، و م ،

(١) و (١١٢) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

حـ هـ على السطح. وليكن مركز البصر نقطة ا على امتداد و م . ولنخرج من أبعد طرفى ب حـ عن السطح، أى من نقطة حـ المستقيم حـ ق موازياً هـ د فهو يلقى امتداد د ب على نقطة ق . وليلق امتداد ا و المستقيم حـ ق على ع . فمن الواضح أن نقطة ع هى منتصف حـ ق . ولنفرض أن الشعاع ق ط ينعطف من ط إلى ا، وكذلك الشعاع حـ ح ينعطف من ح إلى ا، وليكن كما فى الحالة الأولى ل ، ك طرفى خيال ق حـ ، فالمستقيم ق ط يلقى ب حـ على نقطة ولتكن ص . فمن الواضح أيضاً أن نقطة ط هى نقطة انعطاف ص إلى ا، وإذن تكون نقطة انعطاف ب إلى ا فيما بين



(شكل ١٨٢)

نقطتى د ، ط فلتكن نقطة ف . ولنصل ا ف ونمده حتى يلقى ب د على نقطة ى فتكون نقطة ى خيالا لنقطة ب .

وإذن ى ، ك طرفا خيال المبصر ب حـ .

وبما أن نقطة ف تقع حتما بين نقطة د وبين النقطة التى يلقى عليها ب ا المستقيم د ح ، فمن السهل بيان أن زاوية رؤية ى ك أعظم من زاوية رؤية ب حـ ، فيثبت أن البصر يدرك المبصر ب حـ أعظم مما هو عليه فى الواقع .

وابن الهيثم يشير إلى إمكان تطبيق البرهان الذى أوردناه فى الحالة السابقة لبيان أن البصر يدرك كلا من نصفى ب حـ أعظم ، وكذلك أى جزء من أجزائه . ويتحرر على هذه الصفة من قيد فرضه وقوع البصر على امتداد العمود الخارج من منتصف المستقيم المبصر على السطح .

ومما يلاحظ فى هذه الحالة أن ابن الهيثم يعد المستقيم ى ك موازياً

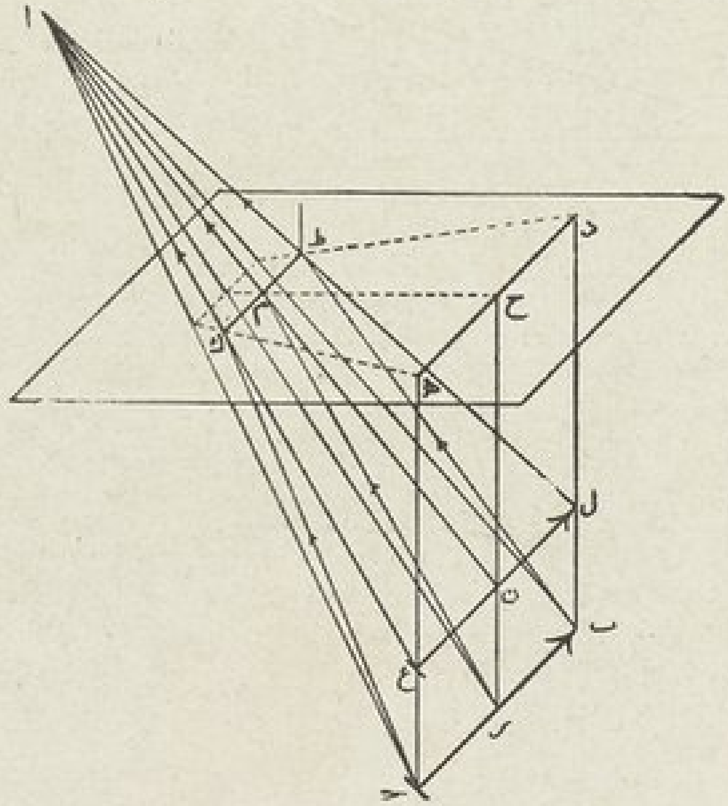
للمستقيم ب حـ أو هو فى حكم الموازى. والحقيقة أنهما غير متوازيين كما أشار إلى ذلك الفارسى وبينه فى التنقيح. ومن الواضح أن اعتبار ابن الهيثم المستقيمين فى حكم المتوازيين لا يؤثر فى برهان العظم فى هذه الحالة.

٢١٢ - خيال المبصر المستقيم والبصر فى الوضع الثانى

نتناول فى هذا القسم بيان بحوث ابن الهيثم عن خيال المبصر المستقيم إذا كان مركز البصر خارجاً عن المستوى المار بالمستقيم المبصر عموداً على السطح الفاصل بين الوسطين. وابن الهيثم يراعى فى هذا القسم من بحوثه أيضاً حالتين يفرض فى الأولى منهما المستقيم المبصر موازياً للسطح. وينتقل منها إلى الحالة التى لا يكون فيها كذلك.

الحالة الأولى[1]

ليكن المبصر ب حـ (شكل ١٨٣) ولنخرج من طرفيه العمودين



(شكل ١٨٣)

(١) و(١١٣) — و (١١٥) من مخطوط من المقالة السابعة من المناظر.

ب د ، حـ هـ على السطح الفاصل بين الوسطين وليلقياه على د ، هـ فيكون ب حـ فرضاً موازياً د هـ . ولننصف ب حـ على ر ولنخرج من ر عموداً على السطح وليلق د هـ على ح . وابن الهيثم يبتدىء هذه الحالة بفرض أن مركز البصر إذا وصل بمنتصف المستقيم المبصر كان الواصل عموداً على هذا المستقيم .

أى إذا فرضنا مركز البصر نقطة ا فانه يفرض بادىء ذى بدء أن ا ر عمود على ب حـ . ولنفرض أن نقطة ب تنعطف من ط إلى ا فنقطة ط تقع حتماً (وفقاً للحكم الثالث من أحكام الكيف التى أثبتها) فى مستوى د ب ا . فاذا أخرج المنعطف ط ا فانه يلق ب د على نقطة ولتكن ل .

كذلك فنقطة انعطاف حـ إلى ا واقعة فى مستوى هـ حـ ا ولتكن نقطة ك وليلق امتداد ا ك المستقيم حـ هـ على ع

فيكون ل ، ع طرفى خيال المبصر ب حـ .

كذلك فان نقطة انعطاف ر إلى ا تقع فى مستوى ح ر ا ، فاذا فرضناها نقطة م وأخرجنا ا م فانه يلق ر ح على نقطة ولتكن ن تكون هى خيال ر .

ولما كان ابن الهيثم يفرض أن ا ر عمود منصف للمستقيم ب حـ ، يكون وضع كل من نقطتى ب ، حـ ، بالنسبة إلى ا واحداً ، وكذلك بعد كل منهما عن ا . وهذا التماثل يقتضى أن يكون وضع كل من نقطتى ط ، ك وبعد كل منهما من ا واحداً أيضاً ، وكذلك وضع كل من نقطتى ل ، ع وبعدها . ومن هذا يستنبط أن ب ل = حـ ع .

وإذن ب حـ يوازى ل ع ويساويه .

وأيضاً فان الزاوية التى يحيط بها الشعاع ط ا والعمود على السطح من نقطة ط زاوية حادة (لأنها زاوية الانكسار) وهى تساوى زاوية د ل ا .

إذن زاوية ا ل ب منفرجة .

وإذن ا ب أعظم من ا ل .

وبالمثل ا حـ أعظم من ا ع .

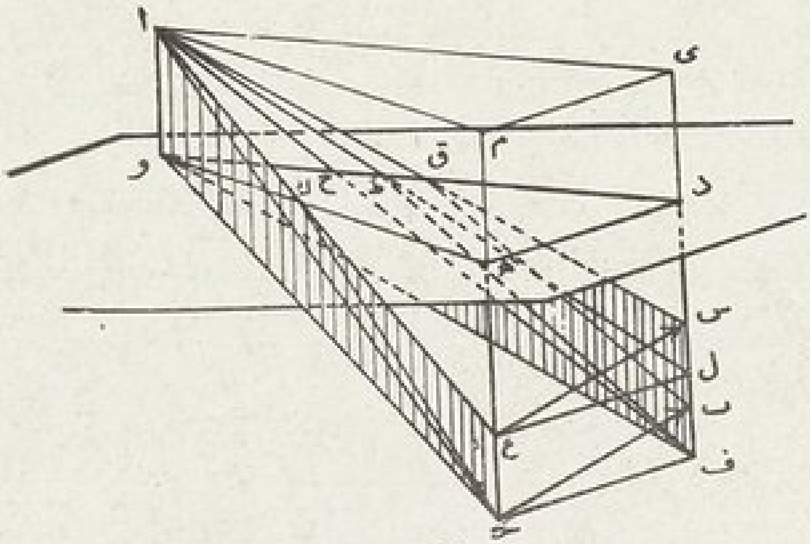
وكل من مثلثى ا ل ع ، ا ب ح متساوى الساقين وقاعدتاهما ل ع ، ب ح متساويتان وكل من الضلعين المتساويين من الأول أصغر من نظيره من الثانى .

فزاوية ل ا ع فى الأول أعظم من زاوية ب ا ح فى الثانى ، فتكون زاوية رؤية ل ع أعظم من زاوية رؤية ب ح .

على هذا المنوال بيَّن ابن الهيثم أن البصر ا يدرك ب ح أعظم . ويشير ابن الهيثم إلى أنه يمكن فى هذه الحالة أيضاً وبمثل البرهان الذى سبق فى الحالة الأولى من بحوث القسم الأول بيان أن البصر يدرك النصف ب م من المبصر مكبراً ، وكذا أىّ جزء من أجزائه . وبذلك يتبين أن المبصر إذا كان موازياً للسطح فسواء كان الواصل بين البصر ومنتصف المبصر عموداً عليه أو لم يكن فان البصر يدركه مكبراً .

الحالة الثانية (١)

ليكن المبصر فى هذه الحالة ب ح (شكل ١٨٤) ولنخرج من طرفيه العمودين ب د ، ح ه على السطح الفاصل بين الوسطين .



(شكل ١٨٤)

والطريقة التى سلكها ابن الهيثم فى شرح هـــذه الحالة نوردها فيما يلى بألفاظه قال :

---

(١) و (١١٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

«ولنعد الصورة (أى الشكل السابق) وليكن ب ح غير مواز لخط د ه ، ونخرج ح ف موازياً لد ه (أى لخط د ه) ، ونصل ا ف ولتكن نقطة ط هى النقطة التى تنعطف منها صورة نقطة ف إلى بصر ا . ولتنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا من نقطة ق . ونصل ا ق وننفذه إلى س . فتكون نقطة س أرفع من نقطة ل ، لأن نقطة ب من وراء خط (ا ف)(١) ، فخط ا س من وراء خط ا ل ، فنقطة س أرفع من نقطة ل .

ونصل س ع ، فيكون س ع قطر خيال ب ح ، ويكون س ع أعظم من ل ع ، ويكون ا س أصغر من ا ل ، وخطا ا س ، ا ع فى سطحين متقاطعين ، وهما سطحا ا س ف ، ا ع ح . والفصل المشترك بين هذين السطحين يمر بنقطة ا (وهو العمود ا و الواقع من نقطة ا على السطح الفاصل بين الوسطين) ، والخطان الخارجان من نقطة ا القائمان على الفصل المشترك بين هذين السطحين (أى العمودان ا ى ، ا م الخارجان من نقطة ا أولهما فى المستوى الأول والثانى فى المستوى الثانى) أرفع من خطى ا س ، ا ع . فزاوية س ا ع أعظم من زاوية ب ا ح .

وبعدا س ع ، ب ح عن بصر ا ، ليس بينهما اختلاف مؤثر . فخط س ع إما أن يكون موازياً لخط ب ح أو ليس بينه وبين الموازى اختلاف مؤثر فى وضعه عند بصر ا .

فزاوية س ا ع أعظم من زاوية ب ا ح ، ووضع س ع عند بصر ا شبيه بوضع ب ح عند بصر ا ، وليس بين بعدى س ع ، ب ح عن بصر ا اختلاف مؤثر فى العظم ، فخط س ع يرى أعظم من خط ب ح كما تبين فيما تقدم . و س ع هو خيال خط ب ح ، فخط ب ح يرى أعظم مما هو . وذلك ما أردنا أن نبيّن » .

وهذا الذى أورده ابن الهيثم يتضمن أمرين متتاليين ، أولهما أن الزاوية

(١) فى الأصل « ف » ، ولعله يقصد بقوله هنا « إن شيئاً من وراء شىء آخر » أن الأول يبدو للبصر أبعد من الثانى ، فكأن موضعه فى الامتداد المكانى بالنسبة إلى البصر يلى موضع الثانى .

التى يوترها الخيال س ع عند البصر أعظم من الزاوية التى يوترها المبصر ب ح عند البصر ، والثانى فرض أن المبصر وخياله فى حكم المتوازيين وأن بعديهما عن البصر فى حكم المتساويين وبما أن المبصر وخياله محدودان بالعمودين ب د ، ح ه القائمين على السطح الفاصل بين الوسطين ، وهما أى المبصر وخياله فى حكم المتوازيين فاذن هما أيضاً فى حكم المتساويين .

وهذا البرهان قد اعترض عليه الفارسى فى التنقيح . قال بلفظه « ليس هذا الاستلزام كليا (أى استلزام أن زاوية س ا ع أعظم من زاوية ب ا ح) وذلك أنه إنما يكون عند توازى س ع ، ب ح . يكون س ع حينئذ مثل ب ح ، س ا أصغر من ب ا ، ع ا أصغر من ح ا . فاذا توهمنا أن نقطة ا من مثلثى س ا ع ، ب ا ح ثابتة ، وهما منعطفان بحيث ينطبق ا س على ا ب فا ع (أى فخط ا ع) إما أن ينطبق على ا ح ، أو يقع داخلا ، أو خارجاً . على الأولين (أى إن انطبق أو وقع داخلا) يكون ب ح أعظم من س ع ، وهو محال . وعلى الثالث تكون زاوية س ا ع أعظم من زاوية ب ا ح . فان لم يكن س ع موازياً لب ح (أى للمستقيم ب ح) فلا يلزم ذلك مطرداً » .

ويبدو لنا من سياق برهان ابن الهيثم أنه لم يقصد أن يكون برهانه على أن زاوية س ا ع أعظم من زاوية ب ا ح مبنياً على اعتبار أن س ع ، ب ح فى حكم المتوازيين المتساويين . بل لعل ابن الهيثم رأى بصفة عامة أن المستويين المتقاطعين مثل ا ى ف و ، ا م ح و إذا قطعهما مستوى عمود عليهما يلقى الأول على ا ى ، ويلقى الثانى على ا م ، ثم قطعهما مستويان يمران بنقطة ا عن جنبة من المستوى العمود عليهما واحدهما يلقى الأول على ا س ويلقى الثانى على ا ع ، والآخر يلقى الأول على ا ب ويلقى الثانى على ا ح ، فانه إذا كانت زاوية ى ا س أصغر من زاوية

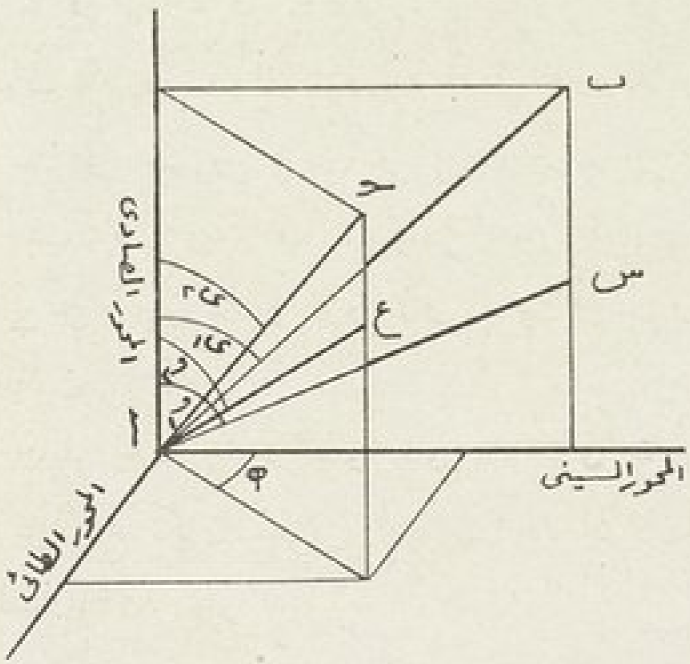
---

(١) ص (٢٠٤) : الجزء الثانى من النسخة المطبوعة من التنقيح .

ى ا ب ، أو زاوية س ا و أكبر من زاوية ب ا و ، وكانت زاوية م ا ع أصغر من زاوية م ا ح ، أو زاوية ع ا و أكبر من زاوية ح ا و ، فان زاوية س ا ع تكون أعظم من زاوية ب ا ح .

نقول يبدو لنا أن ابن الهيثم أراد هذا المعنى ولكنه هو أيضاً لا يطرد لزومه على تصاريف الأحوال .

ولسهولة توضيح هذا الأمر نتوهم ثلاثة محاور ديكارتيه متعامدة متلاقية فى نقطة ، ولتكن على الترتيب السينى والصادى والطائى ولنرمز لنقطة الأصل بالحرف ا (شكل ١٨٥) .



(شكل ١٨٥)

ولنتوهم فى مستوى المحورين السينى والصادى مستقيما ا س يمر بنقطة الأصل وزاوية ميله على المحور الصادى حادة ولتكن ى١ ، ولنتوهم مستقيما آخر ا ع يمر بنقطة الأصل خارج مستوى المحورين السينى والصادى بحيث يصنع المستوى الذى يتعين بهذا المستقيم والمحور الصادى (ولنسمه المستوى المائل) ، زاوية قدرها هـ مع مستوى المحورين السينى والصادى ، وزاوية ميل هذا المستقيم على المحور الصادى حادة ، ولتكن ى٢ . والفكرة الواردة فى

برهان ابن الهيثم فحواها أنه إذا أخذ مستقيمان آخران أحدهما ا ب فى مستوى المحورين السينى والصادى ، زاوية ميله على المحور الصادى ولتكن ى$_١$ أصغر من و$_١$ ، والآخر ا حـ فى المستوى المائل زاوية ميله على المحور الصادى ولتكن ى$_٢$ أصغر من و$_٢$ ، فان الزاوية المحصورة بين المستقيمين الأوّلين وهى زاوية س ا ع تكون أعظم من الزاوية المحصورة بين الآخرين وهى زاوية ب ا حـ .

ومن السهل بيان أن جيوب تمام زوايا ميول المستقيم ا س على المحاور الثلاثة السينى والصادى والطائى هى بالترتيب

حا و$_١$ ، جتا و$_١$ ، صفر .

وأن جيوب تمام زوايا ميول المستقيم ا ع على المحاور الثلاثة هى الترتيب

حتا هـ حا و$_٢$ ، حتا و$_٢$ ، حا هـ حا و$_٢$.

فيكون جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما [1] هو

حتا ∠ س ا ع = حتا هـ حا و$_١$ حا و$_٢$ + حتا و$_١$ حتا و$_٢$ . . . (١)

وبالمثل يكون

حتا ∠ ب ا حـ = حتا هـ حا ى$_١$ حا ى$_٢$ + حتا ى$_١$ حتا ى$_٢$ . . . (٢)

فزاوية س ا ع تكون أعظم من زاوية ب ا حـ ، اذا كان المقدار (١) أصغر من المقدار (٢) .

وبما أن

٢ حا و$_١$ حا و$_٢$ = حتا (و$_١$ − و$_٢$) − حتا (و$_١$ + و$_٢$)

، ٢ حتا و$_١$ حتا و$_٢$ = حتا (و$_١$ − و$_٢$) + حتا (و$_١$ + و$_٢$)

يتضح بالتعويض فى المقدار (١) أن

---

(١) إذا رمز لجيوب تمام زوايا ميول أحد مستقيمين على المحاور الثلاثة بالحروف ل ، م ، ن على الترتيب ، ولجيوب تمام زوايا ميول مستقيم آخر عليها بالرموز ل$_١$ ، م$_١$ ، ن$_١$ على الترتيب فمن المعلوم أن جيب تمام الزاوية المحصورة بين المستقيمين يكون

ل ل$_١$ + م م$_١$ + ن ن$_١$.

$$\text{٢ حتا}\,\angle\,\text{س ا ع} = (\text{١} + \text{حتا هـ})\,\text{حتا}\,(\text{و}_{\text{١}} - \text{و}_{\text{٢}})$$
$$+\ (\text{١} - \text{حتا هـ})\,\text{حتا}\,(\text{و}_{\text{١}} + \text{و}_{\text{٢}}) \quad ..(\text{٣})$$

وبالمثل يكون $\text{٢ حتا}\,\angle\,\text{ب ا حـ}$

$$= (\text{١} + \text{حتا هـ})\,\text{حتا}\,(\text{ى}_{\text{١}} - \text{ى}_{\text{٢}})$$
$$+\ (\text{١} - \text{حتا هـ})\,\text{حتا}\,(\text{ى}_{\text{١}} + \text{ى}_{\text{٢}}) \quad ..(\text{٤})$$

والذى يقتضيه أمر انعطاف الضوء من الأغلظ إلى الألطف هو أن يكون

$$\text{و}_{\text{١}} > \text{ى}_{\text{١}}\ \text{،}\ \text{و}_{\text{٢}} > \text{ى}_{\text{٢}}$$

أى أن يكون

$$\text{حتا}\,(\text{و}_{\text{١}} + \text{و}_{\text{٢}}) < \text{حتا}\,(\text{ى}_{\text{١}} + \text{ى}_{\text{٢}}).$$

وهذا وحده لا يُلزم أن يكون المقدار (٣) أصغر من المقدار (٤)، وإنما يتطلب هذا الالزام أن يكون أيضاً

$$\text{حتا}\,(\text{و}_{\text{١}} - \text{و}_{\text{٢}}) < \text{حتا}\,(\text{ى}_{\text{١}} - \text{ى}_{\text{٢}})$$

أى أن يكون

$$\text{و}_{\text{١}} - \text{و}_{\text{٢}} > \text{ى}_{\text{١}} - \text{ى}_{\text{٢}}$$

فاذا ما توافر هذا الشرط أيضاً يكون

$$\text{حتا}\,\angle\,\text{س ا ع} < \text{حتا}\,\angle\,\text{ب ا حـ}.$$

ويكون

$$\angle\,\text{س ا ع} > \angle\,\text{ب ا حـ}.$$

هذا هو تفصيل الأمر من وجهته العامة.

وأيضاً فنظراً لأن انعطاف الضوء من الأغلظ إلى الألطف يقتضى أن يكون

$$\text{و}_{\text{١}} > \text{ى}_{\text{١}}\ \text{،}\ \text{و}_{\text{٢}} > \text{ى}_{\text{٢}}\ \text{،}$$

فانه يُلزم أن يكون

$$\text{حا و}_{\text{١}}\ \text{حا و}_{\text{٢}} > \text{حا ى}_{\text{١}}\ \text{حا ى}_{\text{٢}}$$
$$\text{،}\ \text{حتا و}_{\text{١}}\ \text{حتا و}_{\text{٢}} < \text{حتا ى}_{\text{١}}\ \text{حتا ى}_{\text{٢}}$$

وبما أنه ينتج من (١) ، (٢) أن

حتا ∠ ب ا حـ − حتا ∠ س ا ع

= حتا هـ (حاى١ حاى٢ − حاو١ حاو٢) + (حتاى١ حتاى٢ − حتاو١ حتاو٢)

= (حتاى١ حتاى٢ − حتاو١ حتاو٢) − حتا هـ (حاو١ حاو٢ − حاى١ حاى٢)

يتضح أنه فى الأحوال التى تكون فيها قيمة هـ بين القائمة وبين القائمتين، حيث يكون

حتا هـ مقدارا يقع بين الصفر وبين − ١ ، يكون

حتا ∠ ب ا حـ − حتا ∠ س ا ع = مقداراً موجباً .

وإذن يكون

حتا ∠ ب ا حـ > حتا ∠ س ا ع ،

أى تكون

∠ س ا ع > ∠ ب ا حـ .

فاذا عدنا بعد هذا إلى شكل (١٨٤) يتبين مما تقدم أنه إذا كانت الزاوية بين المستويين ا ى ف و ٦ ا م حـ و تقع بين القائمة وبين القائمتين، فنظراً لأن خطى ا س ٦ ا ع كما يقول ابن الهيثم أرفع من خطى ا ب ٦ ا حـ فان زاوية س ا ع تكون كما يقول أعظم من زاوية ب ا حـ . أما فى الحالة العامة أياً كانت قيمة الزاوية بين المستويين فلا يكفى كون خطى ا س ٦ ا ع أرفع من خطى ا ب ٦ ا حـ ، سبباً يوجب أن تكون زاوية س ا ع أعظم من زاوية ب ا حـ ، بل يتطلب الأمر أيضاً أن يكون

∠ س ا و − ∠ ع ا و أعظم من ∠ ب ا و − ∠ حـ ا و .

٢١٣ — الاستدلال بالاعتبار على أن المبصر الذى يدرك بالانعطاف من الماء الى الهواء يدرك أعظم

رأى ابن الهيثم أن زيادة العظم عند إدراك المبصر بالانعطاف من الأغلظ فى الألطف قد تكون صغيرة تخفى عن الحس ، وقد يكون المبصر كله فى الجسم الأغلظ فلا يتيسر للبصر المقابلة بين صورته التى تدرك بالانعطاف وبين صورته التى تدرك بالاستقامة إذا كان المبصر فى الهواء ، لكى يقدر الحس على تمييز

التفاوت . فهو عقب بحوثه التى بيَّن بها أن البصر يدرك المبصر بالانعطاف من الأغلظ فى الألطف عند السطح المستوى وعند السطح الكرى المحدب الذى مركزه من وراء المبصر بالنسبة إلى البصر ، أعظم من حقيقته ، أورد(١) اعتباراً ينصب فى الواقع على الانعطاف عند السطح المستوى، نورده فيما يلى .

وهو يتلخص فى أن يؤتى بجسم أبيض غليظ ، اسطوانى الشكل أو على شكل متوازى السطوح ، وتكون له قاعدة مستوية يمكن أن يرتكز عليها . ويغمر الجسم فى وسط إناء متسع به ماء بحيث يرتكز قائماً على قاعدة الاناء ، ويكون بعضه فى داخل الماء وبعضه خارجاً منه . فاذا تأمله المعتبر رأى الجزء المغمور منه فى الماء أغلظ من الجزء الخارج .

ويجدر بنا أن نشير هنا إلى أن ابن الهيثم مهد إلى ذكر هذا الاعتبار بأقوال ذكر فيها أن سطح الماء كرى محدبه يلى البصر ومركز سطح الماء من وراء المبصرات التى يدركها البصر فى داخله . فكأنه يُعزى زيادة العظم فى هــذا الاعتبار إلى الانعطاف عند السطح الكرى المحدب لا عند السطح المستوى . ولنا عودة إلى هذا الأمر فيما بعد .

---

(١) و (١٢٠) — و (١٢١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

الباب الثامن

في

الانعطاف عند السطوح الكرية

وما يترتب على الانعطاف من الظواهر الجوية

الفصل الأول

في

الانعطاف عند السطوح الكرية بوجه عام

٢١٤ – مجمل بحوث ابن الهيثم عن الانعطاف عند السطوح الكرية

يرى ابن الهيثم أن النقطة المبصرة التي تدرك بالانعطاف عند السطح المستوى أو عند السطح الكرى لا يكون لها إلا خيال واحد ولا يدركها البصر إلا نقطة واحدة . وقد تناولنا فيما سبق ما يتعلق من بحوثه بالانعطاف عند السطح المستوى ، وسنتناول هنا ما يتعلق منها بالانعطاف عند السطح الكرى .

وابن الهيثم في بحوثه الواردة في كتاب المناظر حاول أن يبرهن على أن الانعطاف من النقطة المبصرة إلى النقطة الموجود فيها مركز البصر لا يكون إلا من نقطة واحدة . ولما كان التقاء إمتداد المنعطف بالعمود الخارج من النقطة المبصرة على السطح هو وفقاً لقاعدته موضع الخيال فان ما يؤول إليه البرهان على أن نقطة الانعطاف واحدة ، هو أن الخيال واحد . فالمعاني الطبيعية التي يستخلصها ابن الهيثم من بحوثه قائمة على أساس القاعدة المذكورة في تعيين

موضع الخيال . ومما يلاحظ فى هذا الصدد أن ابن الهيثم حاول الاستدلال على هذه القاعدة باعتبارات قد سبق بيانها اعتبر فيها بالانعطاف عند السطوح المستوية ، لكنه لم يعن على حسب ما يتبين من كتاب المناظر بالاستدلال عليها بمثل هذه الاعتبارات فيما يتعلق بالانعطاف عند السطوح الكرية . وقد تنبه الفارسى إلى هذا وحاول أن يتم فى كتابه التنقيح هذا النقص بتجارب ذكرها من عنده .

وبحوث ابن الهيثم الواردة فى كتاب المناظر عن الانعطاف عند السطوح الكرية يمكن تقسيمها قسمين أساسيين ، راعى ابن الهيثم فى أحدهما انعطاف الضوء من الوسط الأغلظ فى الوسط الألطف إذا كان تحدب السطح مما يلى مصدر الضوء ، وراعى فى الثانى انعطافه من الأغلظ فى الألطف أيضاً ولكن إذا كان تقعر السطح مما يلى مصدر الضوء ، وهو يستعين بقاعدة قبول العكس فى توسيع دائرة النتائج التى توصل اليها من بحوث القسمين . ومما تجدر الاشارة إليه هنا أن ابن الهيثم يَسِم السطح الذى يحدث عنده الانعطاف بحسب هيئته بالنسبة إلى النقطة التى يرد اليها الضوء المنعطف ، لا بحسب هيئته بالنسبة إلى النقطة المضيئة التى هى مصدر الضوء . ولعل ذلك من جراء انصراف عنايته فى موضوعات الانعطاف أيضا إلى الناحية الشخصية أكثر منه إلى الناحية الموضوعية . فالنقطة التى يرد اليها الضوء يتصورها دائما مركزاً للبصر فان كان تحدب السطح مما يليها عده محدبا ، وإن كان تقعره مما يليها عده مقعرا .

وابن الهيثم يقدم لبحوثه هذه بتمهيد هندسى يستعين به فى براهينه . نورده أولا فيما يلى .

٢١٥ — التمهيد الهندسى لبحوث الانعطاف عند السطوح الكرية

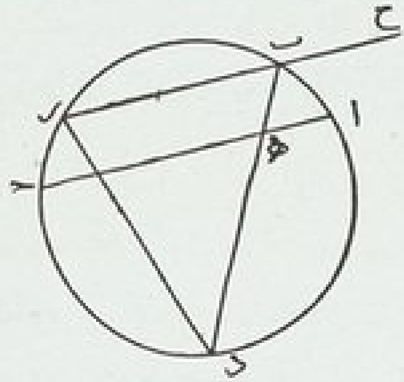
والتمهيد الهندسى يشمل مقدمتين .

المقدمة الأولى هى بلفظه :

« أن كل وترين يتقاطعان فى دائرة فان الزاوية التى عند تقاطعهما مساوية

للزاوية التى عند محيط الدائرة التى توترها القوسان اللذان يفصلهما ذانك الوتران [١] . »

وابن الهيثم يورد لهذه المقدمة برهاناً يتناول جميع الأحوال المحتملة . وليكن الوتران ا ح ، ب د (شكل١٨٦) وليتقاطعا على ه . فالمطلوب إثباته (أولا) أنزاوية ا ه ب ، أوالمقابلة لها بالرأس تساوى الزاوية المحيطية التى توترها قوس مساوية لمجموع قوسى ا ب ، ح د.



(شكل ١٨٦)

ولاثبات ذلك يخرج ابن الهيثم من نقطة ب المستقيم ح ب م موازيا للوتر ا ح.

فتكون ∠ ا ه ب = ∠ ه ب م ،

وتساوى الزاوية المحيطية التى توترها قوس م ح د . وبما أن قوس م ح تساوى قوس ا ب ، فقوس م ح د هى مجموع قوسى ا ب ، ح د. وهو المطلوب .

(ثانيا) ان زاوية ا ه د أو المقابلة لها بالرأس تساوى الزاوية المحيطية التى توترها قوس مساوية لمجموع قوسى ا د ، ب ح .

ولاثبات ذلك يصل ابن الهيثم م د .

فزاوية ا ه د = ∠ ح ب د =∠ ح م د + ∠ ب د م .

، ∠ ح م د هى المحيطية التى توترها قوس ب ا د أى القوسان ب ا ، ا د .

، ∠ ب د م هى المحيطية التى توترها قوس ب م ،

أى قوس ب ح — قوس م ح .

وبما أن قوسى ب ا ، م ح متساويتان ثبت المطلوب .

---

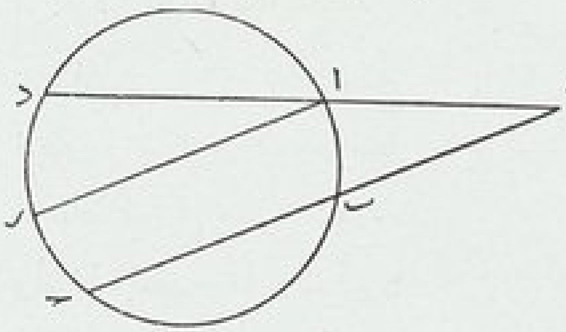
(١) و (٧٦) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

وابن الهيثم يتناول أيضاً فى هذا الصدد الحالة التى يكون فيها المستقيم المخرج من ب موازيا للوتر ا ح ، مماساً للدائرة غير قاطع لها . ويورد برهانا يتفق وهذه الحالة وهو سهل بسيط لا ضرورة لذكره .

والمقدمة الثانية هى بلفظه :

« كل خطين يقطعان دائرة ويتقاطعان خارج الدائرة فان الزاوية التى عند تقاطعهما مساوية للزاوية التى عند محيط الدائرة التى توترها زيادة أعظم القوسين اللذين يفصلهما ذانك الخطان على الآخر [1] » .

وليكن الخطان ه ا د ، ه ب ح (شكل ١٨٧) وليتقاطعا على ه فالمطلوب إثباته أن ∠ د ه ح تساوى الزاوية المحيطية التى توترها قوس تساوى الفرق بين قوسى د ح ، ا ب .



(شكل ١٨٧)

وابن الهيثم لاثبات هذا يخرج من ا المستقيم ا ر موازيا ه ب ح ، وليقطع محيط الدائرة على ر .

والبرهان سهل . فزاوية د ه ح = ∠ د ا ر وهذه هى المحيطية التى توترها قوس د ر .

وبما أن قوس ا ب = قوس ر ح ، فقوس د ر هى زيادة الكبرى د ر ح على الصغرى ا ب [2] .

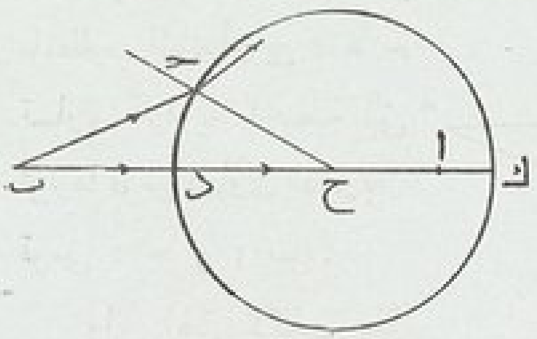
---

(١) و (٧٦) من المخطوط والوارد فى الأصل « التى يؤثرها بزيادة أعظم من القوسين اللذين يفصلهما ذانك الخطان على الآخر » .

(٢) ورد البرهان على هاتين المقدمتين فى الورقات من و(٧٦) — و(٧٨) من المخطوط.

٢١٦ – الانعطاف من الأغلظ إلى الألطف إذا كان محدب السطح مما يلي مصدر الضوء

يتناول ابن الهيثم فى هذا القسم من بحوثه [١] بيان كيفية انعطاف الأشعة الواردة من نقطة مضيئة فى وسط مشف أغلظ ، عند نفوذها إلى وسط مشف آخر ألطف ، إذا كان السطح الفاصل بين الوسطين كريا حدبته تلى النقطة المضيئة . ويعنى ابن الهيثم فى هذه البحوث ببيان هل من الممكن أن ينعطف الشعاع من النقطة المضيئة فى الوسط الأول ، إلى نقطة ما فى الوسط الثانى ، من أكثر من نقطة واحدة .



(شكل ١٨٨)

فليكن مركز كرة السطح نقطة ح (شكل ١٨٨) والوسط الأغلظ فيما يلى محدب السطح ، ولنأخذ نقطة ما ولتكن ا فى الوسط الألطف ، ولنخرج القطر المار بهذه النقطة وليكن ك ح د ، ولتكن النقطة المضيئة نقطة مثل ب فى الأغلظ . فنظراً لأن الشعاع الساقط والمنعطف والعمود على السطح من نقطة الانعطاف فى مستوى واحد فمستوى الانعطاف من ب إلى ا هو المستوى المار بنقطة ب والقطر المخرج ، وهو يلقى السطح الفاصل بين الوسطين على محيط دائرة كالمبين بالشكل .

وشرح ابن الهيثم يشمل تفصيل الحالات المختلفة

(أولا) لنفرض أن نقطة ب المضيئة على امتداد القطر المخرج . فالضوء الوارد منها إلى ا وهى نقطة على هذا القطر إنما يرد على استقامة هذا القطر دون أن يعانى انعطافا ما . وبرهانه على ذلك أنه إذا فرض أن الضوء ينعطف من نقطة مثل ح فانعطافه إنما يكون إلى ضد جهة العمود فلا يمكن أن يمر

(١) و (٨٦) — و (٩١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

الشعاع المنعطف بنقطة تقع على القطر المذكور .

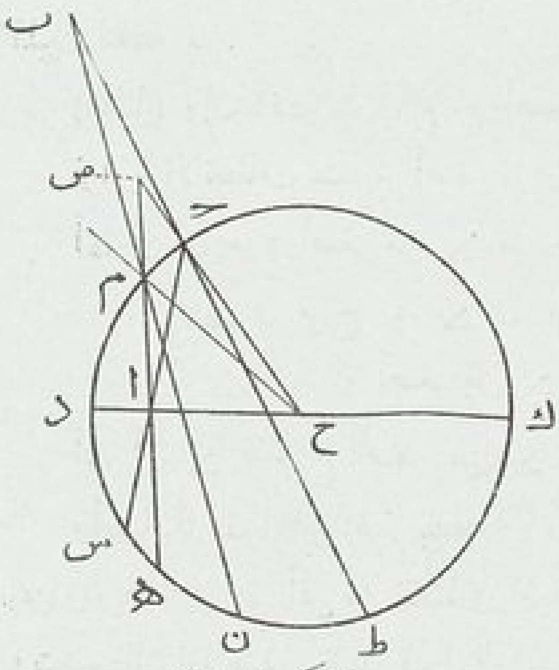
(ثانياً) لنفرض أن نقطة ب ليست على القطر المخرج . فنقطة ا المفروضة على القطر إما أن تكون عند المركز ح أو فيما بين ح ، د أو فيما بين ح ، ك أو خارج حدود السطح الكرى فيما يلى ك من ح إذا كان الوسط الألطف متصلا ممتداً فى هذه الجهة دون أن ينفصل أو ينقطع بالسطح الكرى .

فان كانت نقطة ا عند المركز ح فالواصل من ب إلى ح يكون عموداً على السطح ، فيرد الضوء من ب إلى ا على استقامة هذا العمود ولا ينعطف .

وإن كانت ا فيما بين ح ، د فلينعطف الشعاع ب ـ (شكل ١٨٩) من ـ إلى ا . ولنفرض أن الانعطاف من ب إلى ا ممكن من نقطة أخرى ، فهى حتما على محيط الدائرة .

ولتكن نقطة مثل م فى الوضع المبين (بشكل ١٨٩) بين نقطتى ـ ، د ، وهو الوضع الذى تخيره ابن الهيثم فعلا فى البرهان الوارد .

نخرج ب ـ حتى يلقى محيط الدائرة على ط ، ـ ا حتى يلقاه على س ، وكذلك ب م ، م ا حتى يلقياه على ن ، هـ على الترتيب . فنظراً لأن الانعطاف من الأغلظ فى الألطف فالمنعطف ينعطف حتما إلى ضد جهة العمود ، فالمستقيم ـ ط يقسم حتما زاوية ح ـ س . وكذلك المستقيم م ن يقسم حتما زاوية ح م هـ .



(شكل ١٨٩)

وتكون ∠ ط ـ ح هى المقابلة بالرأس لزاوية السقوط عند ـ ،

∠ ط حـ ا هى زاوية الانعطاف . وكذلك ∠ ن م ح هى المقابلة بالرأس لزاوية السقوط عند م ، ∠ ن م ا هى زاوية الانعطاف .

وابن الهيثم ينظر فى زاويتى ن م ح ، ط حـ ح . فهما إما أن تكونا متساويتين أو أن تكون الأولى أعظم أو تكون الأولى أصغر .

(أولا) فان كانتا متساويتين فزاويتا الانعطاف متساويتان .

∴ ∠ ن م ا = ∠ ط حـ ا .

فتكون ∠ ا م ب = ∠ ا حـ ب .

وهذا خلف .

(ثانيا) وإن كانت ∠ ن م ح أعظم من ∠ ط حـ ح،

فزاوية الانعطاف عند م أعظم من زاوية الانعطاف عند حـ .

فتممة الأولى من قائمتين أصغر من متممة الثانية من قائمتين .

∴ ∠ ا م ب أصغر من ∠ ا حـ ب . وهذا خلف أيضاً فى الوضع المبين لنقطة م .

(ثالثا) وإن كانت ∠ ن م ح أصغر من ∠ ط حـ ح ،

فزاوية الانعطاف عند م أصغر من زاوية الانعطاف عند حـ .

أى ∠ ن م ا أصغر من ∠ ط حـ ا .

∴ ∠ ن م ح + ∠ ن م ا

أصغر من ∠ ط حـ ح + ∠ ط حـ ا .

أى أن ∠ ا م ح أصغر من ∠ ا حـ ح .

وأيضاً كما يقول ابن الهيثم بلفظه [١] « ويكون نقصان زاوية ا م ن عن زاوية ا حـ ط أقل من نقصان زاوية ا م ح عن زاوية ا حـ ح » ويتضح ذلك إذا طبقت قاعدة قبول العكس مع الحكم الثانى من أحكام الكم فى الانعطاف[٢]، حيث يراعى الحكم الثانى حال الانعطاف من الألطف إلى الأغلظ .

---

(١) و (٨٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) أنظر أيضا فقرة (٢٠١) من هذا الكتاب .

إذن ∠ ا حـ ح − ∠ ا م ح

أعظم من ∠ ا حـ ط − ∠ ا م ن .

فاذا رمزنا لنقطة التقاء ا م ، ح حـ بالحرف ص فزاوية ص فى المثلثين م ص ح ، حـ ص ا مشتركة .

∴ ∠ ا حـ ح − ∠ ا م ح = ∠ م ا حـ − ∠ م ح حـ .

ولكن ∠ م ا حـ تساوى المحيطية التى توترها قوس هى مجموع قوسى م حـ ، س هـ .

، ∠ م ح حـ تساوى المحيطية التى توترها قوس تساوى ضعف قوس م حـ

∴ ∠ م ا حـ − ∠ م ح حـ تساوى المحيطية التى توترها

قوس س هـ − قوس م حـ .

وهى أصغر حتما من الزاوية التى توترها

قوس س هـ + قوس م حـ .

∴ ∠ ا حـ ح − ∠ ا م ح أصغر من ∠ م ا حـ .

ولكن ∠ ا حـ ط − ∠ ا م ن أصغر من

∠ ا حـ ح − ∠ ا م ح

∴ ∠ ا حـ ط − ∠ ا م ن أصغر من ∠ م ا حـ .

إذن زيادة متممة ∠ ا م ن من قائمتين على متممة ∠ ا حـ ط من قائمتين ، أصغر من ∠ م ا حـ

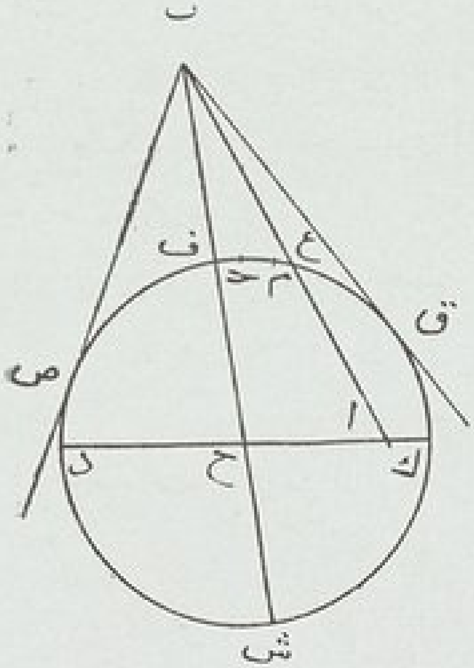
∴ ∠ ا م ب − ∠ ا حـ ب أصغر من ∠ م ا حـ .

وهذا خلف لأن الفرق بينهما يساوى

∠ م ا حـ + ∠ م ب حـ .

بهذه الكيفية يثبت ابن الهيثم أنه من المحال أن ينعطف الضوء الوارد من ب إلى نقطة ا الواقعة بين ح ، د من أكثر من نقطة انعطاف واحدة . ولكنه أجمل فى البرهان أموراً إذا هو كان قد فصلها لأغناه التفصيل عن متابعة أحوال مواضع نقطة ا المختلفة المذكورة فيما سبق ، وفيما تناوله من الأحوال الأخرى ، وتكرار العناصر الأساسية فى البرهان الهندسى المذكور

فأياً كان موضع كل من نقطتى ا ، ب فالواصل بين ا ، ب يلق المحيط على نقطة ولتكن ع (شكل ١٩٠) والواصل بين ب والمركز يلقاه على نقطة ولتكن ف ، وإذا أخرج لقى المحيط على نقطة أخرى ولتكن ش . فان كانت نقطة ب النقطة المضيئة وأخرج من ب المستقيمين ب ق ، ب ص مماسين للدائرة على ق ، ص ، فالضوء الوارد من ب لا ينعطف إلا من القوس ق ف ص المحصورة بين نقطتى التماس . فان كانت نقطة ا كما هو مبين بالشكل ، فانعطاف ضوء ب إلى ا لا يتأتى من نقطة ف لأن الشعاع الوارد على استقامة ب ف ينفذ من غير انعطاف . ولا يتأتى أيضاً من أية



(شكل ١٩٠)

نقطة من قوس ف ص وإلا كان الشعاع الساقط والشعاع المنعطف كلاهما من العمود فى جانب واحد . كذلك لا يتأتى انعطاف ضوء ب إلى ا من نقطة ع ، وإلا بطل الانعطاف مع أن لزاوية السقوط قدراً معيناً يوجب الانعطاف . وإن كانت ب فى الوسط الأغلظ فليس الانعطاف يتأتى أيضاً من أية نقطة من قوس ع ق وإلا لكان الانعطاف إلى جهة العمود .

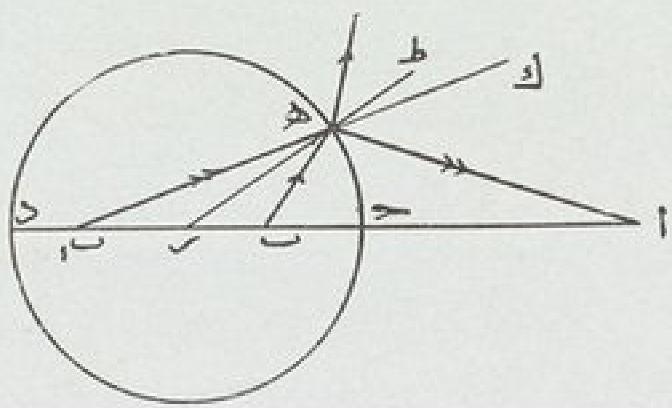
ومن هذا يتضح أن انعطاف ضوء ب إلى ا لا يتأتى إذا كانت ب فى الوسط الأغلظ إلا من قوس ع ف . فإذا فرضنا أن ضوء ب ينعطف إلى ا من نقطة مثل ح على قوس ع ف ، ثم فرضنا بعد ذلك أنه يجوز أيضاً من نقطة أخرى على هذه القوس مثل نقطة م سواء كانت فيما بين ح ، ف أو فيما بين ح ، ع ، يتبين بمثل هذا البرهان الذى ذكره ابن الهيثم أن هذا الفرض الثانى يؤدى إلى خلف فهو محال . ويكون البرهان بعد هذا التفصيل عاماً ينطبق أياً كان موضع نقطة ا ، ويشمل الحالتين اللتين أوردهما ابن الهيثم

بعد البرهان الذى ذكرناه وهما الحالة التى تكون فيها نقطة ا بين ح ، ك ، والحالة التى تكون فيها على امتداد ح ك .

٢١٧ — الانعطاف من الأغلظ إلى الألطف إذا كان تقعر السطح مما يلى مصدر الضوء

تناول ابن الهيثم فى هذا القسم من بحوثه بيان كيفية انعطاف الأشعة الواردة من نقطة مضيئة فى وسط مشف أغلظ عند نفوذها إلى وسط مشف ألطف إذا كان السطح الفاصل بين الوسطين كرياً تقعره يلى النقطة المضيئة . وهو فى هذا القسم من بحوثه أيضاً يرمى إلى إثبات أن الانعطاف لا يمكن أن يكون من أكثر من نقطة واحدة .

فليكن مركز كرة السطح نقطة م (شكل ١٩١) والوسط الألطف مما



(شكل ١٩١)

يلى محدب السطح . ولنأخذ نقطة ما ولتكن ا فى الوسط الألطف ، ولنخرج القطر المار بهذه النقطة ، وليلق السطح الكرى على النقطتين ح ، د ، ولتكن نقطة ب النقطة المضيئة فى الوسط الأغلظ . فكما تبين فى الحالة السابقة يكون المستوى الذى يشمل القطر المخرج ونقطة ب أياً كان موضعها هو مستوى الانعطاف وهو يلقى كرة السطح على دائرة ولتكن هى المبينة بالشكل .

وابن الهيثم فى هذا القسم من بحوثه أيضاً يفصل الحالات المختلفة بحسب مواضع نقطة ب .

فاذا فرضنا (أولا) أن النقطة المضيئة ب (شكل ١٩١) على القطر المخرج .

فهى قد تكون عند المركز ر ، وفى هذه الحالة كل شعاع يخرج منها إلى سطح الكرة ينفذ على استقامته من غير انعطاف .

وقد تكون فيما بين ح و ر وفى هذه الحالة من المحال أن ينعطف الضوء الوارد من ب إلى ا من أية نقطة من محيط الدائرة بل ينفذ من ب إلى ا على استقامة ب ا .

ولاثبات هذا يفرض ابن الهيثم أن ب تنعطف من نقطة مثل ه ويصل ر ه ويخرجه إلى ط . فالشعاع ب ه عند انعطافه فى الوسط الألطف ينعطف إلى ضد جهة العمود ر ه ط فلا يصل إلى نقطة ا .

وأيضاً قد تكون النقطة المضيئة فيما بين ر و د ،

ولتكن النقطة فى هذه الحالة ب١ . فمن المحال أيضاً أن ينعطف الضوء الوارد منهامن أية نقطةمن محيط الدائرة بل ينفذ من ب١ إلى ا على استقامة .
ولاثبات هذا يفرض أن ب١ تنعطف من نقطة مثل ه ، ويصل ب١ ه ويخرجه إلى ك . فالشعاع ب١ ه عند انعطافه فى الوسط الألطف ينعطف إلى ضد جهة العمود ر ه ط . فليقطع فرضاً امتداد د ح من جهة ح على نقطة ا ،

فتكون ∠ ك ه ا هى زاوية انعطافه .

ولكن ∠ ك ه ا خارجة فى المثلث ه ب١ ا فهى أعظم من ∠ ه ب١ ر . وبما أن ب١ تقع بين ر و د فرضا ، فان ر ب١ أصغر من ر ه ، وإذن فى المثلث ه ب١ ر تكون

∠ ه ب١ ر أعظم من ∠ ب١ ه ر .

فتكون ∠ ك ه ا أعظم من ∠ ب١ ه ر .

أى إن زاوية الانعطاف فى الوسط الالطف أعظم من زاوية السقوط فى الوسط الأغلظ . أو بتعبير آخر تكون زاوية الانكسار فى الألطف وهى زاوية ط ه ا أعظم من ضعف زاوية السقوط فى الأغلظ وهى ب١ ه ر .

وابن الهيثم يعتبر هذه النتيجة خلفاً وذلك وفقاً لحكمه السادس من أحكام الكم فى الانعطاف . وهو يقول بلفظه « فتكون زاوية ك ه ا هى زاوية

الانعطاف وزاوية ك هـ ط هى الزاوية التى يحيط بها الخط الذى عليه امتدت الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطاف، فزاوية ك هـ ا أصغر من زاوية ك هـ ط »[1].

وإذن يكون من المحال أن تنعطف نقطة ب من أية نقطة من محيط الدائرة إلى نقطة ا .

ويلاحظ فى هذا، أن برهان ابن الهيثم وقد انبنى على الحكم السادس قد بطلت عنه صفة البرهان العام . فهو لا ينطبق إلا فى الأحوال التى يصح فيها ذلك الحكم .

فان راعينا الأجسام التى عنى ابن الهيثم بالاعتبار بها وجدنا البرهان يصح فيما يختص بالانعطاف من جسم كرة من الماء إلى الهواء، ومن جسم كرة من الزجاج إلى الماء وذلك بلا قيد ولا شرط يتعلقان بقدر زاوية السقوط فى الوسط الغليظ. أما فيما يختص بالانعطاف من جسم كرة من الزجاج إلى الهواء فثمة شرط يشترط فى قدر زاوية السقوط فى جسم الزجاج وهو ألا يتجاوز قدرها المقدار

$$\text{جتا}^{-1}\ (\tfrac{1}{2}\ \text{م}) = 41{,}4^\circ \ \text{بالتقريب ، حيث م} = \tfrac{3}{2}\ .$$

فكأن برهان ابن الهيثم المذكور يصح إذا كانت زاوية السقوط فى جسم كرة الزجاج أصغر من هذا المقدار . ومن الانصاف القول بأن تجاوز زاوية السقوط فى كرة من الزجاج هذه القيمة لا يتأتى إلا إذا كانت النقطة المبصرة ب قريبة جدا من نقطة د ، وتكون نقطة هـ فى هذه الحالة قريبة من نقطة التقاء العمود المقام من المركز على القطر حـ د بمحيط الدائرة، وتكون زاوية الانكسار فى هذه الحالة قريبة جداً من القائمة فيكاد يكون الشعاع المنعطف فى الهواء موازياً للقطر د حـ، وهو وإن لقيه فانما يلقاه من جهة ا على نقطة بعيدة جداً من القطب حـ[2].

---

(١) و (٨٠) من مخطوط المقالة الخامسة من المناظر .

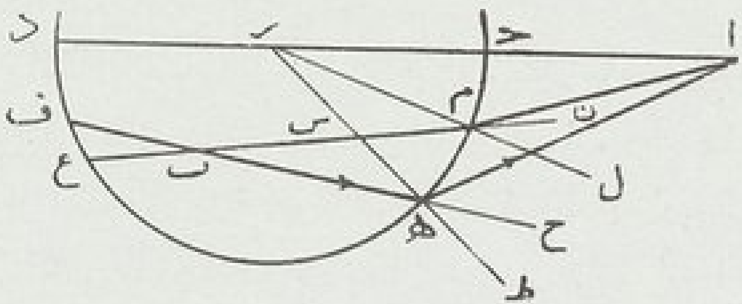
(٢) إذا فرضنا أن نقطه ب، عند د وكانت زاوية السقوط ٤١,٤° فزاوية الانكسار فى هذه الحالة ضعف هذه القيمة ومن السهل إثبات أن المنعطف فى الهواء يكون موازيا للقطر د حـ فلا يلقاه . ومن المعلوم أن الزاوية الحرجة فى الزجاج ٤١,٨° بالتقريب وإذا بلغت زاوية السقوط فى الزجاج هذه القيمة خرج المنعطف فى الهواء على المماس واحاط مع القطر بزاوية قدرها ٦٠,٤° بالتقريب ولايخفى أن الحالة الحرجة نفسها لايعتد بها عمليا . إذن التغير =

وبرهان ابن الهيثم وإن لم يكن برهاناً عاما يصح على جميع الاجسام المشفة على الاطلاق فقد شاءت الظروف أو المصادفات أن يكون صحيحا بالنسبة إلى الاجسام المشفة المألوفة التى يعنى بها ومنها الزجاج فى الاحوال التى يعتد بها من الوجهة العملية .

* * *

(ثانيا) لنفرض أن النقطة المضيئة خارجة عن القطر المار بنقطة ا .

فلتكن النقطة المضيئة ب (شكل ١٩٢) والقطر المار بنقطة ا هو د حـ ا .



(شكل ١٩٢)

فمستوى الانعطاف هو المار بالقطر د حـ ونقطة ب ، وهو يقطع كرة السطح على دائرة . وبما أن الانعطاف من وسط أغلظ فى وسط ألطف فيكون المطلوب إثباته أن نقطة ب لا تنعطف إلى ا إلا من نقطة واحدة من محيط الدائرة .

وابن الهيثم لاثبات ذلك يطبق برهان الخلف .

فلنفرض أن هـ هى نقطة انعطاف ب إلى ا ولنفرض أن ب تنعطف إلى ا من نقطة أخرى ولتكن م كالمبين بالشكل .

من حالة الشعاع الذى يخرج موازيا للقطر إلى حالة الشعاع الذى يخرج ويصنع مع القطر زاوية ٦,٤° سريع يصحبه الانعكاس الكلى .

وأيضا إذا فرضنا أن نقط ب١ على بعد عشر نصف القطر مثلا من د فمن السهل بيان أن الزاوية هـ ب١ ر تساوى حا$^{-1}$ ($\frac{٩}{١٠}$ حا ٤١,٤) عندما تكون زاوية السقوط ٤١,٤° . وهذا المقدار يساوى ٤٧,٣° بالتقريب فيكون ميل المماس على القطر ١,٣° بالتقريب ويكون ميل المنعطف على المماس ٩٠ — ٨٢,٨ = ٧,٢° بالتقريب وإذن فان المنعطف لايلقى القطر من جهة ا . وأيضاً إذا كانت زاوية السقوط هى الزاوية الحرجة نفسها ونقطة ب١ على هذا الوضع فان ميل المماس على القطر يبلغ ٠,٤ من الدرجة بالتقريب .

نخرج ر هـ إلى ط ، ر م إلى ل ، ب م إلى ن .

فمن الواضح أن ∠ ب هـ ر هى زاوية سقوط ، ∠ ح هـ ا هى زاوية الانعطاف التى تقتضيها ، ∠ ب م ر تكون هى أيضا زاوية سقوط ، ∠ ن م ا زاوية الانعطاف التى تقتضيها .

، ∠ ب هـ ر = ∠ ح هـ ط ،

، ∠ ب م ر = ∠ ن م ل .

فابن الهيثم ينظر فى زاويتى ح هـ ط ، ن م ل فهما أما أن تكونا متساويتين أو تكون الأولى أصغر من الثانية أو تكون الأولى أعظم من الثانية .

فعلى الوجه الأول تكون زاويتا السقوط ب هـ ر ، ب م ر متساويتين وإذن تكون زاويتا الانعطاف متساويتين .

وإذن تكون ∠ ا هـ ب = ∠ ا م ب . وهذا خلف .

وعلى الوجه الثانى تكون زاوية السقوط عند هـ أصغر منها عند م فتكون زاوية الانعطاف ح هـ ا أصغر من زاوية الانعطاف ن م ا .

فتكون ∠ ا هـ ب أعظم من ∠ ا م ب . وهذا خلف أيضاً .

فلم يبق إلا الوجه الثالث وهو أن تكون ∠ ح هـ ط أعظم من ∠ ن م ل . ولنخرج هـ ب حتى يلقى محيط الدائرة على ف ، م ب حتى يلقاه على ع .

ولنرمز لتقاطع م ب ، ر هـ بالحرف س .

ففى المثلثين م س ر ، هـ س ب زاوية س فى الأول تساوى زاوية س فى الثانى (١) ،

، ∠ س هـ ب فى الثانى أعظم من ∠ س م ر فى الأول ، وذلك لأن ∠ ح هـ ط أعظم من ∠ ن م ل فرضاً .

∴ ∠ م ر هـ أعظم من ∠ م ب هـ .

(١) جعل ابن الهيثم فى هذا الشكل نقطة م فيما بين هـ ، حـ فى حين أنه فى الشكل النظير لهذا فى الحالة التى راعى فيها أن يكون تقعر السطح مما يلى نقطة ا جعل نقطة م فيما يلى هـ من حـ .

وبما أن ∠ ر ه ب + ∠ م ب ه = ∠ ر م ب + ∠ م ر ه

∴ ∠ ر ه ب − ∠ ر م ب = ∠ م ر ه − ∠ م ب ه .

ولكن ∠ م ب ه تساوى الزاوية المحيطية التى توترها قوسا م ه ، ع ف

، ∠ م ر ه تساوى الزاوية المحيطية التى توترها ضعف قوس م ه

∴ ∠ م ر ه − ∠ م ب ه تساوى الزاوية المحيطية التى توترها قوس تساوى ٢ م ه − (م ه + ع ف) = م ه − ع ف .

ومنه ينتج أن

∠ م ر ه − ∠ م ب ه أصغر حتما من ∠ م ب ه ،

∴ ∠ ر ه ب − ∠ ر م ب أصغر من ∠ م ب ه .

أى أن زيادة زاوية السقوط عند ه على زاوية السقوط عند م أصغر من زاوية م ب ه

وزيادة زاوية الانعطاف التى تقتضيها زاوية السقوط الأولى على زاوية الانعطاف التى تقتضيها زاوية السقوط الثانية هى وفقاً للحكم الثانى أقل من زيادة زاوية السقوط الأولى على زاوية السقوط الثانية .

إذن تكون ∠ ح ه ا − ∠ ن م ا أصغر من ∠ م ب ه ،

وإذن ∠ ا م ب − ∠ ا ه ب أصغر من ∠ م ب ه .

وهذا خلف لأن

∠ ا م ب − ∠ ا ه ب = ∠ م ب ه + ∠ م ا ه .

وبما أن ابن الهيثم يبنى البرهان على أساس حكمه الثانى من أحكام الكم فمما اتضح فى فقرة (١٩٨) وبما أن الانعطاف مفروض أنه من الوسط الأغلظ فى الوسط الألطف يتبين أن الخلف المذكور لا يقع إلا إذا كانت زاوية السقوط فى الوسط الأغلظ أقل من

$$\text{حا}^{-١}\sqrt{\tfrac{١}{٣}\,(٤\,\text{م}^{٢}-١)}$$

أو إن أردنا التعميم فان برهان ابن الهيثم لا ينطبق إلا إذا كانت زاوية السقوط صغيرة نسبيا .

٢١٨ – الانعطاف من الألطف الى الأغلظ عند السطوح الكرية

وابن الهيثم يستنبط من نتيجة بحثيه السابقين ما يحدث إذا كان الانعطاف من الوسط الالطف فى الوسط الأغلظ . فاذا فرض أن انعطاف الضوء الوارد من ب فى الأغلظ إلى ا فى الألطف لا يكون إلا من نقطة واحدة فقاعدة قبول العكس تلزم أن يكون انعطاف الضوء الوارد من ا فى الألطف إلى ب فى الأغلظ لا يكون إلا من نقطة واحدة أيضاً ، وإلا إذا جاز أن يكون من نقطة أخرى فوفقاً لقاعدة قبول العكس جاز أن يكون انعطافه من ب فى الأغلظ إلى ا فى الألطف ممكناً أيضاً من هذه النقطة الأخرى (١) .

ويتبين مما سبق أن برهان ابن الهيثم على عدم امكان انعطاف الضوء الوارد من ب فى الاغلظ إلى ا فى الألطف فى الحالة التى يكون فيها تحدب السطح مما يلى مصدر الضوء اى يكون الضوء فيها ساقطا على السطح المحدب لا يتضمن من أحكام ابن الهيثم فى الانعطاف شيئا مما لم يسلم ابن الهيثم من الخطأ فيه . أما برهانه على عدم إمكان انعطاف الضوء الوارد من ب فى الأغلظ إلى ا فى الألطف إذا كان الضوء ساقطا على السطح المقعر فليس الأمر فيه كذلك . وخطأه فيه يترتب عليه خطأ فى الحكم الذى ينبنى عليه .

ومما يلاحظ فى هذا الصدد أنه يمكن بمثل برهان الخلف الذى أورده ابن الهيثم إثبات أن الضوء الوارد من نقطة فى وسط ألطف إلى نقطة فى وسط أغلظ إذا كان سقوطه على السطح الكرى المقعر لا ينعطف من أكثر من نقطة واحدة . فهذه القضية التى يمكن أيضا أن يتوصل اليها بتطبيق قاعدة قبول العكس على نتيجة بحثه عن الأنعطاف من الاغلظ فى الألطف إذا كان تحدب السطح يلى مصدر الضوء ، أى على نتيجة بحثه فى الحالة التى سلم فيها البرهان من الخطأ ، يمكن إثباتها ببرهان الخلف الذى أورده . فى حين أنه إذا طبق البرهان نفسه على الانعطاف من الألطف فى الأغلظ إذا كان سقوط الضوء

---

(١) و (٨٣) ، و (٨٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر ، وأيضا و (٩١) .

على السطح الكرى المحدب فانه لا يلزم وقوع الخلف .

ومن المرجح جداً أن ابن الهيثم نفسه قد أدرك أن فى الأمر التباسا . فقد عودنا فى بحوثه على أن نجده يطبق البرهان الذى يورده فى أمر ما على جميع الأحوال الممكنة ، ولكنه فى هذا الصدد طبق البرهان الذى أوردناه على الانعطاف من الأغلظ فى الألطف واجتنبه فى حالة الانعطاف من الالطف فى الأغلظ مستعينا بقاعدة قبول العكس .

و قد تناول ابن الهيثم فى كتاب المناظر نفسه بحثاً عن الانعطاف من الاغلظ فى الألطف فى حالة يكون فيها الضوء ساقطا على السطح الكرى المقعر ، خرج منه بنتيجة تتعارض وقوله باستحالة الانعطاف من أكثر من نقطة واحدة (١) . وهو فى بحثه هذا اعتبر الوسط الأغلظ متصلا من الجهة المقابلة للسطح الذى يسقط عليه ضوء النقطة المضيئة ، بحيث يتسنى أن يكون بعدها عن قطب القطعة التى يحدث عندها الانعطاف أعظم من قطر الكرة ، فلعله أراد أن يكون حكمه باستحالة الانعطاف من الأغلظ إلى الألطف عند السطح الكرى المقعر من أكثر من نقطة واحدة ، منصباً على الحالة التى تكون فيها النقطة المضيئة فى داخل كرة من الوسط الأغلظ ، ولكن هذا أيضاً لا يستقيم على تصاريف الأحوال .

وكذلك فان مقالته فى الكرة المحرقة تتضمن بحوثا عن انعطاف الاشعة المتوازية عند نفوذها فى كرة من الزجاج تشير هى أيضا إلى ما ينقض الحكم المذكور . ولكنا لم نجدله فيما وقع بين أيدينا عودة إلى بحث هذا الموضوع على ضوء بحوثه التالية بحثا يصحح فيها موقفه السابق . (٢)

(١) أنظر فقرة (٢٢٠) من هذا الكتاب .

(٢) لا يخفى أن البحوث العلميــة متماسكة متشابكة كثيراً ما يؤدى التالى منها الى أعادة النظر فى أمور قد سبق بحثها والبت فيها برأى . وان كنا لا نجد لابن الهيثم عودة الى بحث هذا الموضوع فليس ذلك يدل على أنه لم يعد الى بحثه ، خصوصا اذا تذكرنا الظروف التى كان يعمل فيها هو وأمثاله فى العصور السابقة من حيث مشقة النسخ وضيق الدائرة التى كانت تنتشر فيها كتبهم ومخطوطاتهم ثم ضياع كثير منها من بعد ذلك . وقد سبق أن أشرنا الى مؤلف له فى المناظر سابق لكتابه حذر القارئ من الاعتماد عليه وأيضا إلى كتب أخرى له تناول فيها موضوعات من هذا العلم .

٢١٩ – المعانى التى يستنبطها ابن الهيثم من بحوثه المذكورة ووجه الخطأ فيها

وابن الهيثم يستنبط من بحوثه المذكورة نتائج مختلفة . فاذا ثبت أن نقطة الانعطاف عند نفوذ الضوء الوارد من نقطة ب فى وسط إلى نقطة ا فى وسط يختلف شفيفه عن شفيف الأول ، نقطة واحدة ، فليس ينعطف من النقطة المبصرة فى وسط مشف إلى مركز البصر فى وسط مشف آخر إلا شعاع واحد فلا يدرك البصر للنقطة المبصرة إلا خيالا واحداً . وهذه النتيجة بحسب مايتبين مما سبق وبحسب ماسيتبين أيضاً فيما بعد ليست صحيحة على الاطلاق . ومصدر الخطأ فيها أن برهان ابن الهيثم على أن الضوء الوارد من النقطة المبصرة فى الوسط الأغلظ إلى نقطة فى الوسط الألطف إذا كان تقعر السطح الكرى مما يلى مصدر الضوء ينعطف من نقطة واحدة ، ليس برهانا سليما لخطأ حكم الانعطاف الذى انبنى عليه البرهان . وابن الهيثم يذكر النتيجة التى يستنبطها من برهانه المذكور قائلا بلفظه « فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا من نقطة غير نقطة ه (انظر شكل ١٩٢) وذلك ما أردنا أن نبيّن . وإذا كانت صورة نقطة ب ليس تنعطف إلى بصر ا إلا من نقطة واحدة فليس يكون لها إلا خيال واحد » (١)

وقد علق الفارسى فى كتابه التنقيح على هذا القول وقال « العيان يخالف هذه الدعوى » وبين بالاعتبار كيف يمكن رؤية خيالين لمبصر موجود فى كرة من الزجاج . (٢)

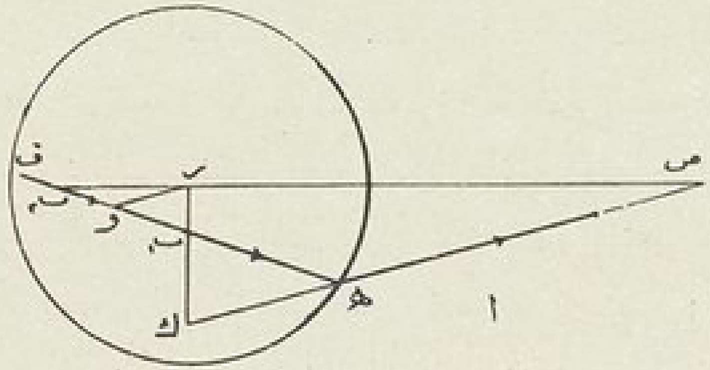
---

(١) و (٨٢) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) الجزء الثانى من النسخة المطبوعة ص (١٧٢) . ويتلخص اعتبار الفارسى فى أن يؤتى بقطعة صغيرة من الورق الأبيض ويرسم على سطحها نقطة مقتدرة الحجم بلون مشرق ، ثم تلصق الورقة بكرة من الزجاج . فاذا نظر إلى النقطة « من وسط القطعة المقابلة » حيث يكون البصر على امتداد الواصل من النقطة إلى مركز الكرة أدرك البصر تلك النقطة . ثم يقول « فاذا أدركها حرك (أى المعتبر) الكرة عنه أو يسرة أو علواً أو سفلا برفق فيرى النقطة متحركة بحسب ذلك إلى طرف القطعة . فاذا قاربت الطرف ظهرت من نهاية الطرف صورة لتلك النقطة ثانية . وبحسب تلك الحركة تتباعد عن الطرف إلى الأولى فيتقاربان إلى أن يلتقيا ثم =

وأيضاً ابن الهيثم يرى أن نقطة التقاء الشعاع المنعطف بالعمود الخارج من النقطة المبصرة على السطح هى موضع الخيال . وخطأ تعميم هذا الرأى دون قيد أو شرط يجره إلى اخطاء أخرى . فهو يراعى المواضع المختلفة التى يلقى فيها المنعطف إلى البصر العمود الخارج من النقطة المبصرة قائما على السطح ، وينسب إلى اختلاف هذه المواضع بالنسبة إلى مركز البصر معانى طبيعية شبيهة بالمعانى الطبيعية النظيرة لها فى الانعكاس عن السطوح المنحنية .

ولبيان هذا[1] نفرض أن الشعاع ف هـ (شكل ١٩٣) ينعطف من هـ إلى ا ، وليكن ا مركز البصر ، م مركز الكرة .



(شكل ١٩٣)

ولنخرج من المركز م المستقيم م و موازياً ا هـ وليلق ف هـ على و . فان كانت النقطة المبصرة ب، فيما بين هـ ، و فان امتداد ا هـ يلقى الواصل منها إلى المركز (وهو العمود على السطح) على نقطة ك قدام مركز البصر . وهذه النقطة بحسب رأى ابن الهيثم هى خيال النقطة المبصرة . ويرى ابن الهيثم أن البصر يدرك النقطة المبصرة فى هذه الحالة ادراكا بيناً محققاً لأن الخيال أمام البصر .

أما إذا كانت النقطة المبصرة عند و فالمنعطف لا يلقى العمود م و

= ينمحقا . وكذلك لو فصل من الكرة قطعة صغيرة جداً بسطح مستو ثم ألصقت الجزازة (أى قطعة الورق) بقاعدة القطعة العظيمة وتجعل النقطة المرسومة قريبة جداً من طرف قاعدة القطعة فانه يجد الأمر كذلك . والأبين فى الاعتبار أن ترسم النقطة على نفس الكرة والقاعدة » .

(١) و (٨٢) ، و(٨٣) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

لأنهما متوازيان . ويفسر ابن الهيثم هنا بأن الخيال لا يكون محدوداً ، ويذهب إلى أن البصر يدركه عند موضع الانعطاف .

أما إذا كانت النقطة المبصرة مثل ب٢ بحيث يلتقى امتداد ب٢ ر امتداد هـ ا على نقطة مثل ص تكون من وراء نقطة ا فابن الهيثم يذهب إلى مثل مذهبه فى الانعكاس ويرى أن البصر يدرك المبصر قدامه ولكن الادراك يكون مشتبهاً غير بيّن ولا محقق .

إلا أن هذه المعانى كنظائرها فى الانعكاس ليست صحيحة أوهى لا تتفق والواقع من الناحية الطبيعية . والسبب فى الحالتين واحد . فابن الهيثم يعتبر موضع الخيال على العمود الواقع من النقطة المبصرة على السطح عند نقطة التقاء المنعكس إلى البصر أو المنعطف اليه بالعمود المذكور . وليس هذا صحيحاً إلا فى الانعكاس عند السطوح المستوية . أما فى الانعكاس عن غيرها من السطوح أو فى الانعطاف ، سواء عند السطوح المستوية أو غير المستوية فلا يصح إلا إذا كانت نقاط السقوط قريبة جداً من مسقط العمود الخارج من مركز البصر قائماً على السطح ، وقد سبق بيان ذلك بما فيه الكفاية .

ومما يجدر ذكره فى هذا المقام الإشارة إلى خطأ آخر وقع فيه ابن الهيثم فى تعيين موضع خيال النقطة إذا كانت النقطة المبصرة على القطر المار بمركز البصر ، حيث يرد منها إلى مركز البصر ضوء على امتداد القطر ، ينفذ من أحد الوسطين إلى الآخر دون أن يعانى انعطافاً ما . فابن الهيثم لا يكتفى بأن يكون عدم الانعطاف معناه أن البصر يدرك النقطة على سمت هذا القطر ، بل يذهب فى تأويله إلى أن البصر يدرك النقطة فى موضعها الحقيقى على ما هو عليه فى الواقع ، فى حين أنها لا تدرك كذلك إلا إذا كانت عند مركز تكور السطح .

وقد أشرنا إلى غموض رأيه فى مثل هذا الأمر من قبل .

٢٢٠ – اصلاح ابن الهيثم بعض أخطائه واشارته فى المناظر الى ظاهرة الزيغ الكرى

راعى ابن الهيثم بوجه عام فى بحوثه التى بيناها فيما سبق عن انعطاف الضوء من الوسط الأغلظ فى الوسط الألطف إذا كان تقعر السطح مما يلى النقطة المضيئة ، أن تكون النقطة التى هى مصدر الضوء داخل كرة السطح يحيط بها سطح الكرة من جميع الجهات بحيث إذا أخرج مستوى الانعطاف ولقى السطح الكرى على محيط دائرة كانت النقطة المضيئة داخل محيط هذه الدائرة التى هى فصل الانعطاف .

ولكنه يتناول بعد تلك البحوث فى كتابه المناظر بحثاً لم يتقيد فيه بهذا الأمر[١] . بل فرض الوسط الأغلظ الموجود فيه النقطة المضيئة متصلا ممتداً من الجهة المقابلة للقطعة التى يقع عليها ضوء النقطة بحيث يمكن أن يبلغ بعد النقطة المضيئة عن القطعة التى يقع عليها ضوؤها أى قدر شئنا من العظم . وهو فى هذا البحث يكاد يصلح إصلاحاً جزئياً بعض الخطأ الذى وقع فيه ، فيما يتعلق بقوله بعدم إمكان الانعطاف من أكثر من نقطة . ومما يزيد فى قيمة هذا البحث الطريقة التى سلكها ابن الهيثم فى عرض الموضوع . فقد درس الموضوع فى حدود أحكام الانعطاف التى ذكرها ، وهى فى مجموعها لم تسلم من الأخطاء ، وهى فى مجموعها ايضاً ضيقة مقيَّدة للبحث ، ولكنه استطاع أن يُضمن أقواله معانى جديرة بالذكر وكاد يلمس فيها ظاهرة عظيمة الخطورة هى ظاهرة الزيغ فى الانعطاف عند السطوح الكرية .

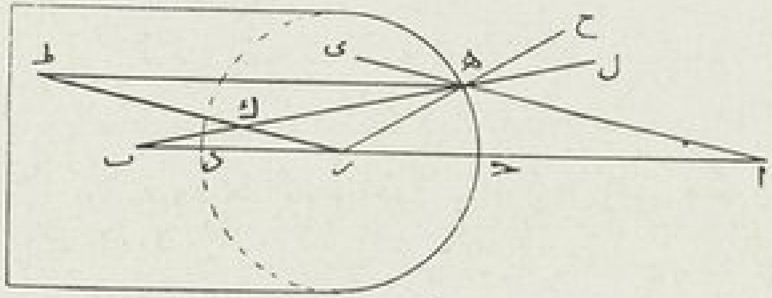
وابن الهيثم وإن كان حقاً يعرض هذه الظاهرة فى كتابه المناظر على صورة مبتورة يعوزها الايضاح ، فقد توسع كما سنبين فيما بعد فى دراسة ناحيـة منها توسعاً جديراً بالتقدير والاعجاب .

فلنفرض جسما مشفاً أحد جوانبه سطح كرى محدب مركزه نقطة ر

---

(١) و (٨٤) — و (٨٦) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(شكل ١٩٤) وليكن الجسم ممتداً من الجانب الآخر . وليكن منتصف سطحه المحدب نقطة حـ ولنخرج الواصل من حـ إلى م من جهتيه فهو المحور فى اصطلاحنا الحديث . وليكن مستوى الشكل مقطع الجسم المشف بمستوى مار



(شكل ١٩٤)

بهذا المحور ولنتم دائرة القوس التى يلقى عليها هذا المستوى السطح الكرى المحدب وليلق محيطها المحور على نقطة د .

فابن الهيثم فى بحثه يفرض نقطة على هذه القوس ولتكن هـ ويخرج منها هـ ط موازيا للمحور ويصل م هـ ويمده إلى ح . ويقول بلفظه « ولتكن نسبة زاوية م هـ ك (شكل ١٩٤) إلى ضعف زاوية ك هـ ط أعظم نسبة تكون للزاوية التى يحيط بها الخط الذى يمتد عليه الضوء والعمود ، إلى زاوية الانعطاف التى توجبها تلك الزاوية بالقياس إلى الحس[1] » ويعقب على ذلك بشرح موجز فيقول « وذلك أن كل جسمين مشفين مختلفى الشفيف فان زوايا الانعطاف التى تحدث بينهما للضوء النافذ فيهما تختلف . ويكون لاختلافهما (كذا) بالقياس إلى الحس غاية إذا تجاوزها لم يدرك الحس مقدار الانعطاف . أعنى أنه يدرك الحس مركز الضوء النافذ فى الجسمين كأنه على استقامة الخط الذى امتد عليه الضوء ، أعنى عند اعتباره بالآلة . » ولكنه لا يزيد الأمر بعد ذلك تفصيلا أو توضيحاً .

والمعنى الذى يريده ابن الهيثم يظهر أول وهلة مبهما . ولكن ينكشف

(١) و (٨٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

الابهام مع قليل من الامعان . فهو فى حكمه الثالث من أحكام الكم يقرر أن نسبة زاوية الانعطاف إلى زاوية السقوط تزداد كلما كبرت زاوية السقوط . وإذن وفقا لهذا الحكم فان نسبة زاوية السقوط إلى زاوية الانعطاف تزداد كلما صغرت زاوية السقوط . فهى أعظم ما يمكن إذا كادت زاوية السقوط أن تؤول إلى العدم . ولكن كيف السبيل إلى تعيين أعظم قيمة تبلغها هذه النسبة والحس لا يدرك الانعطاف ولا يستطيع قياسه عملياً بوساطة جهاز الانعطاف إذا بلغت زاوية السقوط من الصغر حداً كبيراً ؟ ابن الهيثم نفسه يشير إلى السبيل . فلكى يمكن تعيين هذه النسبة يجب أن يكون الاعتبار بزوايا سقوط ولو أنها صغيرة إلا أنها لا تبلغ من الصغر حداً يخفى الانعطاف نفسه عن الحس .

ويقول «ونجعل زاوية د ى ط مثل زاوية ط ه ك . فتكون زاوية ى ك ه ضعف زاوية ك ه ط فتكون نسبة زاوية ى ه ك إلى زاوية ى ك ه هى أعظم نسبة تكون بين الزاوية التى يحيط بها الخط الأول (أى الشعاع الساقط) والعمود وبين زاوية الانعطاف . وخط (ه ك)[١] يلقى خط ا د فليلقه على نقطة ب . ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ى ط فهو يلقى خط د ح خارج الدائرة مما يلى نقطة ح فليلقه على نقطة ا .

ونخرج ب ه إلى ل فتكون زاوية ل ه ا مساوية لزاوية ى ك ه . وزاوية ل ه ح مساوية لزاوية ى ه ك . فتكون زاوية ل ه ا هى زاوية الانعطاف التى توجبها زاوية ل ه ح .

فاذا كانت نقطة ب فى مبصر من المبصرات وكان الجسم المشف الذى محدبه يلى نقطة ا متصلا ملتئما من نقطة ه إلى نقطة ب وغير منفصل عند محيط دائرة ح ه د مما يلى نقطة ب ، فان صورة نقطة ب تمتد على خط ب ه ، وتنعطف على خط ه ا ، ويدركها بصر ا من سمت خط ا ه» . وفحوى هذا أن يخرج من نقطة ه المفروضة المستقيم ه ط موازيا

---

(١) الوارد فى المخطوط (ه ح) وهو تحريف .

للمحور ويرسم ه ب بحيث تنقسم زاوية ر ه ط قسمين هما ر ه ب ،
ب ه ط بحيث تكون نسبة

∠ ر ه ب
―――――
٢ ∠ ب ه ط

أعظم نسبة تكون لزاوية السقوط إلى زاوية الانعطاف التى تقتضيها .
ثم نخرج من ر المستقيم ر ط قاطعا ه ط على ط بحيث تكون
∠ ب ر ط = ∠ ب ه ط .

فان أخرجنا من ه المستقيم ه ا موازيا ط ر قاطعا المحور على نقطة ا ، فان الشعاع الممتد من ب إلى ه ينعطف عند ه على استقامة ه ا .

وبرهانه على ذلك هو مجرد اثبات أن نسبة

∠ ب ه ر
―――――
∠ ل ه ا

تساوى أعظم نسبة تكون لزاوية سقوط إلى زاوية الانعطاف التى تقتضيها

وواضح أنه ينقصه أن يشترط فيه أن تكون زاوية السقوط ب ه ر صغيرة جدا بحيث يمكن أن نعد نسبتها إلى زاوية الانعطاف أعظم ما تكون تلك النسبة للوسطين المفروضين .

وإن لم يكن ابن الهيثم فى البرهان الذى أورده قد ذكر هذا الفرض صراحة فأقواله التى بينا معانيها آنفا تبرر لنا أن نفرضه . فالبرهان على أن الشعاع ب ه ينعطف عند ه مارا بنقطة ا لا يستقيم إلا بالشرط المذكور وإلا فغاية ما يؤديه البرهان أن تكون زاوية انعطاف الشعاع الوارد من ب إلى ه عندخروجه إلى الوسط الثانى أعظم من زاوية ل ه ا حتى تكون نسبة زاوية سقوطه (وهى ب ه ر) إلى زاوية انعطافه أصغر من نسبة زاوية ب ه ر إلى زاوية ل ه ا . وإذن فهو ينعطف ملاقيا المحور على نقطة ليست هى نقطة ا بالذات وإنما هى نقطة أخرى تقع بين ح ، ا . وعلى كلا الوجهين فان الشعاع ب ه ينعطف عند ه ملاقياً المحور على نقطة .

فان ذهبنا إلى أنها نقطة ا بالذات كما يريد ابن الهيثم بحسب نص قوله تطلب ذلك أن تكون زاوية السقوط ب ه م صغيرة جدا تكاد تؤول إلى العدم . وإذن تكون نقطة ه قريبة جدا من نقطة حـ التى هى القطب فى اصطلاحنا الحديث .

بهذه الكيفية يبين ابن الهيثم أن الشعاع ب ه ينعطف عند ه على استقامة ه ا ماراً بنقطة ا .

ويلى هذا البيان قوله « وتكون زاوية ل ه ح ونظائرها تنقسم بنسب كثيرة من النسب التى بين زوايا الانعطاف والزوايا التى تحيط بها الأعمدة والخطوط الأول ، التى تحدث بين الجسمين المشفين . فيكون على خط د ب نقط كثيرة تمتد صورها (أى أضواؤها) إلى قوس حـ ه ، وتنعطف إلى نقطة ا [1] » وهو يكتفى فى المناظر بذكر هذه الأقوال دون أن يزيدها توضيحاً أو تفصيلا . ولكنها صريحة فى الافادة بأنه إذا كان الشعاع ب ه ينعطف من نقطة مثل ه على قوس حـ ه ماراً بنقطة ا ، فهناك نقاط على المحور أدنى إلى قوس حـ ه من نقطة ب ، تنعطف الأشعة الواردة منها من قوس حـ ه بحيث تمر بعد انعطافها بنقطة ا أيضاً . فان استرسلنا قليلا فى الشرح وطبقنا قاعدة قبول العكس ، واتخذنا ا نقطة مضيئة وكان الشعاع الساقط منها على استقامة ا ه ينعطف عند ه مارا بنقطة ب . فكان ابن الهيثم يريد القول بأن شعاعا آخر يرد من ا وينعطف من نقطة على قوس حـ ه لا يلقى المحور بعد انعطافه على نقطة ب وإنما يلقاه على نقطة أقرب إلى قوس حـ ه من نقطة ب نفسها . ولكن قول ابن الهيثم « تمتد صورها إلى قوس حـ ه » غامض مبهم لأنه ربما يكون قد أراد أن يكون الانعطاف من نقاط تقع على قوس حـ ه فيما بين نقطتى حـ ، ه ، وخصوصاً سنرى فيما بعد أنه قد تناول فى موضع آخر من كتاب المناظر بحثاً عن إدراك صورة للبصر بالانعطاف خلال كرة مشفة أغلظ من الهواء بناه على نتيجة بحثه [2] هنا ، وقد ورد الشكل الملحق به على ما يتفق وهذا المعنى .

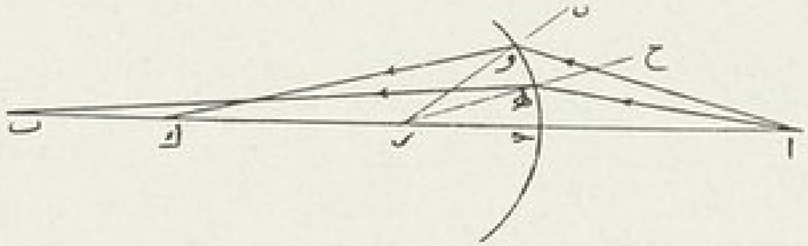
---

(١) و (٨٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) أنظر فقرة (٢٢٦) من هذا الكتاب .

ولكن على الرغم من ذلك فانه إن تعينت نقطتا ا ، ب وفقا للفروض الهندسية التى ذكرناها بحيث ينعطف الشعاع ب هـ على استقامة هـ ا فان نقطة هـ تكون قريبة جداً من نقطة حـ ، فان روعى بعد ذلك انعطاف شعاع آخر سواء كان وارداً إلى نقطة ا أو وارداً من نقطة ا ، إن روعى انعطافه من نقطة أخرى غير نقطة هـ فالسياق يدل على أن المقصود أن تكون نقطة انعطافه فيما يلى هـ من حـ ، لا أن تكون فيما بين حـ ، هـ .

فاذا كان الأمر كذلك وفرضنا أن الشعاع الساقط من نقطة ا على امتداد ا هـ (شكل ١٩٥) ينعطف من نقطة هـ (القريبة جداً من القطب) على امتداد هـ ب بحيث يقطع المحور على ب ، فإن شعاعا آخر يرد من ا إلى نقطة



(شكل ١٩٥)

مثل و ، مما يلى هـ من حـ ، يقطع المحور بعد انعطافه من و على نقطة ليست هى نقطة ب ولكنها أدنى إلى القوس حـ هـ من ب نفسها ، وفى هذا تصحيح لموقفه فيما يتعلق بأن الانعطاف من نقطة مبصرة فى وسط أغلظ عند السطح الكرى المقعر لا يكون من أكثر من نقطة واحدة . وفيه فضلا عن ذلك معنى الزيغ الكرى فى الحالة التى تكون فيها الأشعة الضوئية صادرة من نقطة مضيئة . وسنرى فيما بعد أن ابن الهيثم قد عالج موضوع الزيغ الكرى فى حالة الأشعة المتوازية فى مقالته عن الكرة المحرقة .

ولا شك أن ابن الهيثم اكتفى فى هذا المقام بالاشارة والتلميح دون التفصيل والتوضيح . وهو فى نظرنا معذور لأن الوسائل التى بين يديه لا تمكنه من البرهان على المعنى الذى يريده .

ولبيان هذا بشىء من التفصيل لنفرض أن الشعاع ا و ينعطف عند و

قاطعاً المحور على نقطة ولتكن ك ثم نصل ر و ونخرجه إلى ى .

فى المثلث ا و ر

ا ر / ا و = جا ∠ ا و ر / جا ∠ و ر ا .

وفى المثلث ك و ر

ك و / ك ر = جا ∠ ك ر و / جا ∠ ك و ر .

وإذن يكون

ا ر / ا و . ك و / ك ر = جا ∠ ا و ر / جا ∠ و ر ا . جا ∠ ك ر و / جا ∠ ك و ر .

ولكن بما أن ∠ ك ر و وهى المتممة الزاوية و ر ا من قائمتين فجيباهما متساويان . وكذا فان جا ∠ ا و ر = جا ∠ ا و ى .

∴ ا ر / ا و . ك و / ك ر = جا ∠ ا و ى / جا ∠ ك و ر .

أى يساوى نسبة جيب زاوية السقوط عند و إلى جيب زاوية الانكسار عند و . وبحسب قانون « سنل » فان هذه النسبة ثابتة لكل وسطين . فان رمز لها بالحرف م

∴ ا ر / ا و . ك و / ك ر = م

= مقداراً ثابتاً أينما كانت نقطة الانعطاف و .

∴ $\overline{\text{ا ر}}^2$ / $\overline{\text{ا و}}^2$. $\overline{\text{ك و}}^2$ / $\overline{\text{ك ر}}^2$ يساوى مقداراً ثابتاً . . . (١)

وبالرمز لنصف القطر بالرمز نق يتضح من مثلث ك و ر أن

$\overline{\text{ك و}}^2$ = $\overline{\text{ك ر}}^2$ + نق² + ٢ نق ك ر جتا ∠ و ر ج .

$$\therefore \frac{\overline{\text{ك و}}^{\,٢}}{\overline{\text{ك م}}^{\,٢}} = ١ + \frac{\text{س}^{٢}}{\overline{\text{ك م}}^{\,٢}} + \frac{٢\,\text{س}}{\overline{\text{ك م}}}\ \text{جتا}\ \angle\,\text{و م ح}\ .$$

$$\therefore \frac{\overline{\text{ا م}}^{\,٢}}{\overline{\text{ا و}}^{\,٢}} \left(١ + \frac{\text{س}^{٢}}{\overline{\text{ك م}}^{\,٢}} + \frac{٢\,\text{س}}{\overline{\text{ك م}}}\ \text{جتا}\ \angle\,\text{و م ح} \right)$$

= مقداراً ثابتاً .

فاذا صغرت نسبة $\overline{\text{ا م}}^{\,٢}$ إلى $\overline{\text{ا و}}^{\,٢}$ زاد المقدار المحصور بين القوسين .

ومنه يتبين أنه كلما بعدت نقطة و عن القطب ح وزاد تبعاً لذلك البعد $\overline{\text{ا و}}$ ، كان حتما أن يقل البعد $\overline{\text{ك م}}$ تبعا لذلك . أى أن الشعاع المنعطف من النقطة الأكثر بعداً عن القطب ح يقطع المحور على نقطة أكثر قربا إلى المركز م (١) .

غير أن مثل هذا البرهان يقوم على قانون «سنل» أى قانون ثبوت نسبة جيبي زاويتى السقوط والانكسار . وابن الهيثم لم يتوصل إلى الكشف عن هذا القانون ، وغاية ما أدت اليه تجاربه فى الانعطاف وفقاً للحكم الثالث من أحكام الكم أنه إذا رمز لزاوية السقوط بالحرف ى ولزاوية الانعطاف بالحرف ف فان نسبة

$$\frac{\text{ف}}{\text{ى}}$$ تزداد تبعاً لزيادة ى .

وبالرمز لزاوية الانكسار بالحرف م فان ف = ى − م ، عند الانعطاف من الألطف فى الأغلظ .

---

(١) اقتصرنا هنا على ما يتفق والفروض الهندسية التى اتخذها ابن الهيثم . وإلا فلو كانت الأشعة الساقطة على السطح المحدب ملمومة (فى نقطة خلف السطح) بحيث تعد نقطة ا تقديرية فمن الممكن أن يتشابه المثلثان ا و م ، و ك م فيكون

$$\overline{\text{ا م}}\ .\ \overline{\text{م ك}} = \text{س}^{٢}$$

وإذن تكون نقطة ك ثابتة لا تتغير بحسب بعد و عن القطب أو قربها منه — أنظر البصريات ص (٢٣٨) للمؤلف .

وإذن $\frac{\text{ں} - \text{ر}}{\text{ں}}$ تزداد عندئذ تبعاً لزيادة ں .

أى $1 - \frac{\text{ر}}{\text{ں}}$ تزداد .

$\therefore \frac{\text{ر}}{\text{ں}}$ تقل .

أو $\frac{\text{ں}}{\text{ر}}$ تزداد .

فعلومات ابن الهيثم عن العلاقة بين زاويتى السقوط والانكسار لا تتجاوز العلم بأن نسبة زاوية السقوط إلى زاوية الانكسار عند الانعطاف من الألطف فى الأغلظ تزداد بحسب زيادة زاوية السقوط ، ولا يستلزم هذا أن تكون نسبة الجيبين ثابتة حتى يمكن إثبات النتيجة المطلوبة ببرهان هندسى سليم .

٢٢١ – مقالة ابن الهيثم فى الكرة المحرقة

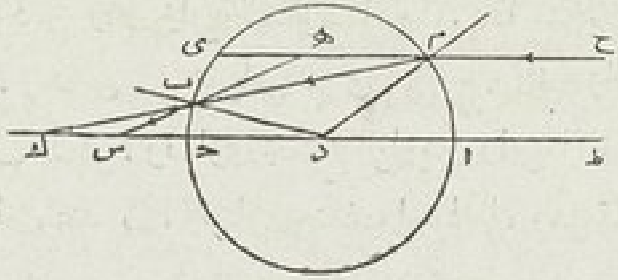
لابن الهيثم بحوث عن كيفية انعطاف أشعة الشمس المتوازية عند نفوذها فى كرة من الزجاج ، أوردها فى مقالته فى الكرة المحرقة . وهو يتتبع بحث هذا الأمر على أساس أحكامه فى الانعطاف التى سبق بيانها . ولكنه إذ يراعى الانعطاف فى كرة من الزجاج يستعين أيضا بمعلومات خاصة بانعطاف الضوء من الهواء فى الزجاج تشمل مقادير زوايا الانعطاف التى تقتضيها زوايا سقوط معينة . وكما يقول الفارسى فى تحرير هذه المقالة فان ابن الهيثم قد أحال الأمر فيما يتعلق بهذه المقادير على ما بينه بطليموس فى المقالة الخامسة من كتابه فى المناظر . ومن أهم تلك المعلومات تعيين الحد الأدنى لمقدار زاوية انعطاف الضوء من الهواء فى الزجاج بالنسبة إلى زاوية السقوط فى الهواء . فابن الهيثم يقرر فى حكمه الخامس أن زاوية انعطاف الضوء من الوسط الألطف فى الوسط الأغلظ أصغر من نصف زاوية السقوط . وقد سبق أن ناقشنا هذا الحكم بما فيه الكفاية .

وهو هنا يضيف إلى هذا أنها فى الزجاج أكبر من ربع زاوية السقوط فى الهواء. فهو إذن يعد قدر زاوية الانعطاف فى الزجاج أكبر من ربع زاوية السقوط فى الهواء وأصغر من نصفها . وإن كان من الخطأ تعميم الشطر الثانى فيما يتعلق بهذه القضية ، فالشطر الأول منها صحيح فيما يختص بالأنواع المعتادة من الزجاج التى يتخذ معامل انكسار الضوء فيها حوالى ١,٥ .

وقد تناول ابن الهيثم فى هذه المقالة توضيح أمور كثيرة على جانب عظيم من الخطورة والقيمة نفصلها فيما يلى .

٢٢٢ – بيان كيفية تجمع الأشعة المتوازية بعد نفوذها من كرة من الزجاج

يبدأ ابن الهيثم أولا بذكر فروضه الأساسية . فليكن مركز الكرة نقطة د (شكل ١٩٦) ، ا د حـ قطراً من أقطارها ولنخرجه من طرفيه إلى ط ، ك .



(شكل ١٩٦)

وليكن مركز الشمس على امتداد ا ط فيكون ط ك ما نسميه المحور فى اصطلاحنا الحالى ، ونقطة ا قطب السطح المواجه الشمس .

وليكن ح م شعاعا من أشعة الشمس موازيا للمحور يلقى سطح الكرة على نقطة م . فإذا أخرج مستوى ط ك ، ح م فإنه يقطع سطح الكرة على محيط دائرة ولتكن هى المبينة بالشكل . نخرج ح م حتى يلقى محيط الدائرة على ى ونصل د م . فالشعاع ح م ينعطف عند م إلى جهة العمود د م .

ومن السهل بيان أن زاوية السقوط عند م تساوى الزاوية التى توترها عند المركز د قوس ى ح . وهذه القوس توتر عند محيط الدائرة زاوية

تساوى نصف زاوية السقوط . فان كانت زاوية الانعطاف أصغر من نصف زاوية السقوط فالمنعطف من م يلقى القوس ى ح على نقطة فيما بين ى ، ح ولتكن نقطة ب . وإن كانت زاوية الانعطاف أعظم من ربع زاوية السقوط فنقطة ب أقرب إلى ح منها إلى ى .

على هذه الصفة يعين ابن الهيثم أن المنعطف من م يمتد على م ب بحسب الوضع المذكور .

وعند ب يعانى الشعاع انعطافا ثانيا وهو يخرج إلى الهواء ، ويكون انعطافه هذا إلى ضد جهة العمود . وبما أن

∠ م ب د = ∠ ب م د ،

فزاوية انعطافه الثانى كزاوية انعطافه الأول . فاذا انعطف على ب س كانت الزاوية التى يحيط بها المنعطف وامتداد د ب كالزاوية التى يحيط بها ح م وامتداد د م وهى زاوية السقوط الأول . فاذا مد م ب حتى يلقى المحور على ك ، ومد س ب حتى يلقى م ى على ه ، كانت زاوية ى ه س زاوية الانعطاف الكلى ، وتساوى مجموع الزاويتين زاوية الانعطاف عند م وزاوية الانعطاف عند ب ، وتساوى ضعف إحداهما ، وهى تساوى

∠ ب س د .

بهذه الكيفية يبين ابن الهيثم أن الشعاع ح م يخرج من الكرة بحيث يلقى المحور على نقطة ، ويعانى عند نفوذه فى الكرة انعطافين متساويين وتكون زاوية انعطافه الكلى ضعف زاوية أحد هذين الانعطافين :

ثم هو يبين أيضاً أنه إذا توهمنا أن مستوى الشكل قد أدير حول المحور ط ك دورة كاملة ، أحدثت كل من نقطى م ، ب على سطح الكرة محيط دائرة ، وجميع الأشعة المتوازية التى تلقى الكرة على محيط الدائرة التى تحدث عن دوران نقطة م ، تنعطف داخل الكرة إلى النقاط المقابلة من محيط الدائرة التى تحدث عن دوران نقطة ب ، ثم تنعطف مرة أخرى إلى نقطة س . وبالمثل بالنسبة إلى أى شعاع آخر من أشعة الشمس يسقط موازيا للمحور . وابن الهيثم

ينص على هذه النتيجة فيقول بحسب رواية الفارسى[1] « كل كرة من الزجاج والبلّور وما أشبههما إذا قوبل بها جرم الشمس فان شعاعها ينعطف عن محيط دائرة فى الكرة إلى نقطة واحدة خارج الكرة على الخط الواصل بين مركزيهما » .

٢٢٣ – بيان الزيغ الكرى الذى يحدث عند نفوذ الأشعة المتوازية من كرة من الزجاج

وابن الهيثم بعد إثبات النتيجة التى ذكرناها آنفاً يتناول موضوع « الزيغ الكرى » ويعرضه على أساس أحكامه فى الانعطاف . والطريقة التى عالج بها الموضوع جديرة بالتقدير . فعلى الرغم من قصور الوسائل التى بين يديه وهى لا تتجاوز أحكامه التى ذكرناها فى الانعطاف ، فانه قد استطاع أن يبين الزيغ الكرى بياناً واضحاً . وعلاوة على ذلك نجده قد ضمن هذه البحوث معلومات فى حساب المثلثات تشير إلى ما كان له من الحظ الأوفر فى هذا الفرع من فروع الرياضة . وابن الهيثم يجعل الغرض الذى يرمى إليه من بحوثه فى هذا الموضوع إثبات أنه إذا انعطف شعاع يوازى المحور مثل ح م ماراً بنقطة س فمن المحال أن ينعطف شعاع آخر يوازيه من نقطة ليست على محيط الدائرة التى تحدث عن دوران م حول المحور بحيث يمر بنقطة س ، وان كان الشعاع الآخر أبعد عن القطب فليس يمر بنقطة فيما يلى نقطة س من الكرة .

ولبيان طريقة ابن الهيثم للوصول إلى هذه النتيجة ، لنفرض أن ح م (شكل ١٩٧) شعاع يسقط موازياً للمحور ولينعطف على م ب ثم على ب س قاطعاً المحور على نقطة س . ثم لنفرض أن ه ن يوازيه وأبعد عن القطب وينعطف على ن ع داخل الكرة ، فاذا عانى الانعطاف الثانى عند نقطة ع فابن الهيثم يفرض أولا أنه ينعطف ماراً بنقطة س نفسها ويثبت استحالة هذا الفرض ببرهان الخلف ، ثم يفرض ثانياً أنه ينعطف قاطعاً المحور على نقطة أبعد عن الكرة من نقطة س ويثبت استحالة هذا الفرض ببرهان الخلف أيضاً .

---

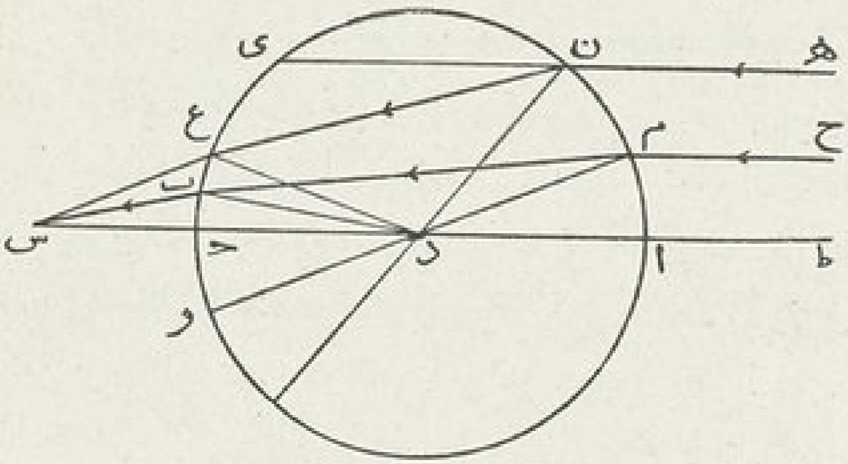
(١) الجزء الثانى من التنقيح ص (٢٨٦) النسخة المطبوعة .

فلنفرض أن الشعاع ن ع ينعطف عند ع ماراً بنقطة س . ولنرمز لزاوية السقوط عند م بالحرف ى ولزاوية الانعطاف بالحرف ف ولزاوية الانكسار بالحرف ر . ولنرمز لنظائر هذه الزوايا عند ن [1] بالرموز ى_1 ، ف_1 ، ر_1 على الترتيب .

وبما أن ن فيما يلى م من القطب ا تكون

ى_1 أعظم من ى .

فوفقاً للحكم الثالث من أحكام الانعطاف يكون



(شكل ١٩٧)

$$\frac{\text{ف}_1}{\text{ى}_1} \text{ أعظم من } \frac{\text{ف}}{\text{ى}} .$$

وإذن $\frac{2\,\text{ف}_1}{\text{ى}_1}$ أعظم من $\frac{2\,\text{ف}}{\text{ى}}$.

وإذا كان ضعف زاوية الانعطاف أصغر من زاوية السقوط ، يكون

$$\frac{2\,\text{ف}_1}{\text{ى}_1 - 2\,\text{ف}_1} \text{ أعظم من } \frac{2\,\text{ف}}{\text{ى} - 2\,\text{ف}}$$

ولكن $\text{ف} = \text{ى} - \text{ر}$

$\therefore \ \text{ى} - 2\,\text{ف} = 2\,\text{ر} - \text{ى}$

، بالمثل $\text{ى}_1 - 2\,\text{ف}_1 = 2\,\text{ر}_1 - \text{ى}_1$

(١) لم يرمز فى الأصل بمثل هذه الرموز فلم يكن من السهل **أول وهلة** تتبع المعانى المقصودة .

$$\therefore \quad \frac{\text{٢ ف}_{\text{١}}}{\text{٢ ر}_{\text{١}} - \text{ن}_{\text{١}}} \quad \text{أعظم من} \quad \frac{\text{٢ ف}}{\text{٢ ر} - \text{ن}}$$

فاذا عدنا إلى شكل (١٩٧) وأخرجنا م د حتى يلقى محيط الدائرة على و يتبين أن :

ن = ∠ ح د و

، ٢ ر = ∠ ب د و .

فيكون ٢ ر − ن = ∠ ب د ح .

، ٢ ف = ∠ ب س د كما تبين فى الفقرة السابقة .

وبالمثل ٢ $\text{ر}_{\text{١}}$ − $\text{ن}_{\text{١}}$ = ∠ ع د ح

، ٢ $\text{ف}_{\text{١}}$ = ∠ ع س د

$$\text{وإذن} \quad \frac{\angle\ \text{ع س د}}{\angle\ \text{ع د ح}} \quad \text{أعظم من} \quad \frac{\angle\ \text{ب س د}}{\angle\ \text{ب د ح}}$$

ونظراً لأن زاوية الانعطاف من الهواء فى الزجاج يعدها ابن الهيثم أصغر من نصف زاوية السقوط وأعظم من ربعها ، يتضح كما تبين فى الفقرة السابقة أنه إذا مد هـ ن حتى يلقى المحيط على ى فان نقطة ع تقع على قوس ى ح بحيث يكون ى ع أعظم من ع ح .

فالزاوية المركزية التى توترها قوس ى ع أعظم من الزاوية المركزية التى توترها قوس ع ح ، قوس ى ع توتر عند المحيط زاوية الانعطاف $\text{ف}_{\text{١}}$ فهى توتر عند المركز ضعفها . وإذن يكون ٢ $\text{ف}_{\text{١}}$ أعظم من ∠ ع د ح .

أى تكون ∠ ع س د أعظم من ∠ ع د ح .

وبالمثل تكون ∠ ب س د أعظم من ∠ ب د ح .

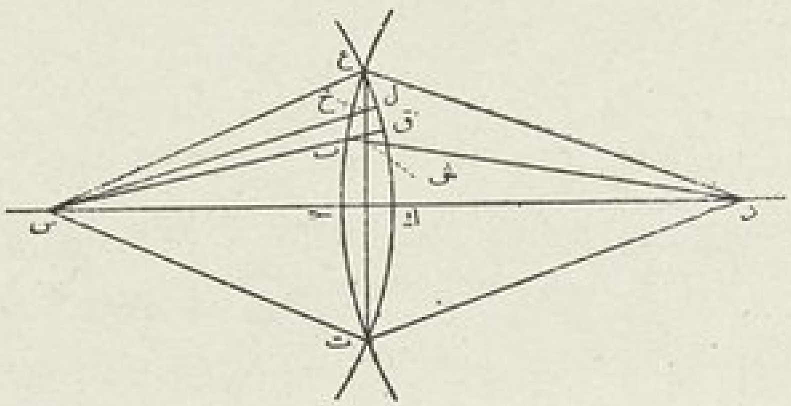
نركز بعد ذلك فى نقطة س ونرسم دائرة نصف قطرها س ع ولتقطع المحور على ك ومحيط الأولى على ت ومنعاً لالتباس الشكل ليكن ذلك مبيناً (بشكل ١٩٨) فمما سبق يتبين أن

∠ ع س د أعظم من ∠ ع د ح .

، ∠ ب س د أعظم من ∠ ب د ح .

وأيضاً

$$\frac{\angle\,\text{ع س د}}{\angle\,\text{ب س د}}\ \text{أعظم من}\ \frac{\angle\,\text{ع ذ ح}}{\angle\,\text{ب د ح}}$$



(شكل ١٩٨)

فاذا مد س ب حتى يلقى محيط الدائرة الجديدة على ق اتضح أن

$$\frac{\text{قوس ع ك}}{\text{قوس ق ك}}\ \text{أعظم من}\ \frac{\text{قوس ع ح}}{\text{قوس ب ح}}\ .$$

$$\therefore\ \frac{\text{قوس ع ك} - \text{قوس ق ك}}{\text{قوس ع ك} + \text{قوس ق ك}}\ \text{أعظم من}\ \frac{\text{قوس ع ح} - \text{قوس ب ح}}{\text{قوس ع ح} + \text{قوس ب ح}}\ .$$ [1]

$$\therefore\ \frac{\text{قوس ع ق}}{\text{قوس ق ت}}\ \text{أعظم من}\ \frac{\text{قوس ع ب}}{\text{قوس ب ت}}\ .$$

فلنأخذ نقطة مثل ل على قوس ع ق فيما بين نقطتى ع ، ق بحيث يكون

$$\frac{\text{قوس ع ل}}{\text{قوس ل ت}} = \frac{\text{قوس ع ب}}{\text{قوس ب ت}}\ ،$$

ونصل ع ت وليلق س ل على خ ، ب د على ش ، ونظراً لأن ل فيما بين ع ، ق فان نقطة خ تكون كالمبين بالشكل أدنى إلى ع من نقطة ش .

فى هذا المقام يستعين ابن الهيثم بنظرية فى حساب المثلثات قد ذكرها فى

(١) اذا كان $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} > \frac{\text{حـ}}{\text{ء}}$ فمن السهل اثبات أن $\frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{ا} + \text{ب}} - \frac{\text{حـ} - \text{ء}}{\text{حـ} + \text{ء}}$ مقدار موجب .

صدر مقالته فى الكرة المحرقة تقدمة إلى هذا البحث ، وأحال أمرها على كتاب له فى خطوط الشعاعات . والنظرية بالنص الذى أورده الفارسى نقلا عن هذا الكتاب هى « إذا فصل من دائرة قوسان مختلفتان وقسم القوسان على نسبة واحدة ، وكان القسم الأعظم من القوس العظمى ليس بأعظم من ربع دائرة ، فان نسبة جيب القسم الأعظم من القوس الصغرى إلى جيب القسم الأصغر منها ، أعظم من نسبة جيب القسم الأعظم من القوس العظمى إلى جيب القسم الأصغر منها »(١) .

وخلاصة هذه النظرية أنه إذا كانت النسبة بين زاويتين ثابتة فان نسبة جيب العظمى إلى جيب الصغرى تقل كلما زادت الزاويتان ما دامت العظمى أصغر من قائمة .

فما سبق يتضح أن النسبة بين الزاويتين ل س ت ٥ ل س ع كالنسبة بين الزاويتين ب د ت ٥ ب د ع ، وأن كلا من الزاويتين الأوليين أعظم من نظيرتها من الأخريين ، وأن زاوية ل س ت أعظم من زاوية ل س ع ، وزاوية ل س ت أصغر من قائمة (٢) ، فيكون .

$$\frac{\text{جا∠ل س ت}}{\text{جا∠ل س ع}} \ \text{أصغر من}\ \frac{\text{جا∠ب د ت}}{\text{جا∠ب د ع}} \ .$$

أى أن

$$\frac{\text{ت خ}}{\text{خ ع}} \ \text{أصغر من}\ \frac{\text{ت ش}}{\text{ش ع}} \ .$$

وهذا خلف .

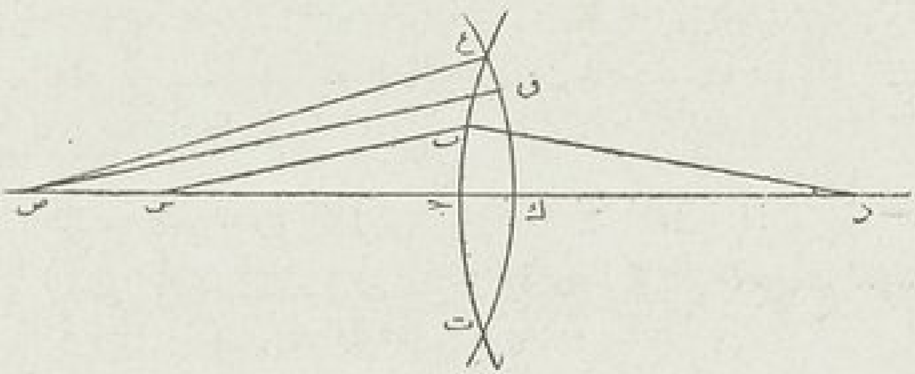
فلا يمكن أن يتلاقى المنعطفان بعد نفوذهما من الكرة على نقطة س .

(١) يذكر الفارسى أنه عثر على كتاب خطوط الشعاعات الذى ألفه ابن الهيثم وأصاب منه هذه النظرية . ثم يقول « ثم لما كانت النسخة سقيمة جداً لم أقدر على حلها فاكتفيت بإيراد الدعوى وإن اتفق حلها بعد ، أضيفها محررة إلى هذا المقام إن شاء الله تعالى» ص (٢٨٥) ، ص (٢٨٦) من النسخة المطبوعة من الجزء الثانى . وأشار الفارسى إلى أن التأمل فى جداول الجيوب يبين صحة هذه النظرية .

(٢) أضاف الفارسى من عنده بيان هذا .

فلنفرض إذن أن المنعطف من ع يلقى المحور على نقطة ولتكن ص فيما يلى س من ح (شكل ١٩٩) فبمثل البرهان السابق يمكن إثبات أن

$$\frac{\text{ـد ع ص د}}{\text{ـد ع د ح}} \text{ أعظم من } \frac{\text{ـد ب س د}}{\text{ـد ب د ح}} .$$



(شكل ١٩٩)

وان ـد ع ص د أعظم من ـد ع د ح . فاذا أخرج من ص المستقيم ص ق موازياً س ب قاطعاً محيط الدائرة التى مركزها ص ونصف قطرها ص ع على ق ، أمكن كما سبق إثبات أن

$$\frac{\text{قوس ع ك}}{\text{قوس ك ق}} \text{ أعظم من } \frac{\text{قوس ع ح}}{\text{قوس ب ح}}$$

وبمثل خطوات البرهان السابق يقع الخلف أيضاً .

فلا يمكن أن ينعطف الشعاع من ع قاطعاً المحور على نقطة أبعد عن الكرة من نقطة س .

وبما أن الشعاع من ع ينعطف قاطعاً المحور على نقطة ولا يمكن أن تكون هذه النقطة هى نقطة س نفسها ولا نقطة أبعد من س ، فالنتيجة التى يخرج بها ابن الهيثم من هذا البحث أن النقطة التى يلقى عندها المنعطف من ع المحور هى أقرب إلى الكرة من نقطة س ، فهو يثبت بهذا البرهان أن الأشعة المتوازية التى يلتئم منها سطح اسطوانى سهمه ينطبق على المحور تنفذ من الكرة متجمعة فى نقطة على المحور ، وكلما صغر نصف قطر هذا السطح الأسطوانى بعدت النقطة

التى تتجمع فيها الأشعة عن الكرة ، أو كلما عظم نصف قطر هـــذا السطح الأسطوانى قربت تلك النقطة من الكرة .

ولا شك أن فى هذا بيانا شاملا لظاهرة الزيغ الكرى كما نعلمها الآن . وتلك النقطة التى تتجمع فيها الأشعة المتوازية بعد نفوذها من الكرة نسميها الآن البؤرة ، ويعبر عنها ابن الهيثم أحياناً بالنهاية ويطلق الفارسى عليها فعلا هذا الاسم . فبحوث ابن الهيثم تؤدى صراحة إلى أن بعد تلك النقطة عن الكرة يأخذ فى القصر كلما بعدت نقاط سقوط الأشعة المتوازية عن قطب السطح الكرى .

٢٢٤ — تعيين مواضع نقاط الانعطاف الثوانى

ولم يقصر ابن الهيثم بحوثه فى مقالة الكرة المحرقة على ما ذُكر . بل نجده يتناول أيضا تفصيل أوضاع الأشعة الممتدة بين نقاط الانعطافين داخل الكرة الزجاجية ، بعضها بالنسبة إلى الآخر . وهو يحيل على بطليموس فى مقالته الخامسة من كتاب المناظر ثلاث مقدمات جعلها أساسا بنى عليه هذا البحث (١) .

المقدمة الأولى — إن زاوية السقوط التى قدرها أربعون درجة تقتضى انعطافا من الهواء فى الزجاج قدره خمس عشر درجة .

والثانية — إن زاوية السقوط التى قدرها خمسون درجة تقتضى انعطافا من الهواء فى الزجاج قدره عشرون درجة .

والثالثة — إنه إذا كانت زاوية السقوط أعظم من خمسين درجة وزادت زاوية السقوط بمقدار معين فان زاوية الانعطاف تزيد بمقدار أعظم من نصف زيادة زاوية السقوط . وينص على هذا المعنى بقوله نقلا عن الفارسى « إن زيادة الانعطافية على الانعطافية من بعد الخمسين تكون أعظم من نصف تفاضل العطفيتين » .

وقد تبين فى صدد أحكام ابن الهيثم السابقة أن زاوية الانعطاف تزداد تبعاً لزيادة زاوية السقوط ، ولكن ليس معدل الزيادة ثابتا بل هو يزداد . فابن الهيثم

---

(١) أنظر فقرة (١٥) من الجزء الأول من هذا الكتاب .

يجد من مقادير الزوايا التى أوردها بطليموس فى كتابه أنه إذا زادت زاوية السقوط فى الهواء من ٤٠ درجة إلى الخمسين حيث يكون تفاضل الزاويتين عشر درجات ، تزيد زاوية الانعطاف من خمس عشر درجة إلى العشرين فيكون تفاضل زاويتى الانعطاف خمس درجات أى نصف تفاضل زاويتى السقوط . ولكن إذا كانت زاوية السقوط فى الهواء أعظم من خمسين درجة فان تفاضل زاويتى الانعطاف يكون أعظم من نصف تفاضل زاويتى السقوط . ولا شك أنه فيما دون الأربعين أصغر من النصف ، لاطراد الزيادة بحسب زيادة زاوية السقوط .

° ° °

وهذه المقدمات يمكن استنباطها من قانون الانكسار على صورته التى نعلمها فى الوقت الحاضر .

فقد تبين فى فقرة (٢٠١) أن

$$\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}} = ١ - \sqrt{\frac{١ - \text{جا}^{٢}\,\text{ن}}{\text{م}^{٢} - \text{جا}^{٢}\,\text{ن}}} \quad .$$

فان جعلنا $\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}} = \frac{١}{٢}$ ،

يكون $\frac{١ - \text{جا}^{٢}\,\text{ن}}{\text{م}^{٢} - \text{جا}^{٢}\,\text{ن}} = \frac{١}{٤}$.

وإذا اعتبرنا معامل الانكسار م مساويا $\frac{٤}{٣}$ تبين أن زاوية السقوط التى يكون فيها تفاضل زاوية الانعطاف نصف تفاضل زاوية السقوط هى $٤٩\frac{١}{٤}$ درجة بالتقريب .

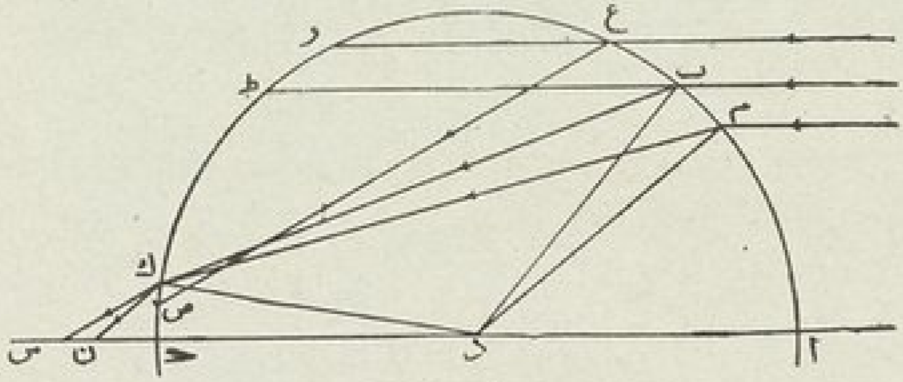
° ° °

وعلى حسب المقادير المذكورة يبين ابن الهيثم أنه إذا أخرج نصف القطر د م (شكل ٢٠٠) بحيث تكون ∠ م د ا = ٤٠° وأخرج نصف القطر د ك بحيث تكون ∠ ك د ح = ١٠ درجات ،

فالشعاع الذى يسقط على الكرة موازيا المحور ا ح ، إذا انعطف من م

يمتد على استقامة م ك داخل الكرة الزجاجية حيث تكون كل من زاويتى د م ك ، د ك م مساوية ٤٠ − ١٥ أى ٢٥° .

وأيضاً إذا أخرج نصف القطر د ب بحيث تكون ∠ ب د ا مساوية



(شكل ٢٠٠)

٥٠° فالشعاع الموازى للمحور المنعطف من ب يمتد على ب ك إلى نقطة ك نفسها ، حيث تكون كل من زاويتى د ب ك ، د ك ب تساوى ٥٠ − ٢٠ = ٣٠° .

ويلاحظ فى هذه الحالة أن زيادة زاوية الانعطاف عند ب على زاوية الانعطاف عند م تساوى زاوية ب ك م ، وهى المحيطية التى توترها قوس ب م ، وتساوى نصف المركزية التى توترها هذه القوس ، والمركزية هذه هى زيادة زاوية السقوط عند ب على زاوية السقوط عند م .

أما إذا روعى انعطاف شعاع آخر يوازى المحور وزاوية سقوطه أعظم من ٥٠° ، كالشعاع الساقط عند نقطة ع ، وأخرج ع و ، ب ط موازيين للمحور ، تكون

قوس ب ع = قوس و ط .

والمحيطية التى توترها قوس ب ع هى نصف تفاضل زاويتى السقوط عند ع ، ب . فيكون تفاضل زاويتى الانعطاف عند ع ، ب أعظم من المحيطية التى توترها قوس ب ع ، أو قوس و ط . فالمنعطف من ع لا يلاقى محيط الدائرة على ك ولا على نقطة فيما بين ك ، و ، بل يلقاه على نقطة مثل ص من تحت نقطة ك .

فاذا سمينا القطعة من سطح الكرة التى تسقط عليها الأشعة المتوازية « القطعة الأولى » ونقاط الانعطاف عندها « نقاط الانعطاف الأول » ، وسمينا القطعة التى تنتهى إليها الأشعة المنعطفة فى الكرة « القطعة المقابلة » ونقاط الانعاف عندها « نقاط الانعطاف الثوانى » ، فابن الهيثم يوضح على هذه الصورة أنه إذ أخذت نقاط الانعطاف الأول تبعد بالتدريج عن قطب القطعة الأولى أخذت نقاط الانعطاف الثوانى تبعد بالتدريج عن قطب القطعة المقابلة ، حتى إذا بلغت زاوية السقوط على سطح القطعة الأولى ٥٠ درجة بلغت نقاط الانعطاف الثوانى أبعد مداها عن قطب القطعة المقابلة ، وإذا زادت زاوية السقوط إلى ما فوق الخمسين أخذت نقاط الانعطاف الثوانى تتحول متحركة إلى الاتجاه المضاد .

٢٢٥ — محاولة ابن الهيثم تعيين البعد البؤرى لكرة من الزجاج

ويحاول ابن الهيثم فى مقالة الكرة المحرقة تعيين أبعاد النقاط التى على المحور والتى تتجمع فيها الأشعة المتوازية بعد نفوذها من الكرة . ولما كانت هذه النقاط كما يتضح من بحوثه السابقة لا حصر لعددها وتزداد قربا إلى قطب القطعة المقابلة كلما كان السطح الاسطوانى الذى يلتئم من الأشعة المتوازية الساقطة على الكرة أكثر اتساعا ، فهو يصرف عناية خاصة إلى تعيين موضع تلك النقطة بالنسبة إلى الأشعة التى تكون زوايا سقوطها ٥٠ درجة ، فتنعطف انعطافها الثانى من محيط الدائرة التى تحدث عن دوران نقطة ك (شكل ٢٠٠) حول المحور .

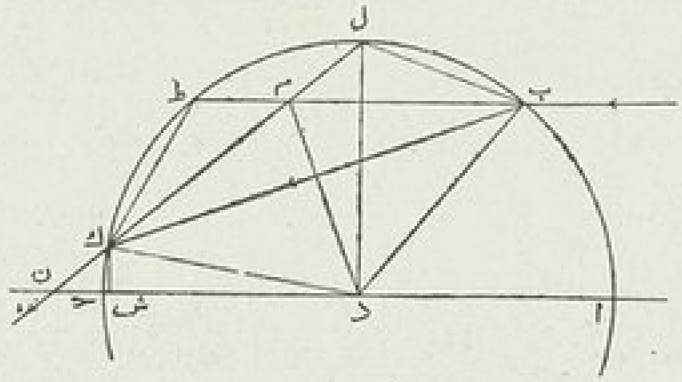
فاذا فرضنا أن الشعاع الموازى للمحور يسقط عند ب وزاوية السقوط ٥٠ درجة وكانت نقطة ك نقطة انعطافه الثانى ، وأخرجنا من المركز د (شكل ٢٠١) عموداً على ب ك ، وأخرجناه حتى يلقى امتداد الشعاع الساقط عند ب على نقطة م ، ووصلنا م ك وأخرجناه على استقامته حتى يلقى المحور على ن ، فنظراً لأن مثلث م ب ك متساوى الساقين فزاويتاه عند ب ، ك متساويتان ، وكل منهما تساوى إحدى زاويتى الانعطاف ، فتكون

∠ ط م ك = ٢ ∠ م ب ك = ∠ ك ن ح .

ومنه يتبين أن الشعاع يمر بعد نفوذه من الكرة بنقطة ن . فتكون نقطة ن هى نقطة تجمع الأشعة المتوازية التى زاوية سقوطها ٥٠° .

وإذا مد ن ك حتى يلقى المحيط على ل فمن السهل إثبات تطابق المثلثين م ل ب ، م ط ك ، فيكون ل ب = ط ك ،

، قوس ل ب = قوس ط ك .



(شكل ٢٠١)

وقوس ط ك توتر عند المركز زاوية تساوى ٥٠ — ١٠ = ٤٠° .
فقوس ب ل توتر عند المركز زاوية قدرها ٤٠° .

وإذن يكون ل د عمودا على المحور .

وإذا أسقطنا من ك المستقيم ك ش عموداً على المحور ، كان ل د ، ك ش متوازيين .

$$\therefore \frac{\text{ن د}}{\text{ن ش}} = \frac{\text{ل د}}{\text{ك ش}} = \frac{\text{نق}}{\text{ك ش}}$$ (حيث نق = نصف قطر الكرة)

$$\therefore \frac{\text{ن د} - \text{ن ش}}{\text{ن ش}} = \frac{\text{نق} - \text{ك ش}}{\text{ك ش}}$$

$$\therefore \frac{\text{ش د}}{\text{ن ش}} = \frac{\text{نق} - \text{ك ش}}{\text{ك ش}}$$

، ك ش = نق جا ∠ ك د ح ،

، ش د = نق جتا ∠ ك د ﺣ ،

، ∠ ك د ﺣ = ١٠ درجات .

ومنه يتبين أن

ن ش = ٠,٢٠٦٨ نق

، ن د = ١,١٩١٦ نق

∴ ن ﺣ = ٠,١٩١٦ نق .

ويتضح من هذا أن بعد النقطة ن عن قطب القطعة المقابلة ، وإن كان أصغر من خمس نصف قطر الكرة فعلا ، فانه يساوى خمس نصف قطر الكرة بالتقريب .

وابن الهيثم لا يتبع بالضبط هذه الخطوات ولكن برهانه لا يختلف فى مضمونه عن هذه المعانى ، وقد أورده على صورة أخرى ناهجا على النهج القديم فى اصطلاحات حساب المثلثات .

فقد كان المتبع أن يقسم نصف قطر الدائرة ستين جزءاً بالتساوى ، وكان جيب الزاوية يعرف بنصف وتر ضعفها مقيساً بتلك الأجزاء . فبحسب هذا الاصطلاح يكون .

ك ش = ٦٠ جا ١٠° = ١٠ ½ من هذه الأجزاء بالتقريب .

وابن الهيثم يعد خط ش ﺣ أكثر من نصف جزء ، ويستنبط من أن نسبة

$$\frac{\text{ل د}}{\text{ك ش}} = \frac{\text{د ن}}{\text{ن ش}}$$

أن طول ن ﺣ أقل من ١٢ جزءاً (١) أى أقل من خمس نصف القطر د ﺣ . والبرهان فى الحقيقة غير مفصل ومقتضب نورده فيما يلى بلفظه نقلا عن

---

(١) الوارد فى الأصل الذى أورده الفارسى (ص ٢٩٦ من الجزء الثانى من النسخة المطبوعة) « فخط ن ﺣ أقل من عشرة أجزاء » وصوابه أقل من ١٢ جزءاً .

التنقيح . قال « ويخرج عمود ك ش عليه (أى على القطر ا حـ) فيكون عشرة ونصف تقريبا ، إذ هو جيب ك د حـ ، و نسبة ل د إلى ك ش كنسبة د ن إلى ن ش ، وخط ش حـ أكثر من نصف جزء ، فخط ن حـ أقل من عشرة أجزاء (كذا) فهو أقل من سدس ن د . فن حـ (أى فخط ن حـ) أقل من خمس د حـ [(١)] » .

ويلاحظ أن طول ش حـ وإن كان أعظم من نصف فهذا وحده لا يكفى لبيان المقصود . وذلك لأنه إذا كان أعظم من نصف فطول د ش يكون أصغر من ٥٩ جزءاً ونصف جزء .

وبما أن

$$\frac{ن\ د}{ن\ ش} = \frac{ل\ د}{ك\ ش} = \frac{٦٠}{١٠\frac{١}{٢}}$$

اتضح أن

$$\frac{ن\ د - ن\ ش}{ن\ ش} = \frac{٤٩\frac{١}{٢}}{١٠\frac{١}{٢}}$$

وإذن

$$\frac{د\ ش}{ن\ ش} = \frac{٤٩\frac{١}{٢}}{١٠\frac{١}{٢}}$$

فعلى فرض أن ش حـ أعظم من نصف جزء فان د ش يكون أصغر من ½ ٥٩ من هذه الأجزاء .

وإذن ن ش أصغر من $\frac{١٠\frac{١}{٢}}{٤٩\frac{١}{٢}} \times ٥٩\frac{١}{٢}$.

أى أن ن ش أصغر من $١٢\frac{٤١}{٢٢}$. ولكن $\frac{٤١}{٢٢}$ كسر قيمته هى أيضا أعظم من النصف ، فلا يكون ن حـ أصغر من ١٢ إلا إذا تبين أن ش حـ أعظم من قيمة هذا الكسر .

وابن الهيثم وإن لم يوضح هذا فهو الواقع ، كما يتبين بتطبيق نظرية فيثاغورس

---

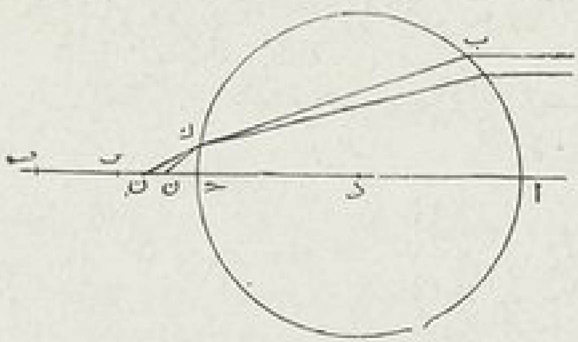
(١) ص (٢٩٦) من الجزء الثانى من النسخة التنقيح من المطبوعة.

مثلا . ولكن على الرغم من هذا فان النتيجة التى توصل إليها وسياق التفكير فى البرهان الذى أورده جديران بالذكر والتنويه. ولعل الأصل الذى نقل عنه الفارسى لم يسلم من خطأ النسخ ، كما أشار الفارسى فعلا فى موضع آخر من المقالة .

ويتضح من هذا أن ابن الهيثم يقدر بعد النقطة التى تتجمع فيها الأشعة المتوازية التى زاوية سقوطها ٥٠° ، عن قطب القطعة المقابلة يساوى بالتقريب خمس نصف قطر الكرة ، وليس هو أكبر من خمس نصف قطرها .

ولكنه لم يقنع بهذا القدر . بل نجده يحاول البرهان على أن إحراق الكرة يكون على ربع القطر من قطب القطعة المقابلة . أى أن المواضع التى يحدث فيها الاحراق من تجمع الأشعة المتوازية الواردة من الشمس تمتد إلى مسافة تبعد عن قطب القطعة المقابلة بقدر ربع قطر الكرة .

فان كانت نقطة ك (شكل ٢٠٢) هى نقطة الأنعطاف الثانى فقد تبين فيما سبق أن زاوية ك ن د ونظائرها أعظم من زاوية ك د ن ونظائرها . ويستنبط ابن الهيثم من هذا أن المستقيم ك ن ونظائره أصغر أبداً من نصف القطر د حـ . وإذن



(شكل ٢٠٢)

حـ ن ونظائره أصغر أبداً من نصف قطر الكرة الزجاجية ، فان أخذنا على امتداد المحور نقطة ث بحيث يكون حـ ث مساوياً نصف القطر ، فان أبعد نقطة تتلاقى عليها الأشعة المتوازية تكون أقرب إلى حـ من نقطة ث نفسها .

ويتناول بالذكر أيضاً الأشعة المتوازية التى زاوية سقوطها ٤٠° ، فهى تتجمع بعد نفوذها من الكرة على نقطة تكون كما تبين فيما سبق أبعد من نقطة ن ، التى تتجمع فيها الأشعة التى زاوية سقوطها ٥٠° ولنرمز لها بالرمز $ن_1$. وابن الهيثم لم يقدر البعد حـ $ن_1$ ولكن من السهل بيان أنه يساوى بالتقريب ١٧,١٤ من أجزاء الستين التى هى نصف قطر الكرة ، وذلك بحسب البيانات الواردة .

وتتمة برهان ابن الهيثم لاثبات أن الاحراق يكون على ربع القطر، لا يفى بالمقصود، ونورده فيما يلى . قال:

« وننصف (ث ح)(١) على س، فالشعاعات المنعطفة إلى س ح أكثر بكثير من المنعطفة إلى س ث، س ح أقرب إلى نقطة الانعطاف من س ث . فالحرارة عند س ح أكثر منها عند (س ث)(٢) . فالاحراق إنما يكون على س ح، الذى هو ربع القطر . وذلك ما أردناه » .

وسياق الأقوال يدل على ثلاثة أمور لعلها تتضمن خلاصة رأى ابن الهيثم فى هذا الموضوع، هى بايجاز

الأول : أن الأشعة المتوازية التى تسقط على القوس التى تمتد من القطب ا إلى زاوية قدرها ٤٠° تتلاقى على المحور على نقاط تمتد من نقطة ن١ إلى ما دون ث من ح . أما الأشعة المتوازية التى تسقط على نقاط مما يلى الأربعين من قوس التسعين فإنها تتلاقى أو بالأحرى يكاد جميعها يتلاقى على المحور فيما بين نقطتى ن١، ح .

الثانى : أن الاشعاع المتجمع على خط ح ن١ وهو الساقط على قوس طولها يكاد يكون ٥٠°، أشد من الاشعاع المتجمع على مايقع بين نقطة ن١ وبين ما دون ث من ح، وهو الساقط على قوس الأربعين .

الثالث : أن الاحراق الناتج عن تجمع الأشعة التى تسقط على النقاط القريبة من القطب ا أضعف من الاحراق الناتج عن تجمع الأشعة التى تسقط على النقاط البعيدة، وذلك فى نظره لأن نقاط التجمع فى الأولى أقرب إلى نقاط الانعطاف، وإن شئنا قلنا لأن الأشعة الأولى تخترق من كتلة الزجاج سمكا أعظم .

والذى يريد ابن الهيثم أن يستنبطه من هذه الأمور الثلاثة، أن الاحراق على ح ن١ أشد كثيراً من الاحراق على الجزء من المحصور بين نقطة ن١

(١) فى الأصل « ن ح » وقد صححه الفارسى وقال فى هذا الصدد « وقد تصفحت نسختين من مقالته هذه فوجدته فيهما على ما أوردته، فأوردت ما وجدته ونبهت على ما فيه الخ » .

(٢) فى النسخة المطبوعة « س ى » وهو تحريف .

وبين ما دون نقطة ث من ح ، وهو الجزء الذى ينتهى إليه الاحراق ولا يتجاوزه بحال من الأحوال . وليس تستلزم هذه الأمور الثلاثة النتيجة التى أرادها ابن الهيثم ونص عليها صراحة وهى أن يكون الاحراق على ربع القطر .

ولما كانت هذه النتيجة صحيحة فيما يتعلق بالكرة الزجاجية (على فرض أن معامل انكسار الضوء من الهواء فى الزجاج $\frac{٣}{٢}$) فمن المحتمل أن ابن الهيثم وجد الأمر على هذه الصفة عملياً ، أى أنه قد تبين له بالاعتبار أن أبعد نقطة تجمع عليها الأشعة المتوازية بعد نفوذها من الكرة الزجاجية يكون بعدها عن قطب القطعة المقابلة بقدر ربع قطر الكرة . وإن أعوز ابن الهيثم البرهان على هذا الأمر لقصر المعلومات التى كانت فى متناوله فى عصره ، فمن السهل الآن كما هو معلوم البرهان عليه .

٢٢٦ — بيان وتعليق على مقالة ابن الهيثم فى الكرة المحرقة

ابن الهيثم فى بحوثه التى أوردها فى مقالة الكرة المحرقة راعى انعطاف الأشعة المتوازية بعد نفوذها من الكرة ، وقد بين بما ليس يدعو إلى الشك الزيغ الكرى فيما يختص بهذه الأشعة التى تعانى عند نفوذها انعطافين . والذى تجدر الاشارة اليه هنا أنه وإن لم يبحث بصفة خاصة عن انعطاف الأشعة المتوازية انعطافاً واحداً عند سطح القطعة الأولى إلا بالقدر اللازم للغرض الذى يرمى اليه من بيان تجمع هذه الأشعة بعد انعطافها الثانى ومواضع تجمعها ، فان هـذا القدر وحده فيه الكفاية لبيان كيفية انعطاف الأشعة المتوازية التى تسقط على السطح الكرى المحدب لجسم من الزجاج، وتشغل نصف سطح كرته إذا كان ذلك الجسم ممتداً متصلا دون أن ينقطع أو ينفصل بالنصف الآخر من سطح الكرة ، وفيه الكفاية لبيان الزيغ الكرى فيما يتعلق بهذه الأشعة أيضاً .

وبحوث ابن الهيثم تدل دلالة واضحة على أن الأشعة المنعطفة انعطافاً واحداً قد تتلاقى . فالشعاع الذى زاوية سقوطه ٤٠° ينعطف فى الزجاج ملاقياً على ك (انظر شكل ٢٠٠) الشعاع المنعطف الذى زاوية سقوطه ٥٠° . ولا شك أن

الشعاع الذى زاوية سقوطه أعظم من الخمسين ينعطف ملاقياً انعطافات الأشعة التى زاوية سقوطها ٤٠ أو ما دون الأربعين فى داخل كرة الزجاج . ولكن التقاء هذه الأشعة المتوازية بعد انعطافها عند السطح المحدب لم يترتب عليه كما أشرنا من قبل أن راجع ابن الهيثم مذهبه الذى ذهب اليه فى كتابه المناظر ، فى أن الانعطاف عند السطح الكرى لا يكون إلا من نقطة واحدة .

وإن كان ابن الهيثم قد بين فى هذا الصدد أن الشعاع الذى نقطة انعطافه الأول مثل النقطة ع (شكل ٢٠٠) وزاوية سقوطه أعظم من ٥٠ درجة يلق القطعة المقابلة تحت نقطة ك فى الشكل ، إلا أنه لم يشر إلى أن نقطة الالتقاء هذه قد تكون فيما يلى نقطة ح من ك ، بحيث إذا نفذ الشعاع خارجا من الكرة لا يمر فعلا بنقطة على المحور وإنما يلقى امتداده المحور على نقطة . وإن رجحنا كما ذكرنا من قبل [1] أن حكمه الخامس من أحكام الكم يجعله يرى أن زاوية الانعطاف فى الأغلظ تؤول قيمتها إلى نصف القائمة إذا آلت زاوية السقوط فى الألطف إلى القائمة ، صح لنا أن نستنبط أنه يرى أن الشعاع الساقط على الكرة بزاوية سقوط قدرها قائمة ينعطف انعطافه الثانى من مركز القطعة المقابلة .

وثمة أمر آخر يجدر الإشارة إليه هنا . فابن الهيثم راعى فى بحثه هذا الانعطاف فى كرة من الزجاج ، ولكنه فى ختام مقالته حاول التعميم ، قال « فكل كرة من البلور وما شابهه صحيحة الكرية شديدة الشفيف إذا قوبل بها جرم الشمس فانها تحدث إحراقا فى خلاف جهة الشمس ، عند بُعد من الكرة يكون أقل من ربع القطر [2] » . ومثل بالقارورة المملوءة بالماء . فانّ أراد بذلك أن يكون الإحراق دائماً على بعد يساوى ربع القطر أو أقل منه ، فقد أخطأ . فاحراق القارورة الرقيقة المملوءة بالماء التى مثل بها يكون على بعد يساوى بالتقريب نصف القطر لا ربع القطر كما يستفاد من ظاهر قوله .

---

(١) أنظر فقرة (٢٠١) من هذا الجزء .

(٢) ص (٣٠٢) من الجزء الثانى من النسخة المطبوعة من التنقيح .

الفصل الثاني

في

الخيالات التي ترى بالانعطاف عند السطوح الكرية

٢٢٧ – اجتناب ابن الهيثم التوسع في دراسة خيالات المبصرات التي ترى بالانعطاف عند السطوح الكرية

لم يتوسع ابن الهيثم كثيراً في بحوثه عن الخيالات التي ترى بالانعطاف عند السطوح الكرية ، وقد سبق أن ذكرنا أنه اكتفى من ذلك بنبذ عن أمور يتفق حدوثها في الواقع ، ضارباً صفحاً عن تفصيل أشياء رأى أن الانسان قلما يشاهدها في الحياة . وهو يعيد الاشارة إلى موقفه هذا في هذا القسم من بحوثه أيضاً[١] وفي أكثر من موضع واحد ، ويضرب لذلك الأمثال . فيمثل بالجسم الكرى المشف الغليظ الذي محدبه يلي البصر إذا كان المبصر من وراء مركز سطحه الكرى فيقول « لأن ذلك ليس يكون إلا إذا كان الجسم الكرى من الزجاج أو حجراً من الأحجار المشفة وكان ذلك الجسم الكرى مصمتاً وكان المبصر في داخله ، أو يكون الجسم الكرى قطعة من كرة أعظم من نصف كرة ويكون المبصر ملتصقاً بقاعدته . وهذان الوضعان قل مايتفقا . فليس الذي بهذه الصفة من المبصرات المألوفة ، فلذلك لاينبغي أن نشتغل بذكر ما يعرض في هذه المبصرات من الأغلاط[٢] » . ويضرب مثلا آخر فيقول «وليس في المبصرات المألوفة شيء يدركه البصر من وراء جسم مشف كرى أغلظ من الهواء يكون مقعره يلي البصر . لأن ذلك إن كان من الزجاج أو حجراً من

---

(١) الفصل السابع من المقالة السابعة وهو آخر فصول كتاب المناظر .

(٢) و (١٢١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

الأحجار ، فيجب أن يكون ذلك قطعة من كرة جوفاء ويكون المبصر فى داخل تلك الكرة ، أو يكون سطحه الذى من وراء التقعير مستوياً ويكون المبصر ملتصقاً به ، وهذان الوضعان لايوجدان . وإن وجدا فليس يكونان إلا فذاً نادراً . فلا وجه للاشتغال بهما(١)» .

وإحجام ابن الهيثم عن التوسع فى دراسة هذه الأمور وأشباهها ، قد أتاح لمن جاء من بعده من العلماء فرصة البحث فى موضوع بكر متسع مثمر ، جلب عليهم فخر الكشف عن فعل العدسات واستعمالها فى الأغراض المختلفة التى أدت فى النهاية إلى اختراع النظارات ، التى تصلح بها عيوب العين ، وأنواع المناظير المستعملة لرؤية المبصرات البعيدة والمبصرات الصغيرة وما إلى ذلك . وإحجام ابن الهيثم عن التوسع فى دراسة هذه الموضوعات ، ربما لم يكن سببه الوحيد زهده عن الانصراف إلى أمور ظن أن ليس فيها فائدة ترتجى ، ورآها بعيدة عن الاتصال بشؤون الحياة . فربما كان له سبب آخر هو تعقد هذه المسائل عليه وخروجها عن طاقته . ونحن لا نريد هنا أن ننفى نفيا قاطعا مثل هذه الاحتمالات ، وإن كنا نرى حقا أنه كان فى مقدوره بحث كثير من هذه المسائل ، كالمثالين اللذين أوردناهما هنا بألفاظه وأشباههما ، قياسا على المسائل التى تناول بحثها ، وبمثل ما اتبعه من طرق البحث فيها .

ومن الانصاف أيضا أن نقول إن العدسات لم يكن أمرها معروفا فى عصر ابن الهيثم . وإن تبين بالبحث عن الآثار والتنقيب عنها ، أن عدسة استكشفت فى مقبرة رومانية قديمة أو أن عدسة ثانية أو ثالثة قد وجدتا إحداهما فى انجلترا والأخرى فى مدينة «بمبياى»(٢) أو تبين أنه من المحتمل أن الكلدانيين قد كان لهم علم بالعدسات ، فليس ذلك يدل على أن العدسات كانت معروفة أو شائعة أو كانت تصنع فى عصر ابن الهيثم ، ومن الثابت الآن أن العدسات أول ما ورد ذكر استعمالها كنظارات لإصلاح عيوب العين ، كان فى العام الأخير من القرن

---

(١) و (١٢٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) ماك فى كتابه The Principles of Physical Optics الفصل الخامس .

الثالث عشر[١]، أى بعد عصر ابن الهيثم بثلاثة قرون .

وإن كانت الكرات الزجاجية أو الأجسام الزجاجية التى على هيئة قطعة من كرة ذات قاعدة مستوية ، كان أمرها معروفا وقد استخدمت فى المدنيات القديمة فى أغراض مختلفة ، وتوجد فى المتاحف نماذج كثيرة منها ، فتلك هى التى نسج ابن الهيثم بحوثه حولها . فبحوث ابن الهيثم تشمل حالتين الأولى أن يكون المبصر فى جسم مشف كرى أغلظ من الهواء سطحه الكرى المحدب مما يلى البصر . والثانية أن يكون المبصر من وراء كرة من جسم مشف أغلظ من الهواء ويكون منفصلا عنها والبصر على امتداد الواصل من المبصر إلى مركز الكرة فى الجانب الآخر منها . والقدر الذى أورده من بحوثه فى الحالتين لا يستهان به بحال من الأحوال . وفيه المبادىء الأساسية التى يمكن النهج على منوالها لدراسة حالات أخرى . وفضلا عن ذلك فهو فى خلال هذه البحوث يشير إجمالا إلى كيفية دراسة الحالة العامة وسنبين ذلك فى موضعه بعد[٢] .

وقد اتبع ابن الهيثم فى بحوثه طريقته المألوفة . فهو يعين خيال كل من طرفى مبصر على حسب قاعدته لتعيين موضع خيال النقطة المبصرة ، ويستنبط من ذلك ما يريد أن يستنبط من أمور تتعلق بالعظم والهيئة .

٢٢٨ — خيال المبصر الموجود فى مشف أغلظ من الهواء محدب سطحه الكرى مما يلى البصر

يتناول ابن الهيثم فى هذه الحالة[٣] تفصيل الأوضاع المختلفة التى يكون عليها المبصر ، على مثل المنوال الذى اتبعه فى بحثه عن خيال المبصر الذى يدرك بالانعطاف عند السطح المستوى ، فيفرض المبصر خطاً مستقيما ، ويفرض مركز السطح الكرى من ورائه بالنسبة إلى البصر ، ويتوهم المستوى الذى يمر به

---

(١) Geschichte der Optik, Vol. I تأليف Wilde وقد استشهد به ماك فى كتابه .

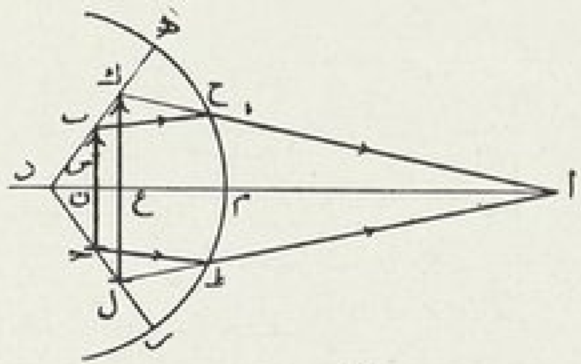
(٢) أنظر ختام الفقرة التالية .

(٣) و ١١٧ — و (١٢١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

ويمركز السطح الكرى ، ويفرض أولا مركز البصر واقعاً فى هذا المستوى ثم يفرضه بعد ذلك خارجاً عنه .

(أولا) ليكن مركز البصر فى مستوى الخط المبصر ومركز الكرة .

ولنفرض أن المبصر هو خط ب حـ (شكل ٢٠٣) ومركز الكرة د، ولنخرج مستوى ب حـ د فهو يلقى سطح الجسم المشف على دائرة ولتكن المبينة بالشكل . ولتكن ن منتصف ب حـ . ولنفرض أن الواصل بين د ، ن عمود على ب حـ، ولنفرض أيضاً أن مركز البصر ا على امتداد د ن . نصل ا د وليقطع محيط الدائرة على م .



(شكل ٢٠٣)

ونخرج د ب ، د حـ حتى يلقيا المحيط على هـ ، ر على الترتيب . فالشعاع الوارد من ب إلى ا ينعطف من نقطة من قوس م هـ ولتكن ح ، وانعطافه إلى ضد جهة العمود . فاذا أخرج ا ح فهو يلقى د هـ على نقطة ولتكن ك ، فتكون ك وفقاً للقاعدة خيال ب .

وبالمثل إذا انعطف الشعاع الوارد من حـ من نقطة ط من قوس م ر ، وأخرج ا ط حتى يلقى د ر على ل ، كانت نقطة ل خيال حـ .

فيكون ك ، ل طرفى خيال المبصر ب حـ .

ومن التماثل يتضح أن ا ك ، ا ل متساويان ، ويتبين أن ك ل أعظم من ب حـ ويوازيه ، وزاوية ك ا ل أعظم من زاوية ب ا حـ .

وبما أن زاوية ك ا ل أعظم من زاوية ب ا حـ ، ووضع ك ل شبيه بوضع ب حـ ، وليس بين بعدى ب حـ ، ك ل عن البصر اختلاف يؤثر فى عظم ب حـ ، فخط ك ل كما يقول بلفظه « يرى أعظم من خط ب حـ ، ك ل هو خيال خط (ب حـ) »(١). فخط ب حـ يرى مقداره أعظم من مقداره

---

(١) فى الأصل « ب د » .

الحقيقى، لأن خياله أعظم منه، ولأن صورته أضعف من صورته الحقيقية[١]».
ويقصد بالضعف ضعف الضوء عند الانعطاف .

ويستنبط ابن الهيثم من هذا أن المبصر يدرك أعظم مما هو عليه للسببين المذكورين فى فقرة (٢١١) فى الانعطاف عند السطوح المستوية .

كذلك إذا رمزنا للنقطة التى يلتقى عليها د ا ، ك ل بالحرف ع ، فان البصر يدرك نصف المبصر أى (ب ن) على ك ع ، فيدرك نصفه أعظم من حقيقته ، وبمثل ماتبين فى الانعطاف عند السطوح المستوية إذا أخذت نقطة مثل س على النصف ب ن ، فان البصر يدرك الجزء ب س من المبصر أيضاً أعظم من حقيقته .

بهذه الكيفية بيّن ابن الهيثم أن البصر وهو فى مستوى الخط المبصر ومركز الكرة يدرك المبصر أعظم من حقيقته إذا كان الواصل بين مركز الكرة عموداً على المبصر ، سواء مر بمنتصفه كما لو كان المبصر ب حـ ، أو مر بأحد طرفيه كما لو كان المبصر ب ن ، أو قطع امتداد المبصر لا المبصر نفسه كما لو كان المبصر الجزء ب س ، أو قياساً على هذا (وإن لم يذكر ذلك ابن الهيثم) إذا لقى الواصلُ المبصرَ على نقطة ليست منتصفه كما لو كان المبصر س حـ مثلا .

ثم يشرح ابن الهيثم على مثل هذه الطريقة الحالة التى لايكون فيها الواصل بين ا ، د عموداً على المبصر أو على امتداده . ويبدأ هنا أيضاً بفرض أن الواصل بين مركز البصر ومركز الكرة يمر بمنتصف المبصر . فى هذه الحالة أيضاً يكون طرفا خيال المبصر ب حـ نقطتين مثل ك ، ل (شكل ٢٠٤). وإن لم يكن ك ل فى هذه الحالة موازياً ب حـ فهو أعظم منه ، وزاوية رؤية ك ل أعظم من زاوية رؤية ب حـ ، فالبصر ا يدرك ب حـ فى هذه الحالة أيضاً أعظم من حقيقته .

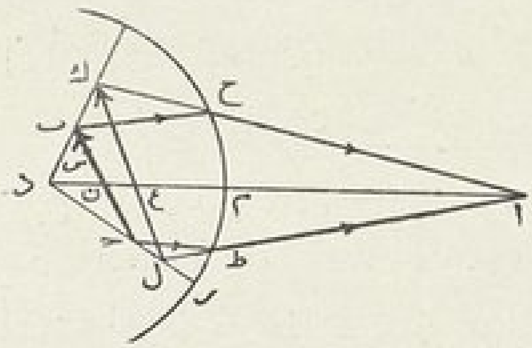
---

(١) و (١١٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

وبمثل ماتبين يوضح ابن الهيثم أنه إذا روعى نصف المبصر أى ب ن ، أو جزء من نصفه مثل ب س ، فكلاهما يدركه البصر أعظم .

(ثانياً) ليكن مركز البصر خارجاً عن مستوى خط المبصر ومركز المرآة .

وإذا كان البصر ا خارجاً عن مستوى ب ح د فابن الهيثم يقيس الأمر على ما قد سبق بيانه فى حالة السطح المستوى، وإن كان برهانه الذى أورده فى تلك الحالة لم يكن سليماً كما بينا ، فهو هنا يشير إلى الفرق بين الحالتين حيث يقول « وفى هذا الوضع زيادة على الوضع الأول (يريد حالة السطح المستوى) وهو أن ك ل الذى هو خيال ب ح ، أعظم من ب ح على الحقيقة و ك ع أعظم من ب ن . وهذان الخيالان فى الموضع الأول أعنى إذا كان السطح المشف سطحاً مستوياً مساويان للمبصرين . فخيال ك ل وخيال ك ع هما فى الزاوية أعظم من المبصرين ، وهما على الحقيقة أعظم من المبصرين »[١] فى حين أنه فى البرهان فى حالة السطح المستوى يعد الواصل بين طرفى الخيال والواصل بين طرفى المبصر فى حكم المتساويين .


(شكل ٢٠٤)

وبما أن ك ل فى هذا الموضع أعظم من ب ح ، وأيضاً زاوية رؤيته أعظم ، فالبصر يدرك ب ح أعظم .

وابن الهيثم يستنبط من كل ذلك النتيجة التى يريدها ويقول بلفظه « فيتبين من جميع ما بيناه فى هذا الشكل أن البصر إذا أدرك مبصراً من المبصرات وكان ذلك المبصر من وراء جسم مشف أغلظ من الهواء ، وكان سطح الجسم المشف كرياً محدبه يلى البصر ، وكان مركز السطح الكرى من وراء المبصر بالقياس إلى البصر ، فان البصر يدرك ذلك المبصر أعظم مما هو ، كان البصر

(١) و (١١٩) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

على عمود من الأعمدة الخارجة من (المبصر)[١] القائمة على السطح الكرى ، أو كان خارجاً عن جميع الأعمدة الخارجة من جميع المبصر القائمة على السطح الكرى ، كان الخط الخارج من مركز البصر إلى وسط المبصر قائماً على المبصر أو كان مائلا على المبصر . وهذه المعانى هى التى قصدنا لتبينها فى هذا الشكل»[٢] .

ونُعيد أن ابن الهيثم أورد الاعتبار الذى ذكرناه فى فقرة (٢١٠) لبيان إدراك البصر للمبصر أعظم من حقيقته عقب بحثه هذا ، وصدّره بالاشارة إلى أن إدراك البصر المبصر أعظم على الوجه المذكور ، أى بالانعطاف عند السطح الكرى فى الوضع المبين فيما سبق ، يعرض فيما يرى فى الماء «لأن سطح الماء كرى محدبه يلى البصر ومركز سطح الماء من وراء المبصرات التى يدركها البصر فى داخل الماء»[٣] . ولا يخفى أن اعتبار سطح الماء كرياً فى الاعتبارات التى من هذا القبيل من المغالاة التى لا يعتد بها . ولعلّ ابن الهيثم يريد أن يتخذ رؤية الأجسام المغمورة فى الماء مثالا عملياً تعرض عليه فى الطبيعة الحالة التى بحثها ، ويبرر به بحثه الذى أورده فى هذا الصدد .

وإن اكتفى ابن الهيثم ببحث هذه الحالة فلم يفته فى موضع آخر من المناظر[٤] أن يبين أن المبصر أياً كان موضعه ، إذا أخرجت المستقيمات الواصلة من نقاطه المختلفة إلى المركز حدث منها مخروط رأسه المركز ، أو مخروطان متقابلان رأسهما المركز . فان اعتبرنا أن موضع خيال النقطة هو نقطة التقاء المنعطف بالعمود ، فخيال المبصر يقع حتما فى حدود أحد هذين المخروطين . فهو قد يكون أعظم من المبصر أو أصغر منه أو مساوياً له ، وذلك بحسب ما إذا كان المبصر فى الجسم الأغلظ والبصر فى الألطف أو بالعكس ، وبحسب ما إذا كان السطح الذى يلى المبصر محدباً أو مقعراً ، وبحسب موضع المبصر نفسه من المركز . وبهذه الكيفية يشير ابن الهيثم إجمالا إلى الطريقة التى يمكن

---

(١) فى الأصل «البصر» .

(٢) و (١٢٠) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٣) و (١٢٠) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٤) و (٩٥) — و (٩٦) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

بها البحث عن الأحوال الأخرى التى يدرَك فيها المبصر بانعطاف واحد مما لم يتناوله هو نفسه بالشرح .

٢٢٩ – خيال المبصر الموجود من وراء كرة مشفة من مادة أغلظ من الهواء

هذه الحالة هى أقرب الحالات التى بحثها ابن الهيثم إلى حالة العدسة المحدبة الوجهين . وهو يقتصر فى بحثه على وضع واحد للمبصر هو الوضع الذى تحدث له فيه ما نسميه الآن « صورة تقديرية » . وبحثه فى الواقع يتناول انعطاف الأشعة اللامحورية ، التى تسقط لا على امتداد المحور بل بعيداً عنه بالقرب من الحافة ، ويترتب على انعطافها ما ينجم عنه تشوه الصورة .

وابن الهيثم يصدر بحثه هذا بما يبرره ، ويذكر السبب فى قصره البحث على الوضع المذكور للمبصر دون غيره من الأوضاع ، ويقول « إلا أنه قد يكون فى المبصرات المألوفة ما يرى من وراء جسم مشف كرى أغلظ من الهواء ويكون محدبه يلى البصر إذا كان المبصر من وراء الكرة من البلور أو الزجاج أو ما يجرى مجراهما ، وكان ذلك المبصر فى الهواء لا فى داخل الكرة . وأوضاع المبصرات التى بهذه الصفة أيضاً كثيرة وكثيرة الفنون ، إلا أن هذه المبصرات قل ما يدركها البصر وإذا أدركها فقل ما يتأملها ويميز اختلاف صورها . فليس فى ذكر جميع فنونها كثير حظ . إلا أنا نقتصر على وضع واحد مخصوص من أوضاعها ، وهو أن يكون البصر والمبصر على عمود واحد قائم على سطح الجسم الكرى[1] . »

ولبيان طريقة ابن الهيثم فى معالجة هذا الموضوع[2] لنفرض أن مركز الكرة نقطة ه (شكل ٢٠٥) ولنخرج القطر ب ه د من جهتيه وليلق أحدُ المستويات المارة به سطح الكرة على الدائرة المبينة بالشكل . فاذا فرضنا أن الجسم المشف الأغلظ متصلا ممتداً إلى جميع النقاط التى تلى د من المركز ه ،

(١) و (١٢٢) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) و (١٢٢) — و (١٢٣) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

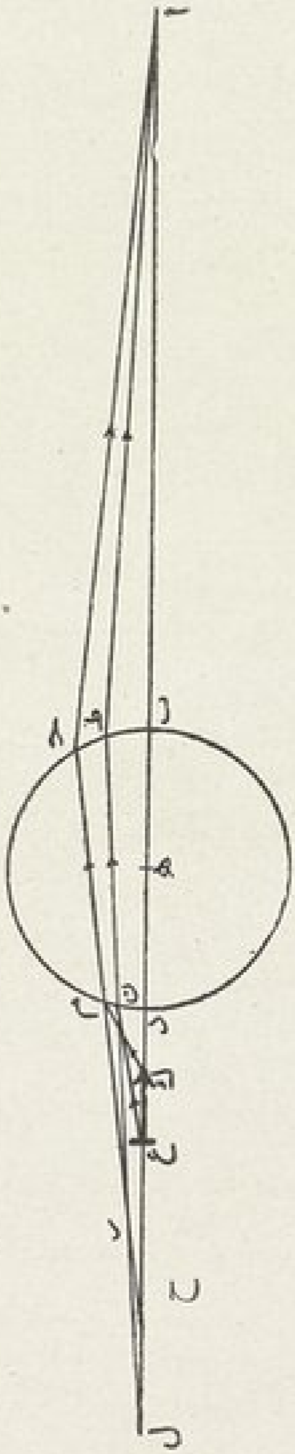
غير منقطع بمحيط الدائرة من هذه الجهة ، فان بحث ابن الهيثم الذى أوردناه فى فقرة (٢١٧) يدل على أنه إذا أخذت نقطة مثل ط (شكل ٢٠٥) على محيط الدائرة وأجرى العمل الهندسى الوارد فيه ، أمكن الاستدلال على أن شعاعاً يرد من نقطة مثل ل على امتداد القطر يمتد على المستقيم ل ط فى مستوى الشكل ، وينعطف عند ط فى الوسط الألطف إلى ضد جهة العمود . ويلقى امتداد القطر من جهة ب على نقطة ولتكن ا . وبالمثل يمكن الاستدلال أيضاً على أن شعاعاً يرد من نقطة مثل ح أقرب إلى د من النقطة الأولى ل[1] يمتد على المستقيم ح ﺣ وينعطف عند ﺣ ويلقى القطر المخرج من جهة ب على نقطة ا نفسها .

فاذا فرضنا الآن أن الوسط المشف الغليظ كرة ؛ وفصل الانعطاف محيط الدائرة المبين بالشكل ، فمحيط الدائرة يقطع ل ط على نقطة ولتكن ن ، ويقطع ح ﺣ على نقطة ولتكن م . وإذا فرضنا أن شعاعاً يمتد على استقامة ط ن فى الكرة الغليظة فهو ينعطف عند ن إلى خلاف جهة العمود ، فيلقى امتداد القطر على نقطة ولتكن ع . وبالمثل الشعاع الممتد على استقامة ﺣ م فى الكرة إذا انعطف عند م فهو ينعطف إلى ضد جهة العمود ، فيلقى امتداد القطر على نقطة ولتكن ك . فاذا فرضنا أن ك ع هو المبصر ، تبين وفقاً لقاعدة قبول العكس أن الشعاع ك م الوارد من أحد طرفيه ينعطف أولا على امتداد م ﺣ ، ثم ثانياً على امتداد ﺣ ا . والشعاع ع ن الوارد من طرفه الآخر ينعطف أولا على امتداد ن ط ، ثم ثانياً على امتداد ط ا . فاذا كانت نقطة ا مركز البصر فابن الهيثم يستنبط من هذا أن البصر يدرك خيال ك من سمت ا ﺣ ، وخيال ع من سمت ا ط .

---

(١) يجدر بنا أن نشير هنا إلى أن نقطتى ل ، ح قد أبدل وضع احداهما بوضع الأخرى فى الشكل الملحق بهذا البحث على ما هو وارد عليه فى المخطوطات وأيضا فى التنقيح ، وهو لا شك خطأ . وقد تنبه الفارسى إلى هذا الأمر . وخطأ الشكل قد يكون من الناسخ . وما يوجد من الأشكال فى المخطوطات لا يمكن الاعتماد عليها كثيرا . وفى نظرنا أنه مالم يترتب على الخطأ فى الشكل خطأ فى منطق البرهان يخل به فمن الانصاف التجاوز عنه .

وبالمثل يدرك خيال أية نقطة من المبصر فيما بين ك و ع من سمت يقع بين سمتى ا ح و ا ط . فاذا توهمنا أن الشكل قد أدير حول المحور ا ه ل ، حدث من دوران ط ح شكل مستدير كالحلقة ، ومن دوران م ن آخر كالحلقة أيضاً ، ويتبين أن الأضواء الواردة من نقاط المبصر ك ع إلى نقاط الشكل الحلقى الثانى تنعطف من نقاط الشكل الحلقى الثانى أولا ثم من نقاط الشكل الحلقى الأول ثانياً وترد بعد ذلك إلى البصر ا .



(شكل ٢٠٠)

تلك هى الفكرة الأساسية التى عالج بها ابن الهيثم هذه الحالة . وهو يستنبط من ذلك أن البصر ا يدرك المبصر ك ع فى هذه الحالة ولكن يدركه على صورة تخالف حقيقته .

وابن الهيثم يذكر فى هذا الصدد اعتباراً للتحقق من هذا الأمر عملياً[1] . فاذا أتى بقطعة صغيرة من الشمع « على قدر الحمصة » وجعلت على شكل كرة صغيرة ، وسودت لكى تظهر للبصر بسهولة ، وغرزت على رأس إبرة ، ثم أتى بكرة من البلور وجعلت كرة الشمع على جانب منها باستواء مركزها ، ثم نظر من الجانب الآخر ببصر واحد ، وجعل البصر على امتداد الخط الواصل بين مركزى الكرتين ، أمكن بتغيير موضع كرة الشمع بتقديمها نحو الكرة المشفة أو تأخيرها عنها ، الحصول على الموضع المناسب

(١) و (١٢٣) ، و (١٢٤) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

الذى يدرك البصر فيه صورة كرة الشمع كحلقة مستديرة من السواد .

وهو يذكر بعد ذلك نبذة قصيرة عما يرى إذا كان الجسم المشف أسطوانى الشكل ، وكان المبصر ك ع ومركز البصر ا على امتداد قطر واحد من أقطارها . فالدائرة المبينة بالشكل تكون مقطع سطحه بالمستوى العمود على سهم الأسطوانة ، المار بالقطر الذى يمتد عليه المبصر ويقع عليه مركز البصر .

فنى هذه الحالة أيضاً يتبين أن الضوء الوارد من ك ع إلى قوس م ن ينعطف إلى قوس ح ط ثم إلى ا . وبالمثل الضوء الوارد إلى القوس م١ ن١ النظيرة لقوس م ن ينعطف إلى قوس ح١ ط١ النظيرة لقوس ح ط ، ثم إلى ا أيضاً . فيدرك البصر ا بهذه الكيفية صورتين للمبصر ويقول « ولكن ليس تكون هذه الصورة مستديرة ، لأن شكل ا ج م ك إذا دار حول خط ا ك فليس يمر قوس ح ط بجميع سطح الأسطوانة . ولكن ربما انعطفت الصورة من بعض قطوع الاسطوانة ، إلا أنها لا تكون متصلة على (استدارة)[١] لأن السطح الذى يخرج من خط ا ك ويمر بسهم الاسطوانة يحدث فى سطح الأسطوانة الذى يلى بصر ا خطاً مستقيماً يمر بنقطة ب ممتداً فى طول الاسطوانة ، ولا تنعطف صورة خط ك ع من ذلك الخط المستقيم ، لأن خط ك ب يكون عموداً على ذلك الخط المستقيم . فليس تكون الصورة مستديرة إذا كان الجسم أسطوانيا ، بل تكون صورتين منعطفة إحداهما عن الأخرى فيرى خط ك ع اثنين . »[٢]

وقد أشرنا فيما سبق إلى الخطأ فى الشكل الملحق بهذا البحث على الصورة التى ورد عليها فى المخطوطات ، ولكنه خطأ لم يترتب عليه إخلال فى الشرح أو اضطراب فى المعنى . وإذا تجاوزنا عنه أو صححناه بما يتفق وسياق أقوال ابن الهيثم بحسب ما اتضح فى فقرة (٢١٧) أصبح هذا البحث الذى أوردناه هنا من

---

(١) فى الأصل « استقامة » .

(٢) و (١٢٤) ، و (١٢٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

أعظم بحوثه خطورة وأجلها شأناً . ولا يقلل من خطره طريقة ابن الهيثم الخاصة فى عرضه . ويتضح هذا إذا عدلنا قليلا الفروض التى بنى عليها البحث فى حدود المعلومات التى لاشك أنه قد أحاط بها وأدركها حق الادراك . فاذا سلمنا أن الشعاع ك م (شكل ٢٠٥) ينعطف أولا على م ح ثم على ح ا ، وأن الشعاع ع ن ينعطف على ن ط ثم ط ا ، فمعنى هذا وفقاً لقاعدة قبول العكس أنه إذا كانت ا نقطة مضيئة فالشعاع ا ط ينعطف على ط ن ، والشعاع ا ح ينعطف على ح م ، فاذا كان الجسم المشف الأغلظ متصلا ممتداً إلى ما وراء القوس م ن د ، فالشعاعان المنعطفان يلتقيان على نقطة مثل ر ، ثم ينفرجان ماراً أولها بنقطة ل على مانسميه الآن المحور ومارًا ثانيهما بنقطة ح عليه . فاذا أدير الشكل قليلا حول المحور بحيث يحدث من دوران القوس ح ط قطعة صغيرة من السطح الكرى ، ويحدث من دوران ر قوس صغيرة بمثابة خط قصير عمود على مستوى الشكل ، تبين أن الأشعة الواقعة من ا على سطح القطعة المذكورة تنعطف مارة أولا بالخط القصير الذى تحدثه نقطة ر ثم بالخط ح ل الذى هو على امتداد المحور . وهذا بايجاز هو الزيغ الحادث بالانعطاف عند السطح الكرى ، وهذا أيضاً معنى « اللانقطية » .

وليس الأمر مقصوراً على هذا . فالطريقة التى عالج بها ابن الهيثم الموضوع لها فى ذاتها قيمتها وخطورتها . إذ يتضح بقليل من التأمل أن ابن الهيثم لكى يبين ما يؤول إليه انعطاف الضوء الوارد من المبصر ك ع عند نفوذه من الوسط الألطف فى الأغلظ ، ثم من الأغلظ إلى الألطف ، راعى أولا ما يؤول إليه انعطاف الضوء الوارد من ك ع إلى السطح الذى يليه ، وبين على طريقته أن الأمر يؤول إلى إعتبار الضوء عند انعطافه الثانى كأنه وارد من ح ل فى الجسم الأغلظ ، إذا اعتبرناه متصلا ملتئماً إلى نقطة ل ومايليها . فكأن المبصر ك ع الموجود فى الجسم الألطف قد استبدل به عند مراعاة الانعطاف الثانى مبصر تقديرى هو ح ل موجود فى الجسم الأغلظ ، وهذه هى الطريقة التى

تتبع فى الوقت الحاضر لبحث الموضوعات المشابهة لهذا الموضوع . فعند البحث عن خيال يحدث للمبصر بانعطافين أو أكثر ، يبحث أولا عن الخيال الذى يحدث له بانعطاف ضوئه عند السطح الأول الواقع عليه الضوء رأسا وهو ينفذ من الوسط الأول إلى الوسط الثانى ، فاذا تعين هذا الخيال أغفل المبصر نفسه وأغفل الوسط الأول وعد الخيال فى حكم مبصر جديد حقيقياً كان أو تقديرياً موجوداً فى الوسط الثانى ، وبحث عن خياله الذى يحدث بانعطاف الضوء الوارد منه فى الواقع أو فى التقدير وهو ينفذ عند السطح الثانى من الوسط الثانى إلى الوسط الثالث ، وهكذا بحسب عدد السطوح وعدد الانعطافات .

الفصل الثالث

فى

بحوث ابن الهيثم عن الظواهر الجوية المترتبة على انعطاف الضوء

٢٣٠ — مجمل ماعنى ابن الهيثم ببحثه عن الظواهر الجوية التى تنجم عن انعطاف الضوء

عالج ابن الهيثم شرح كثير من الظواهر التى تحدث عن انعطاف الضوء فى الطبقة الهوائية المحيطة بالكرة الأرضية، وهى ظواهر لها علاقة بعلم الفلك والأرصاد الفلكية خاصة. وبحوثه فى الموضوع هى من غير شك من أجل بحوثه العلمية. وقد سلك فى تتبعها سبيلا جديراً بالاشارة إليه فى هذا المقام. فأول ما أورده فى كتابه المناظر مما يتعلق بهذا الموضوع، كيفية الاستدلال بالاعتبار على أن الضوء الوارد من الأجرام السماوية يعانى عند نفوذه فى الطبقة الهوائية المحيطة بالأرض انعطافاً. والغرض الذى يرمى إليه من وراء الاعتبار التحقق من حدوث هذا الانعطاف، والتحقق من الاتجاه الذى ينعطف إليه الضوء، هل هو إلى جهة العمود، أو هو إلى ضد جهة العمود؟ حتى إذا ثبت بالاعتبار أن الانعطاف هو إلى جهة العمود، استدل من ذلك على أن الضوء الوارد من الأجرام السماوية يرد من وسط ألطف وينعطف فى وسط أغلظ، فيكون مايسميه هو «جسم السماء» أشد لطافة وأشد شفيفاً من «جسم الهواء».

فاذا ما فرغ من هذا البحث استعان بالقياس فى بيان ما يترتب على

حدوث هذا الانعطاف من الأمور التى لها علاقة بالرصد كاختلاف أوضاع الكواكب وأعظامها ، وأبعاد ما بين بعضها والآخر .

وسنوالى فيما يلى بالتفصيل سرد هذه البحوث ومناقشة ماتتضمنه من المعانى.

٢٣١ – ذات الحلق

وقد أورد ابن الهيثم لكى يثبت أن جسم السماء أشد لطافة وشفيفاً من جسم الهواء اعتبارين اثنين . أحدهما وهو الذى نتناوله بالشرح أولا ، الاعتبار « بذات الحلق » . وابن الهيثم قد ذكر هذا الاعتبار بشىء من الايجاز ، دون أن يضمنه وصف الآلة أو بيان ما تستخدم الآلة من أجله . ونقدم له فيما يلى بذكر هذه الآلة ووصفها على القدر اللازم لتوضيح الاعتبار .

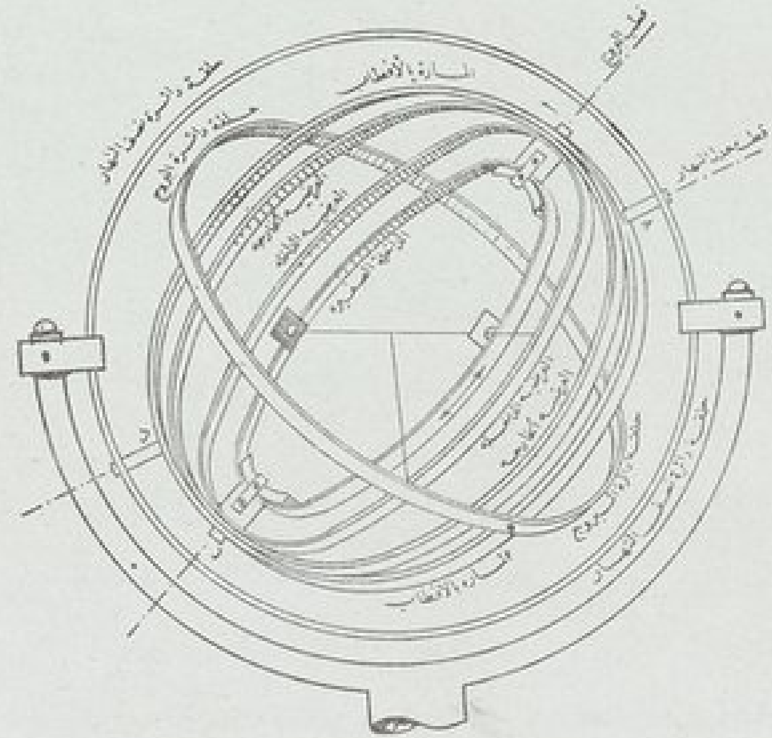
وذات الحلق آلة فلكية قديمة ذكرها بطليموس فى المجسطى ، وهو فى صدد بيان كيفية تعيين موضع القمر بالاضافة إلى دائرة البروج (١) . والآلة بحسب الوصف الوارد فى المجسطى تتركب من حلقات مستديرة بعضها فى داخل بعض ، قابلة للدوران حول محاور مثبتة بكيفية خاصة بحيث تؤدى كل حلقة منها غرضاً خاصاً . ومن حلقاتها ثنتان مثبتتان إحداهما بالأخرى تثبيتاً محكماً بحيث يكون مستوى إحداهما عموداً على مستوى الأخرى ، تقوم إحداهما مقام دائرة البروج (انظر شكل ٢٠٦) وهى الدائرة التى يمثل مستواها فلك الأرض حول الشمس ، والتى تدل فى إصطلاح الفلك القديم على مدار الشمس فى البروج ، وهذه الحلقة مقسمة « باجزاء الدرج وأقسامها ما أمكن » . وتقوم الثانية مقام الدائرة « المارة بالأقطاب (٢) الأربعة » بحسب التعبير الوارد فى المجسطى . أى أن قطرها ا ب العمود على مستوى الأولى يمثل محور دائرة البروج ، والقطر حـ د الذى يحيط معهذا بزاوية قدرها ½ ٢٣ درجة بالتقريب

---

(١) المقالة الخامسة من كتاب المجسطى تحرير نصير الدين الطوسى — مخطوط دار الكتب المصرية .

(٢) اللفظ الوارد فى المخطوط فى جميع المواضع « الأقطار » وقد صححناه بما يتفق وانسجام المعنى .

يمثل المحور المار بقطبي العالم . وكانوا يسمونهما أيضاً قطبي معدل النهار ، ويطلقون على المحور المار بهما « محور حركة الكل » . وعند موضعي قطبي دائرة البروج (ا ، ب) من المارة بالأقطاب وتدان اسطوانيان ناتئان إلى الخارج وإلى الداخل . مثبت فيهما حلقتان قابلتان للدوران حول السهم المشترك للوتدين ، إحداهما تمس كلا من المارة بالأقطاب وحلقة دائرة البروج من



(شكل ٢٠٥)

الخارج أي من محدبتيهما ، وتسمى العرضية الخارجة ، والثانية تمسهما من الداخل ، أي من مقعريهما وتسمى العرضية الداخلة ، وهذه أيضا مدرجة . وتركب في العرضية الداخلة حلقة أخرى صغيرة بها ثقبان متقاطران ، يرصد بهما القمر أو الكوكب المعني به ، وهذه الحلقة الصغيرة لا يخرج بسيطها عن بسيط العرضية الداخلة ، ولكنها قابلة للدوران حول محور مار بالمركز عمود على بسيط الحلقتين ، حتى يتسنى توجيه خط الثقبين بحسب الارادة .

وأيضاً عند موضعي قطبي حركة الكل (ح ، د) وهما قطبا دائرة

معدل النهار من المارة بالأقطاب ، وتدان اسطوانيان ناتئان إلى الخارج مثبت فيهما حلقة ، بحيث تكون قابلة للدوران حول السهم المشترك للوتدين ، وتحيط بالحلقات جميعاً وتقوم مقام دائرة نصف النهار .

ويقول الطوسى فى تحريره للمجسطى «وفى بعض النسخ جعلت العرضيتان معاً داخل البروج ، لتتم دورتهما من غير أن يزاحم إحداهما وتدا قطبى معدل النهار وذلك أصوب» . وقد جعلنا الشكل الموضح لتركيب الآلة على هذه الصفة. ثم قال «وجعلت حلقة نصف النهار أيضاً مضاعفة خارجتها مقسومة بالأجزاء لتتحرك الداخلة فيها ، فيرتفع القطب فى كل أفق بقدر عرضه . وصارت الحلق سبعا» (١) .

ذلك هو وصف ذات الحلق وذكر حلقاتها المختلفة وبيان أوضاع هذه الحلقات وكيفية دورانها بعضها بالاضافة إلى الآخر . وقدشاع استعمال ذات الحلق فى العصر القديم وعند الاسلاميين وعند أهل أوربا من بعدهم ، وكانت تعرف لديهم باسم « الارملا » (٢)

وقد ورد أيضا فى المجسطى ذكر كيفية إقامة هذه الآلة وكيفية استعمالها لتعيين موضع القمر من الشمس ، أو بالأحرى من دائرة البروج نورده فيما يلى نقلا عن تحرير الطوسى ، قال بلفظه .

« فاذا نصبنا حلقة نصف النهار نصبا ثابتا فى سطح دائرة نصف النهار ، قاطعا سطحُها سطح الأفق على قوائم ، مرتفعا أحد قطبى معدل النهار منها عن موازاة سطح الأفق بقدر عرض البقعة ، كان مدار الحلق داخلها حول قطبى معدل النهار شبيها بحركة الكل . فلما نصبناها ، فتى تهيأ كون الشمس والقمر معا ظاهرين ، جعلنا العرضية الخارجة قاطعة لفلك البروج على الجزء الذى فيه الشمس فى ذلك الوقت ، وأدرنا المارة إلى أن يصير ذلك التقاطع محاذياً للشمس ، فتستظل الحلقتان بنفسهما . وإن كان القياس من كوكب غير الشمس

---

(١) س (٤٧) من مخطوط دار الكتب المصرية .

(٢) Armilla

فإلى أن يرى الكوكب فى موضعه من حلقة البروج لاصقاً ببسيطها معا ، وحينئذ تصير حلقة البروج فى سطح دائرة البروج وعلى وضعه . ثم كنا ندير العرضية الداخلة نحو القمر أو غيره مما نريد قياسه ، وندير داخلتها الصغيرة نحو القطبين إلى أن يرى القمر بالثقبتين معا ، فيكون موضع تقاطع هذه العرضية وحلقة البروج من حلقة البروج ، موضع القمر فى الطول ، وما بين وسط الثقبة وحلقة البروج من أجزاء العرضية الداخلة عرض القمر »[١]

٢٣٢ – الاعتبار بذات الحلق للاستدلال على الانعطاف فى الطبقة الهوائية

والاعتبار بذات الحلق للغرض الذى أراده ابن الهيثم يتطلب أن تنصب الآلة نصبتها الصحيحة ، بحيث يمر امتداد الواصل بين موضعى قطبي معدل النهار من حلقة دائرة نصف النهار بالنجم القطبي ، وبحيث يكون بسيط هذه الحلقة رأسياً ، ثم يسوى بسيط العرضية الداخلة ببسيط المارة بالأقطاب ، فاذا أديرت بعد ذلك المارة بالأقطاب حول قطبي معدل النهار حتى يوازى بسيطها نجما من النجوم الثوابت ، وأديرت حلقتها الصغيرة حتى يرى النجم على امتداد خط الثقبين ، كانت الزاوية المحصورة بين خط الثقبين و بين محور قطبي معدل النهار ، هى الزاوية التى يوترها بعد النجم المذكور عن القطب عند موضع الرصد . ونظرا لانعدام اختلاف المنظر[٢] من جراء البعد الشاسع ، تكون تلك الزاوية هى الزاوية التى يوترها بعد النجم عن القطب عند مركز الأرض ، أى عند مركز العالم بحسب اصطلاح الفلك القديم .

واعتبار ابن الهيثم يتلخص فى تخير نجم من النجوم الثوابت التى تمر بسمت الرأس أو قريباً جداً منه ، وقياس هذه الزاوية والنجم أولا عند الأفق أو قريبا جداً منه ، ثم قياسها ثانياً والنجم عند سمت الرأس أو قريباً جداً منه .

ولخطورة هذا الاعتبار نورد فيما يلى ما جاء فى وصفه ، قال بلفظه .

---

(١) ص (٤٧) من مخطوط دار الكتب المصرية .

(٢) « اختلاف المنظر » هو الاصطلاح القديم الذى كانوا يطلقونه على الظاهرة التى يدل عليها الآن لفظ « Parallax » .

«فليعتمد (أى المعتبر) الآلة التى تسمى ذات الحلق وينصبها فى موضع مرتفع من الأرض، بحيث يظهر منه أفق المشرق وبنصبة ذات الحلق التى تخصها. وهى أن تجعل الحلقة التى فيها التى تقوم مقام دائرة نصف النهار فى سطح دائرة نصف النهار ، ويكون القطب الذى فيها مرتفعا عن الأرض بقدر ارتفاع قطب العالم عن أفق الموضع الذى تنصب فيه . فاذا كان فى الليل اعتمد كوكبا من الكواكب الثابتة الكبار التى تمر بسمت الرأس فى ذلك الموضع ، أو قريبا جدا من سمت الرأس ، ويراعيه فى وقت طلوعه من أفق المشرق . فاذا طلع الكوكب فليدر الحلقة من ذات الحلق التى تدور حول قطب معدل النهار إلى أن توازى الكوكب ، ويحقق موضع الكوكب من الحلقة . فيحصل له بذلك بعد الكوكب عن قطب العالم . ثم يراعى الكوكب إلى أن يصير إلى دائرة نصف النهار ، ويحرك الحلقة التى كان حركها حتى توازى الكوكب . فيحصل له بذلك بعد الكوكب عن قطب العالم عند كونه على سمت الرأس أو قريبا جداً من سمت الرأس . فاذا فعل المعتبر ذلك فانه يجد بعد الكوكب عن قطب العالم فى وقت طلوعه أقل من بعده عن قطب العالم (عند) كونه على سمت الرأس[1]» .

والنتيجة التى يستنبطها ابن الهيثم من هذه التجربة « أن إدراك البصر للكواكب إنما هو بالانعطاف لا على استقامة» . وهو يبين السبب ويقول «وذلك أن الكوكب الثابت يتحرك أبدا على دائرة واحدة من الدوائر الموازية لمعدل النهار وليس يخرج عنها ، ولا يظهر خروجه عنها إلا فى الزمان الطويل . فلو كان (البصر)[2] يدرك الكواكب على استقامة لكانت خطوط الشعاع تمتد من البصر إلى الكواكب على استقامة ، وكانت صورة الكواكب تمتد على خطوط الشعاع على استقامة إلى أن تصل إلى البصر . ولو كانت الصورة تمتد من الكواكب إلى (البصر)[3] على استقامة لكان البصر يدرك الكوكب فى موضعه . فلو كان

---

(١) و(٥٦) ، و (٥٧) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر . ولم يرد اللفظ المحصور بين القوسين فى الأصل .

(٢) الوارد فى الأصل « الذى »

(٣) الوارد فى الأصل « المبصر »

يدرك الكوكب فى موضعه لكان يجد بعد الكوكب الثابت عن قطب العالم أبداً فى الليلة الواحدة بعداً واحداً لا يتغير . . . فمن اختلاف بعد الكوكب الواحد فى الليلة الواحدة عن قطب العالم فى رأى العين ، يظهر ظهوراً بينا تسقط معه الشبهات ، أن إدراك البصر للكواكب إنما هو بالانعطاف(١) » .

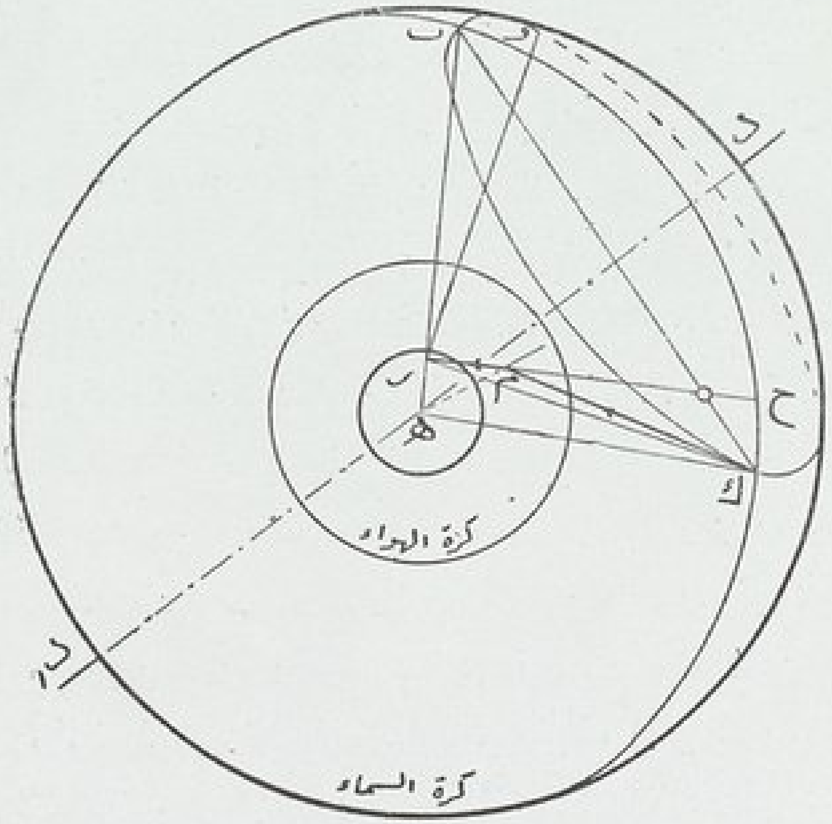
ويعود ابن الهيثم بعد قليل إلى تجربته هذه مرة أخرى ليبين بها أن الانعطاف فى الهواء هو من قبيل الانعطاف من الألطف فى الأغلظ . والفكرة الأساسية بسيطة وسهلة الادراك . فاذا كان الكوكب يمر بسمت الرأس فضوؤه وهو عند السمت يرد إلى الراصد من غير انعطاف ، فيرصد الكوكب فى موضعه . فاذا دل الرصد على أن بعده عن القطب وهو عند السمت أعظم من بعده عن القطب وهو بالقرب من الأفق ، فذلك يدل على أنه وهو عند الأفق ينعطف ضوؤه فى مستوى المستقيمين ، الواصل من موضع الراصد إلى الكوكب والواصل من موضع الراصد إلى السمت ، انعطافا إلى جهة العمود . وابن الهيثم يتوسع فى تفصيل هذا (٢) على أتم ما يمكن من الوضوح والدقة .

فاذا فرضنا أن نقطة هـ (شكل ٢٠٧) مركز الأرض وكان قطرها المخرج إلى د ، د١ هو محور دوران الأرض حول نفسها ، وتوهمنا الكرة التى مركزها مركز الأرض وقطرها د هـ د١ ، فبحسب الاصطلاحات الفلكية القديمة تكون هذه الكرة هى فلك الكواكب الثابتة ، أو كرة السماء ، وتكون نقطة هـ ما كان يسمى مركز العالم . ولما كان محور دوران الأرض يشير نحو النجم القطبى فليكن النجم القطبى على امتداد هـ د ، فتكون نقطة د موضع النجم القطبى من كرة السماء ، وتمثل فى الشكل ما كان يسمى قطب العالم . والنجوم الثوابت تعد كأنها ثابتة فى كرة السماء(٣) . وتعد كرة السماء كأنها تدور حول القطر د هـ د١ دورة كاملة فى اليوم الواحد ، والأرض ساكنة فى موضعها وثابتة لا تدور .

---

(١) و (٥٧) — و (٥٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .
(٢) و (٥٩) — و (٦١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .
(٣) يجدر بنا الاشارة إلى ما ذكره ابن الهيثم فى أقواله السابقة عن تغير أوضاع النجوم الثوابت مع الزمان الطويل ، وهو أمر له خطورته وحقيق بنا أن نؤكده .

فاذا فرضنا أن الموضع من سطح الأرض الذى يرصد منه الكوكب نقطة م فان هذه النقطة تمثل مايعبر عنه ابن الهيثم بمركز البصر . والمستوى المار بمحور دوران الأرض ونقطة م هو ما نسميه الآن مستوى الزوال . وهو بحسب اصطلاحات الفلك القديم المستوى المار بمحور دوران ذلك الكوكب الثابت والموضع المفروض على سطح الأرض . وإذا أخرج هذا



(شكل ٢٠٧)

المستوى لقى كرة السماء على محيط دائرة ، هى التى كانت تسمى دائرة نصف النهار . وهو يلقى أيضاً كرة الأرض على دائرة يكون خط الطول للمكان المعين على سطح الأرض نصف محيطها . والمستقيم الواصل من ه إلى م إذا أخرج وقع سمت الرأس بالنسبة إلى نقطة م على امتداده . وهو يلقى كرة السماء على نقطة ولتكن ب المبينة بالشكل .

وبما أن الضوء الممتد على سمت العمود لا ينعطف ، تبين أن الكوكب إذا كان عند السمت وصل ضوؤه إلى م من غير انعطاف ، فيدركه البصر على

امتداد ه ر ، ويدركه فى موضعه الحقيقى من كرة السماء ، وتمثل نقطة ب إذن موضعه الحقيقى . فاذا توهمنا الشكل قد أدير دورة كاملة حول د ه د١ ، حدث من دوران ب فى سطح كرة السماء محيط دائرة ، يكون هو فى اصطلاح القدماء المدار الحقيقى الذى يدور عليه الكوكب الثابت حول القطب دورته اليومية . وليكن محيط هذه الدائرة و ب ك . وإذا قيس بعد الكوكب الثابت عن قطب العالم والكوكب عند سمت الرأس ، كان هذا البعد هو زاوية ب ه د ، لأن اختلاف المنظر بالنسبة إلى الكوكب الثابت فى حكم العدم ، وتكون هذه الزاوية هى المقدار الحقيقى لبعده الزاوى عن القطب أياً كان موضع الكوكب . والمستوى الذى يلمس كرة الأرض عند ر هو أفق هذا المكان . وإذا توهمنا هذا المستوى وقد أخرج ، فان محيط دائرة و ب ك يلقاه على نقطتين ولتكونا ك ، و. وتمثل إحداهما ولتكن ك الموضع الحقيقى للكوكب عند شروقه ، وتمثل الأخرى موضعه الحقيقى عند أفوله .

واعتبار ابن الهيثم يدل على أن بعد الكوكب عن القطب والكوكب عند الأفق أو قريباً منه ، أصغر من بعده وهو عند السمت . فالكوكب وموضعه الحقيقى ك لا يدرك عند الاعتبار عند نقطة ك ، نفسها ، بل يدرك فى موضع من كرة السماء أقرب إلى القطب د من محيط الدائرة و ب ك . وذلك لأنه لما كان الموضع الحقيقى للكوكب هو نقطة ك والضوء الوارد من ك إلى ر إذا انعطف ينعطف فى مستوى ب ه ك ، ومستوى ب ه ك يلقى كرة السماء على عظيمة ولتكن ب ح ك كالمبين بالشكل ، فإنه إذا كان امتداد الضوء فى السماء على سمت ك م ، وانعطافه فى كرة الهواء (نحو العمود) على سمت م ر ، فان المستقيم ر م إذا أخرج لقى كرة السماء على نقطة من قوس ب ح ك ، ولتكن نقطة ح المبينة بالشكل . فلا يرى الكوكب عند موضعه الحقيقى ك وإنما يرى عند ح ، حيث يكون بعده الزاوى عن القطب د بحسب الرؤية أصغر من بعده الزاوى فى الواقع . أما إذا كان انعطاف الضوء إلى ضد جهة العمود ، كان البعد الزاوى بحسب الرؤية أعظم . فاذا ثبت الأمر الأول بالاعتبار

يتبين أن انعطاف الضوء من السماء فى الهواء هو من قبيل الانعطاف من وسط ألطف فى وسط أغلظ .

تلك هى الفكرة التى تتضمنها أقوال ابن الهيثم فى هذا الشأن . وهو يختم أقواله هذه بقوله «فقد تبين أن ما يوجد بالاعتبار من رؤية الكواكب، يدل دليلا برهانياً على أن إدراك البصر للكواكب إنما هو بالانعطاف، وأن جسم الهواء أغلظ من جسم السماء ، وأن جسم السماء أصفى وأشد شفيفاً من جسم الهواء ، وذلك ما أردنا أن نبيّن »[1]

٢٣٣ — الاعتبار بالقمر للاستدلال على الانعطاف فى الطبقة الهوائية

والاعتبار الثانى الذى ذكره ابن الهيثم هو الاعتبار بالقمر . والفكرة الأساسية فى هذا الاعتبار أنه إذا حسب بالرجوع إلى التقاويم والجداول الفلكية ارتفاع القمر (أى تمام بعده عن السمت من الزاوية القائمة) فى موضع مخصوص من سطح الأرض ، فى وقت معلوم من ليلة معلومة ، والقمر قريب من الأفق ، ثم عين ارتفاعه عملياً بواسطة الآلة الفلكية التى تعين بها الارتفاعات ، ولعلها الآلة التى كانت تسمى ذات الشعبتين[2] ، وذلك فى تلك اللحظة نفسها التى حسب ارتفاع القمر فيها ، فان المقدارين مقدار الارتفاع المحسوب ومقدار الارتفاع المرصود عملياً ، لا يوجدان متساويين . وابن الهيثم فى وصف هذا الاعتبار يقول بلفظه « إنه إذا قُوِّم القمر وحقق موضعه فى ساعة قريبة من وقت طلوعه ومن بعد طلوعه ، فى ليلة معلومة فى موضع معلوم ، وحصل من (ذلك) موضعه عن قطب العالم ، ثم نصبت آلة الساعات فى تلك الليلة من قبل طلوع القمر ، وعلقت آلة يعرف بها الارتفاع ، وروعى القمر إلى أن يطلع ، وينتهى الزمان إلى الدقيقة بعينها من الساعة بعينها التى (قوم)لها القمر ، وحرر ارتفاع القمر فى ذلك الوقت ، وحصل بعده عن سمت الرأس ، واعتمد أن تكون الآلة التى يوجد بها الارتفاع مقسومة بدقائق وبأدق ما يكون من الأجزاء ، فانه يوجد بعد القمر عن سمت الرأس فى ذلك الوقت

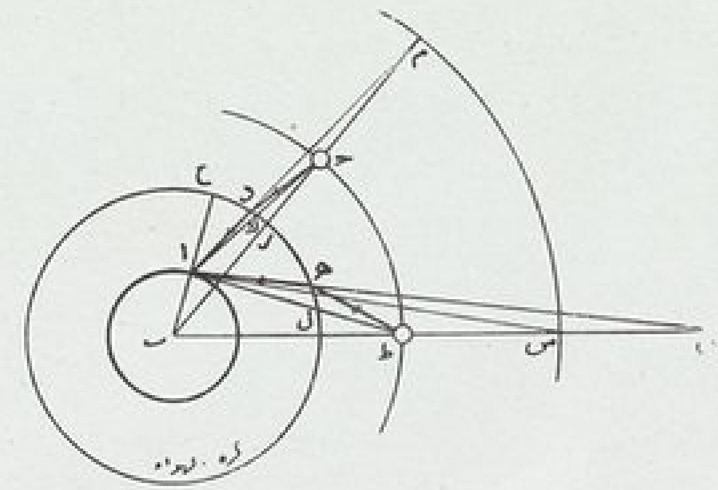
(١) و (٦١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

(٢) أنظر التذييل على هذا الفصل .

بالآلة ، أقل من المقدار الذى حصل من بعده عن سمت الرأس فى ذلك الوقت بالحساب[١] » .

هذا كل ما جاء فى وصف ابن الهيثم لهذا الاعتبار . والوصف مقتضب ، ولعل ابن الهيثم لم يرد التعرض إلى مسائل فلكية تتجاوز حدود المقصود من أمر الضوء وانعطافه . وقد تناول الفارسى فى التنقيح[٢] هذه التجربة ببيان مفصل أوضح فيه المسائل المرتبطة بها على منوال جدير بالذكر هنا .

لنفرض أن ب (شكل ٢٠٨) مركز الأرض ، ا الموضع المعين على



(شكل ٢٠٨)

سطحها وليكن حـ مركز القمر وهو أقرب إلى السمت ، وليكن مستوى الشكل مستوى هذه النقاط الثلاث ، وليلق هذا المستوى كرة الأرض على محيط الدائرة المارة نقطة ا وكرة الهواء على محيط الدائرة هـ د ح . ولنخرج ب ا حتى يلقى هذه الدائرة على ح ، وليلق ب حـ ، ا حـ محيطها على نقطتى م ، ك على الترتيب . فضوء القمر الواصل من حـ إلى ا لا يرد على سمت حـ ا . وإن كان الهواء أغلظ فهو ينعطف من نقطة على قوس ك ح فيما بين ك ، ح ولتكن نقطة د ، بحيث يرد الشعاع على امتداد حـ د فينعطف عند د على امتداد د ا إلى جهة العمود ، حيث يكون حـ د ، د ا فى مستوى

(١) و (٥٨) من مخطوط المقالة السابعة واللفظان الواردان بين القوسين لم يردا فى الأصل .
(٢) ص (١٥٣) — ص (١٥٥) من الجزء الثانى (من النسخة المطبوعة) .

الشكل أيضاً . وإذا أخرج ا د فهو يلقى امتداد ب ح على نقطة ، ولتكن م . فالبصر عند ا يدرك لنقطة ح خيالا عند م . ويبدو القمر الذى موضعه الحقيقى عند ح كأنه عند م .

وبالمثل إذا فرضنا أن القمر فى موضع آخر أقرب إلى الأفق ، وليكن مركزه نقطة ط ، وفرضنا لتبسيط الشكل أن نقطة ط فى مستوى الشكل نفسه ، فالضوء الوارد من ط إلى ا ينعطف فى الهواء عند نقطة مثل ه ، فيرد على امتداد ط ه وينعطف على امتداد ه ا إلى جهة العمود .

وإذا أخرج ا ه فهو يلقى امتداد ب ط على نقطة ، ولتكن ن ، فيبدو القمر الذى موضعه الحقيقى ط كأنه عند ن .

وإذا كان البعدان ب ط ، ب ح متساويين ، فمن الممكن بيان أن ب ن أعظم من ب م (١) .

هذه الأمور يوضحها الفارسى على هذا المنوال . وهو أيضاً يناقش الناحية الفلكية من الموضوع بحسب المعلومات التى كانت معروفة فى عصره . ويبين أن الوارد فى المجسطى ، أن بطليموس رصد القمر بذات الشعبتين فى دائرة نصف النهار ، فوجد تمام ارتفاعه بها ٥٠ درجة ، ٥٠ دقيقة ، وكان تمام ارتفاعه الحقيقى ٤٩ درجة ، و ٤٣ دقيقة . فكانت زاوية اختلاف المنظر درجة وسبع دقائق (٢) .

إلى أن قال « فزاوية ا م ب هى زاوية اختلاف المنظر المستخرجة من الرصد ، وقد ظنوا أنها ا ح ب ، م موضع خيال القمر على ما نبين فى الخاتمة ، وظنوه موضع القمر أعنى ح ، ا م بعد خيال القمر وظنوه بعد القمر وهو ا ح ، وهو (أى بعد الخيال) أعظم من بعد القمر . ثم استخرجوا بالحساب زاوية ا ط ب من ا ح ب .

---

(١) يتبين هذا من رسم دقيق . وأيضا يمكن إثبات أن نقطة التقاء امتداد المنعطف بالعمود إذا كان الانعطاف عند السطح الكرى المحدب من الألطف فى الأغلظ يزداد بعدها من السطح كلما زاد بعد نقطة الانعطاف عن القطب .

(٢) وقد ورد هذا أيضاً فى تحرير المجسطى لنصير الدين الطوسى (مخطوط دار الكتب المصرية) ص (٥٣) .

ونرسم على مركز ب فى سطح السمتية دائرة م س ، ونخرج ب ط حتى يقطعه على س . ونصل ا س . فلأن زاوية ا حـ ب عنـــدهم هى ا م ب فى الواقع ، فتكون زاوية ا ط ب المستخرجة منها هى ا س ب فيكون قدر ا ط ب على ما فى الجداول أصغر منها فى نفسها .

(و) لانا نخرج ا هـ حتى يقطع ب س على ن فتكون (ن) أبعد عن المركز من س على ما نبين فى الخاتمة . فاس (أى نخط ا س) يقطع دائرة د هـ على نقطة أقرب إلى الأفق من هـ ؛ ا س هو سمت الكوكب المستخرج بالحساب ، فاهـ (أى نخط ا هـ) وهو السمت المرصود أقرب إلى سمت الرأس . »

والفارسى يشير فى هذا الصدد إلى ما يوجد لو كان القمر أقرب إلى سمت الرأس من الموضع حـ الذى اتخذ الرصد فيه أساساً للحساب ، فيعقب على أقواله المذكورة ويقول « وبمثل ذلك تبين أن القمر إذا كان أقرب إلى سمت الرأس من حـ كان الأمر بالخلاف ، أعنى يكون تمام ارتفاعه المرصود أعظم من التمام المحسوب ، وقد استبان من ذلك أن بعد القمر المستخرج بذلك الرصد هو أعظم من بعده فى نفسه ، لأن بعده فى نفسه ا حـ والمرصود ا م ، وإنما هو بعد خيال القمر . فلتعرف ذلك . »[1]

ولكنا لا نرى فى هذا ما ينقض النتيجة التى ذكرها ابن الهيثم بلفظه إذا كان أساس الحساب والتقويم هو ما ورد فعلا فى المجسطى ، لأن هذا الأساس هو نتيجة الرصد وتمام ارتفاع القمر حوالى ٥٠ درجة . وابن الهيثم يريد فى الاعتبار تقويم القمر فى ساعة بعـد طلوعه ولكنها قريبة من وقت طلوعه ، فيكون التقويم حالة كون القمر أقرب إلى الأفق فى وضع شبيه بوضع نقطة ط فى الشكل ، والأساس الذى انبنى عليه التقويم فى الحساب نتيجة الرصد حالة كونه أقرب إلى السمت فى وضع شبيه بوضع نقطة حـ فى الشكل . وتنتفى على هذا الوضع الحالة التى يشير إليها الفارسى .

---

(١) ص (١٥٥) الجزء الثانى من التنقيح (النسخة المطبوعة) .

٢٣٤ – مذهب ابن الهيثم فى تدرج الهواء من حيث اللطافة

ابن الهيثم فى الاعتبارين اللذين ذكرناهما فيما سبق وأيضا فى بحوثه الأخرى عن الانعطاف فى الطبقة الهوائية التى سنذكرها فيما بعد ، فرض أن كرة الهواء يحدها سطح كرى يفصل بينها وبين بقية السماء يحدث عنده الانعطاف ، ويمتد الضوء بعد حدوث الانعطاف فى الطبقة الهوائية على استقامة حتى يصل إلى البصر . ولكنه فى مستهل بحوثه الأخرى هذه ، ينفى بصريح العبارة وجود مثل هذا السطح الفاصل ، ويذكر أن الهواء يتدرج فى اللطافة كلما قرب من السماء . وإن كنا نجده منقاداً إلى حد ما لرأى القائلين بأن وراء كرة الهواء ما كانوا يسمونه « كرة النار » وإن وراء كرة النار كرة السماء ، وأيضا لرأى القائلين بالاستحالة ، فان ذلك لا يضيره ولا يعيبه فيما أراد من أمر الضوء . وهو يقول بلفظه « وليس فى الوجود جسم مشف ألطف من الهواء من ورائه مبصرات يدركها البصر غير جسم السماء وجسم النار[١] . وليس (أى جسم النار) ينفصل عن جسم الهواء بسطح يفصل إحداهما (كذا) عن الآخر . وإنما الهواء كلما قرب من السماء لطف إلى أن يصير نارا ، فلطافته إنما هى على تدريج من غلظ إلى لطافة لا من فصل محدود[٢] » .

فابن الهيثم يبين على هذا النحو رأيه فى تدرج الهواء فى اللطافة كلما بعد عن سطح الأرض . وإشارته إلى كرة النار فى هذه الأحوال لا تفيد أكثر من ذهابه إلى أن الهواء إذا اشتدت لطافته استحال نارا . وقد كان هذا مذهب كثير من القائلين بالعناصر الأربعة ممن تقدمه وممن عاصره وظل شائعا مدى ستة قرون أو أكثر من بعده . وإن أعجبنا بشىء فى هذا الصدد ، فعجبنا أن مثل هذه الآراء والمذاهب التى توارثتها الحقوب جيلا بعد جيل لم يعق ابن الهيثم فى بحوثه ، ولم يكن له أثر يذكر يحط من المستوى العلمى لهذه البحوث .

والقول بتدرج الهواء فى اللطافة كلما بعد عن سطح الأرض لم يكن شائعا

---

(١) الوارد فى المخطوط « غير جسم السماء وجسم الماء وجسم النار » وورود جسم الماء فى هذا الصدد هو على الارجح من إخطاء النسخ إن لم يكن من قبيل السهو .

(٢) و (١٢٥) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

معروفا فى عصر ابن الهيثم ولا فى بضعة القرون التى من بعده . ويدل على ذلك اعتراض الفارسى على ابن الهيثم فى قوله بهذا التدرج . فالفارسى من كلام له فى هذا الشأن يقول « أما عدم انفصال النار عن الهواء بسطح فاصل فغير معلوم . والتدريج المذكور ، ممنوع لأنه يستلزم كون النار هواءً‌ا حارا ، وليس ذلك بالمذهب المنصور (١) . »

وابن الهيثم لم يتناول بالتفصيل شرح ما يترتب على هذا التدرج من انحناء الشعاع المار فى الطبقة الهوائية ، ونجده قد اقتضب أقواله عنه وختمها بقوله « وجميع الكواكب التى فى السماء تمتد صورها فى جسم السماء ، وتنعطف عند مقعر السماء ، وتمتد فى جسم النار وجسم الهواء على استقامة (كذا) ، إلى أن تصل إلى البصر » . وقد انتهز الفارسى ورود قول ابن الهيثم « على استقامة » فى هذه الجملة فأقام به حجة على بطلان التدرج الذى يقول به . ولكننا نجد من التعنت أن يقال إن ابن الهيثم يريد من قوله « تنعطف عند مقعر السماء » أن يكون الانعطاف خارج كرة الهواء فليس ثمة اختلاف فى الشفيف أو فى الغلظ يدعو إلى حدوث الانعطاف هناك . ومن التعنت أيضا أن يحمل قوله « على استقامة » على أنه يريد به معنى يشمل امتداد الضوء فى جميع جسم الهواء المتدرج فى الغلظ أو فى اللطافة . ولعله لا يقصد غير ان الضوء بعد حدوث الانعطاف الذى هو لابد حادث ، يمتد فى الهواء على استقامة ، فان كان الانعطاف يحدث بعيداً عن سطح الأرض فهو يمتد فى الطبقات القريبة من سطح الأرض التى لا يكون فيما بينها تفاوت محسوس فى الغلظ أو اللطافة على خطوط مستقيمة .

٢٣٥ — تغير مواضع الكواكب فى السماء من جراء الانعطاف :

والاعتباران اللذان ذكرهما ابن الهيثم للتحقق من حدوث الانعطاف فى الطبقة الهوائية المحيطة بالكرة الأرضية ، وللتحقق من أنه من قبيل الانعطاف من الجسم الألطف فى الجسم الأغلظ ، يستدل منهما أيضاً على أن انعطاف

(١) التنقيح ص (٢١٧) من الجزء الثانى (النسخة المطبوعة) .

(٢) ص (١٢٥) من مخطوط المقالة السابعة .

الضوء فى الطبقة الهوائية ينشأ عنه أن كواكب السماء لاتدرك بوجه عام فى مواضعها الحقيقة، بل تدرك مزاحة قليلا عن مواضعها الحقيقية إلى جهة السمت، وكلما كان الكوكب أبعد عن السمت كانت الازاحة أعظم، وكلما كان أقرب كانت الإزاحة أصغر. وأنه إذا كان الكوكب عند سمت الرأس بالضبط يرد ضوؤه على استقامة فلا يعانى انعطافاً، ويبطل مايترتب على الانعطاف من تغير فى الموضع ببطلان الانعطاف نفسه.

وشرح ابن الهيثم للاعتبارين ولاسيما الأول منهما يوضح هذا الأمر بما فيه الكفاية. وابن الهيثم فى آخر بحث له أورده فى كتاب المناظر يصدر أقواله بذكر مجمل ما يعرض من الأغلاط فى إدراك الاجرام السماوية من جراء الانعطاف، ويبدأ بالغلط فى إدراك الموضع، ويحيل البيان والشرح على أقواله السابقة، وهى الخاصة بالاعتبارين المشار إليهما هنا ويقول « أما فى غير موضعها (أى إدراك الكواكب فى غير مواضعها) فمن أجل وضع الشعاعات المنعطفة، وهو المعنى الذى ذكرناه من قبل»(١).

وعلى كل حال، فبحوث ابن الهيثم التى سنبينها فيما يلى تشمل ضمناً بيان هذا الأمر وتفسيره.

٢٣٦ — بحوث ابن الهيثم عن أثر الانعطاف فى أبعاد الكواكب ومقاديرها

يبين ابن الهيثم بالتفصيل ما يترتب على الانعطاف فى الطبقة الهوائية من إدراك العظم على غير حقيقته. ويقول فى هذا الصدد « وهذا المعنى (أى الغلط فى إدراك العظم) يظهر فى الأبعاد التى فيما بين الكواكب ظهوراً أكبر مما يظهر فى اعظام الكواكب أنفسها، لأن مقدار الكواكب فى رأى العين مقدار صغير، فالتفاوت فى اختلاف مقادير مقدار بُعد مابين الكوكبين، بين كون الكوكبين فى الأفق وبين كونهما فى وسط السماء، اختلاف متفاوت، وظاهر للحس ظهوراً بينا، وخاصة الأبعاد المعترضة (٢) ».

---

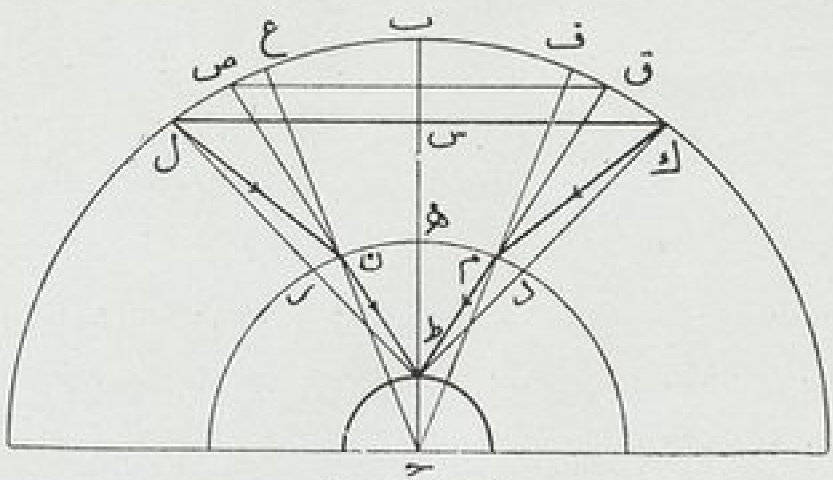
(١) و (١٢٦) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر.
(٢) و (١٢٦)، و (١٢٧) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر.

لذلك تدور بحوثه حول بيان التفاوت التي يظهر فى البعد بين نقطتين . فاذا فرضنا أنهما كوكبان فى السماء كان القول منصبا على البعد بينهما . وإن فرضنا أنهما طرفا قطر من أقطار كوكب من الكواكب ، التي يدرك البصر لها عظما ، كالكواكب السيارة أو كالنيرين الشمس والقمر ، كان القول منصبا على عظم الكوكب فى اتجاه القطر . ففى هذه البحوث يفرض ابن الهيثم خطا مبصراً محدوداً بنقطتين ، ويتناول شرح كيفية إدراك البصر لهذا المبصر وهو فى ثلاثة أوضاع . أولها عند ما يكون الخط المبصر عند السمت ، وثانيها عندما يكون الخط المبصر يوازى الأفق وعلى الأفق أو بالقرب منه ، وثالثها عندما يكون الخط المبصر منتصبا فى السماء فى مستوى من المستويات المارة بالسمت .

وفيما يلى تبيان هذه الأمور .

٢٣٧ — أثر الانعطاف اذا كان الخط المبصر عند السمت[1]

يبدأ ابن الهيثم كعادته بسرد فروضه الأساسية ويتدرج منها إلى بيان ما يريد . فلتكن نقطة ح شكل (٢٠٩) مركز الأرض و ط موضع البصر أو مكان الرصد من سطح الأرض . فان كان الخط المبصر وليكن ك ل عند



(شكل ٢٠٩)

السمت ، فخط ح ط إذا أخرج يلقاه ، فيكون هو والخط المبصر فى مستوى واحد ، وليكن هذا المستوى مستوى الشكل . ولتكن الدوائر الثلاث المبينة هى التي يلقى عليها هذا المستوى كرة الأرض وكرة الهواء وكرة السماء . ولنخرج

(١) و (١٢٧) — و (١٢٩) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

حـ ط حتى يلتقى محيط دائرة الهواء على هـ ومحيط دائرة السماء على ب . وليلق حـ ب المستقيم الواصل بين ك ، ل على س . وابن الهيثم يفرض أولا أن نقطة س منتصف ك ل .

فاذا وصلنا ط ك ، ط ل فهما يقطعان دائرة الهواء على نقطتين ولتكونا د ، ر على الترتيب . وبما أن الانعطاف من قبيل الانعطاف من الألطف فى الأغلظ ، تبين أن انعطاف الشعاع الوارد من ك إلى ط يكون من نقطة فيما بين د ، هـ ولتكن م . وبالمثل الشعاع الوارد من ل إلى ط ينعطف من نقطة فيما بين ر ، هـ ولتكن ن : فاذا أخرج ط م ، ط ن حتى يلقيا محيط دائرة السماء على ق ، ص على الترتيب ، كانت ق حتما بين ك ، ب ، وكانت ص حتما بين ل ، ب . وإذن يدرك البصر ط النقطتين ك ، ل عند ق ، ص على الترتيب . فتكون زاوية ق ط ص أصغر من زاوية ك ط ل .

إذن البعد ق ص يوتر عند البصر ط زاوية أصغر مما يوترها البعد ك ل ، وإذن البصر ط يدرك البعد ك ل أصغر مما هو عليه فى الواقع .

وإذا توهمنا أن الشكل قد أدير حول حـ ب دورة كاملة ، اتضح أن بصر ط كما يقول ابن الهيثم بلفظه « يدرك خط ك ل بالانعطاف من جميع أوضاعه بالقياس إلى دائرة نصف النهار إذا كان على سمت الرأس ، أصغر مما يدركه على استقامة »(١) .

وابن الهيثم فى هذا الشرح قد فرض أن ط ب يمر بمنتصف ك ل ، ولكنه يبين بعد ذلك أنه إذا لم تكن نقطة س المنتصف ، فنظراً لأن الانعطاف نحو العمود فامتداد المنعطف الوارد من ك يلقى محيط دائرة السماء فيما بين ك ، ب ، وامتداد المنعطف الوارد من ل يلقاه أيضاً فيما بين ل ، ب ، وإن لم تكن نقطتا الالتقاء فى هذه الحالة فى وضعين متماثلين بالنسبة إلى نقطة ب ، فان زاوية الرؤية بالانعطاف تكون أيضاً أصغر من زاوية الرؤية

---

(١) و (١٢٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

بالاستقامة . فلا يغير هذا الوضع من النتيجة المذكورة ما دام خط السمت يلقى المستقيم الواصل بين طرفى المبصر فيما بين هذين الطرفين .

ومما يجدر بنا ذكره فى هذا الصدد ، أن شرح ابن الهيثم يتناول أيضا علاقة هذا الأمر بإدراك البعد . فهو قد بيّن فى بحوثه عن إدراك المعانى المبصرة ، أن إدراك العظم لا يتم بإدراك الزاوية وحدها بل يتطلب أيضا إدراك البعد(١) . ولذلك نجده بعد أن بيّن أن زاوية ق ط ص أصغر من زاوية ك ط ل يقول « وبُعد ك ل عن البصر بعد متفاوت فى العظم ، فليس يتحقق البصر مقداره . فبصر ط يحدس على بُعد خط ك ل كما بينا ذلك فى المقالة الثانية من هذا الكتاب . ولا فرق بين حدسه على بعد ك ل عند إدراكه بالانعطاف وبين حدسه على بعده عند إدراكه على استقامة ، لأنه إذا أدركه بالانعطاف فهو يظن أنه يدركه على استقامة . فبصر ط يدرك خط ك ل بالانعطاف من زاوية أصغر من الزاوية التى يدركها على استقامة ، وبالقياس إلى البعد نفسه الذى يقيسه إليه لو أدركه على استقامة . والبصر يدرك مقدار العظم من مقدار الزوية بقياسها إلى البعد(٢) » .

وبهذه الكيفيه يتم ابن الهيثم شرح الموضوع .

٢٣٨ — أثر الانعطاف اذا كان الخط المبصر قريبا من الأفق وموازيا له(٣)

لنفرض لسهولة شرح فكرة ابن الهيثم ، أن الخط المبصر عند الأفق ولتكن نقطة م (شكل ٢١٠) مركز الأرض ، ا موضع البصر أومكان الرصد . ولنخرج م ا حتى يلقى كرة الهواء على حـ وكرة السماء على ب . فستوى الأفق هو المستوى الذى يمس كرة الأرض على ا ، وإذا أخرج يلقى كرة الهواء على محيط دائرة مركزها ا ، ويلقى كرة السماء على محيط دائرة أوسع مركزها ا أيضاً . وليكن طرفا المبصر نقطتى د ، ه على محيط الثانية ،

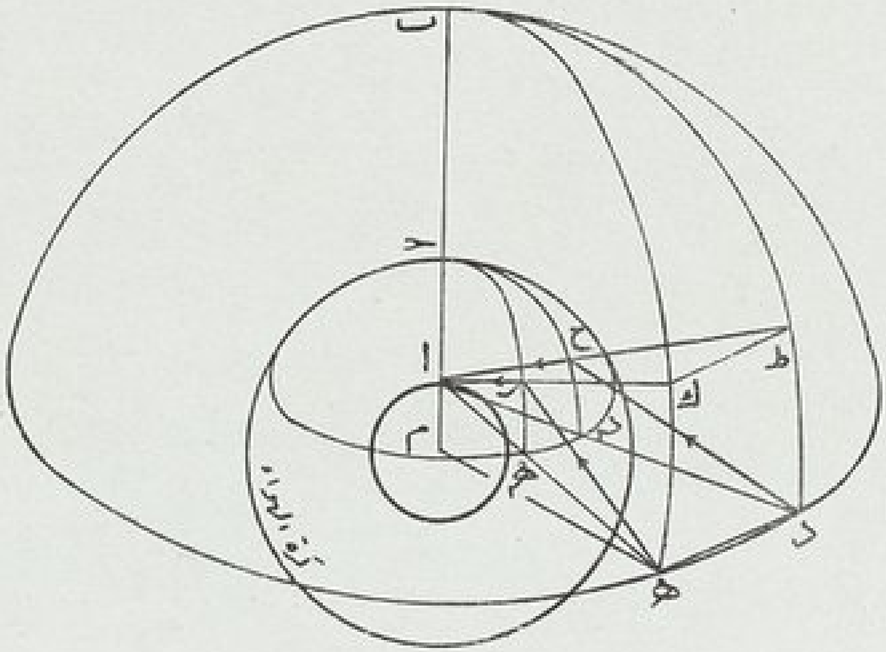
---

(١) انظر فقرة (٦٥) من الجزء الأول من هذا الكتاب .

(٢) و (٢٢٨) من مخطوط المقاله السابقة من المناظر .

(٣) و (١٢٩) — و (١٣٠) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

ومستوى السمت المار بأحد طرفيه هـ وهو مستوى الخطين م ب ، م هـ



(شكل ٢١٠)

يلقى كرة السماء على محيط دائرة عظيمة ، يكون ب هـ قوساً منه تنتهى عند الأفق بنقطة هـ ، ويلقى كرة الهواء على محيط دائرة عظيمة يكون حـ هـ١ قوساً منه تنتهى عند الأفق بنقطة ولتكن هـ١ . وتكون نقاط ا ، هـ١ ، هـ على مستقيم واحد . وبما أن الضوء الوارد من هـ إلى ا لا يرد على امتداد المستقيم هـ ا وإنما ينعطف انعطافاً من قبيل الانعطاف من الألطف فى الأغلظ ، بحيث يكون الشعاع الساقط والعمود والشعاع المنعطف فى مستوى واحد ، يتبين أن انعطاف الضوء الوارد من هـ إلى ا يقع فى مستوى ب م هـ ، ويكون من نقطة على قوس حـ هـ١ مرتفعة عن نقطة هـ١ ، فلتكن هذه النقطة ى . فاذا وصل ا ى ، ى هـ كان الشعاع الوارد على امتداد هـ ى منعطفاً عند ى على امتداد ى ا . فاذا أخرج ا ى على استقامة فهو يلقى قوس ب هـ على نقطة ولتكن ك ، وتكون هى الموضع الذى تدرك منه نقطة هـ .

وبالمثل فان الشعاع الوارد من د إلى ا ينعطف فى مستوى ب م د من نقطة ولتكن ح على قوس حـ د١ من محيط الدائرة التى يلقى عليها هذا

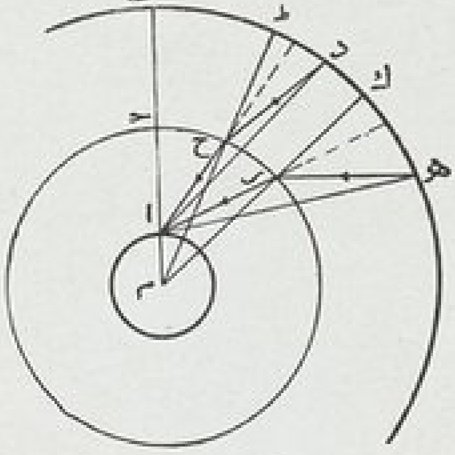
المستوى كرة الهواء . وإذا أخرج ا ح لقى محيط الدائرة التى يلقى عليها هذا المستوى كرة السماء على نقطة ولتكن ط ، تكون هى الموضع الذى تدرك منه نقطة د .

بهذه الكيفية يبين ابن الهيثم أن البعد د هـ يدركه البصر كأنه ط ك ، وأن التماثل يقتضى أن يكون ط ك موازيا د هـ ، وإذن يكون ط ك أصغر من د هـ . وبما أنه ليس بين بعد كل من د ، هـ من ا ، وبين بعد كل من ط ، ك من ا ، اختلاف محسوس فى نظر العين ، فابن الهيثم يستنبط من هذا أن زاوية رؤية ط ك تكون أصغر من زاوية رؤية د هـ . فيدرك البعد بين طرفى المبصر أصغر من حقيقته .

وشرح ابن الهيثم سليم وجميع الفكر التى يتضمنها الشرح مضبوطة صحيحة . وإنما يلاحظ أن غاية ما يبلغه الارتفاع من جراء الانعطاف لا يتجاوز ٣٥ دقيقة ، فالتفاوت بين د هـ وبين ط ك مقدار صغير يغفل أمره فى العادة .

٢٣٩ — أثر الانعطاف إذا كان المبصر ممتدا فى مستوى سمت واحد (١)

فى هذه الحالة يفرض ابن الهيثم المبصر فى مستوى يمر بالسمت أو كما يقول هو بلفظه «فى دائرة واحدة من الدائرة السمتية » ، وليكن كما مر نقطة م (شكل ٢١٠) مركز الأرض ، ا موضع الراصد وليكن مستوى الشكل هو مستوى السمت المار بالمبصر د هـ ، ولتكن الدوائر المبينة هى التى يلقى عليها هذا المستوى كرة الأرض وكرة الهواء وكرة السماء على الترتيب .



(شكل ٢١٠)

ولنخرج م ا حتى يلقى محيط دائرة الهواء على حـ ومحيط دائرة السماء

على ب . وليكن الطرف د المبصر أقرب إلى السمت .

ففى هذه الحالة مستوى انعطاف الضوء الوارد من ه إلى ا هو مستوى انعطاف الضوء الوارد من د إلى ا ، وهو مستوى الشكل .

وابن الهيثم يشير إلى أن الضوء الوارد من د إلى ا ينعطف من نقطة مثل ح على دائرة الهواء أرفع من خط ا د . وبالمثل ينعطف الضوء الوارد من ه إلى ا من نقطة مثل ر أرفع من ا ه .

وابن الهيثم يجعل نقطة ح أرفع من نقطة ر أى أقرب إلى السمت من نقطة ر . ومن السهل الاستدلال على هذا ببرهان الخلف .

فاذا أخرجنا م ح حتى يلقى محيط دائرة السماء على ط ، وأخرجنا م ر حتى يلقاه على ك ، تبين أن زاوية ا ح م وهى زاوية انكسار الشعاع الوارد من د أصغر من زاوية ا ر م وهى زاوية انكسار الشعاع الوارد من ه .

وإذن تكون زاوية سقوط الأول أصغر من زاوية سقوط الثانى .

وأيضا تكون زاوية انعطاف الأول أصغر من زاوية انعطاف الثانى . وهما حادتان ، فتكون متممة الأولى من قائمتين أعظم من متممة الثانية من قائمتين ، والمتممتان منفرجتان . إذن

ے ا ح د أعظم من ے ا ر ه .

وأيضا فان م ط = م ك ، م ح = م ر .

∴ ح ط = ر ك .

ولكن ے د ح ط أصغر من ے ه ر ك كما تبين آنفا .

∴ ح د أصغر من ر ه ، نظراً لأن الدائرتين متحدتا المركز .

فاذا روعى المثلثان د ح ا ، ه ر ا فنظراً لأن نقطة ا يمكن اعتبارها بمثابة المركز لدائرة السماء لامكان اعتبار ا كأنها مركز العالم ، يعد ابن الهيثم ا د ، ا ه فى المثلثين متساويان . وبما أن زاوية ح فى الأول أعظم

---

(١) و (١٣٠) — و (١٣١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

من زاوية ر فى الثانى يستنبط ابن الهيثم من ذلك أن الدائرة التى تحيط بمثلث ا ح د تكون أعظم من الدائرة التى تحيط بمثلث ا ر ه . وبما أن الوتر د ح فى الدائرة الأعظم أقصر من الوتر ه ر فى الدائرة الأصغر ، فهو يستنبط أن الزاوية المحيطية التى يوترها الوتر الأصغر فى الدائرة الأعظم تكون أصغر من الزاوية المحيطة التى يوترها الوتر الأعظم فى الدائرة الأصغر فتكون .

∠ ح ا د أصغر من ∠ ر ا ه (١) .

فاذا أضيف إلى كل من الزاويتين زاوية د ا ر ، تبين أن

ان ∠ ح ا د + ∠ د ا ر أصغر من ∠ ر ا ه + ∠ د ا ر .

أى ان ∠ ح ا ر أصغر من ∠ د ا ه .

فتكون زاوية الرؤية بالانعطاف أصغر من الزاوية التى يوترها د ه نفسه عند البصر . وابن الهيثم يضمن برهانه إنقاص زاوية د ا ر من كل من الزاويتين . لأن نقطتى د و ه قد تكونان متقاربتين قرباً يصير فيه خط ا د من تحت نقطة ر لا من فوقها كما هو وارد فى الشكل .

ويقول فى ختام هذا البحث « وهذا البرهان بعينه يلزم ، إذا كانت دائرة ب د ه هى دائرة نصف النهار . فقطر الكوكب المنتصب وبُعد ما بين كل كوكبين إذا كان البعد بين الكوكبين منتصبا ، يدركهما البصر من جميع أقطار السماء بالانعطاف أصغر مما يدركهما لو أدركهما على استقامة . وذلك ما أردنا أن نبيّن (٢) » .

٢٤٠ – شك على بعض أقوال ابن الهيثم عن أثر الانعطاف فى ابعاد الكواكب ومقاديرها

يتضح مما سبق أن ابن الهيثم بيّن أن البعد بين الكوكبين (أو قطر الكوكب

(١) ذلك هو البرهان الذى أورده ابن الهيثم .

وكما يرى القارىء فان من السهل بيان هذه النتيجة بطريقة أخرى :

فبما أن نقطة ا يمكن اعتبارها مركز العالم فالضلعان ا د ، ا ه فى المثلثين المذكورين متساويان . وكذلك الضلعان ا ح ، ا ر متساويان . ولكن د ح أصغر من ه ر فتكون زاوية ح ا د أصغر من زاوية ر ا ه .

(٢) و (١٣١) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

المرصود) سواء كان عند السمت ، أو كان موازيا للأفق وقريباً منه ، أو كان منتصباً فى أحد المستويات المارة بالسمت ، فانه يدرَك فى جميع هذه الأوضاع أصغر من حقيقته . وهو فى ختام هذا القسم من بحوثه يستنبط النتيجة العامة . وهى أن أبعاد ما بين الكواكب يدركها البصر كيفما كانت أوضاعها من السماء أصغر مما هى عليه فى الواقع . ولا اعتراض لنا على ما سبق بيانه ولا على البرهان عليه ولا على هذه النتيجة العامة ، لولا أن برهان ابن الهيثم على هذا الأمر الأخير مبنى على أن الكواكب فى السماء تدرك أبدا مستديرة . فابن الهيثم يقول بلفظه « وكل كوكب فى السماء يدركه البصر مستديرا . وإذا كان يدركه مستديراً فهو يدرك أقطاره متساوية . وإذا كان قد تبين أن كل واحد من قطريه المعترض والمنتصب ، يدركه البصر أصغر مما يدركه لو أدركه على استقامة ، فكل واحد من أقطاره المائلة إليه ، يدرك البصر مقداره أصغر من مقداره لو أدركه على استقامة . وإذا كان ذلك كذلك ، فأبعاد ما بين الكواكب أيضا يدرك البصر مقاديرها فى جميع المواضع من السماء على جميع اوضاعها ، أصغر من مقاديرها لو أدركها على استقامة (١) » .

والقول بأن الكواكب تدرك مستديرة متساوية الأقطار أياً كانت مواضعها من السماء أمر فيه نظر . وهو يخالف الواقع المشاهد من أمر النيرين الشمس والقمر ، إذا كانا عند الأفق أو قريبين منه . فكل منهما يدرَك عندئذ كالأهليلج ، الذى قطره الموازى للأفق أطول من قطره العمود عليه . وعلة ذلك أن القطر الموازى للافق وإن كان القياس النظرى يدل على أنه يدرك من جراء الانعطاف أصغر مما هو عليه فى الواقع ، فان التفاوت فيه بين العظم المدرك وبين العظم على ماهو عليه ، كما سبق أن ذكرنا ، صغير جداً هو فى حكم العدم بالنسبة إلى الحس . وليس الأمر كذلك فيما يتعلق بالقطر العمود على الأفق . ولذلك يظهر النير المستدير وهو عند الأفق أو قريباً منه متفلطحاً عند طرفى قطره الرأسى ، منبعجاً فى اتجاه قطره الأفقى . وإن كان هذا الأمر لا يظهر للبصر

---

(١) و (١٣١) ، و (١٣٢) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

ظهوراً بيناً إلا فى الاجرام السماوية التى تبصر من زوايا مقتدرة كالشمس والقمر ، عند كونهما عند الأفق أو قريبا منه ، فانه لا يتفق وإطلاق القول بأن « كل كوكب فى السماء يدركه البصر مستديراً » .

ونحن لم نجد فيما اطلعنا عليه من بحوث ابن الهيثم ، بحثا تناول فيه شرح ما يترتب على التفاوت بين الاختلاف الحادث فى الأبعاد الأفقية وبين الاختلاف الحادث فى الأبعاد السمتية من النتائج . هذا فضلا عن أن قوله الذى رويناه فيما سبق (فقرة ٢٣٦) وفيه يقرر أن الاختلاف من جراء الانعطاف ، فى البعد بين كوكبين يظهر ظهوراً بيناً فى الأبعاد المعترضة خاصة ، يثير الشك والالتباس .

٢٤١ — رأى ابن الهيثم فى تأثير الأبخرة الغليظة فى ادراك العظم

بيَّن ابن الهيثم بالكيفية التى فصلناها فيما سبق أن انعطاف الضوء الوارد من الكواكب فى الطبقة الهوائية المحيطة بالكرة الأرضية يترتب عليه بوجه عام إدراك الابعاد التى بين الكواكب ، أو أعظام الكواكب نفسها ، أصغر مما هى عليه فى الواقع . وهو فى ختام بحوثه عما يترتب على الانعطاف من الخطأ فى ادراك هذه الأمور [1] يشير أيضاً إلى أن انعطاف الضوء النافذ خلال طبقة من بخار غليظ أو هواء غليظ ، قد يعرض وجودها فى الجو كثيراً أو قليلا ، يترتب عليه هو أيضاً خطأ فى إدراك العظم . وهو يرى أن مثل هذه الأبخرة الغليظة كثيراً ما توجد عند الأفق دون أن تتصل إلى وسط السماء ، ولذلك فان التفاوت فى العظم حالة كون الكوكب أو البعد بين الكوكبين عند الأفق أو قريبا منه ، وهذه الابخرة موجودة ، وحالة كونه فى وسط السماء وهذه الأبخرة ليست موجودة ، يظهر واضحاً للحس . فاذا فرضنا وجود مثل هذه الأبخرة الغليظة بالقرب من الافق ، فضوء الكواكب وهى بالقرب من الأفق لا يعانى الانعطاف الذى روعى فى البحوث السابقة من جسم السماء الألطف إلى طبقة الهواء الأغلظ فحسب ، بل يعانى أيضاً عند نفوذه خلال هذه الأبخرة الغليظة انعطافاً

---

(١) آخر بحوث كتاب المناظر و (١٣٨) ، و (١٣٩) من مخطوط المقالة السابعة .

من الهواء الألطف إلى البخار الأغلظ ، ثم انعطافاً آخر من البخار الأغلظ إلى الهواء الألطف قبل وصوله إلى البصر .

وابن الهيثم يرى أن الانعطاف فى مثل هذه الأبخرة الغليظة يؤدى إلى خطأ فى إدراك العظم هو إدراكه أعظم من حقيقته .

وكما بين الفارسى فى تعليقه على هذا الأمر إذا فرضنا مثلا أن طبقة البخار الغليظ المتوهم ، محدودة بسطحين فى حكم المتوازيين ، فمن السهل بيان أن الانعطاف من الهواء إلى البخار الغليظ ثم من البخار الغليظ إلى الهواء مرة أخرى ، يؤدى إلى ادراك المبصر أعظم مما هو عليه فى الواقع ، ولا يتطلب هذا البيان من المعانى والأصول شيئا جديداً لم تتضمنه بحوث ابن الهيثم السابقة .

وإذا كان الأمر كذلك وقع تفاوت فى الاختلاف بين عظم المبصر وهو يرى على الأفق أو قريباً منه ، وهذه العلة موجودة ، وبين عظمه هو نفسه وهو يرى فى وسط السماء وهذه العلة قد زالت .

وابن الهيثم لم يتوسع فى شرح ما يحدث من التأثير إذا أبصر مبصر فى الهواء خلال طبقة مشفة أغلظ من الهواء (كلوح سميك من الزجاج) تحول بينه وبين البصر . ولكنه ألمَّ فى أقواله التى أوردها فى هذا الصدد بالفكرة الأساسية التى فحواها باصطلاحنا الحديث ، أن الصورة التى تحدث بالانعطاف الأول من الألطف إلى الأغلظ تعد بمنزلة مبصر فى الأغلظ تحدث له صورة بانعطاف ثان من الأغلظ إلى الألطف . وهو فى بيان ما يريد يقول « وذلك أن الموضع من مقعر السماء الذى ينعطف منه صورة الكوكب إلى البصر ، (تحصل) [1] فيه صورة الكوكب (و) تمتد منه الصورة من ذلك الموضع إلى البصر على خطوط مستقيمة إذا لم يكن فى الأفق بخار غليظ . فاذا كان فى الأفق بخار غليظ امتدت هذه الصورة إلى سطح البخار الغليظ الذى يلى السماء ، فتحصل صورة الكوكب فى سطح البخار الذى يلى السماء ، فيدرك البصر هذه الصورة كما يدرك المبصرات التى تكون فى البخار . وهو أن تمتد هذه الصورة فى البخار الغليظ على خطوط مستقيمة ، ثم تنعطف عند البخار الذى يلى البصر

(١) فى الأصل « حصل »

ويكون انعطافها إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح البخار الذى هو سطح مستو ، لأن الهواء الذى يلى البصر ألطف من البخار الغليظ ، فيلزم من ذلك أن ترى الصورة أعظم مما كانت ترى على استقامة . وهذا المعنى قد تبين فى الشكل الأول من هذا الفصل وهو إذا كان الجسم الألطف يلى البصر وكان الجسم الأغلظ يلى المبصر وكان سطح الجسم الأغلظ مسطحاً ، فتكون الصورة التى تحصل فى سطح البخار الذى يلى السماء هى المبصر والجسم الذى فيه هذه الصور هو البخار الغليظ . والهواء الذى فيه البصر ألطف من البخار الغليظ . »(٢)

وابن الهيثم يعد وجود مثل هذه الطبقة الغليظة علة « عارضة » يترتب عليها إدراك المبصر فى السماء وهو عند الأفق أو قريباً منه أعظم من حقيقته ، ويميز بينها وبين العلة الأخرى التى سبق بيانها فى أغلاط البصر ، وهى التى يتسبب عنها إدراك المبصر فى السماء وهو عند الأفق أو قريبا منه ، أعظم منه وهو فى وسط السماء ، ويسميها العلة « اللازمة الدائمة » إذ لا ارتباط لها بوجود مثل هذه الابخرة الغليظة المتوهمة ، بل ولا ارتباط لها بالانعطاف البتة .

فان كانت الكواكب والأجرام السماوية تدرك وهى عند الأفق أوقريبا منه أعظم مما هى فى وسط السماء أو بالقرب منه بسبب العلة الدائمة التى سبق بيانها فانه « إذا عرض فى الآفاق بخار غليظ » وجدت علة أخرى هى هذه العلة العارضة ، وينجم عنها أيضاً ادراك المبصر وهو عند الأفق أعظم من حقيقته . فيترتب على اجتماع العلتين أن يزيد العظم زيادة تجعله أبين وآكد للبصر .

تلك هى نظريته

ولا اعتراض على ذلك فى حدود الفروض المذكورة . ولكن من الواضح أنه إذا كان ابن الهيثم يريد بالأبخرة الغليظة بخار الماء ، فبخار الماء من حيث الشفيف ألطف من الهواء لا أغلظ ، وان كان التفاوت بينهما صغيرا يصح إغفاله . وإذا كان يريد بالأبخرة الغليظة ما هو من قبيل السحب أو الضباب أو البلورات الثلجية ، فليس الحال فيها حال الجسم المشف المتصل المتجانس الأجزاء الذى ينعطف الضوء عند نفوذه فيها على المنوال المقصود فيما نحن بصدده .

---

(٢) و (١٣٨) من مخطوط المقالة السابعة من المناظر .

تذييل

٢٤٢ — ذات الشعبتين

هى آلة لرصد الارتفاع ذكرها بطليموس فى صدد أقواله عن القمر، قال[1]

« عملنا مسطرتين متوازيتى السطوح فى غاية الاستواء لا ينقص طول كل واحدة منهما عن أربعة أذرع ليتهيأ قسمته إلى صغار الأجزاء، وجعلنا لهما ثخناً صالحاً كيلا يلتويان لطولها، ثم رسمنا فى وسط سطحيهما خطين مستقيمين، وركبنا على طرفى احداهما شظيتين متساويتين ومتوازيتين، فيهما ثقبتان للارتفاع يمر الخط بوسطهما. وجعلنا التى تلى البصر منهما أضيق والتى تلى القمر أوسع، بحيث يرى تمام الجرم منهما. ثم ثقبنا طرفى المسطرتين فى جهة أوسع الثقبتين، وركبناهما كالفرجار لمحور يمر مركزه بالخطين. وفصلنا من الخطين أكبر مقدارين متساويين يمكن أن يقع على المسطرتين، يتحد مبدؤهما عند مركز المحور، ونجعل لنهايتيهما علامتين. وقسمنا خط التى ليست عليها شظيتا الارتفاع بستين جزءاً وبأجزائها ما أمكن. وركبنا هذه المسطرة فى قاعدة، فى سطح نصف النهار، بحيث تنتصب عموداً قائماً على سطح الأفق باستواء، ويكون موضع التركيب محاذياً لسمت الرأس، وتدور ذات شظيتى الارتفاع فى المحور مما يلى الشمال، فتبعد وتقرب من المنتصبة من غير أن تخرج عن سطح دائرة نصف النهار، وبغير اضطراب والتواء. وركبنا فى طرفى المنتصبة من خلفها أيضاً شظيتين متساويتين على خط مستقيم مواز لحدى سطحيها، ليتهيأ بتعليق الساقول من الشظية العليا إلى السفلى امتحان قيامها على سطح الأفق. وعملنا مسطرة ثالثة مستوية أدق من الأوليين، وأطول منهما، بقدر يمكن أن يوترهما عند إحاطتهما بزاوية قائمة، وركبناها مع المنتصبة بمسمار دقيق يمر بطرف الخط المقسوم عند القاعدة، أعنى عند موضع العلامة، وبأحد طرفيها، بحيث تكون هذه الثالثة أيضاً سلسة الدوران فى ذلك المسمار، يعرف بها قدر البعد بين العلامتين عند مفارقة ذات شظيتى الارتفاع للمنتصبة.

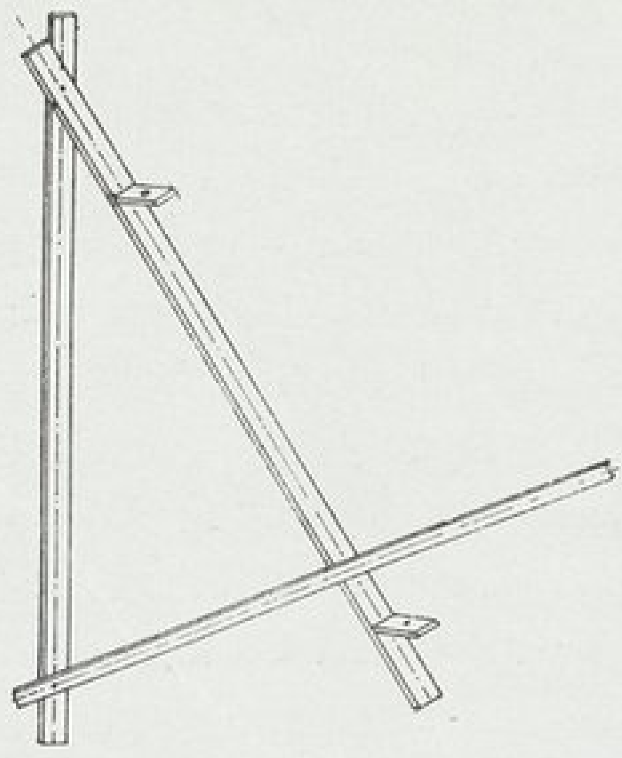
فاذا وافى القمر دائرة نصف النهار، أدرنا ذات شظيتى الارتفاع إلى أن

---

(١) عن تحرير المجسطى لنصير الدين الطوسى : س(٥٣) من مخطوط دار الكتب المصرية

يرى تمام الجرم من ثقبتيهما ، وحركنا الثالثة إلى أن تماسها عند موضع العلامة ، ثم جعلنا على موضع المماسة من الثالثة علامة ، فيكون ما بين العلامتين من الثالثة وتراً لتمام ارتفاع القمر ، أعنى بعده عن سمت الرأس بحسب الرؤية ، وعرفنا قدره بتطبيقه على الخط المقسوم من المسطرة المنتصبة ، ثم قوّسناه فى جدول الأوتار ليحصل لنا تمام الارتفاع المرئى . »

وشكل (٢١٣) يبين بياناً تخطيطياً تركيب هذه الآلة بحسب الوصف الوارد . ويعقب بطليموس على هذا الوصف بقوله :



(شكل ٢١٣)

« وينبغى أن تجعل هذه الأرصاد عند كون القمر عند أحد المنقلبين ، ليكون دائرة نصف النهار التى هى دائرة الارتفاع حينئذ هى أيضاً دائرة العرض ودائرة الميل معاً ، لكونها المارة بالأقطار (كذا) فيكون عرض البلد ميل درجة القمر حينئذ ، وعرضه تمام ارتفاعه ، أعنى الحقيق والمرئى ، من دائرة واحدة ، ويكون معرفة ما نطلبه من ذلك بسهولة » .

ويلاحظ أن الاعتبـــار بالقمر الذى يريده ابن الهيثم للاستدلال على الانعطاف فى الطبقة الهوائية ، يتطلب شيئاً من التعديل فى نصبة الآلة ، إذ لا يصح فيه أن تكون المسطرة ذات شظيتى الارتفـاع قابلة للدوران حول محور الفرجار فى مستوى دائرة نصف النهار فقط ، بل يلزم فيه أن تكون هذه المسطرة قابلة للدوران حول محور رأسى يمر بمحور الفرجار ، بحيث يتسنى توجيهها إلى القمر فى الوقت الذى يقوّم فيه عند الاعتبار .

خاتمة الكتاب

رب ميت قد صار بالعلم حيا ومبقى قد مات جهلا وغيا
فاقتنوا العلم كي تنالوا خلودا لا تعدوا البقاء في الجهل شيا

البيتان « تمثل بهما ابن الهيثم فى رسالته التى أوردها ابن أبى أصيبعة فى عيون الأنباء ، نقلا من مقالة بخط ابن الهيثم نفسه » . وهما لابى القاسم بن الوزير ابى الحسن على بن عيسى . وكان فيلسوفا قالهما ووصى بأن يكتبا على قبره .

٭٭٭

٢٤٣ - كلمة الختام

ابن الهيثم فى منحى تفكيره وفى طريقة بحثه ، رجل تتوافر فيه الصفات التى تتوافر فى رجالات العلم فى العصر الحديث . فهو عالم بمعنى « سيانتست » بكل ما يؤديه هذا اللفظ من المعانى . وهو فى ميدان علم الطبيعة أن لم يكن من طراز المحدثين فى الجيل الحاضر فانه من غير شك من طراز علماء الطبيعة فى القرن التاسع عشر . وبحوثه المبتكرة فى علم الضوء تجعله فى مقدمة الأعلام الأفذاذ فى تاريخ هذا العلم . ولكن له غير ما أضافه على صفحات هذا العلم من الصفحات المجيدة ، أثراً عاما عميقا ، جعل علم الضوء يتخذ صبغة جديدة وينشأ نشأة أخرى غير نشأته الأولى . وهذا التأثير العام الذى أحدثه ابن الهيثم فى علم الضوء ويتغلغل إلى الأساس ذاته الذى يقوم عليه هذا العلم جدير بالتقدير ، ولم ينل على ما نعلم ما هو أهله من العناية والاهتمام .

وأثر ابن الهيثم العام فى علم الضوء نظيره فى تاريخ العلم أثر « نيوتن » العام فى علم الميكانيكا . فان قيل إن بعض بحوث ابن الهيثم قد سبقه اليها بعض المتقدمين ، إذ سبقه « أوقليدس » مثلا إلى أحد شطرى قانون الانعكاس ، وسبقه

« بطليموس» إلى دراسة الانعطاف ، وسبقه آخرون إلى بيان كيفية الإحراق فى المرايا المحرقة أو الكرات المحرقة وما إلى ذلك ، فان « نيوتن» أيضا قد سبقه « غاليليه» إلى قانون القصور الذاتى الذى تشيع الآن نسبته إلى «نيوتن» ، وسبقه « هويجنز » و « ستيفنوس » وغيرهما إلى كثير من الفكر الأساسية التى يقوم عليها علم الميكانيكا . ولكن من غير شك قد كانت الأصول الأولية فى علم الميكانيكا قبل « نيوتن » مفككة مبعثرة ، يشوبها غموض كبير ، ولم تكن قد نضجت معانيها نضجا تاما . فجاء «نيوتن» وإدرك حقائق الأمور ، وأضاف من عنده إلى ما كان معروفا من قبل ما أضاف ، وربط كل ذلك بعضه ببعض حتى آلت صيرورتها على يديه إلى وحدة شاملة ، هى الأساس الذى قام عليه علم الميكانيكا من بعده

وبالمثل كانت المعلومات فى علم الضوء من قبل ابن الهيثم لارابط يربطها ولا سلك ينظمها . بل من الفكر الأولية البسيطة فى علم الضوء ، ما لم يكن قد تكوّن بعد فى الأذهان ، حتى الفكرة الأولية البسيطة « إن للضوء وجودا فى ذاته » لم تكن من الأمور المسلم بها . و«أوقلبدس» و«بطليموس» وغيرهما ممن سبقوا ابن الهيثم إلى شىء من بحوثه ، لم يتخذوا فى بحوثهم الوجهة الصحيحة ، وصاغوها فى قالب منكوس غير مستقيم . فهم جميعا كانوا متفقين فى أن الإبصار هو بخروج شعاع من البصر إلى المبصر . فالذى ينعكس بحيث تكون زاوية السقوط فيه مساوية زاوية الانعكاس ، هو هذا الشعاع . والذى ينعطف فى الماء مثلا إلى جهة العمود هو هذا الشعاع . فهذا الذى يخرج من البصر ويقع على السطح العا كس فينعكس ، أو يقع على سطح الماء فينعطف ، إذا هو بعد انعكاسه ، أو إذا هو بعد إنعطافه ، وقع على مبصر ، أدرك البصر هذا المبصر بالأنعكاس أو بالانعطاف . فان كان هذا هو مذهبهم ، أليس إذن من الأصول الأولية التى نعدها الآن أمورا مسلما بها فى علم الضوء ، ما لم يدركه هؤلاء المتقدمون على حقيقته ؟

جاء ابن الهيثم فأعاد من جديد البحث عن كل ذلك ، مبتدئا بالمبادىء

الأولى . فهل الأضواء جميعا سواء منها المشرق من الأجسام المضيئة بذاتها أو المشرق من الأجسام المستضيئة بغيرها ، تمتد فى الجسم المشف الواحد على سموت الخطوط المستقيمة ؟ وإن كان الأمر كذلك ، هل من سبيل إلى القول بأن الإبصار يكون بورود الضوء المشرق من المبصر إلى البصر ؟ وإن قيل هذا فان الضوء الوارد من المبصر إلى البصر يرد من كل نقطة من المبصر إلى جميع سطح البصر ، فكيف يتسنى للبصر أن يدرك المبصر باجزائه المختلفة وألوانه ونقوشه وتخطيطاته ، على ماهو عليه فى الواقع ، إدراكا بيّنا دون أن يختلط كل ذلك بعضه ببعض ؟ وكيف يتسنى إدراك المبصرات المختلفة معا ، دون أن تختلط صورها أو تشتبه ؟ ثم كيف يتسنى للبصر أن يدرك المبصر فى مكانه خارج البصر ، وعلى وضعه ؟ بل كيف يتسنى له أن يدرك منه عظمه وشكله وتجسمه وما إلى ذلك ؟ وكيف يعرض ما يعرض أحيانا كثيرة من الغلط فى إدراك هذه الأمور ؟

ثم هل الأضواء جميعا تنعكس على صفة واحدة ؟ وإن كان الأمر كذلك فما هى هذه الصفة العامة التى تنعكس عليها الأضواء ؟ وبعد ، فهل من سبيل إلى القول بأن إدراك المبصر بالانعكاس هو بورود الضوء الصادر منه إلى العين بعد إنعكاسه ؟ وإن كان الأمر كذلك فأين يكون موضع الخيال الذى يرى وما هى صفاته ؟

ثم هل الأضواء جميعا تنعطف على كيفية واحدة ، وما هى هذه الكيفية ؟ وبعد فهل من سبيل هنا أيضا إلى القول بأن إدراك المبصر بالانعطاف هو بورود الضوء الصادر منه إلى العين بعد انعطافه ؟ وإن كان الأمر كذلك فأين يكون موضع الخيال وما هى صفاته ؟

تلك بايجاز رؤوس الموضوعات التى عالجها ابن الهيثم ، وهذا هو سياق تفكيره فيها . ليكن أن ابن الهيثم قد استفاد بمعلومات من تقدموه ، وببحوث من تقدموه ، فقد استفاد حتما ، طوعا أو كرها . ولكنه أعاد البحث عن كل هذه الأمور من جديد ، ونظر فيها جميعا نظرا جديدا ، لم يسبقه إليه أحد من

قبله . واتجه فى هذا النظر وجهة جديدة لم يُولها أحد من المتقدمين . وأصلح الأخطاء، وأتم النقص ، وابتكر المستحدث من المباحث ، وأضاف الجديد من الكشوف ، وسبق فى غير قليل من ذلك الأجيال والعصور . واستوفى البحث إجمالا وتفصيلا . وسلك فى البحث سبيلا تتوافر فيها خصائص طرق البحث العلمى ، مع ما فى هذه الطرق من قصور ومع ما فيها من ميزات . واستطاع أن يؤلف من كل ذلك وحدة مرتبطة الاجزاء ، على قدر ما كان يمكن أن ترتبط به أجزاؤها فى عصره . إن وجدنا فيها نقصا أو عيبا ، فتلك سنة الله فى المباحث العلمية . وهو فيها لم يبدع ولم يبتكر فحسب . بل هو أيضا أقام بها الأسس التى انبنى عليها صرح علم الضوء من بعده .

ذلكم هو نبأ ابن الهيثم ، وهو ما أردت أن يكون كتابى هذا تبيانا له وتفصيلا .

* * *

وإنى فى ختام هذا الكتاب ، أحمد الله وأشكر نعمته علىّ بما نلت من شرف إهدائه إلى مقام حضرة صاحب الجلالة مولانا فاروق الأول ملك مصر ، أيده الله وأعزه ، وبما أصبت من كريم عطف جلالته علىّ ورضاه السامى عن هذا العمل . ونعم ذلك جزاء المخلصين .

فهرس هجائى

بأسماء الأعلام الذين ورد ذكرهم فى الكتاب

الارقام تشير الى الصفحات

فهرس هجائى

بالإصطلاحات والموضوعات الواردة فى الكتاب

الارقام تشير الى الصفحات

شك وشكوك

(ص)

صورة وصور

الصورة

(ض)

ضعف الانعكاسية

ضوء

الضوء

استدراك

صفحة	سطر	الوارد	الصواب
٤٩١	٢٢	Huygxens	Huygens
٥٠٤	٢٣	L	l
٥٥٧	١٨	تقفير	تقعير
٥٥٩	١٠	مسواها	مستواها
٥٧٥	٦	انفكاس	انعكاس
٥٧٩	١	لواصل	الواصل
٥٨٧	١٢	تخيرنا	تخيرنا
٥٩٠	٥	ابن	ابن الهيثم
٦١١	١٠	بنبه	يدبه
٦٢٧	١٢	للعمود	العمود
٦٢٩	٢	البصر	المبصر
٦٦١	٢	بنقطى	بنقطتى
٦٧٠	١٣	منكوسة	منكوسة
٦٧٥	١٣	النقطتين	النقطتين
٦٨٧	٢٦	يحدث	يحدث
٦٨٩	٢	الماسب	المناسب
٦٩٠	٣	لاطار	الاطار
٦٩٥	١٢	للزجاج	الزجاج

صفحة	سطر	الوارد	الصواب
٧٢١	٢	قائمة	قائمه
٧٢٩	٧	بعدن	بعد أن
٧٣١	عنوان الصفحة	التعيين	لتعيين
٧٣٤	٢١	لتزل	لتزل
٧٣٧	١٧	سبق	سبق
٧٤٢	٦	ى ه ح	ى ه ح
٧٥٣	٩	فادا	فاذا
٧٦	١٣،٤	يين	بين
٧٧٩	٢٧	بتنقيا	يلتقيا
٧٨٦	١٦	فكان	فكأن
٧٩٦	١٤	ا/ف	ا/ب
٨٠٥	١٩	التنقيح من المطبوعة	المطبوعة من التنقيح
٨٠٦	الشكل	ب	ث
٨٠٧	٥	اكثر	اكثر
٨١١	٢٥	Opties	Optics
٨٣٧	٢١	والاعتياران	والاعتباران

F